DESAIN KAP LAMPU DUDUK MELALUI PENGGABUNGAN BENDA-BENDA GEOMETRI RUANG

SKRIPSI

Oleh

Anto Bastian
NIM 041810101062

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2011

DESAIN KAP LAMPU DUDUK MELALUI PENGGABUNGAN BENDA-BENDA GEOMETRI RUANG

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Anto Bastian
NIM 041810101062

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2011

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan puji syukur kehadirat Allah SWT, saya persembahkan skripsi ini untuk:

1. Ayahanda Hadi Susanto dan Ibunda Masriah, terima kasih atas doa, perhatian, dan kasih sayang yang telah diberikan;
2. kakak-kakak Sumarsudi, Sumarsono, dan Bagar Bintoro serta adik tersayang Seta Wulandari yang telah banyak memberikan semangat dan motivasi dalam penyelesaian skripsi ini;
3. guru-guru yang telah banyak memberikan ilmu;
4. Almamater yang saya banggakan, Universitas Jember.

MOTTO

"Perbuatan-perbuatan salah adalah biasa bagi manusia, tetapi perbuatan pura-pura itulah sebenarnya yang menimbulkan permusuhan dan pengkhianatan."

(*Johan Wolfgang Goethe*)

"Jangan lihat masa lampau dengan penyesalan; jangan pula lihat masa depan dengan ketakutan; tapi lihatlah sekitar anda dengan penuh kesadaran."

(*James Thurber*)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

NAMA : Anto Bastian

NIM : 041810101062

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ”Desain Kap Lampu Duduk Melalui Penggabungan Benda-benda Geometri Ruang” adalah benar-benar hasil karya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan skripsi ini belum pernah diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2011
Yang menyatakan,

Anto Bastian
NIM. 041810101062

SKRIPSI

DESAIN KAP LAMPU DUDUK MELALUI PENGGABUNGAN BENDA-BENDA GEOMETRI RUANG

Oleh :

Anto Bastian
NIM. 041810101062

Dosen Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama	: Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
Dosen Pembimbing Anggota	: Bagus Juliyanto, S.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Desain Kap Lampu Duduk Melalui Penggabungan Benda-benda Geometri Ruang* telah diuji dan disahkan pada:

hari :
tanggal :
tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D. NIP 19610108 198602 1 001	Bagus Juliyanto, S.Si. NIP 19800702 200312 1 001
Anggota I,	Anggota II,
Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si. NIP 19740813 200003 2 004	Ika Hesti Agustin, S.Si. NIP 19840801 200801 2 006

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
NIP 19610108 198602 1 001

RINGKASAN

Desain Kap Lampu Duduk Melalui Penggabungan Benda-benda Geometri Ruang; Anto Bastian; 041810101062; 2010; 58 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Lampu duduk banyak digunakan untuk menghiasi dan menambah keindahan ruangan. Salah satu bagian lampu duduk yang memiliki peranan penting sehubungan dengan penambahan keindahan tersebut adalah kap lampu. Pembuatan kap lampu duduk memerlukan studi tentang aspek fisis (pencahayaan) maupun geometris. Dari segi geometris, model pembuatan kap lampu duduk yang telah ada pada umumnya masih monoton dan terbangun dari satu model potongan benda solid. Hal ini dapat dilihat dari produk industri kap lampu duduk masih sederhana dan teknik desain yang digunakan masih menggunakan cara konvensional. Penulisan skripsi ini bertujuan untuk mendapatkan beragam bentuk desain kap lampu duduk yang simetris dan variatif dari gabungan benda-benda geometri ruang.

Tahapan pelaksanaan penelitian ini meliputi, pertama menyiapkan data untuk membangun kap lampu duduk dengan alas segidelapan beraturan dan dari bangun dasar balok. Kedua, membuat prosedur untuk mengkonstruksi kap lampu duduk tersebut dari data yang telah disiapkan. Ketiga, mengerjakan programasi dengan menggunakan Maple 8. Selanjutnya mengevaluasi prosedur desain kap lampu duduk untuk mendapatkan beberapa kemudahan atau kelebihannya.

Pada penelitian ini didapatkan dua prosedur desain kap lampu duduk, yang pertama untuk membangun kap lampu duduk dengan alas segidelapan beraturan dan kedua untuk membangun kap lampu duduk dari bangun dasar balok. Prosedur pertama langkah-langkahnya sebagai berikut. Pertama, menetapkan jarak titik berat ke titik sudut alas kap lampu duduk serta tinggi dari kap lampu tersebut. Kedua, menetapkan jumlah, jenis, dan tinggi benda solid pembangun kap lampu. Ketiga, membangun segmen-segmen garis pada bidang *XOZ* dan *YOZ* dengan titik puncak

yang sama terletak pada sumbu Z dan titik pangkal berjarak sama terhadap sumbu Z. Selanjutnya mengkonstruksi kap lampu duduk dari data yang dihasilkan pada langkah pertama dan kedua dengan batas terluar masing-masing benda solid adalah segmen garis yang dihasilkan pada langkah ketiga. Sedangkan prosedur kedua langkah-langkahnya sebagai berikut. Pertama, menetapkan panjang sisi alas dan tinggi balok serta jenis benda solid yang terletak pada sisi samping dan sisi atas balok. Kedua, menetapkan panjang sisi alas atas dan bawah potongan limas atau bagian potongan dan tinggi tabung. Selanjutnya mengkonstruksi kap lampu duduk dari bangun dasar balok dari data yang dihasilkan pada langkah pertama dan kedua. Dari prosedur yang diperkenalkan, dapat disimpulkan bahwa prosedur tersebut cukup efektif untuk operasi konstruksi kap lampu duduk. Selain itu proses perhitunganya memberikan fasilitas untuk mengubah ketinggian kap lampu ataupun ketinggian masing-masing benda solidnya.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul ”Desain Kap Lampu Duduk Melalui Penggabungan Benda-benda Geometri Ruang”. Skripsi ini disusun guna memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember. Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bagus Juliyanto, S.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si. dan Ika Hesti Agustin, S.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini;
3. teman-teman Faku ltas MIPA: Mamang, Koko, Wenang, Andika, Mika, Bibie, Asti, Reni, Ansori, Doni, Ruly, Angga, David, Tria, Yuli Didik, Tacul, Ike, Lala, Sabdo, Landi, Revi, Sandi, serta yang lainnya, terima kasih atas kebersamaan selama waktu kuliah dan telah memberikan semangat dan motivasi;
4. teman-teman kosan Widya 64: mbak Pon, mbah Meng, mas Hendro, Endi, Ardie, Fajar, Irfan, Badrul, Jack, Deeto, Reza, Herman, Andi Kupret, Bambang, Bayu, Rendi, serta yang lainnya, terima kasih atas canda tawanya, kebersaman, dan telah menjadi keluarga selama berada di Jember, semoga kita dipertemukan lagi dalam keadaan yang lebih baik (amin).

Penulis juga menerima kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Amin.

Jember, Januari 2011 Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

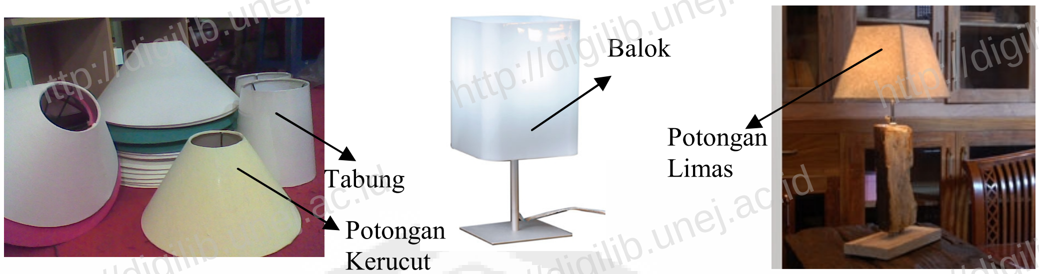
BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Setiap ruangan di dalam rumah memerlukan lampu. Salah satu jenis lampu ruangan rumah dapat berupa lampu duduk. Dengan pemilihan ukuran yang tepat lampu duduk dapat ditempatkan di beberapa ruangan, sehingga dapat membuat atmosfer ruangan menjadi sejuk dipandang. Hal ini membuat di beberapa ruangan diperlukan lampu duduk guna menghiasi ruangan dan menambah keindahan ruangan tersebut.

Salah satu bagian lampu duduk yang memiliki peranan penting yaitu kap lampu. Kap lampu duduk diletakkan pada bagian sektor paling atas dari lampu duduk tersebut guna menyelubungi lampu, sehingga sinar lampu dapat menjadi homogen dan tidak menyilaukan mata. Bentuk kap lampu duduk dapat berupa keratan kerucut, keratan bola, keratan tabung, atau bentuk lain dari benda-benda geometris. Pada kap lampu duduk dari keratan kerucut, secara umum bentuknya masih sangat sederhana, terdiri atas selimut kerucut dengan bagian alas atau bagian atasnya berlubang. Demikian juga untuk kap lampu duduk dari keratan bola, bentuknya terdiri dari permukaan bagian bola yang terpotong oleh dua bidang yang sejajar. Untuk lebih lanjut pembuatan kap lampu duduk memerlukan studi tentang aspek fisis maupun geometris.

Saat ini, bentuk kap lampu duduk masih monoton pada satu jenis potongan benda geometri ruang (Gambar 1.1). Hasil desain atau produk industri menunjukkan bahwa kebanyakan bentuk kap lampu duduk masih sederhana, belum banyak dilakukan inovasi bentuk. Di samping itu, umumnya teknik desain yang digunakan masih menggunakan cara konvensional (manual) dan hanya sekedar mencontoh dari yang sudah ada. Sehubungan dengan keadaan yang ada tersebut, penulis tertarik untuk melakukan studi tentang pengembangan model kap lampu duduk dengan memanfaatkan teknik-teknik penggabungan dan transformasi objek-objek geometri dasar. Adapun rumusan permasalahanya adalah sebagai berikut.



Sumber: http://indonetwork.co.id/

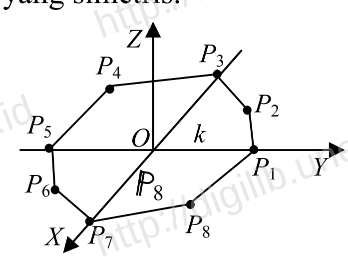
(a) Tabung dan potongan kerucut (b) Balok (c) Potongan limas segiempat

Gambar 1.1 Kap lampu duduk dari benda-benda geometris

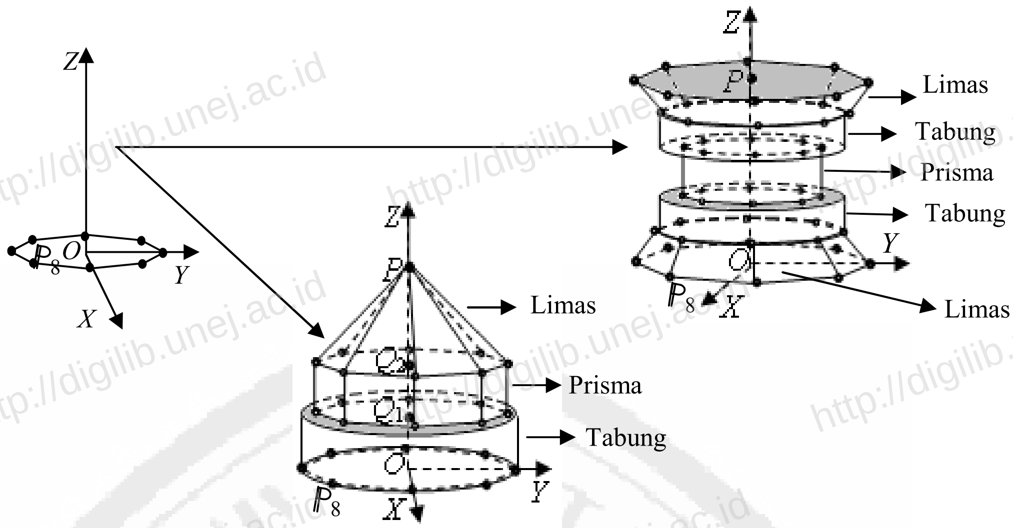
1. 2 Perumusan Masalah

Dari beberapa kendala yang dijelaskan pada bagian latar belakang dalam penelitian ini diajukan dua persoalan berikut.

a. Misalkan diketahui sistem koordinat Cartesius XYZ, pada bidang XOY terletak poligon segidelapan beraturan dinotasikan $\mathbb{P}_8 = [P_1P_2...P_8]$ dengan titik beratnya $O(0,0,0)$ dan titik sudut P_1 di sumbu Y positif. Jarak titik berat $\mathbb{P}_8$ ke titik sudut-titik sudutnya adalah k (Gambar 1.2). Persoalannya adalah bagaimana mendesain beragam bentuk kap lampu duduk yang tersusun tegak dari komposisi prisma, limas, atau tabung bersumbu simetris OZ beralaskan $\mathbb{P}_8$ (Gambar 1.3). Dalam hal ini pemilihan alas $\mathbb{P}_8$ didasarkan atas sifat-sifat terhadap sumbu koordinat X dan Y, sehingga jika dilihat dari berbagai sudut akan nampak menjadi simetris. Demikian juga untuk prisma tegak maupun limas tegak yang dibangun melalui $\mathbb{P}_8$ akan diperoleh bentuknya yang simetris.

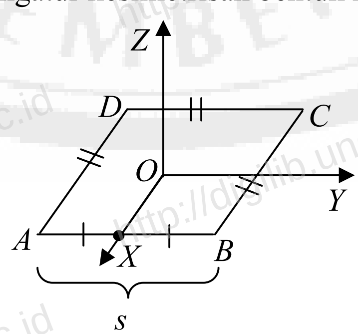


Gambar 1.2 Segidelapan beraturan pada bidang XOY

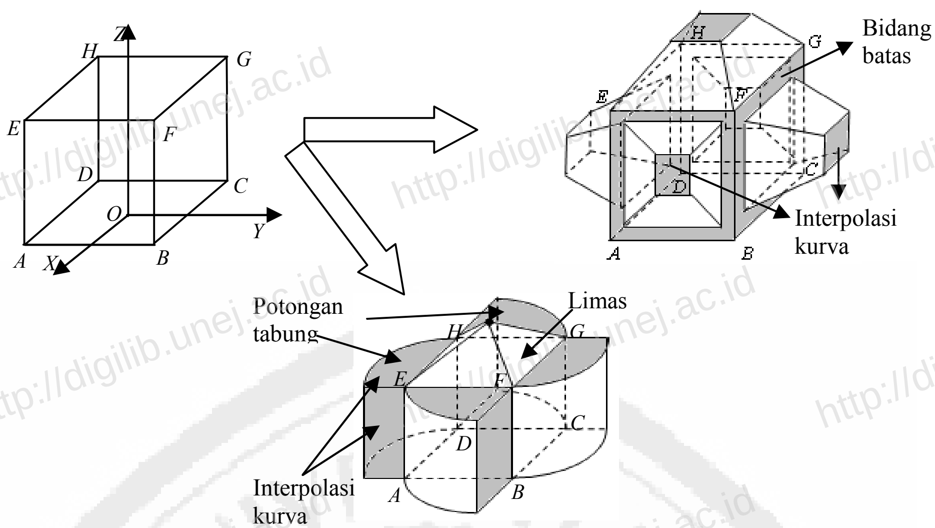


Gambar 1.3 Kap lampu duduk dari komposisi keratan prisma, limas, atau tabung

b. Misalkan pada koordinat Cartesius *XYZ* diketahui persegi *ABCD* pada bidang *XOY* bertitik berat di *O*(0,0,0) dengan titik tengah $\overline{AB}$ berada di sumbu *X* positif dan panjang $\overline{AB}$ adalah *s* (Gambar 1.4). Persoalannya adalah bagaimana mendesain beragam bentuk kap lampu duduk bersumbu simetris putar sumbu *Z* terbangun dari bangun dasar balok *ABCDEFGH* dengan mengggabungan bentuk-bentuk potongan limas tegak, tabung, ataupun bola (Gambar 1.5). Dalam hal ini hanya dibangun kerangka balok yang diasumsikan sebagai balok dan pemilihan balok dipakai sebagai pengatur kesimetrisan bentuk kap lampu duduk.



Gambar 1.4 Persegi pada bidang *XOY* di ruang



Gambar 1.5 Kap lampu duduk dari bangun dasar balok

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah:

a. mendapatkan prosedur desain kap lampu duduk dari gabungan potongan prisma, limas, atau tabung bersumbu simetris *OZ* dan beralaskan segidelapan beraturan, sehingga bentuknya menjadi simetris dan variatif;
b. mendapatkan prosedur desain kap lampu duduk bersumbu simetris putar sumbu *Z* dari bangun dasar balok, dengan menggabungkan potongan benda-benda ruang seperti limas, tabung, dan bola.

1.4 Manfaat

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dalam penelitian ini antara lain:

a. menambah wawasan dan pengetahuan tentang teknik konstruksi kap lampu duduk melalui bantuan komputer;
b. dapat digunakan sebagai alternatif pembuatan kap lampu duduk yang lebih variatif bentuknya;
c. dapat meningkatkan peluang nilai jual lampu duduk di pasar lokal maupun nasional karena model atau bentuk kap lampu lebih bervariasi.

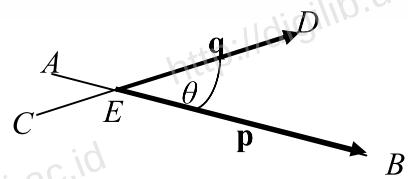
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Sehubungan dengan keperluan mencari solusi permasalahan desain kap lampu duduk beralaskan bentuk segidelapan beraturan dan dari bangun dasar balok, pada bab ini akan disajikan beberapa teori dasar yang berkaitan dengan prosedur membangun benda-benda geometri yang akan digunakan. Teori dasar tersebut meliputi tentang ukuran sudut diantara dua segmen garis, poligon segidelapan beraturan, studi garis dan bidang, serta benda-benda ruang berupa prisma tegak, limas tegak, tabung, dan bola. Hal ini bertujuan untuk mempermudah dalam proses pembuatan beragam desain kap lampu duduk.

2.1 Hitung Sudut di Antara Dua Segmen Garis dan Penyajian Poligon Segidelapan Beraturan

2.1.1 Hitung Sudut di Antara Dua Segmen Garis

Setiap dua segmen garis yang saling berpotongan akan membentuk sudut. Titik perpotongan dua segmen garis tersebut dinamakan titik sudut. Sudut diantara dua segmen garis didefinisikan sebagai sudut terkecil yang dibentuk oleh interseksi kedua segmen garis. Misalkan diketahui segmen garis $\overline{AB}$ dan segmen garis $\overline{CD}$ saling berpotongan pada titik E, maka yang dinamakan ukuran sudut kedua segmen garis adalah $\angle BED$ atau $\angle AEC$ dinotasikan θ (Gambar 2.1).



Gambar 2.1 Ukuran sudut pada dua segmen garis yang saling berpotongan

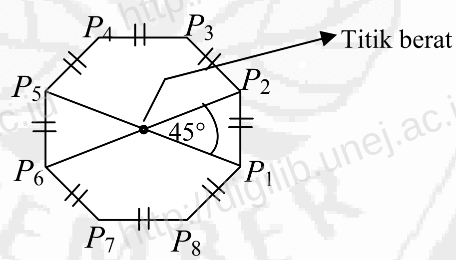
Andaikan pada Gambar 2.1 segmen garis $\overline{AB}$ terdapat vektor $\overrightarrow{EB} = \mathbf{p}$ dan pada $\overline{CD}$ terdapat vektor $\overrightarrow{ED} = \mathbf{q}$, maka besar sudut θ dapat ditentukan dengan perhitungan:

$$Cos\,\theta = \frac{\mathbf{p.q}}{|\mathbf{p}||\mathbf{q}|}$$

$$\theta = arcCos\frac{\mathbf{p.q}}{|\mathbf{p}||\mathbf{q}|}.$$

2.1.2 Penyajian Poligon Segidelapan Beraturan

Poligon adalah himpunan titik-titik P_1, P_2, …, P_{n-1}, P_n dengan ruas-ruas garis $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, ..., $\overline{P_{n-1}P_n}$, $\overline{P_nP_1}$, sedemikian hingga jika dua sebarang ruas garis berpotongan maka akan mempunyai salah satu titik potong dari titik-titik P_1, P_2, …, P_{n-1}, P_n dan tidak ada titik lain (Kusno,2002). Sedangkan poligon segidelapan beraturan adalah poligon yang dibatasi oleh delapan sisi dengan ukuran panjang sama dan besar sudut yang dibangun oleh dua segmen garis yang dibentuk oleh dua titik sudut yang saling berdekatan ke titik berat poligon adalah 45° (Gambar 2.2).



Gambar 2.2 Poligon segidelapan beraturan

Berdasarkan definisi poligon segidelapan tersebut, jika diketahui titik berat poligon di titik $A(0,0,z_1)$ dan terletak pada bidang $z = z_1$ dengan jarak antara titik $A(0,0,z_1)$ ke titik sudut poligon adalah k, maka dapat dibangun poligon segidelapan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Gambar 2.3).

a. Menetapkan titik sudut poligon $P_1(0,k,z_1)$.
b. Merotasikan titik $P_1(0, k, z_1)$ terhadap titik berat dengan sudut rotasi sebesar sudut pusat poligon yaitu 45° menggunakan formula (Juliyanto, 2002:30)

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \\ z_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Cos}\theta & -\text{Sin}\theta & 0 \\ \text{Sin}\theta & \text{Cos}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

dan diperoleh titik $P_2(x_2, y_2, z_1)$.

c. Dengan mempertahankan besar sudut 45^o dan arah rotasi, mengulangi langkah b untuk merotasikan P_2 ke P_3 dan seterusnya sehingga dihasilkan titik $P_3(x_3, y_3, z_1)$, $P_4(x_4, y_4, z_1), \ldots, P_8(x_8, y_8, z_1)$.

d. Membangun poligon segi delapan beraturan dengan cara membuat segmen garis diantara dua buah titik sudut yang saling berdekatan, menggunakan formula (Kusno, 2002:28)

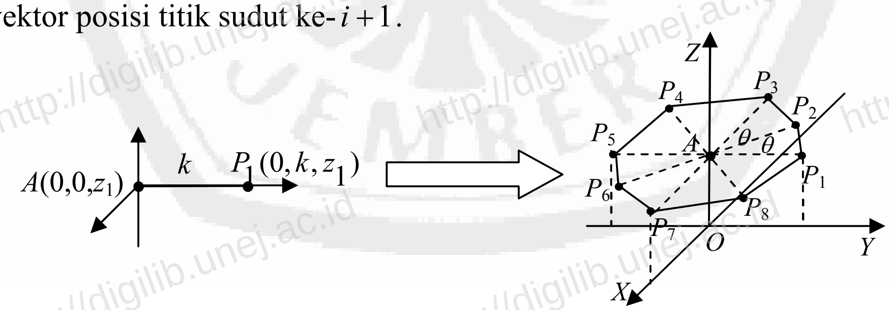
$$(1 - t)\,\mathbf{P}_1(x_1,y_1,z_1) + t\,\mathbf{P}_2(x_2,y_2,z_2) = \mathbf{R}(x,y,z) \tag{2.2}$$

dengan $t \in [0,1]$. $\mathbf{P}_1(x_1,y_1,z_1)$ adalah vektor posisi titik sudut ke-1 dan $\mathbf{P}_2(x_2,y_2,z_2)$ vektor posisi titik sudut ke-2. Sedangkan untuk segmen garis pembangun poligon yang lainnya dibangun menggunakan persamaan

$(1 - t)\,\mathbf{P}_i(x_i,y_i,z_i) + t\,\mathbf{P}_{i+1}(x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1}) = \mathbf{R}(x,y,z)$ untuk $3 \le i < 8$, dan

$(1 - t)\,\mathbf{P}_8(x_8,y_8,z_8) + t\,\mathbf{P}_1(x_1,y_1,z_1) = \mathbf{R}(x,y,z)$ untuk $i = 8$

dengan $\mathbf{P}_i(x_i,y_i,z_i)$ adalah vektor posisi titik sudut ke-i dan $\mathbf{P}_{i+1}(x_{i+1},y_{i+1},z_{i+1})$ adalah vektor posisi titik sudut ke-$i+1$.



Gambar 2.3 Langkah-langkah membangun poligon segidelapan beraturan pada bidang $z = z_1$

Prosedur membangun poligon segidelapan ini selanjutnya dapat dikembangkan untuk membangun poligon segi-n beraturan dengan merubah sudut rotasi pada langkah b dan c dari 45^o menjadi $\dfrac{360^o}{n}$.

2.2 Penyajian Garis dan Bidang di Ruang

2.2.1 Penyajian Garis dan Kedudukan Titik pada Segmen Garis di Ruang

Dalam geometri disebutkan jika terdapat dua titik berbeda di ruang, maka tepat satu garis yang memuat dua titik tersebut. Selanjutnya, setiap garis memuat sedikitnya dua buah titik berbeda. Misalkan diketahui titik $P(x_1,y_1,z_1)$ dan $Q(x_2,y_2,z_2)$ merupakan dua titik berbeda di ruang, maka dapat dicari persamaan garis g yang melalui kedua titik tersebut menggunakan persamaan umum garis di R^3 yaitu

$$g \equiv \frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1};$$ $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$, dan $z_2 - z_1$ tidak semuanya nol (Suryadi, 1986:45). (2.3)

$< x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 >$ adalah vektor $\overrightarrow{PQ}$ yang sejajar dengan garis g dan selanjutnya disebut vektor arah garis g. Adapun jarak (dinotasikan d) dari titik $P(x_1,y_1,z_1)$ ke titik $Q(x_2,y_2,z_2)$ dapat diformulasikan sebagai:

$$d = \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}\ . \tag{2.4}$$

Sedangkan jika terdapat sebarang titik $R(x,y,z)$ terletak pada garis g dan $h\overrightarrow{PQ}$ merupakan perpanjangan vektor $\overrightarrow{PQ}$, maka persamaan parametrik garis g dapat dicari dengan langkah-langkah berikut (Gambar 2.4).

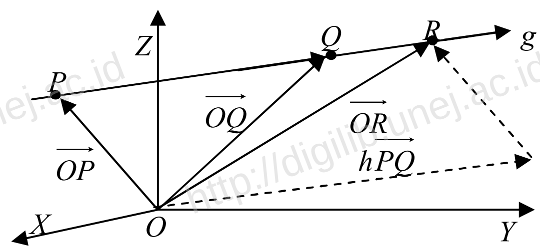
a. Menyatakan vektor posisi titik P, Q dan R, didapatkan

$$\overrightarrow{OP} = < x_1, y_1, z_1 > ;\ \overrightarrow{OQ} = < x_2, y_2, z_2 > ;\ \overrightarrow{OR} = < x, y, z > .$$

b. Menjumlahkan vektor $\overrightarrow{OP}$ dan vektor $h\overrightarrow{PQ}$, didapatkan vektor $\overrightarrow{OR}$ dengan

$$\left.\begin{aligned} x &= x_1 + h(x_2 - x_1) \\ y &= y_1 + h(y_2 - y_1) \\ z &= z_1 + h(z_2 - z_1) \end{aligned}\right\} h \in \text{Real} \tag{2.5}$$

sebagai persamaan parametrik garis g, h adalah parameter dengan $-\infty < h < +\infty$.



Gambar 2.4 Garis *g* di ruang

Jika diketahui titik C terletak pada segmen garis $\overline{PQ}$ dan membagi $\overline{PQ}$ sehingga $\left|\overline{PC}\right| : \left|\overline{CQ}\right| = m : n$ (Gambar 2.5a), maka dapat diperoleh koordinat titik C dengan memandang $\overline{PQ}$ sebagai posisi vektor. Jika **p** adalah vektor posisi titik P, **q** adalah vektor posisi titik Q, dan **c** adalah vektor posisi titik C (Gambar 2.5b), maka

$$\overline{PC} : \overline{CQ} = m : n \;\rightarrow\; \overrightarrow{PC} = \frac{m}{m+n}\overrightarrow{PQ} \text{ dan } \overrightarrow{CQ} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{PQ}$$

$$\mathbf{c} + \overrightarrow{CQ} = \mathbf{q} \;\rightarrow\; \mathbf{c} = \mathbf{q} - \overrightarrow{CQ}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{q} - \frac{n}{m+n}\overrightarrow{PQ}$$

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{m+n}{n}(\mathbf{q} - \mathbf{c}) \text{ dan} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} + \overrightarrow{PC} = \mathbf{p} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{PQ}. \tag{2.7}$$

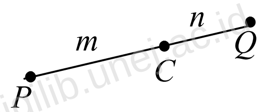
Subtitusikan persamaan (2.6) ke persamaan (2.7), didapatkan

$$\mathbf{c} = \mathbf{p} + \frac{m}{m+n}.\frac{m+n}{n}(\mathbf{q} - \mathbf{c}) = \mathbf{p} + \frac{m}{n}(\mathbf{q} - \mathbf{c})$$

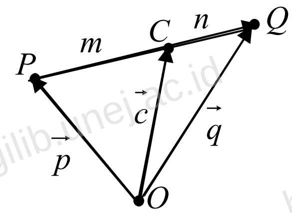
$$\mathbf{c}\left(\frac{m+n}{n}\right) = \mathbf{p} + \frac{m}{n}\mathbf{q}$$

$$\mathbf{c} = \frac{n\mathbf{p} + m\mathbf{q}}{m+n}.$$

Jadi koordinat titik C adalah $\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}, \frac{nz_1 + mz_2}{m+n}\right)$. (2.8)



(a) Titik C pada $\overline{PQ}$



(b) Vektor posisi titik P, C dan Q

Gambar 2.5 Posisi titik pada segmen garis

2.2.2 Penyajian Bidang dan Posisi Titik pada Garis Tegak Lurus Bidang

Bidang dapat dibangun dari tiga buah titik tidak segaris. Misalkan diketahui tiga buah titik $R_1(x_1, y_1, z_1)$, $R_2(x_2, y_2, z_2)$, dan $R_3(x_3, y_3, z_3)$ terletak pada bidang α dan tidak terletak pada satu garis, maka persamaan parametrik bidang α dapat dicari dengan langkah-langkah berikut (Gambar 2.6).

a. Menghitung dua vektor yang terletak pada bidang α dengan memilih titik $R_2(x_2, y_2, z_2)$ sebagai titik pangkalnya, didapatkan

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{R_2R_1} &= < x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2 > \\ \overrightarrow{R_2R_3} &= < x_3 - x_2, y_3 - y_2, z_3 - z_2 >.\end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

b. Menyatakan $h_1\overrightarrow{R_2R_1}$ merupakan perpanjangan vektor $\overrightarrow{R_2R_1}$ dan $h_2\overrightarrow{R_2R_3}$ merupakan perpanjangan vektor $\overrightarrow{R_2R_3}$.

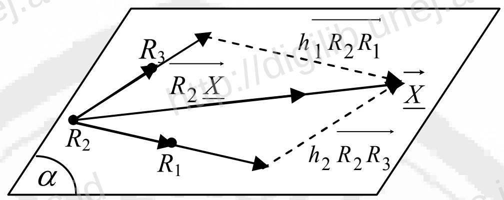
c. Menghitung vektor $\overrightarrow{R_2\underline{X}} = < x - x_1, y - y_1, z - z_1 >$ ($\underline{X} = (x, y, z)$ sebagai titik lain yang terletak pada bidang α) dengan melakukan penjumlahan vektor $h_1\overrightarrow{R_2R_1}$ dan vektor $h_2\overrightarrow{R_2R_3}$, sehingga didapatkan

$$\overrightarrow{R_2\underline{X}} = h_1\overrightarrow{R_2R_1} + h_2\overrightarrow{R_2R_3}$$

$$\begin{bmatrix} x - x_1 \\ y - y_1 \\ z - z_1 \end{bmatrix} = h_1\begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z_1 - z_2 \end{bmatrix} + h_2\begin{bmatrix} x_3 - x_2 \\ y_3 - y_2 \\ z_3 - z_2 \end{bmatrix}$$

$$
\left.\begin{aligned}
x &= x_1 + h_1(x_1 - x_2) + h_2(x_3 - x_2) \\
y &= y_1 + h_1(y_1 - y_2) + h_2(y_3 - y_2) \\
z &= z_1 + h_1(z_1 - z_2) + h_2(z_3 - z_2)
\end{aligned}\right\} h_1, h_2 \in \text{Real} \qquad (2.10)
$$

sebagai persamaan parametrik bidang α dengan h_1 dan h_2 adalah parameter menggunakan batas $-\infty < h_1, h_2 < \infty$.



Gambar 2.6 Bidang α yang dibentuk dari tiga titik tidak segaris

Vektor normal satuan bidang α ($\mathbf{n}_{\alpha_u}$) merupakan vektor yang selalu tegak lurus terhadap bidang α dengan panjang satu satuan. Untuk mencari $\mathbf{n}_{\alpha_u}$ dapat dilakukan dengan mengalisilangkan dua vektor pada persamaan (2.9) dan membaginya dengan panjang hasil kalisilang dua vektor tersebut, didapatkan

$$
\mathbf{n}_{\alpha_u} = \frac{\overrightarrow{R_2R_1} \times \overrightarrow{R_2R_3}}{\left|\overrightarrow{R_2R_1} \times \overrightarrow{R_2R_3}\right|}
$$

$$
\mathbf{n}_{\alpha_u} = \left\langle \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \right\rangle \qquad (2.11)
$$

dengan persamaan a, b, dan c sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
a &= y_1(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_3) + y_3(z_2 - z_1) \\
b &= x_1(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_2) \\
c &= x_1(y_3 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1).
\end{aligned}
$$

Di lain pihak jika terdapat titik $R_4(x_4, y_4, z_4)$ juga terletak pada bidang α, maka dapat dicari koordinat titik $S(x_s, y_s, z_s)$ yang terletak pada garis h tegak lurus bidang α dan melalui titik $R_4(x_4, y_4, z_4)$ dengan panjang $\overrightarrow{R_4S} = l$ melalui langkah-langkah berikut (Gambar 2.7).

a. Menghitung vektor satuan $\overrightarrow{R_4S}$ ($(\overrightarrow{R_4S})_u$), karena $\overrightarrow{R_4S}$ dan vektor normal bidang α sejajar maka

$$(\overrightarrow{R_4S})_u = \mathbf{n}_{\alpha_u} = \frac{<a,b,c>}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}.$$

b. Menghitung vektor posisi titik $S(x_s,y_s,z_s)$, yaitu

$$\overrightarrow{R_4S} = l.\mathbf{n}_{\alpha_u}$$

$$\overrightarrow{OS} = l.\mathbf{n}_{\alpha_u} + \overrightarrow{OR_4}$$

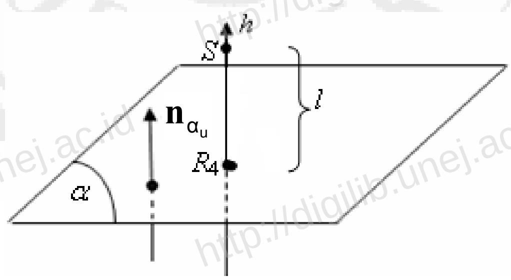
$$\overrightarrow{OS} = \left\langle \frac{l.a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + x_4, \frac{l.b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + y_4, \frac{l.c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + z_4 \right\rangle.$$

c. Menghitung koordinat titik $S(x_s,y_s,z_s)$, karena $\overrightarrow{OS}\,(x_s,y_s,z_s)$ adalah vektor posisi titik $S(x_s,y_s,z_s)$, maka

$$S = \left(\frac{l.a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + x_4, \frac{l.b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + y_4, \frac{l.c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} + z_4 \right) \tag{2.12}$$

dengan persamaan a, b, dan c sebagai berikut:

$$a = y_1(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_3) + y_3(z_2 - z_1)$$
$$b = x_1(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_2)$$
$$c = x_1(y_3 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1).$$



Gambar 2.7 Posisi titik pada garis tegak lurus bidang

2.2.3 Penyajian Bidang Segiempat dan Segitiga

Bidang segiempat dan segitiga merupakan bidang datar yang dibatasi dengan masing-masing empat dan tiga buah sudut. Beberapa contoh bidang segiempat adalah bidang trapesium dan layang-layang. Sehubungan dengan keperluan studi ini kita bahas membentuk bidang trapesium berikut. Jika diketahui empat buah titik berbeda $S_1(x_1,y_1,z_1)$, $S_2(x_2,y_2,z_2)$ terletak pada garis g_1 dan $S_3(x_3,y_3,z_3)$, $S_4(x_4,y_4,z_4)$ terletak pada garis g_2 dengan $g_1 // g_2$ (Gambar 2.8a), maka dapat dibuat sebuah bidang trapesium (segiempat) dengan titik-titik tersebut sebagai titik sudut bidang menggunakan tahapan berikut (Gambar 2.8).

a. Membuat segmen garis dari masing-masing kedua titik tersebut menggunakan persamaan (2.2), sehingga didapatkan dua segmen garis yang sejajar yaitu $\overline{S_1S_2}$ dan $\overline{S_3S_4}$.

b. Menginterpolasi kedua segmen garis menggunakan persamaan interpolasi dua kurva (Kusno, 2003:36)

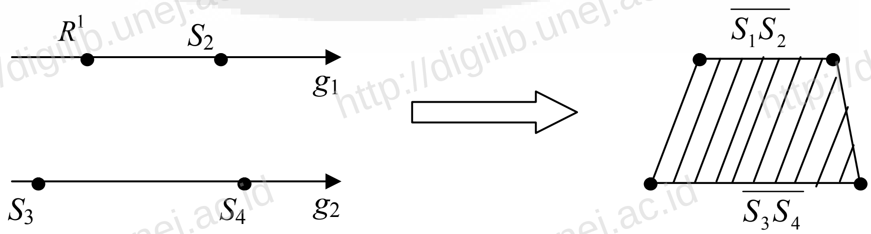
$$\mathbf{S}(u,v) = (1-v)\,\mathbf{C}_1(u) + v\,\mathbf{C}_2(u) \qquad (2.13)$$

dengan $\mathbf{C}_1(u) = \overrightarrow{S_1S_2}(u)$ dan $\mathbf{C}_2(u) = \overrightarrow{S_3S_4}(u)$, didapatkan

$$\mathbf{S}(u,v) = (1-v)\,\overrightarrow{S_1S_2}(u) + v\,\overrightarrow{S_3S_4}(u) \qquad (2.14)$$

dengan $0 \le u \le 1$ dan $0 \le v \le 1$, u dan v adalah parameter.

c. Terbangun bidang segiempat $\mathbf{S}(u,v)$ dengan titik sudutnya $S_1(x_1,y_1,z_1)$, $S_2(x_2,y_2,z_2)$, $S_3(x_3,y_3,z_3)$, dan $S_4(x_4,y_4,z_4)$.



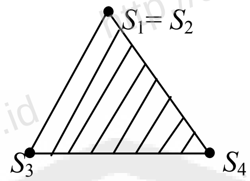
(a) Posisi titik pada garis yang sejajar (b) Bidang $S_1S_2S_3S_4$ dari hasil interpolasi

Gambar 2.8 Tahapan pembuatan bidang segiempat

Dalam kasus $S_1 = S_2$, didapatkan sebuah bidang segitiga dalam bentuk (Gambar 2.9)

$$\mathbf{S}(u,v) = (1-v)\ \overrightarrow{OS_1}\ (u) + v\ \overrightarrow{S_3S_4}\ (u) \tag{2.15}$$

dengan $0 \le u \le 1$ dan $0 \le v \le 1$, u dan v adalah parameter.

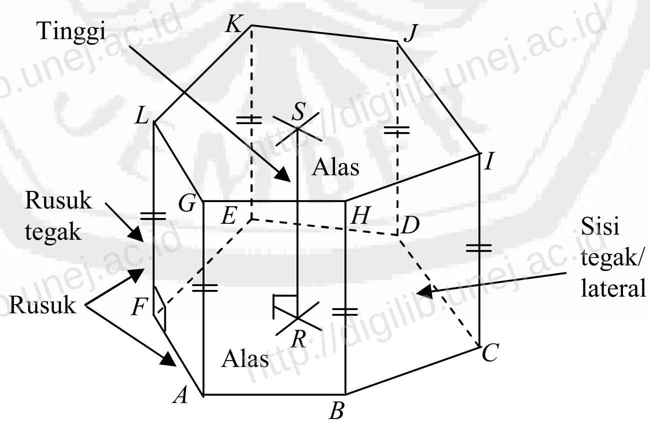


Gambar 2.9 Bidang segitiga dari hasil interpolasi

2.3 Penyajian Benda-Benda Ruang

2.3.1 Penyajian Prisma Tegak

Prisma adalah polihedron yang dibatasi oleh dua bidang sejajar dan beberapa bidang perpotongan dengan garis-garis potong sejajar (Juliyanto, 2002:5). Bagian bidang yang memotong dua bidang sejajar (alas prisma) disebut sisi lateral (tegak) dari prisma. Sedangkan garis-garis potong yang sejajar adalah rusuk prisma. Suatu prisma dikatakan prisma tegak jika rusuk-rusuk tegaknya tegak lurus terhadap bidang alas. Tinggi prisma ditentukan oleh jarak antara dua bidang sejajar. Pada Gambar 2.10, tinggi dari prisma adalah $\overline{RS}$ ($\overline{RS}$ tegak lurus alas).



Gambar 2.10 Prisma tegak dan bagian-bagiannya

Jika diketahui sebuah poligon segiempat dengan titik sudutnya $P(x_1, y_1, z_1)$, $Q(x_2, y_2, z_2)$, $R(x_3, y_3, z_3)$, dan $S(x_4, y_4, z_4)$, maka dapat dibuat sebuah prisma tegak segiempat dengan tinggi prisma adalah *t* melalui tahapan berikut.

a. Menetapkan tiga titik *P*, *Q*, *R* dan vektor-vektor $\overrightarrow{PQ}$ dan $\overrightarrow{RQ}$ dengan

$$\overrightarrow{PQ} = < x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 > \text{ dan } \overrightarrow{RQ} = < x_2 - x_3, y_2 - y_3, z_2 - z_3 > .$$

b. Menghitung vektor normal satuan bidang alas ($\mathbf{n}_{\alpha_u}$) menggunakan formula (2.11), didapatkan

$$\mathbf{n}_{\alpha_u} = \left\langle \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right\rangle = < a_1, a_2, a_3 >$$

dengan persamaan *a*, *b*, dan *c* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a &= y_1(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_3) + y_3(z_2 - z_1) \\ b &= x_1(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_2) \\ c &= x_1(y_3 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1). \end{aligned}$$

c. Mentranslasikan poligon tersebut setinggi *t* dengan arah sejajar $\mathbf{n}_{\alpha_u} = < a_1, a_2, a_3 >$, didapatkan alas atas prisma bertitik sudut P^1, Q^1, R^1, dan S^1 dengan formula

$$\overrightarrow{OP^1} = \overrightarrow{OP} + t\,\mathbf{n}_{\alpha_u} \Rightarrow \overrightarrow{OP^1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OQ^1} = \overrightarrow{OQ} + t\,\mathbf{n}_{\alpha_u} \Rightarrow \overrightarrow{OQ^1} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OR^1} = \overrightarrow{OR} + t\,\mathbf{n}_{\alpha_u} \Rightarrow \overrightarrow{OR^1} = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OS^1} = \overrightarrow{OS} + t\,\mathbf{n}_{\alpha_u} \Rightarrow \overrightarrow{OS^1} = \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}.$$

d. Menginterpolasi pasangan segmen garis menggunakan formula (2.13), didapatkan empat bidang persegi panjang (Gambar 2.11a) dengan persamaan masing-masing

$$\mathbf{S}_{PQP^1Q^1}(u,v) = (1\text{-}v)\ \overrightarrow{PQ}(u) + v\ \overrightarrow{P^1Q^1}(u)$$

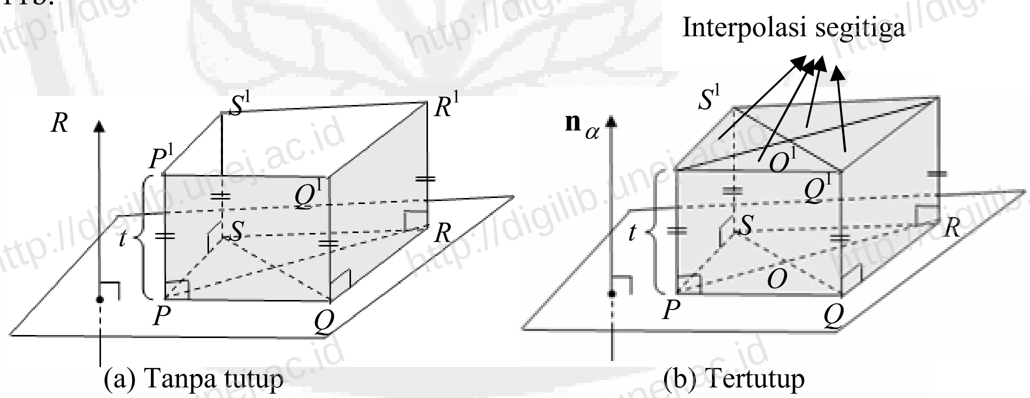
$$\mathbf{S}_{QRQ^1R^1}(u,v) = (1\text{-}v)\ \overrightarrow{QR}(u) + v\ \overrightarrow{Q^1R^1}(u)$$

$$\mathbf{S}_{RSR^1S^1}(u,v) = (1\text{-}v)\ \overrightarrow{RS}(u) + v\ \overrightarrow{R^1S^1}(u)$$

$$\mathbf{S}_{SPS^1P^1}(u,v) = (1\text{-}v)\ \overrightarrow{SP}(u) + v\ \overrightarrow{S^1P^1}(u)$$

dengan $0 \le u \le 1$ dan $0 \le v \le 1$, u dan v adalah parameter.

e. Menginterpolasi segitiga untuk mendapatkan alas atas dan alas bawah prisma, sehingga terbangun prisma tegak segiempat $PQRS\ P^1Q^1R^1S^1$ seperti pada Gambar 2.11b.

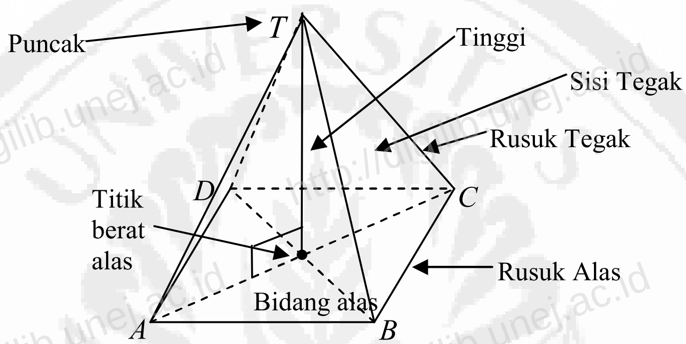


Gambar 2.11 Prisma tegak segiempat

Selanjutnya prosedur untuk membangun prisma tegak segiempat ini juga dapat dikembangkan untuk membangun prisma tegak segidelapan.

2.3.2 Penyajian Limas

Limas adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah bidang segi-n (bidang alas) dan n buah bidang segitiga (sisi tegak) yang memiliki satu titik sudut persekutuan (puncak) seperti pada Gambar 2.12. Rusuk-rusuk yang memiliki puncak merupakan rusuk tegak dan sisi dari bidang segi-n merupakan rusuk alas yang membentuk poligon. Suatu limas dikatakan limas tegak jika tingginya adalah dari titik berat alas ke titik puncak limas. Unsur-unsur yang perlu diketahui pada limas dapat dijelaskan pada gambar berikut.



Gambar 2.12 Limas tegak segiempat *T-ABCD* dan bagian-bagiannya

Jika diketahui persegi panjang (poligon segiempat) atau poligon segidelapan beraturan bertitik sudut $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$, . . . , $P_n(x_n, y_n, z_n)$ dengan $n = 4$ atau $n = 8$, maka dapat dibangun sebuah limas segi-n dengan ketinggian t melalui tahapan berikut (Gambar 2.13).

a. Menghitung titik perpotongan diagonal alas, yaitu:

1. untuk limas persegi panjang

$$\text{titik perpotongan diagonal} = P_d\left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2}, \frac{z_1 + z_3}{2}\right);$$

2. untuk limas segidelapan beraturan

$$\text{titik perpotongan diagonal} = P_d\left(\frac{x_1 + x_5}{2}, \frac{y_1 + y_5}{2}, \frac{z_1 + z_5}{2}\right).$$

b. Menghitung posisi titik puncak limas $T(x_t, y_t, z_t)$ dengan ketinggian t dari titik P_d menggunakan persamaan (2.12), didapatkan:

1. untuk limas persegi panjang

$$T(x_t, y_t, z_t) = T\left(\frac{t.a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{t\ .b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{y_1 + y_3}{2}, \frac{t\ .c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{z_1 + z_3}{2}\right);$$

2. untuk limas segidelapan beraturan

$$T(x_t, y_t, z_t) = T\left(\frac{t.a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{x_1 + x_5}{2}, \frac{t.b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{y_1 + y_5}{2}, \frac{t.c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{z_1 + z_5}{2}\right)$$

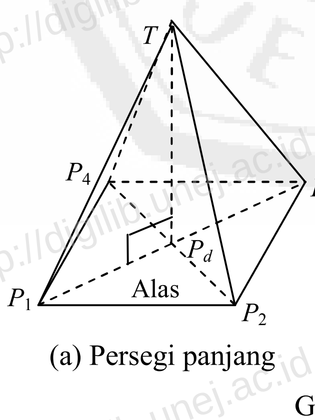
dengan persamaan a, b, dan c sebagai berikut:

$$a = y_1(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_3) + y_3(z_2 - z_1)$$
$$b = x_1(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_2)$$
$$c = x_1(y_3 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1).$$

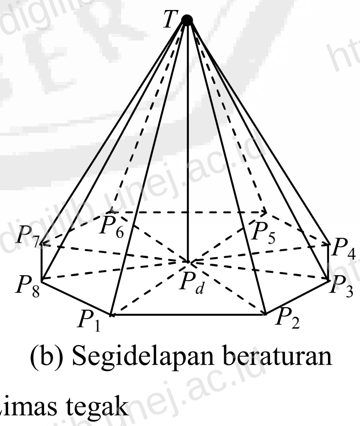
c. Membangun permukaan limas segi-n, yaitu:

1. menginterpolasi masing-masing rusuk alas terhadap titik $T(x_t, y_t, z_t)$ menggunakan formula (2.15);
2. menginterpolasi segitiga untuk mendapatkan alas limas.

d. Terbangun limas tegak segi-n seperti pada Gambar 2.13.



(a) Persegi panjang



(b) Segidelapan beraturan

Gambar 2.13 Limas tegak

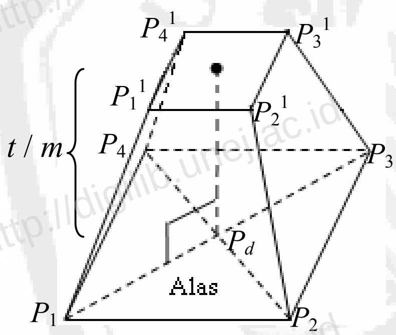
Di lain pihak jika diinginkan suatu potongan limas yang dipotong secara tegak lurus terhadap $\overline{TP_d}$ dengan tinggi t/m dari alas limas, maka dapat dilakukan menggunakan langkah-langkah berikut (Gambar 2.14).

a. Menghitung koordinat titik sudut bidang potongan limas P_1^1, P_2^1, . . . , P_n^1 menggunakan persamaan (2.8), didapatkan

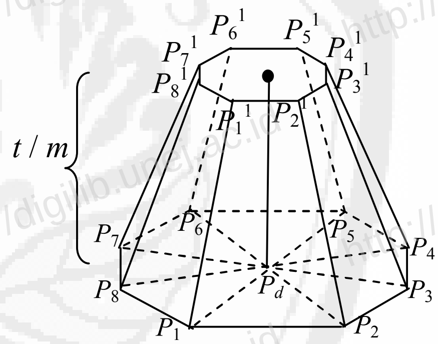
$$P_i^1(x_i^1, y_i^1, z_i^1) = P_i^1\left(\frac{(m-t).x_i + t\ .x_t}{m.t}, \frac{(m-t).y_i + t.y_t}{m.t}, \frac{(m-t).z_i + t.z_t}{m.t}\right),$$

dengan $i = 1,2,...,n$. (2.16)

b. Menginterpolasi segitiga untuk mendapatkan alas atas limas dari hasil potongan dan didapatkan keratan limas tegak seperti pada Gambar 2.14.



(a) Persegi panjang

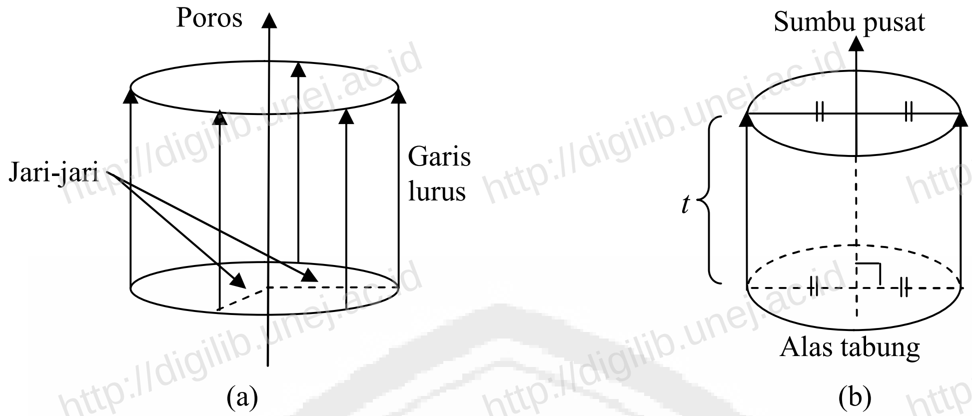


(b) Segidelapan beraturan

Gambar 2.14 Potongan limas tegak

2.3.3 Penyajian Tabung Tegak

Menurut Suryadi (1986:105), tabung dapat dibangun oleh garis lurus yang sejajar dengan garis lurus tertentu (poros) yang bergerak sejajar dengan jarak konstan yang disebut jari-jari (Gambar 2.15a). Tabung juga dapat diartikan sebagai benda ruang yang berasal dari lingkaran sebagai alas tabung yang bergerak secara paralel terhadap sumbu pusat sepanjang t. Suatu tabung dikatakan tabung tegak jika poros ataupun sumbu pusatnya tegak lurus terhadap alas (Gambar 2.15b).



Gambar 2.15 Tabung tegak

Jika diketahui sebuah tabung tegak dengan pusat alas $P_1(x_1, y_1, z_1)$ jari-jari r dan tinggi t, maka dapat dicari persamaan parametrik tabung sebagai berikut.

a. Jika alas terletak pada bidang $z = z_1$ dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu Z, maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut (Gambar 2.16):

   1. menentukan persamaan parametrik lingkaran dengan pusat $P_1(x_1, y_1, z_1)$ jari-jari r dan terletak pada bidang $z = z_1$, yaitu

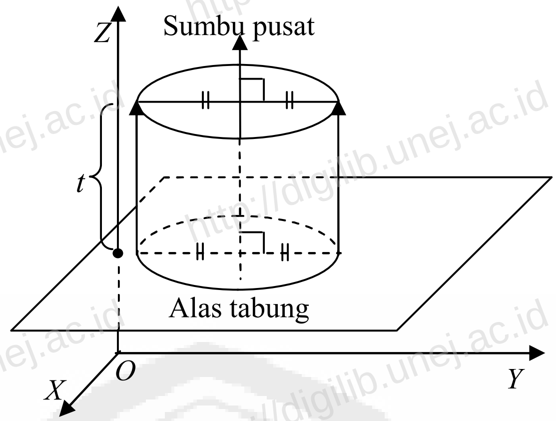
   $$\mathbf{L}(\theta) = \langle r\cos\theta + x_1, r\sin\theta + y_1, z_1 \rangle \qquad (2.17)$$

   dengan $0 \le \theta \le 2\pi$, θ adalah parameter dan r suatu konstanta real;

   2. mentranslasikan lingkaran dari z_1 sampai $z_1 + t$, maka terbentuk sebuah tabung dengan persamaan parametrik

   $$\mathbf{T}(\theta, z) = \langle r\cos\theta + x_1, r\sin\theta + y_1, z \rangle \qquad (2.18)$$

   dengan $0 \le \theta \le 2\pi$ dan $z_1 \le z \le z_1 + t$; θ, z adalah parameter dan x_1, y_1, z_1, r adalah suatu konstanta real.



Gambar 2.16 Tabung dengan sumbu pusat sejajar sumbu Z

b. Jika alas terletak pada bidang $x = x_1$ dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu X, maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan mengulangi langkah a dan didapatkan

$$\mathbf{T}(\theta, x) = \langle x, r\sin\theta + y_1, r\cos\theta + z_1 \rangle \tag{2.19}$$

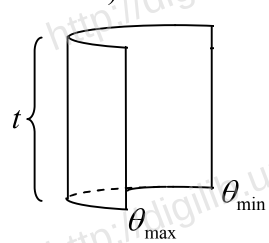
dengan $0 \le \theta \le 2\pi$ dan $x_1 \le x \le x_1 + t$; θ, x adalah parameter dan x_1, y_1, z_1, r adalah suatu konstanta real.

c. Jika alas terletak pada bidang $y = y_1$ dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu Y, maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan juga mengulangi langkah a dan didapatkan:

$$\mathbf{T}(\theta, y) = \langle r\cos\theta + x_1, y, r\sin\theta + z_1 \rangle \tag{2.20}$$

dengan $0 \le \theta \le 2\pi$ dan $y_1 \le y \le y_1 + t$; θ, y adalah parameter dan x_1, y_1, z_1, r adalah suatu konstanta real.

Berikut ini adalah contoh potongan tabung yang dipotong sejajar sumbu pusat dengan $\theta_{min} \le \theta \le \theta_{max}$ dan tinggi t (Gambar 2.17).



Gambar 2.17 Potongan tabung

2.3.4 Penyajian Bola

Bola adalah tempat kedudukan titik-titik dalam ruang yang berjarak sama terhadap titik tertentu. Titik tertentu tersebut disebut pusat bola, ruas garis dari pusat ke titik pada bola disebut jari-jari. Semua ruas garis penghubung dua titik pada bola yang melalui pusat disebut diameter (garis tengah). Pada bagian ini dijelaskan mengenai persamaan bola dalam bentuk parametrik.

Jika diketahui sebarang titik $P(x,y,z)$ pada bola dengan pusat $Q(a,b,c)$ dan $\left|\overline{PQ}\right| = r$, maka bentuk persamaan parametrik bola dapat dicari dengan langkah-langkah berikut (Gambar 2.18).

a. Membuat sistem koordinat $X_1Y_1Z_1$ dengan sumbu X_1, Y_1, Z_1 masing-masing sejajar dengan sumbu X, Y, Z dan berpotongan di titik $Q(a,b,c)$.

b. Menghitung vektor $\overrightarrow{QR}$ (lihat Gambar 2.18), dengan titik R merupakan proyeksi titik P pada bidang $Z_1 = c$, yaitu

$$\overrightarrow{QR} = < r.\sin\phi.\cos\theta, r.\sin\phi.\sin\theta, 0 > .$$

c. Menghitung vektor $\overrightarrow{RP} = < 0,0,r.\cos\phi >$ dan vektor $\overrightarrow{QP} = < x-a, y-b, z-c >$.

d. Menghitung nilai x, y dan z, yaitu

$$\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP}$$

$$\overrightarrow{QP} = < r.\sin\phi.\cos\theta, r.\sin\phi.\sin\theta, 0 > + < 0,0,\cos\phi >$$

$\overrightarrow{QP} = < r.\sin\phi.\cos\theta, r.\sin\phi.\sin\theta, r.\cos\phi >$, karena $\overrightarrow{QP} = < x-a, y-b, z-c >$, maka

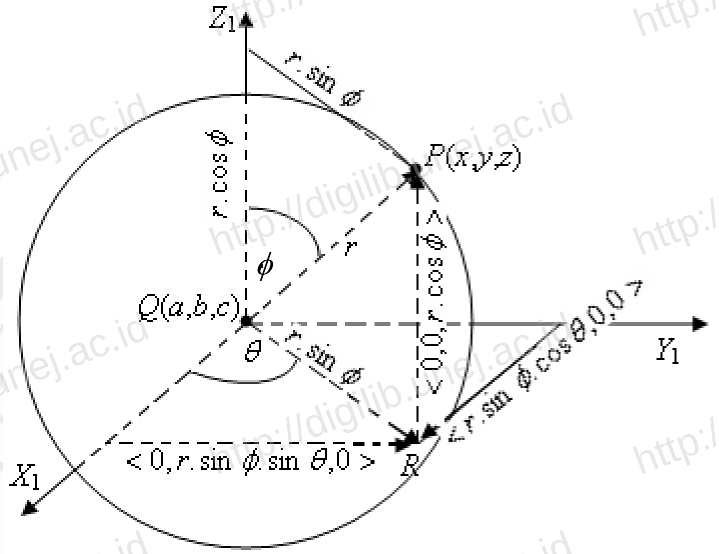
$$< x-a, y-b, z-c > = < r.\sin\phi.\cos\theta, r.\sin\phi.\sin\theta, r.\cos\phi >$$

$$x = r.\sin\phi.\cos\theta + a \;;$$
$$y = r.\sin\phi.\sin\theta + b \;;$$
$$z = r.\cos\phi + c.$$

e. Menyatakan persamaan parametrik bola dengan pusat $Q(a,b,c)$ dan jari-jari r, yaitu

$$\mathbf{B}(\phi,\theta) = \langle r\ \sin\phi\cos\theta + a,\ r\ \sin\phi\sin\theta + b,\ r\cos\phi + c\rangle \tag{2.21}$$

dengan ϕ dan θ adalah parameter menggunakan batas $0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \phi \le \pi$, sedangkan r, a, b, dan c adalah suatu konstanta real.



Gambar 2.18 Bola dengan pusat $Q(a,b,c)$ dan jari-jari r

Berikut disajikan bentuk parametrik persamaan bola dengan sumbu pusat Y, yaitu

$$\mathbf{B}(\phi,\theta) = \langle r\ \sin\phi\cos\theta + a,\ r\cos\phi + c,\ r\ \sin\phi\sin\theta + b\rangle; \tag{2.22}$$

dan persamaan parametrik bola dengan sumbu pusat X, yaitu

$$\mathbf{B}(\phi,\theta) = \langle\ r\cos\phi + c,\ r\ \sin\phi\cos\theta + a,\ r\ \sin\phi\sin\theta + b\rangle. \tag{2.23}$$

Di lain pihak jika diinginkan suatu potongan bola dengan pusat $Q(a,b,c)$ yang dipotong tegak lurus terhadap sumbu pusat, maka potongan bola dapat ditentukan melalui persamaan (2.21), (2.22), atau (2.23) dengan parameter $0 \le \theta \le 2\pi$ dan $\phi_{\min} \le \phi \le \phi_{\max}$ serta

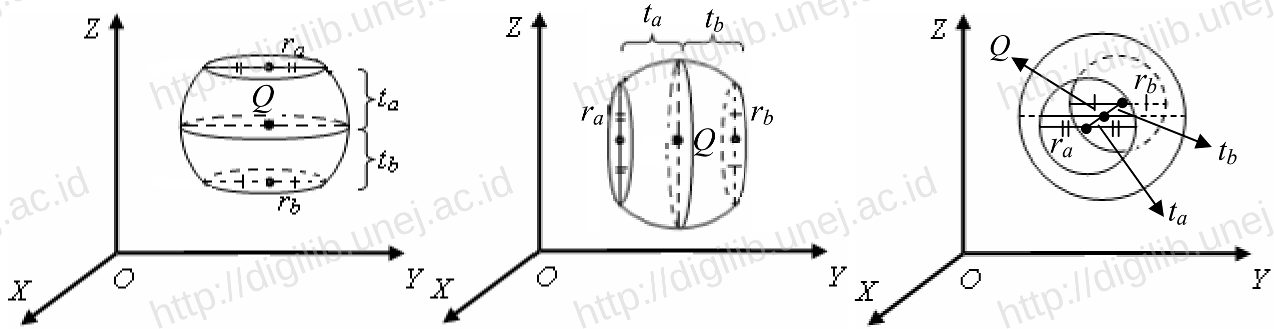
jari-jari atas $= r_a = r*\sin(\phi_{\min})$,

jari-jari bawah $= r_b = r*\sin(\phi_{\max})$,

tinggi atas $= t_a = r*\cos(\phi_{\min})$,

tinggi bawah $= t_b = r*\cos(\phi_{\max})$.

Hasil dari bentuk potongan bola dengan sumbu pusat Z, Y, dan X masing-masing ditunjukkan pada Gambar 2.19a,b,c.



(a) Sumbu pusat Z (b) Sumbu pusat Y (c) Sumbu pusat X

Gambar 2.19 Potongan bola dengan pusat $Q(a,b,c)$

2.4 Kontruksi Objek Dasar pada Program Maple 8

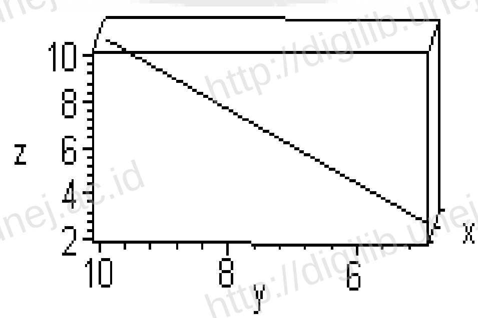
Pada subbab ini disajikan beberapa contoh bahasa pemrograman untuk mengkonstruksi objek geometri menggunakan *software* Maple 8. Adapun contoh programnya sebagai berikut.

a. Mengkonstruksi segmen garis

Untuk membangun segmen garis $\overline{AB}$ dengan koordinat titik ujung-titik ujungnya adalah $A(2,5,2)$ pada saat nilai t=0 dan $B(2,10,10)$ pada saat nilai t=1, dapat dituliskan dengan *script* program

```
AB:=plot3d([(1-t)*2+t*2,(1-t)*5+t*10,(1-t)*2+t*10],
t=0..1,v=0..1).
```

Hasil dari program tersebut ditunjukan pada Gambar 2.20.

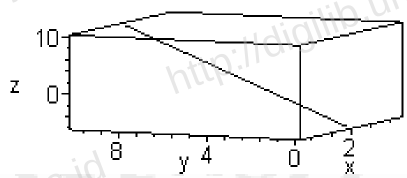


Gambar 2.20 Segmen garis pada program Maple 8

b. Mengkonstruksi garis

```
AB:=plot3d([2+h*(2-2),5+h*(10-5),2+h*(10-2)],h=-1..1,
v=0..1):
```

Artinya, membangun garis AB yang dibentuk dari titik-titik $A(2,5,2)$ dan $B(2,10,10)$ dengan menampilkan panjangnya adalah $h.\left|\overline{AB}\right|$ (h =1-(-1)=2), seperti ditunjukkan pada Gambar 2.21.

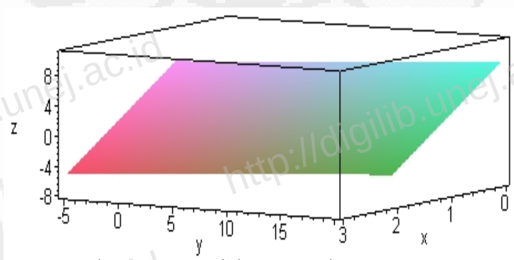


Gambar 2.21 Garis pada program Maple 8

c. Mengkonstruksi bidang

Misalkan terdapat koordinat titik $A(2,5,2)$, $B(2,10,10)$, dan $C(5,5,5)$, dapat dibangun sebuah bidang $ABCD$ (Gambar 2.22) dengan contoh *script* programnya adalah

```
ABC:=plot3d([2+h1*(2-2)+h2(5-2),5+h1*(5-10)+h2*(5-10),
2+h1*(2-10)+h2(5-10)],h1=-1..1,h2=-2..1).
```



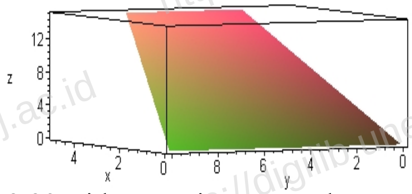
Gambar 2.22 Bidang pada program Maple 8

d. Mengkonstruksi bidang segiempat

Berikut disajikan *script* program untuk membangun bidang segiempat dengan titik sudut-titik sudutnya $A(0,0,0)$, $B(0,10,0)$, $C(5,2,15)$, dan $D(5,7,15)$ menggunakan interpolasi dua segmen garis, yaitu

```
B4:=plot3d([(0)*(1-v)+(5)*v,((10*u))*(1-v)+((5*u)+2)*v,
(1-v)*(0)+v*15],u=0..1,v=0..1).
```

Sedangkan untuk hasil dari program tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.23.



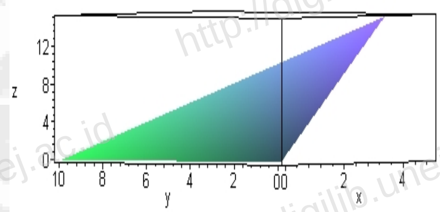
Gambar 2.23 Bidang segi empat pada program Maple 8

e. Mengkonstruksi bidang segitiga

Untuk membangun bidang segitiga dengan titik sudut-titik sudutnya $A(0,0,0)$, $B(0,10,0)$, dan $C(5,2,15)$ pada program Maple 13, dapat ditunjukan dengan *script* program sebagai berikut

```
B3:=plot3d([(0)*(1-v)+(5)*v,((10*u))*(1-v)+(2)*v,(1-
v)*(0)+v*15],u=0..1,v=0..1).
```

Hasil dari program tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.24.

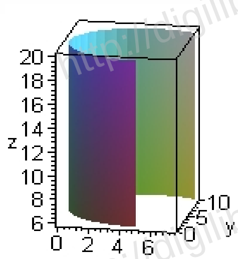


Gambar 2.24 Bidang segi tiga pada program Maple 8

f. Mengkonstruksi potongan tabung dengan sumbu pusat *Z*

Pada program Maple 8 dapat dibangun potongan tabung dengan pusat alas $A(5,5,6)$, jari-jari 5, tinggi 14, dan bagian potongan pada sudut $Pi/3 \leq t \leq 2*Pi - Pi/2$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.25. Sedangkan contoh *script* program untuk membangun potongan tabung tersebut adalah

```
T:=plot3d([5*cos(t)+5,5*sin(t)+5,z],z=6..20,t=Pi/3..2*Pi-
Pi/2).
```



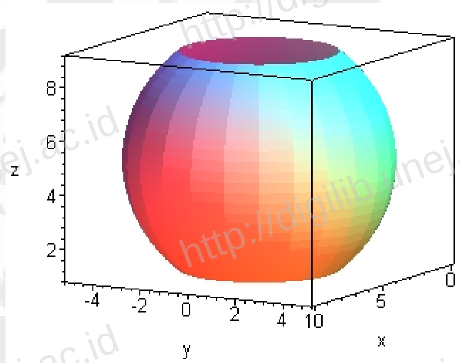
Gambar 2.25 Potongan tabung dengan sumbu pusat *Z* pada program Maple 8

g. Mengkonstruksi potongan bola dengan sumbu pusat *Z*

Contoh *script* program pada Maple 8 untuk membangun keratan bola adalah

```
B:=plot3d([5*sin(s)*cos(t)+5,5*sin(s)*sin(t),5*cos(s)+5],s=P
i/5..Pi-Pi/5,t=0..2*Pi).
```

Dari program tersebut didapatkan potongan bola dengan pusat $A(5,5,5)$, jari-jari bola 5, jari-jari atas dan bawah potongan 2,93, serta tinggi atas dan bawah potongan dari pusat bola adalah 4,04, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.20g.



Gambar 2.26 Potongan bola dengan sumbu pusat *Z* pada program Maple 8

BAB 3. METODE PENELITIAN

Secara umum pelaksanaan penelitian ini meliputi, pertama menentukan masalah penelitian dan melakukan kajian teori tentang ukuran sudut dua segmen garis, poligon segidelapan beraturan, studi garis dan bidang, serta benda-benda ruang berupa prisma tegak, limas tegak, tabung, dan bola. Kedua mencari prosedur untuk mendapatkan penyelesaian dari masalah yang dirumuskan pada subbab 1.2. Selanjutnya melakukan programasi dengan bantuan Maple 8 dan melakukan simulasi desain kap lampu duduk.

Sehubungan dengan langkah kedua, berikut diuraikan cara kerja untuk mendesain beragam bentuk kap lampu duduk beralaskan segidelapan beraturan dan dari bangun dasar balok.

3.1 Desain Kap Lampu Duduk dengan Alas Segidelapan Beraturan

Ditetapkan sebuah segidelapan beraturan bertitik berat di titik O dan terletak pada bidang XOY dengan jarak titik O ke titik sudut segidelapan beraturan adalah k (Gambar 3.1a). Berdasarkan data tersebut didesain beragam bentuk kap lampu duduk dari komposisi bangun prisma tegak, limas tegak, atau tabung serta beralaskan segidelapan. Dalam hal ini OZ diambil sebagai sumbu simetris kap lampu. Selanjutnya dilakukan desain kap lampu dengan langkah-langkah sebagai berikut.

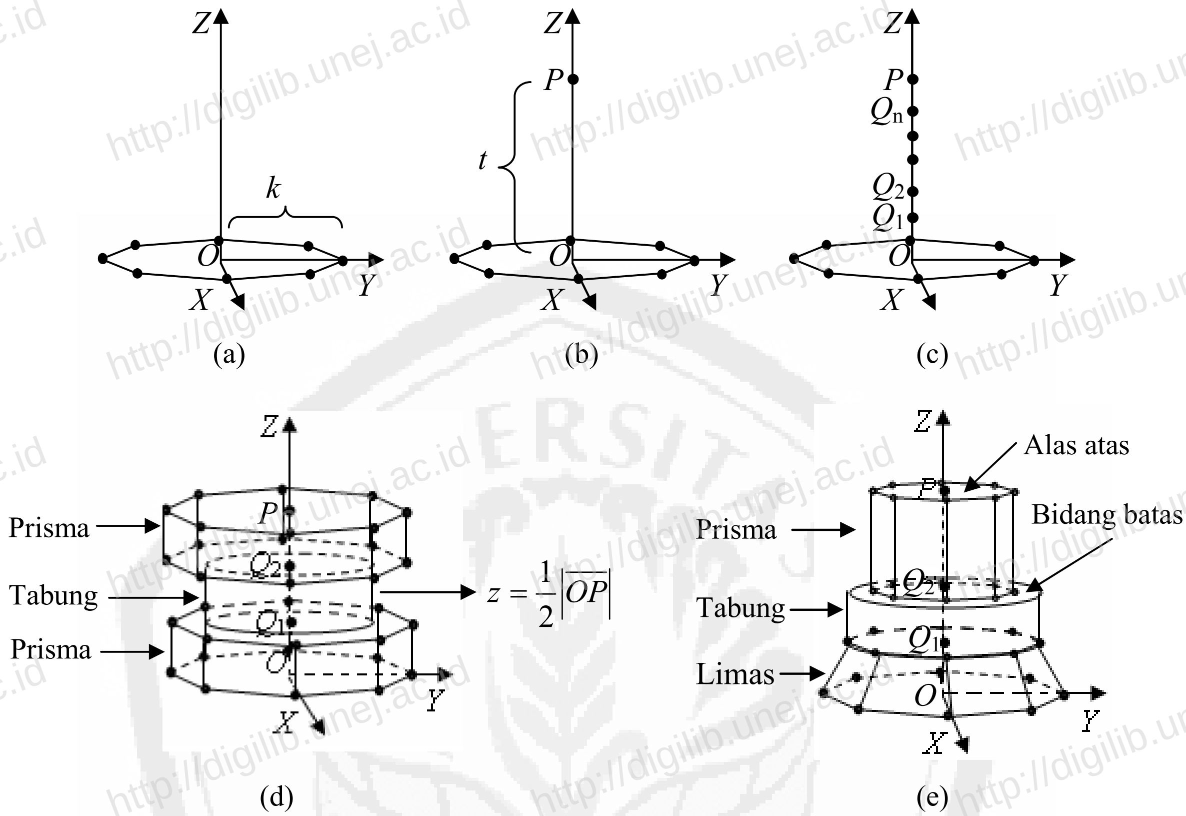
a. Menetapkan titik P pada sumbu OZ sehingga $\left|\overline{OP}\right| = t$ sebagai tinggi kap lampu duduk (Gambar 3.1b). Pada umumnya kap lampu duduk dibuat dengan perbedaan yang tidak terlalu besar antara tinggi (t) dan jarak terpanjang dua titik pada alasnya ($2k$). Hal ini juga dilakukan agar bentuk kap lampu duduk lebih menarik.

b. Membagi $\overline{OP}$ menjadi n bagian non homogen untuk diisi dengan benda solid di setiap bagiannya agar didapatkan variasi ketinggian antara benda solid satu dan lainnya, sehingga terdapat titik O, Q_1, $Q_2, \ldots,$ Q_n, P pada sumbu OZ secara terurut (Gambar 3.1c).

c. Membangun benda-benda solid prisma, limas, atau tabung secara acak pada masing-masing sumbu $\overline{OQ_1}, \overline{Q_1Q_2}, \ldots, \overline{Q_{n-1}Q_n}$, dan $\overline{Q_nP}$ dengan ketentuan sebagai berikut (Gambar 3.1d).

   1. Untuk bentuk kap lampu duduk yang semakin mengerucut keatas ditentukan batas terluar masing-masing benda solid adalah segmen-segmen garis yang dibentuk pada bidang XOZ dan YOZ dengan titik puncak yang sama terletak pada sumbu Z dan titik pangkal berjarak sama terhadap sumbu Z. Penggunaan segmen-segmen garis sebagai batas terluar benda solid ini digunakan untuk membantu proses pengerucutan tersebut.
   2. Untuk bentuk kap lampu yang juga simetris secara horizontal (hanya pada n yang dipilih ganjil) ditentukan seperti pada langkah c.1. sampai pada $\overline{Q_{\frac{n+1}{2}}Q_{\frac{n+3}{2}}}$. Benda solid selanjutnya diperoleh dengan merefleksikan benda solid yang terbentuk sebelum $\overline{Q_{\frac{n+1}{2}}Q_{\frac{n+3}{2}}}$ menggunakan bidang refleksi $z = \frac{1}{2}\left|\overline{OP}\right|$. Karena kap lampu duduk yang di inginkan simetris secara horizontal, maka kita tidak bisa menggunakan limas untuk benda solid dengan sumbu simetris $\overline{Q_{\frac{n+1}{2}}Q_{\frac{n+3}{2}}}$.

d. Membangun bidang alas atas kap lampu duduk melalui interpolasi linier dari kurva batas pada alas tersebut dan membangun bidang batas antara dua benda solid berdekatan (Gambar 3.1e).



Gambar 3.1 Contoh langkah-langkah desain kap lampu duduk dari komposisi prisma, limas, atau tabung

3.2 Desain Kap Lampu Duduk dari Bangun Dasar Balok

Ditetapkan sebuah persegi *ABCD* pada bidang *XOY* bertitik berat di *O*(0,0,0) dengan titik tengah $\overline{AB}$ berada di sumbu *X* positif dan panjang sisi $\overline{AB}$ adalah *s* (Gambar 3.2a). Berdasarkan dari data tersebut didesain beragam bentuk kap lampu duduk bersumbu simetris *OZ* dari bangun dasar balok *ABCDEFGH* dengan penggabungan bentuk-bentuk keratan limas tegak, tabung, ataupun bola melalui langkah-langkah sebagai berikut.

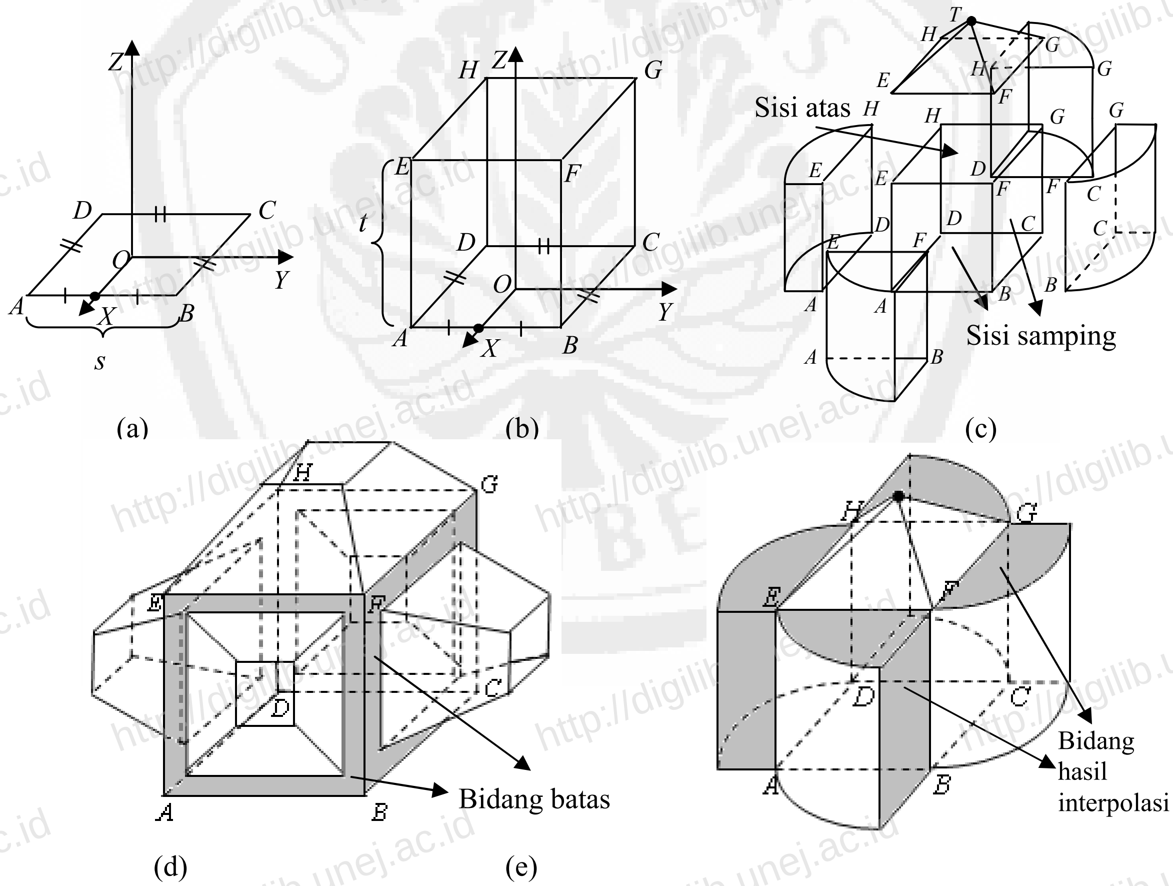
a. Membangun kerangka balok *ABCDEFGH* setinggi *t* dengan sumbu simetris *OZ*. Hal ini dapat dilakukan dengan mentranslasikan persegi *ABCD* searah sumbu *Z* setinggi *t* untuk mendapatkan persegi *EFGH*, kemudian membangun $\overline{AE}$, $\overline{BF}$,

$\overline{CG}$, dan $\overline{DH}$ (Gambar 3.2b). Selanjutnya kerangka balok ini kita asumsikan sebagai balok untuk mempermudah proses desain kap lampu duduk.

b. Membangun salah satu potongan benda-benda ruang seperti limas tegak, tabung, ataupun bola pada masing-masing sisi samping dan sisi atas balok. Dalam hal ini ditentukan alas potongan yang lebih luas berhimpit atau terletak di dalam sisi balok dan hasil potonganya berada di luar balok (Gambar 3.2c).

c. Membangun bidang batas antara alas potongan benda-benda ruang dan rusuk-rusuk pembentuk bidang sisi balok (Gambar 3.2d).

d. Menginterpolasi kurva batas dari bagian kap lampu yang masih terbuka selain pada rusuk-rusuk pembangun bidang alas bawah balok (Gambar 3.2e).



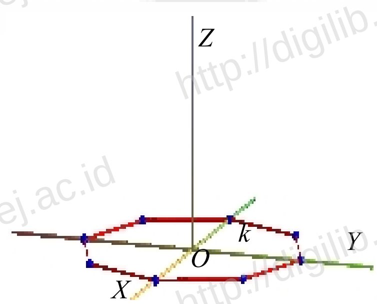
Gambar 3.2 Contoh langkah-langkah desain kap lampu duduk dari bangun dasar balok

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas solusi dua permasalahan berikut. Pertama dibahas teknik desain beragam bentuk kap lampu duduk yang memiliki sebuah sumbu simetris beralaskan bentuk segidelapan beraturan tersusun tegak dari komposisi keratan prisma, limas, atau tabung. Kedua didiskusikan desain beragam bentuk kap lampu duduk dari bangun dasar balok dengan penggabungan bentuk-bentuk keratan limas tegak, tabung, ataupun bola. Uraian detailnya dijelaskan sebagai berikut.

4.1 Desain Kap Lampu Duduk dengan Alas Segidelapan Beraturan

Ditetapkan sebuah segidelapan beraturan bertitik berat di titik O dan terletak pada bidang XOY dengan jarak titik O ke titik sudut segidelapan beraturan adalah k (Gambar 4.1). Pada umumnya nilai k berkisar antara 10 cm sampai 20 cm sesuai dengan besar kecilnya meja dan ruangan. Untuk ruang tidur pada umumnya memakai nilai k yang tidak terlalu besar, yaitu sekitar 12,5 cm. Sedangkan untuk ruangan yang berukuran besar seperti ruang tamu ataupun ruang keluarga, memakai nilai k sekitar 17,5 cm. Berdasarkan data tersebut didesain beragam bentuk kap lampu duduk dari komposisi bangun prisma tegak, limas tegak, atau tabung dan beralaskan segidelapan beraturan. Dalam hal ini OZ diambil sebagai sumbu simetris kap lampu. Selanjutnya dilakukan desain kap lampu dengan langkah-langkah sebagai berikut.



Gambar 4.1 Poligon segidelapan beraturan pada bidang XOY

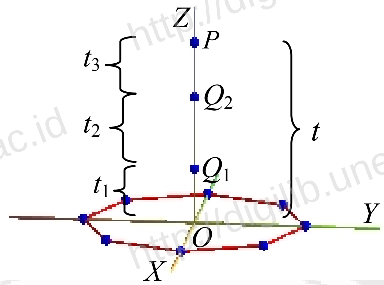
4.1.1 Pengembangan Model Simetris Vertikal

a. Menetapkan titik $P(0,0,t)$ pada sumbu OZ sehingga $|\overline{OP}| = t$ sebagai tinggi kap lampu duduk. Pada umumnya tinggi kap lampu duduk berkisar antara 15 cm sampai 50 cm. Dari perbandingan antara nilai k dan t, dapat diperoleh kesimpulan untuk batas-batas nilai t terhadap k adalah $3k/2 \le t \le 5k/2$.

b. Membagi $\overline{OP}$ menjadi n bagian non homogen untuk diisi dengan benda-benda solid prisma, limas, atau tabung pada masing-masing bagian dengan perbandingan ketinggian setiap bagiannya $t_1 : t_2 : ... : t_{n-1} : t_n$, sehingga terdapat titik $O(0,0,0)$, $Q_1(0,0,t_1)$, $Q_2(0,0,t_1 + t_2), ..., Q_{n-1}(0,0,t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1})$, $P(0,0,t)$ pada sumbu Z secara terurut (Gambar 4.3). Dalam hal ini n dipilih dengan batas $3 \le n \le 5$ agar terdapat n buah benda solid yang memiliki perbandingan ukuran atau bentuk yang proporsional, sehingga dapat dibangun kap lampu dengan banyak variasi bentuk. Untuk $n < 3$ tidak dapat dibangun kap lampu dengan banyak variasi bentuk, karena jumlah benda solid yang dapat dibandingkan sedikit (untuk $n = 2$) atau tidak ada (untuk $n = 1$). Sedangkan untuk batasan $n = 5$ merupakan batasan maksimal yang menarik dilihat oleh mata. Hal ini dikarenakan tinggi maksimal dari kap lampu duduk adalah 50 cm dan jika dibagi dengan enam atau seterusnya, maka akan didapatkan hasil pembagian yang kecil-kecil. Jika hasil pembagian tinggi ini diisi dengan benda-benda solid, maka bentuk kap lampu tampak seperti kerucut sehingga kembali ke salah satu bentuk umum kap lampu duduk. Sedangkan untuk pembagian tinggi masing-masing benda solid agar didapatkan kap lampu duduk yang memiliki ukuran dan bentuk proporsional, maka tinggi salah satu benda solid dibuat tidak terlalu berbeda jauh dengan benda solid lainnya, maka ditentukan tinggi masing-masing bagiannya berada dalam interval

$$\frac{t}{n+1} < \left|\overline{OQ_1}\right| = t_1, \left|\overline{Q_1Q_2}\right| = t_2, \ldots, \left|\overline{Q_{n-1}P}\right| = t_n < \frac{t}{n-1} \quad (2.24)$$

dengan $t_1 + t_2 + ... + t_n = t$.



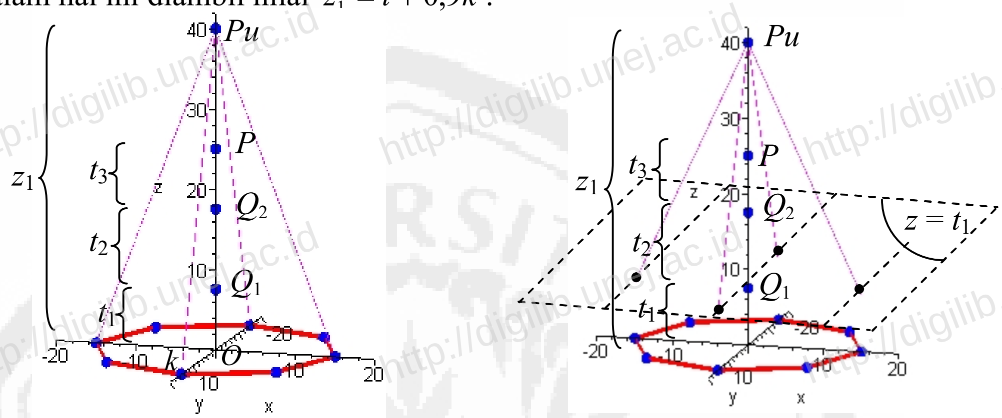
Gambar 4.2 Pembagian $\overline{OP}$ menjadi tiga bagian

c. Mengkonstruksi kap lampu duduk yang memiliki sumbu simetri $\overline{OP}$ yang terbagi menjadi n buah benda solid dengan sumbu simetri masing-masing $\overline{OQ_1}, \overline{Q_1Q_2}, \ldots, \overline{Q_{n-1}P}$ dengan langkah-langkah berikut.

1. Menentukan benda-benda solid yang digunakan untuk membangun kap lampu duduk. Misalkan dipilih $t = 1{,}67k$; $n = 3$, dan secara berurutan benda-benda solid yang digunakan adalah potongan limas segidelapan, tabung, dan prisma segidelapan.
2. Menentukan tinggi masing-masing benda solid, dalam hal ini dipilih $t_1 = 0{,}3t$ dan $t_2 = 0{,}4t$, maka dapat ditentukan $t_3 = t - t_1 - t_2$.
3. Membangun segmen-segmen garis pada bidang XOZ dan YOZ dengan ketentuan sebagai berikut.
   a) Untuk kap lampu duduk dengan alas limas, maka titik puncak $Pu(0,0,z_1)$ berada pada sumbu Z dengan $t \le z_1 \le 2t$ dan titik pangkalnya berada pada sumbu X atau Y dengan jarak titik pangkal ke titik $O(0,0,0)$ adalah k (Gambar 4.3a).
   b) Untuk kap lampu duduk dengan alas tabung atau prisma, maka titik puncak $Pu(0,0,z_1)$ berada pada sumbu Z dengan $t \le z_1 \le 2t$ serta titik pangkalnya

berada pada bidang XOZ atau YOZ dan $z = t_1$ dengan jarak titik pangkal ke titik $Q_1(0,0,t_1)$ adalah k (Gambar 4.3b).

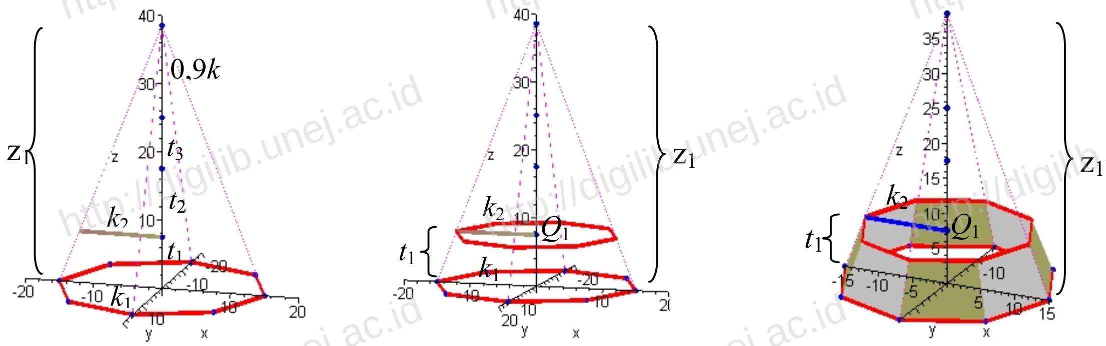
Segmen-segmen garis tersebut digunakan sebagai batas terluar masing-masing benda solid, sehingga kap lampu duduk yang terbentuk seperti mengerucut. Dalam hal ini diambil nilai $z_1 = t + 0{,}9k$.



(a) (b)

Gambar 4.3 Segmen-segmen garis sebagai batas terluar benda solid

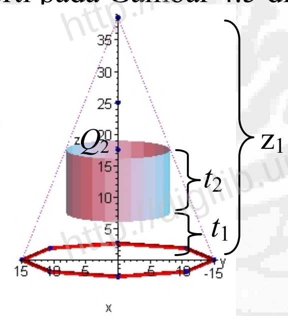
4. Membangun potongan limas dengan sumbu simetri $\overline{OQ_1}$, jarak titik $O(0,0,0)$ ke titik sudut poligon (k_1) adalah k, dan jarak titik $Q_1(0,0,t_1)$ ke titik sudut poligon pada bagian atas potongan limas dinotasikan k_2 melalui langkah-langkah berikut.
   a) Menghitung nilai k_2 menggunakan perbandingan dua segitiga sebangun (Gambar 4.4a), didapatkan $k_2 = k_1(z_1 - t_1)/z_1$.
   b) Membangun poligon segidelapan beraturan pada bidang $z = t_1$ sebagai batas atas potongan limas dengan jarak titik berat poligon tersebut ke titik sudutnya adalah k_2 (Gambar 4.4b).
   c) Membangun potongan limas yang mempunyai sumbu simetri $\overline{OQ_1}$ dengan menginterpolasi masing-masing segmen garis yang bersesuaian pada poligon atas (terletak pada bidang XOY) dan bawah (terletak pada bidang $z = t_1$) seperti pada Gambar 4.4c.



(a) (b) (c)

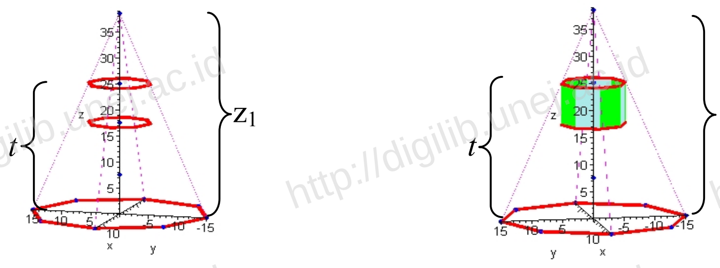
Gambar 4.4 langkah-langkah membangun limas dengan sumbu simetri $\overline{OQ_1}$

5. Membangun tabung yang mempunyai sumbu simetri $\overline{Q_1Q_2}$ menggunakan persamaan (2.18), dengan pusat alas $Q_1(0,0,t_1)$ dan jari-jari $r = k_1(z_1 - t_1 - t_2)/z_1$ seperti pada Gambar 4.5 di bawah ini.



Gambar 4.5 Tabung dengan sumbu simetri $\overline{Q_1Q_2}$

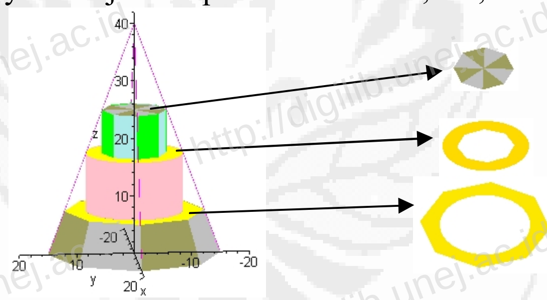
6. Membangun prisma yang mempunyai sumbu simetri $\overline{Q_2P}$ dengan langkah-langkah berikut.
   a) Membangun dua poligon segidelapan beraturan pada bidang $z = t_1 + t_2$ dengan pusat $Q_2(0,0,t_1 + t_2)$ dan pada bidang $z = t$ dengan pusat $P(0,0,t)$ (Gambar 4.6a) menggunakan panjang jarak titik berat poligon tersebut ke titik sudutnya adalah k_3, dengan nilai $k_3 = k.(z_1 - t)/z_1$.
   b) Membangun prisma yang mempunyai sumbu simetri $\overline{Q_2P}$ dengan cara menginterpolasi masing-masing segmen garis yang bersesuaian pada poligon yang berada di bidang $z = t_1 + t_2$ dan bidang $z = t$ (Gambar 4.6b).



(a) (b)

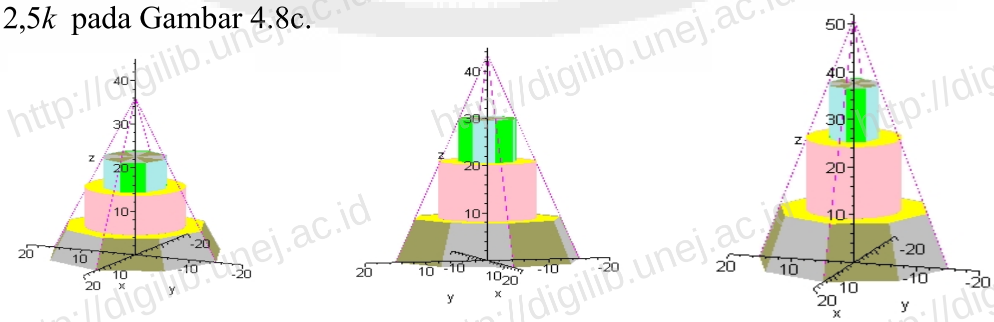
Gambar 4.6 Langkah-langkah membangun prisma dengan sumbu simetri $\overline{Q_2 P}$

d. Menggabungkan benda-benda solid yang diperoleh pada langkah c.4, c.5, dan c.6 serta membangun bidang alas atas kap lampu duduk melalui interpolasi linier dari kurva batas dan membangun bidang batas antara dua benda solid berdekatan menggunakan persamaan (2.13). Implementasi dari prosedur tersebut dinyatakan dalam program di lampiran A.1 dengan menggunakan bantuan sofware maple 8 dan beberapa hasilnya ditunjukkan pada Gambar 4.7, 4.8, dan 4.9.



Gambar 4.7 Kap lampu duduk yang terdiri dari tiga benda solid

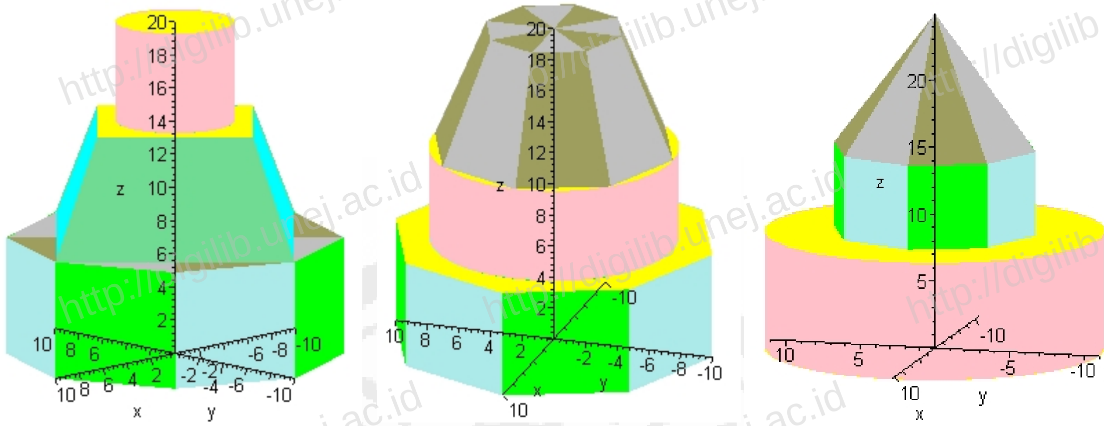
Hasil desain kap lampu duduk dari prosedur 4.1.1 dengan memberikan variasi ketinggian $t = 1{,}5k$ ditunjukkan pada gambar 4.8a, $t = 2k$ pada Gambar 4.8b, dan $t = 2{,}5k$ pada Gambar 4.8c.



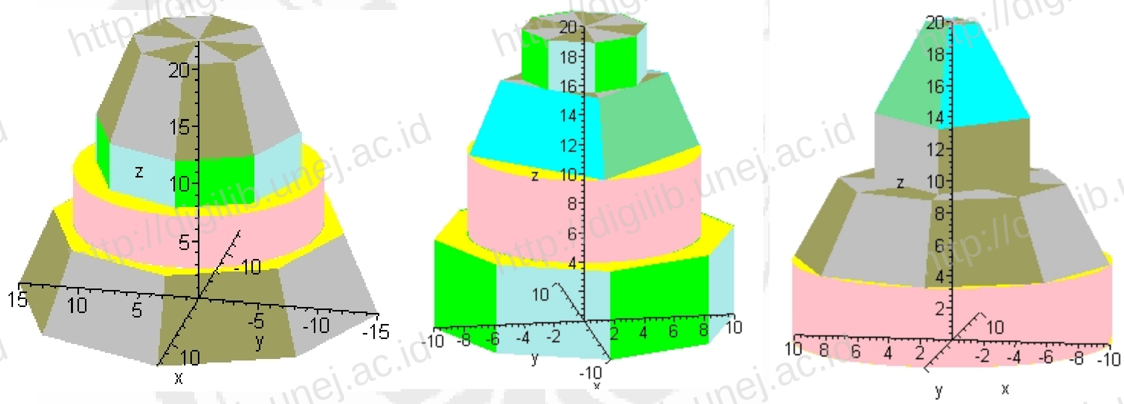
(a) (b) (c)

Gambar 4.8 Kap lampu duduk dari gabungan limas, tabung, dan prisma

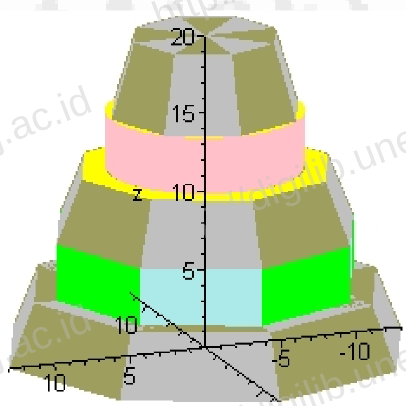
Pada Gambar 4.9 berikut disajikan desain kap lampu duduk untuk $n = 3$, $n = 4$, dan $n = 5$.



(a) Untuk $n = 3$



(b) Untuk $n = 4$



(c) Untuk $n = 5$

Gambar 4.9 Kap lampu duduk simetris vertikal

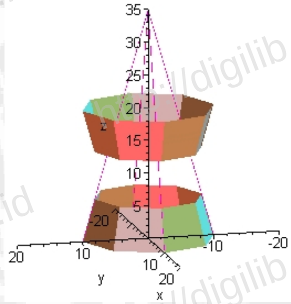
4.1.2 Pengembangan Model Simetris Vertikal dan Horizontal

a. Mengulangi langkah 4.1.1a dan 4.1.1b tetapi hanya memakai n ganjil, yaitu $n = 3$ dan $n = 5$. Sedangkan untuk tingginya memakai syarat tambahan sebagai berikut.
   1. Untuk n = 3, nilai $t_1 = t_3$ sehingga didapatkan $t_2 = t - 2t_1$.
   2. Untuk n = 5, nilai $t_1 = t_5$ dan $t_2 = t_4$ sehingga didapatkan $t_3 = t - 2t_1 - 2t_2$.

   Jika pada sumbu simetri $\overline{Q_1Q_2}$ (untuk $n = 4$) dibangun benda solid prisma atau tabung, maka kap lampu yang terbentuk mempunyai benda solid dengan ketingggian $2t_2$ pada bagian tengahnya, sehingga kelihatan n yang dipilih adalah tiga. Untuk itu pemilihan $n = 4$ tidak digunakan, karena kontradiksi dengan batas maksimal t_2 dalam persamaan (2.24).

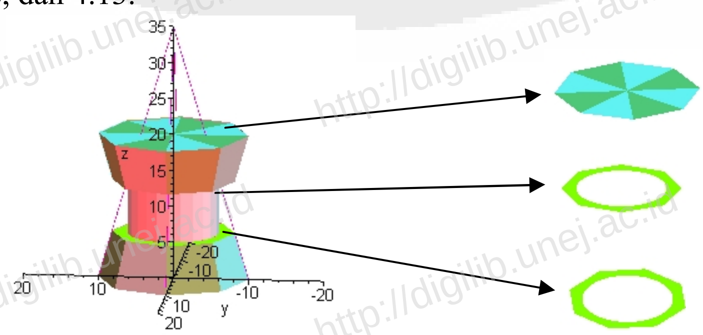
b. Mengkonstruksi kap lampu duduk yang memiliki sumbu simetri $\overline{OP}$ yang terbagi menjani n buah benda solid dengan sumbu simetri masing-masing $\overline{OQ_1}$, $\overline{Q_1Q_2}$,..., $\overline{Q_{n-1}P}$ dengan langkah-langkah berikut.
   1. Menentukan benda-benda solid yang digunakan untuk membangun kap lampu duduk. Karena kap lampu duduk simetris secara vertikal dan horizontal, maka benda-benda solid yang terletak pada sumbu $\overline{Q_{\frac{n+1}{2}}P}$ adalah hasil refleksi benda-benda solid yang terletak pada sumbu $\overline{OQ_{\frac{n-1}{2}}}$ dengan bidang refleksi $z = \dfrac{t}{2}$. Untuk benda solid dengan sumbu simetris $\overline{Q_{\frac{n-1}{2}}Q_{\frac{n+1}{2}}}$ tidak dapat memakai limas. Hal ini dikarenakan untuk mendapatkan bentuk kap lampu yang simetris secara vertikal dan horizontal, maka benda solid pada bagian tengah kap lampu haruslah memakai benda solid yang juga simetris secara vertikal dan horizontal, yaitu tabung atau prisma. Misalkan dipilih $t = 2k$; n=3, dan secara berurutan benda-benda solid yang digunakan adalah potongan limas segidelapan, tabung, dan potongan limas segidelapan.

2. Menentukan tinggi masing-masing benda solid. Dalam hal ini dipilih $t_1 = t_3 = 0{,}32t$ sehingga didapatkan $t_2 = t - 2t_1$.
3. Mengulangi langkah c.3 pada bagian subbab 4.1.1 dengan mengambil nilai $z_1 = t + 1{,}5k$. Untuk kap lampu dengan bentuk yang simetris secara vertikal dan horizontal ini, bentuk mengerucut hanya pada sumbu simetri $\overline{OQ_{\frac{n+1}{2}}}$.
4. Mengulangi langkah c.4 dan c.5 pada bagian subbab 4.1.1.
5. merefleksikan limas pada sumbu simetri $\overline{OQ_1}$ dengan bidang refleksi $t/2$, sehingga didapatkan limas pada sumbu simetri $\overline{Q_2P}$ (Gambar 4.10).



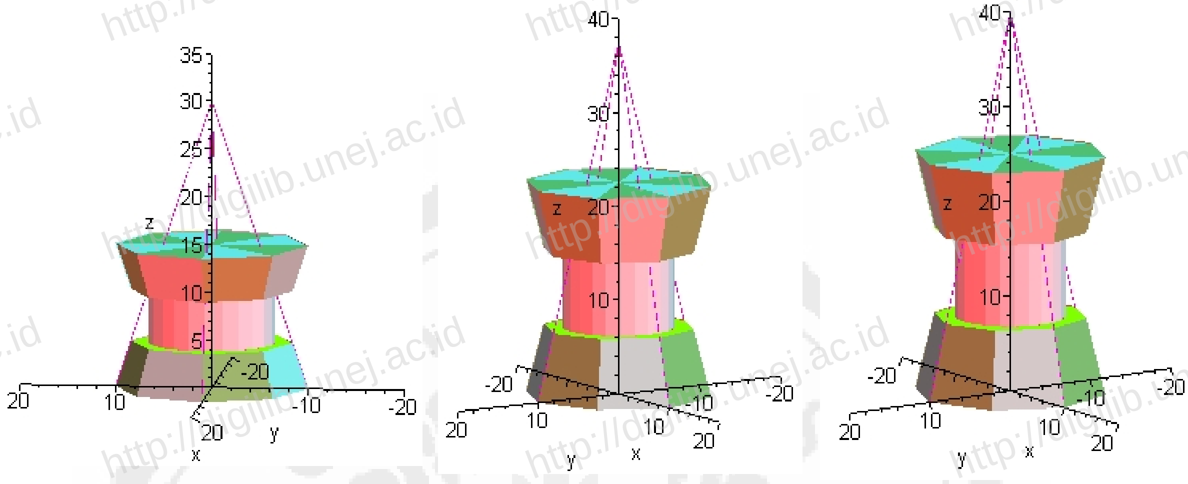
Gambar 4.10 Limas segidelapan pada sumbu simetri $\overline{OQ_1}$ dan $\overline{Q_2P}$

c. Menggabungkan benda-benda solid yang diperoleh pada langkah b.4 dan b.5 serta membangun bidang alas atas kap lampu duduk melalui interpolasi linier dari kurva batas dan membangun bidang batas antara dua benda solid berdekatan menggunakan persamaan (2.13). Hasil implementasi dari prosedur tersebut disajikan dalam program di lampiran A.2 dan hasilnya ditunjukkan pada Gambar 4.11, 4.12, dan 4.13.



Gambar 4.11 Kap lampu duduk dari gabungan limas, tabung, dan limas

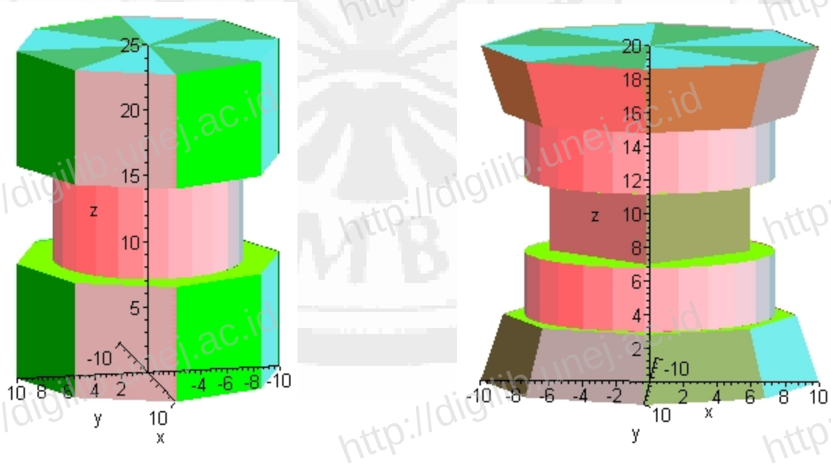
Hasil desain kap lampu duduk dari prosedur 4.1.2 dengan memberikan variasi ketinggian $t = 1{,}5k$ ditunjukkan pada Gambar 4.12a, $t = 2{,}25k$ pada Gambar 4.12b, dan $t = 2{,}5k$ pada Gambar 4.12c.



(a) (b) (c)

Gambar 4.12 Kap lampu duduk dari gabungan limas, tabung, dan limas dengan tinggi t

Pada Gambar 4.13 berikut disajikan desain kap lampu duduk untuk $n = 3$ dan $n = 5$.

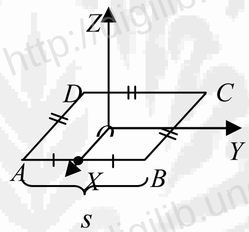


(a) Untuk $n = 3$ (b) Untuk $n = 5$

Gambar 4.13 Kap lampu duduk simetris vertikal dan horizontal

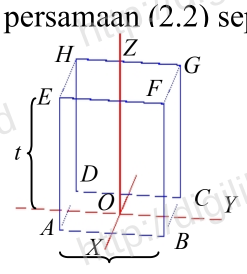
4.2 Desain Kap Lampu Duduk dari Bangun Dasar Balok

Ditetapkan sebuah persegi *ABCD* terletak pada bidang *XOY* dengan koordinat titiknya adalah $A\left(\frac{s}{2},-\frac{s}{2},0\right)$, $B\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},0\right)$, $C\left(-\frac{s}{2},\frac{s}{2},0\right)$, dan $D\left(-\frac{s}{2},-\frac{s}{2},0\right)$ dengan s merupakan panjang sisi persegi dan dipilih antara 15 cm sampai 25 cm (Gambar 4.14). Pengambilan batas s dipilih dengan panjang sisi lubang kap lampu duduk yang tidak terlalu kecil maupun besar. Berdasarkan dari data tersebut, selanjutnya didesain beragam bentuk kap lampu duduk bersumbu simetris *OZ* dari bangun dasar balok *ABCDEFGH* dengan penggabungan bentuk-bentuk keratan limas tegak, tabung, bola ataupun hasil interpolasi dari dua kurva pada sisi-sisi balok melalui langkah-langkah berikut.



Gambar 4.14 Persegi *ABCD* pada bidang *XOY*

a. Membangun kerangka balok *ABCDEFGH* setinggi t bersumbu simetris *OZ* dengan batas t adalah $s \le t \le 1{,}5\,s$. Hal ini dapat dilakukan dengan mentranslasikan persegi *ABCD* searah sumbu Z setinggi t sehingga diperoleh persegi *EFGH* dengan koordinat titik-titiknya adalah $E\left(\frac{s}{2},-\frac{s}{2},t\right)$, $F\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},t\right)$, $G\left(-\frac{s}{2},\frac{s}{2},t\right)$, dan $H\left(-\frac{s}{2},-\frac{s}{2},t\right)$. Selanjutnya membangun $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, dan $\overline{DH}$ dengan menggunakan persamaan (2.2) seperti pada Gambar 4.15.



Gambar 4.15 Kerangka balok *ABCDEFGH*

b. Membangun potongan benda-benda ruang seperti limas tegak, tabung, bola ataupun hasil dari interpolasi dua kurva pada setiap sisi balok *ABCDEFGH*. Adapun langkah-langkah membangunnya adalah sebagai berikut.

- **Konstruksi kap lampu *ABFE* bagian sisi samping balok**

1. Prosedur mengisi sisi balok dengan potongan limas yang alas bawahnya berupa persegi $A^1B^1F^1E^1$ dan alas atas berbentuk persegi $A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$ menggunakan langkah-langkah berikut.

   a) Menghitung koordinat titik berat persegi panjang *ABFE*. Karena titik berat segiempat berada pada perpotongan diagonalnya, maka koordinat titik berat persegi panjang *ABFE* adalah $T\left(\frac{s}{2},0,\frac{t}{2}\right)$ seperti pada Gambar 4.16a.

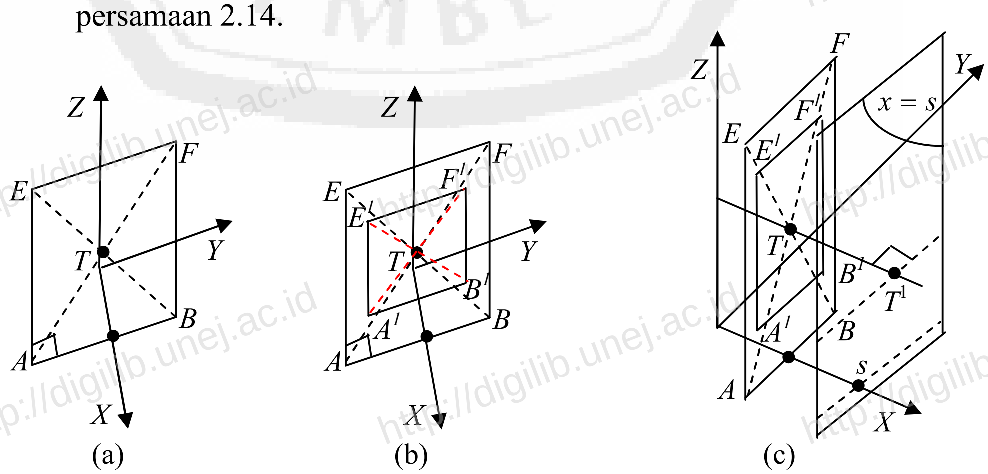
   b) Menentukan panjang rusuk alas limas $A^1B^1F^1E^1$ dengan panjang s_1. Agar alas limas berada di dalam atau berimpit dengan dua rusuk pada persegi panjang *ABFE*, maka panjang s_1 ditentukan dalam interval $0{,}5\,s \le s_1 \le s$.

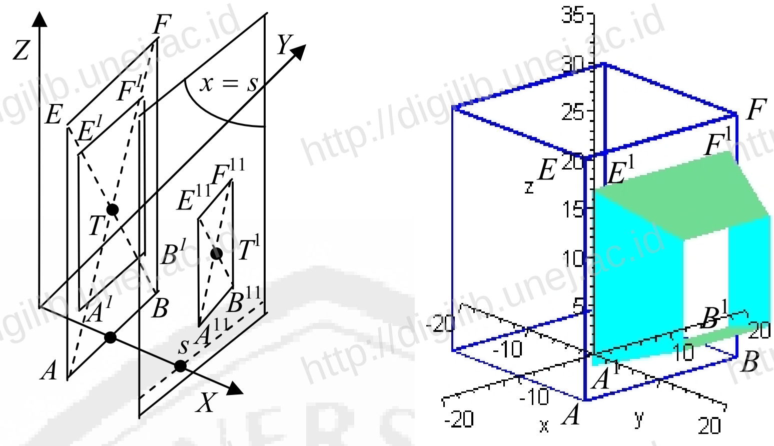
   c) Menghitung koordinat A^1, B^1, F^1, dan E^1 melalui posisi titik berat $T\left(\frac{s}{2},0,\frac{t}{2}\right)$ ke arah vertikal dan horizontal secara bergantian sepanjang $\frac{s_1}{2}$. Dari hasil perhitungan tersebut didapatkan koordinat titik sudut persegi $A^1B^1F^1E^1$, yaitu $A^1\left(\frac{s}{2},-\frac{s_1}{2},\left(\frac{t}{2}-\frac{s_1}{2}\right)\right)$, $B^1\left(\frac{s}{2},\frac{s_1}{2},\left(\frac{t}{2}-\frac{s_1}{2}\right)\right)$, $F^1\left(\frac{s}{2},\frac{s_1}{2},\left(\frac{t}{2}+\frac{s_1}{2}\right)\right)$, dan $E^1\left(\frac{s}{2},-\frac{s_1}{2},\left(\frac{t}{2}+\frac{s_1}{2}\right)\right)$. Kemudian membangun segmen garis $\overline{A^1B^1}$, $\overline{B^1F^1}$, $\overline{F^1E^1}$, dan $\overline{E^1A^1}$ (Gambar 4.16b) menggunakan persamaan (2.2).

d) Memproyeksikan titik $T\left(\frac{s}{2},0,\frac{t}{2}\right)$ terhadap bidang $x = s$, sehingga didapatkan kordinat titik $T^1\left(s,0,\frac{t}{2}\right)$ seperti pada Gambar 4.16c.

e) Menghitung koordinat A^{11}, B^{11}, F^{11}, dan E^{11} melalui posisi titik berat $T^1\left(s,0,\frac{t}{2}\right)$ ke arah vertikal dan horizontal secara bergantian sebesar $\frac{s_2}{2}$, dengan s2 ($s_2 < s_1$) adalah panjang sisi persegi $A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$. Dari hasil perhitungan tersebut didapatkan koordinat titik sudut persegi $A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$, yaitu $A^{11}\left(s,-\frac{s_2}{2},\left(\frac{t}{2}-\frac{s_2}{2}\right)\right)$, $B^{11}\left(s,\frac{s_2}{2},\left(\frac{t}{2}-\frac{s_2}{2}\right)\right)$, $F^{11}\left(s,\frac{s_2}{2},\left(\frac{t}{2}+\frac{s_2}{2}\right)\right)$, dan $E^{11}\left(s,-\frac{s_2}{2},\left(\frac{t}{2}+\frac{s_2}{2}\right)\right)$. Kemudian membangun segmen garis $\overline{A^{11}B^{11}}$, $\overline{B^{11}F^{11}}$, $\overline{F^{11}E^{11}}$, dan $\overline{E^{11}A^{11}}$ (Gambar 4.16d) menggunakan persamaan (2.2).

f) Membangun potongan limas persegi $A^1B^1F^1E^1$ $A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$ dengan cara menginterpolasi pasangan segmen garis yang bersesuaian pada persegi $A^1B^1F^1E^1$ dan $A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$ (Gambar 4.16e) menggunakan persamaan 2.14.

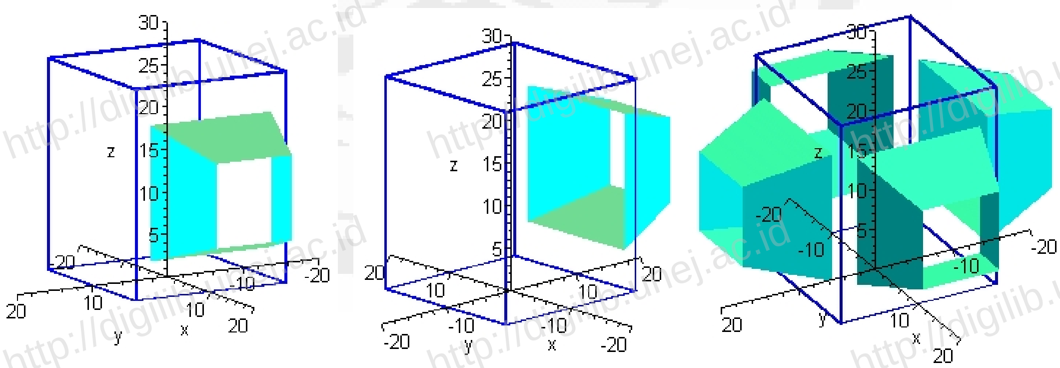




(d) (e)

Gambar 4.16 Konstruksi bangun limas pada sisi *ABFE* dari balok

2. Prosedur mengisi semua sisi samping balok dengan potongan limas persegi yang didapatkan menggunakan cara rotasikan semua titik yang terletak pada potongan limas $A^1B^1F^1E^1 \; A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$ menggunakan persamaan (2.1) dengan nilai $\theta = \left(\frac{Pi}{2}\right).i$ dan $i = 0..3$. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 4.17.



(a) Untuk $i = 0$ (b) Untuk $i = 1$ (c) Untuk $i = 0..3$

Gambar 4.17 Konstruksi potongan limas pada sisi samping balok

- **Konstruksi kap lampu bagian sisi atas balok**

  Prosedur mengisi sisi balok *EFGH* dengan potongan limas yang alas bawahnya berupa persegi $E^1F^1G^1H^1$ dan alas atas berbentuk persegi $E^{11}F^{11}G^{11}H^{11}$ menggunakan langkah-langkah berikut.

  a) Menghitung koordinat titik berat persegi *EFGH*. Karena titik berat segiempat berada pada perpotongan diagonalnya, maka koordinat titik berat persegi $EFGH$ adalah $P(0,0,t)$ seperti pada Gambar 4.18a.

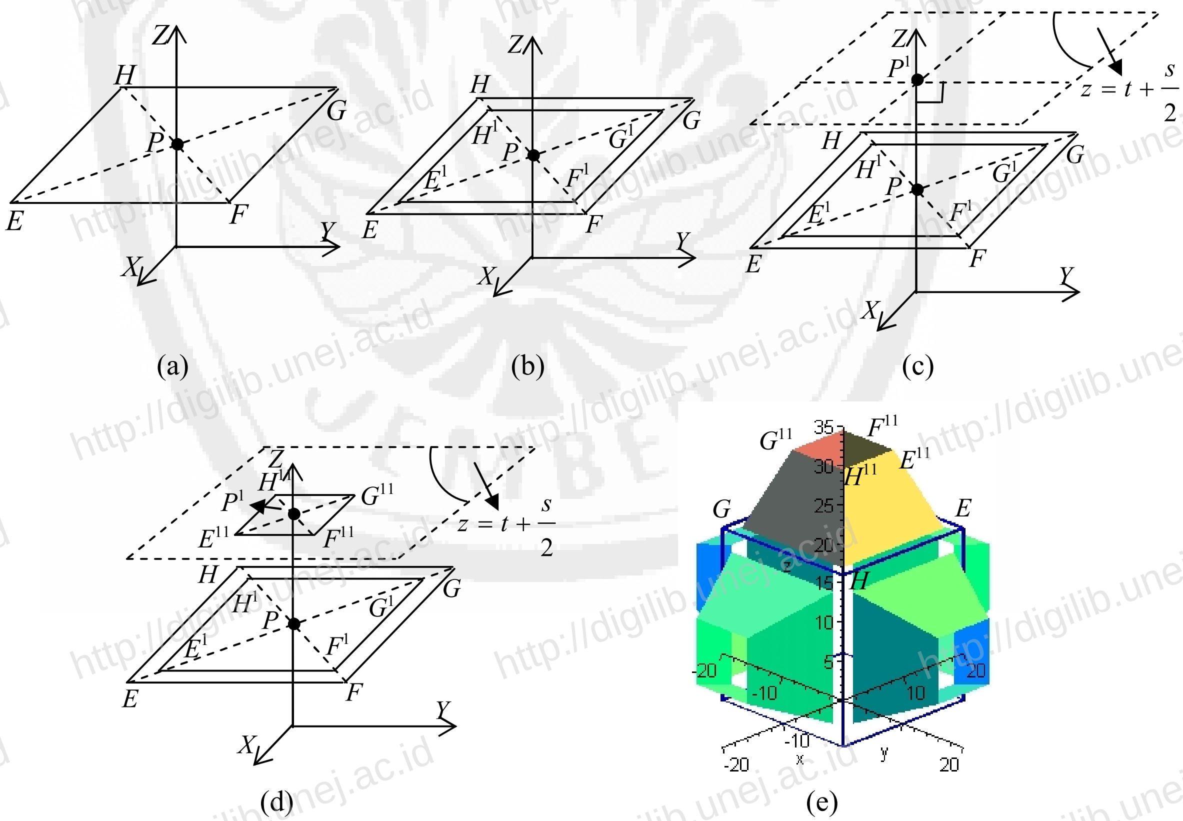
  b) Menentukan panjang rusuk alas limas $E^1F^1G^1H^1$ dengan panjang s_3. Agar alas limas berada di dalam atau berimpit dengan sisi-sisi persegi *EFGH*, maka panjang s_3 ditentukan dalam interval $0{,}5s \le s_3 \le s$.

  c) Menghitung koordinat E^1, F^1, G^1, dan H^1 melalui posisi titik berat $P(0,0,t)$ ke arah sumbu X dan Y secara bergantian sepanjang $\frac{s_3}{2}$. Dari hasil perhitungan tersebut didapatkan koordinat titik sudut persegi $E^1F^1G^1H^1$, yaitu $E^1\left(\frac{s_3}{2}, -\frac{s_3}{2}, t\right)$, $F^1\left(\frac{s_3}{2}, \frac{s_3}{2}, t\right)$, $G^1\left(-\frac{s_3}{2}, \frac{s_3}{2}, t\right)$, dan $H^1\left(-\frac{s_3}{2}, -\frac{s_3}{2}, t\right)$. Kemudian membangun segmen garis $\overline{E^1F^1}$, $\overline{F^1G^1}$, $\overline{G^1H^1}$, dan $\overline{H^1E^1}$ (Gambar 4.18b) menggunakan persamaan (2.2).

  d) Memproyeksikan titik $P(0,0,t)$ terhadap bidang $z = t + \frac{s}{2}$, sehingga didapatkan kordinat titik $P^1\left(0,0,t+\frac{s}{2}\right)$ seperti pada Gambar 4.18c.

  e) Menghitung koordinat E^{11}, F^{11}, G^{11}, dan H^{11} melalui posisi titik berat $P^1\left(0,0,t+\frac{s}{2}\right)$ ke arah sumbu X dan Y secara bergantian sepanjang $\frac{s_4}{2}$, dengan s_4 ($s_4 < s_3$) adalah panjang sisi persegi $E^{11}F^{11}G^{11}H^{11}$. Dari hasil perhitungan tersebut didapatkan koordinat titik sudut persegi $E^{11}F^{11}G^{11}H^{11}$, yaitu $E^{11}\left(\frac{s_4}{2},-\frac{s_4}{2},t+\frac{s}{2}\right)$, $F^{1}\left(\frac{s_4}{2},\frac{s_4}{2},t+\frac{s}{2}\right)$, $G^{1}\left(-\frac{s_4}{2},\frac{s_4}{2},t+\frac{s}{2}\right)$, dan $H^{1}\left(-\frac{s_4}{2},-\frac{s_4}{2},t+\frac{s}{2}\right)$. Kemudian membangun segmen garis $\overline{A^{11}B^{11}}$, $\overline{B^{11}F^{11}}$, $\overline{F^{11}E^{11}}$, dan $\overline{E^{11}A^{11}}$ (Gambar 4.18d) menggunakan persamaan (2.2).

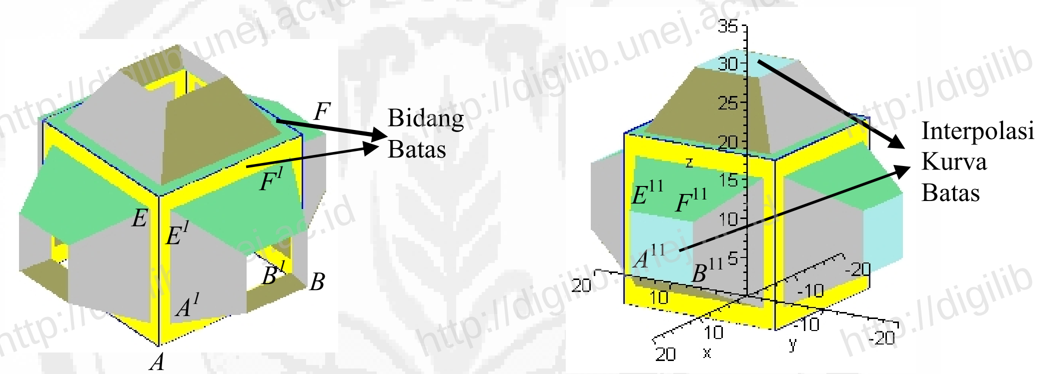
f) Membangun potongan limas persegi $E^1F^1G^1H^1\ E^{11}F^{11}G^{11}H^{11}$ dengan cara menginterpolasi pasangan segmen garis yang bersesuaian pada persegi $E^1F^1G^1H^1$ dan $E^{11}F^{11}G^{11}H^{11}$ (Gambar 4.18e) menggunakan persamaan 2.14.



Gambar 4.18 Potongan limas pada sisi atas balok

c. Membangun bidang batas pada sisi *ABFE*, yaitu antara persegi panjang *ABFE* dengan alas limas $A^1B^1F^1E^1$ dengan cara interpolasi dua kurva masing-masing sisi yang bersesuaian menggunakan persamaan (2.13). Selanjutnya melakukan hal yang sama terhadap sisi balok lainnya (Gambar 4.19a).

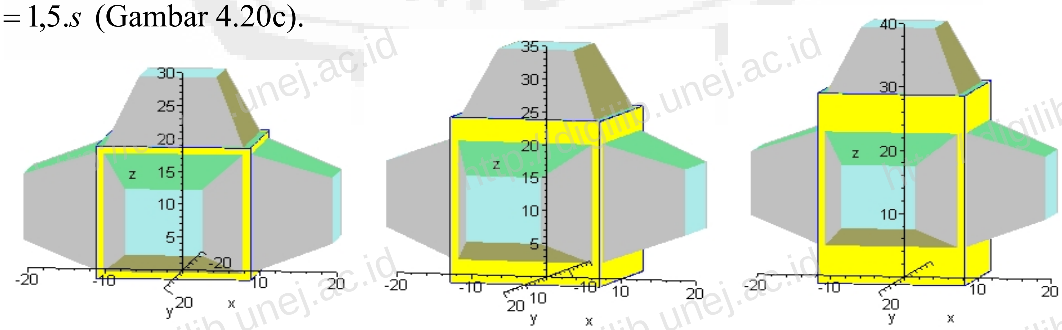
d. Menginterpolasi kurva batas pada alas atas limas $A^{11}B^{11}F^{11}E^{11}$, yaitu antara $\overline{A^{11}B^{11}}$ dengan $\overline{F^{11}E^{11}}$ menggunakan persamaan (2.14). Selanjutnya melakukan hal yang sama terhadap alas atas limas lainnya. Implementasi dari prosedur terebut disajikan dalam program di lampiran C dan beberapa hasilnya ditunjukkan pada gambar 4.19b.



(a) Limas tanpa tutup (b) Dengan interpolasi kurva batas pada tutup limas

Gambar 4.19 Kap lampu duduk bersimetris putar pada sumbu *Z*

Berikut disajikan kap lampu duduk dari hasil programasi lampiran B dengan memberikan variasi nilai $t = s$ (Gambar 4.20a), $t = 1{,}25.s$ (Gambar 4.20b), dan $t = 1{,}5.s$ (Gambar 4.20c).



(a) (b) (c)

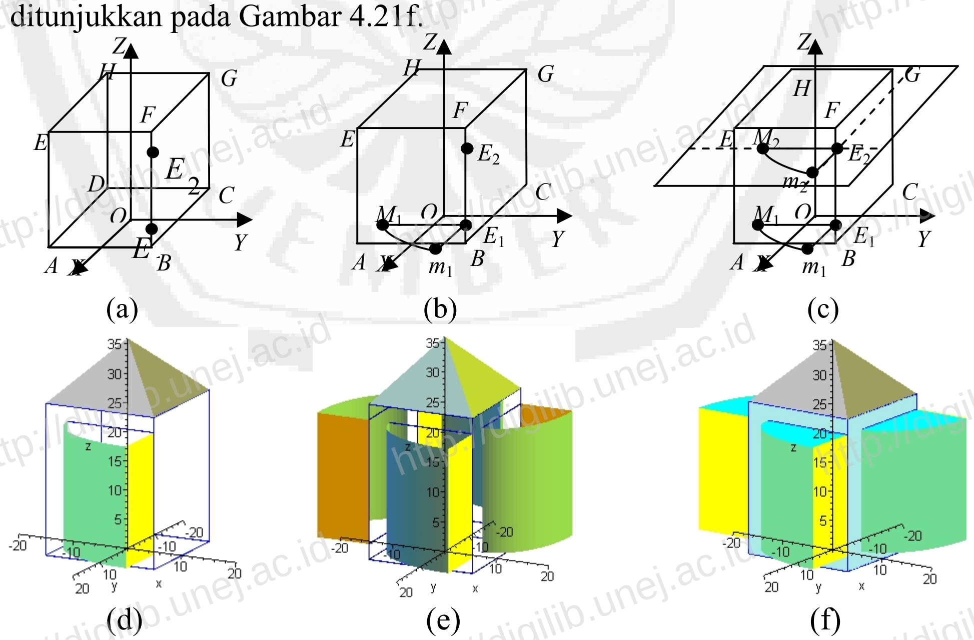
Gambar 4.20 Kap lampu duduk bersimetris putar di sumbu *Z* dengan tinggi *t*

Dengan tetap mengikuti prosedur 4.2a sampai 4.2d, berikut kita lakukan pengisian sisi balok dengan potongan tabung atau potongan bola melalui teknik interpolasi dua kurva. Tujuannya adalah untuk mendapatkan beragam bentuk kap lampu duduk yang bersimetris putar terhadap sumbu *Z*. Perinciannya sebagai berikut.

a. Pada sisi atas dari balok *ABCDEFGH* dibangun potongan limas seperti pada bagian 4.2b dan pada setiap sisi sampingnya dibangun sebuah benda solid dari hasil interpolasi dua elips menggunakan langkah-langkah berikut (Gambar 4.21).

   1. Menetapkan titik $E_1\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},s_5\right)$ dan $E_2\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},t-s_5\right)$ masing-masing sebagai pusat elips satu dan elips dua yang terletak pada sisi samping balok *ABFE* (Gambar 4.21a).
   2. Membangun segmen garis $\overline{E_1m_1}$ yang sejajar terhadap sumbu *X* dengan koordinat $m_1\left(s,\frac{s}{2},s_5\right)$ seperti pada Gambar 4.21b. Dalam hal ini panjang sumbu minor elips adalah $\left|\overline{E_1m_1}\right|$, sehingga didapatkan panjang sumbu minor elips adalah $\frac{s}{2}$.
   3. Membangun segmen garis $\overline{E_1M_1}$ yang sejajar sumbu *Y* dengan koordinat $M_1\left(\frac{s}{2},s_6,s_5\right)$ dan $s_6 \le 0$ seperti pada Gambar 4.21b. Untuk panjang sumbu mayor elips adalah $\left|\overline{E_1M_1}\right|$, sehingga didapatkan panjang sumbu mayor elips adalah $\left|s_6-\frac{s}{2}\right|$.
   4. Membangun seperempat ellips dengan titik ujungnya m_1 dan M_1 serta berpusat pada titik $E_1\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},s_5\right)$ seperti pada Gambar 4.21b.

5. Memproyeksikan $\overline{E_1m_1}$, $\overline{E_1M_1}$, dan elips yang didapat pada langkah 4 terhadap bidang $z = t - s_5$, sehingga didapatkan $\overline{E_2m_2}$ sebagai hasil proyeksi $\overline{E_1m_1}$, $\overline{E_2M_2}$ sebagai hasil proyeksi $\overline{E_1M_1}$, dan elips dengan pusat $E_2\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},t-s_5\right)$ sebagai hasil proyeksi elips yang didapatkan pada langkah 4 (Gambar 4.21c).
6. Menginterpolasi elips dengan pusat $E_1\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},s_5\right)$ dan $E_2\left(\frac{s}{2},\frac{s}{2},t-s_5\right)$ menggunakan persamaan (2.13) serta $\overline{E_1m_1}$ dan $\overline{E_2m_2}$ menggunakan persamaan (2.14). Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 4.21d.
7. Merotasikan hasil interpolasi yang didapatkan pada langkah 6 menggunakan persamaan (2.1) dengan nilai $\theta = \left(\frac{Pi}{2}\right).i$ dan $i = 1..3$ (Gambar 4.21e). Hasil operasi untuk prosedur ini juga ditunjukkan pada lampiran B dan hasilnya ditunjukkan pada Gambar 4.21f.

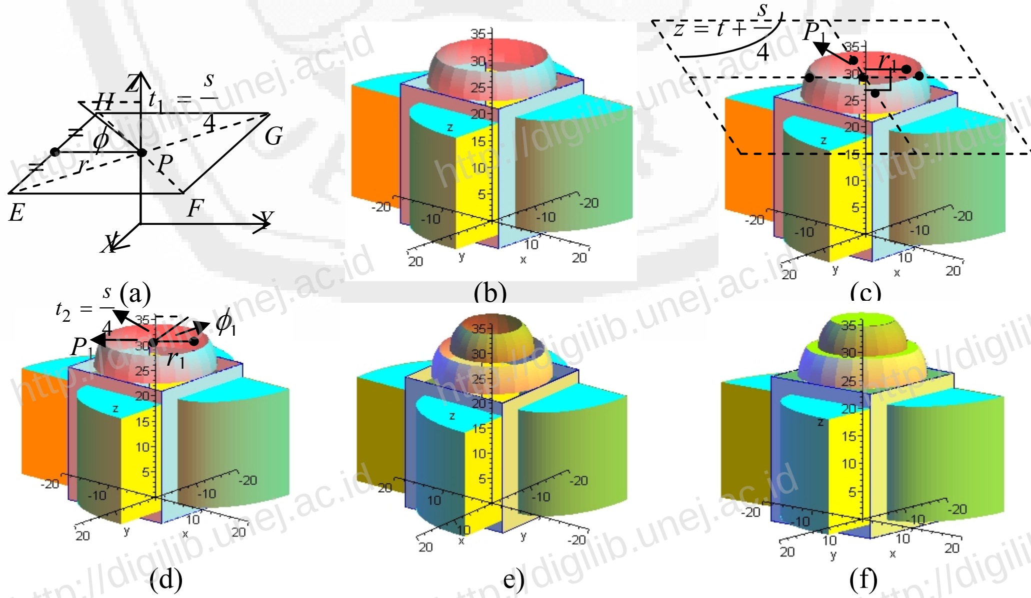


Gambar 4.21 Kap lampu duduk bersimetris putar sumbu *Z* dari gabungan potongan tabung dan limas

b. Pada sisi samping dari balok *ABCDEFGH* dibangun interpolasi dua elips seperti pada langkah a.1 sampai a.7, sedangkan untuk sisi atas balok dibangun dua potongan bola bersumbu pusat *Z* dengan tinggi masing-masing $\frac{s}{4}$ menggunakan langkah-langkah berikut (Gambar 4.22).

1. Menghitung koordinat titik berat persegi *EFGH* untuk mendapatkan titik pusat bola menggunakan persamaan (2.8) dan didapatkan koordinatnya $P(0,0,t)$ seperti pada Gambar 4.22a.
2. Menghitung jarak titik $P(0,0,t)$ ke titik tengah sisi persegi untuk mendapatkan jari-jari bola (r) menggunakan persamaan (2.4), dan didapatkan $r = \frac{s}{2}$ seperti pada Gambar 4.22a.
3. Menghitung besar sudut ϕ (ϕ adalah parameter) untuk mendapatkan ketinggian potongan bola dari ketinggian $t_1 = 0$ sampai $t_1 = \frac{s}{4}$ menggunakan persamaan $r\cos(\phi) = t_1$ (Gambar 4.22a). Dengan mensubtitusikan nilai t_1 terhadap persamaan $r\cos(\phi) = t_1$ didapatkan $\phi = \frac{\pi}{2}$ untuk $t_1 = 0$ dan $\phi = \frac{\pi}{3}$ untuk $t_1 = \frac{s}{4}$, sehingga didapatkan interval ϕ adalah $\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{\pi}{2}$.
4. Membangun potongan bola menggunakan persamaan (2.21) dengan nilai variabel-variabel yang diperoleh pada langkah 1, 2, dan 3 seperti pada Gambar 4.22b.
5. Memproyeksikan titik $P(0,0,t)$ terhadap bidang $z = t + \frac{s}{4}$ untuk mendapatkan koordinat titik pusat bola kedua (P_1), dan didapatkan koordinatnya $P_1\left(0,0,t + \frac{s}{4}\right)$ seperti pada Gambar 4.22c.

6. Menetapkan $r_1 = 0{,}8r.\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ sebagai jari-jari bola kedua dengan $r.\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ merupakan panjang jari-jari lingkaran pada bola pertama saat $t_1 = \dfrac{s}{4}$ seperti pada Gambar 4.22d.
7. Menghitung besar sudut ϕ_1 untuk mendapatkan ketinggian potongan bola kedua dari ketinggian $t_2 = 0$ sampai $t_2 = \dfrac{s}{4}$ menggunakan persamaan $r_1\cos(\phi) = t_2$ (Gambar 4.22d). Dengan mensubtitusikan nilai t_2 terhadap persamaan $r_1\cos(\phi) = t_2$ didapatkan $\phi_1 = \dfrac{\pi}{2}$ untuk $t_2 = 0$ dan $\phi_1 = 0{,}25\pi$ untuk $t_2 = \dfrac{s}{4}$, sehingga didapatkan interval ϕ adalah $0{,}25\pi \le \phi \le \dfrac{\pi}{2}$.
8. Membangun potongan bola menggunakan persamaan (2.21) dengan nilai variabel-variabel yang diperoleh pada langkah 5, 6, dan 7 seperti pada Gambar 4.22e. Hasil implementasi prosedur ini dinyatakan pada lampiran B dan hasil dari programasinya disajikan pada Gambar 4.22f.



Gambar 4.22 Kap lampu duduk bersimetris putar sumbu *Z* dari gabungan potongan tabung dan bola

Dengan menerapkan kombinasi antara interpolasi dari dua kurva pada setiap sisi samping balok seperti langkah a dan membangun bola bertingkat pada sisi atas balok seperti langkah b, maka didapatkan model kap lampu duduk pada Gambar 4.23a dengan programasinya pada lampiran B. Selain itu kombinasi juga dapat dilakukan antara interpolasi dari dua kurva pada setiap sisi samping balok seperti langkah a dan membangun limas tegak persegi seperti pada bagian langkah 4.2b, sehingga didapatkan model kap lampu duduk bersumbu simetris putar di sumbu Z (Gambar 4.23b) dan programasinya dinyatakan pada lampiran C.

(a) (b)

Gambar 4.23 Kap lampu duduk bersumbu simetris putar di sumbu Z

4.3 Pembahasan

Pada bagian ini dibahas mengenai evaluasi prosedur desain kap lampu duduk beralaskan poligon segidelapan beraturan dan desain kap lampu duduk dari bangun dasar balok. Masing-masing prosedur desain tersebut telah diperkenalkan pada subbab 4.1 dan 4.2. Uraian detailnya dijelaskan sebagai berikut.

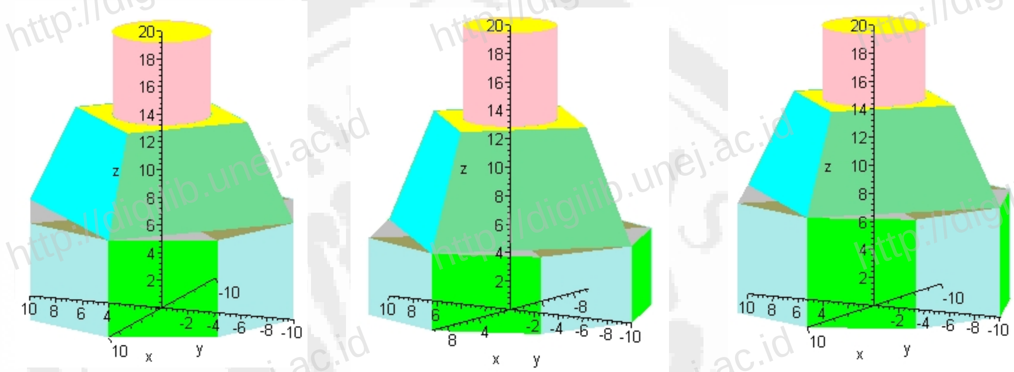
Sehubungan dengan penerapan prosedur kontruksi kap lampu duduk dengan alas segidelapan beraturan, dapat dihasilkan desain kap lampu duduk bervariasi. Hal ini dibantu dengan peletakan n buah benda solid pembangun kap lampu yang dipilih secara bervariasi seperti pada Gambar 4.9a dan 4.9b. Selain itu, beberapa kemudahan yang diberikan sebagai berikut.

a. Dari tumpukan masing-masing benda solid pembangun kap lampu, penentuan titik-titik sudut alasnya dapat dihitung dengan menggunakan prosedur yang sama seperti yang dijelaskan pada subbab 2.1.2, sehingga dalam mengkonstruksi benda-benda solid tersebut dapat memakai satu prosedur saja.

b. Dengan memberikan rentang panjang ketinggian benda solid pada t_1, t_2, . . . , t_n dalam interval

$$\frac{t}{n+1} < \left|\overline{OQ_1}\right| = t_1, \left|\overline{Q_1Q_2}\right| = t_2, \ldots, \left|\overline{Q_{n-1}P}\right| = t_n < \frac{t}{n-1} \text{ dan } t_1 + t_2 + \ldots + t_n = t,$$

kita dapat memberikan variasi kesimetrian relatif terhadap tinggi kap lampu. Dengan ketinggian t yang sama, dapat dibuat variasi ketinggian dari masing-masing benda solid secara berbeda seperti pada Gambar 4.24a,b,c berikut.



(a) (b) (c)

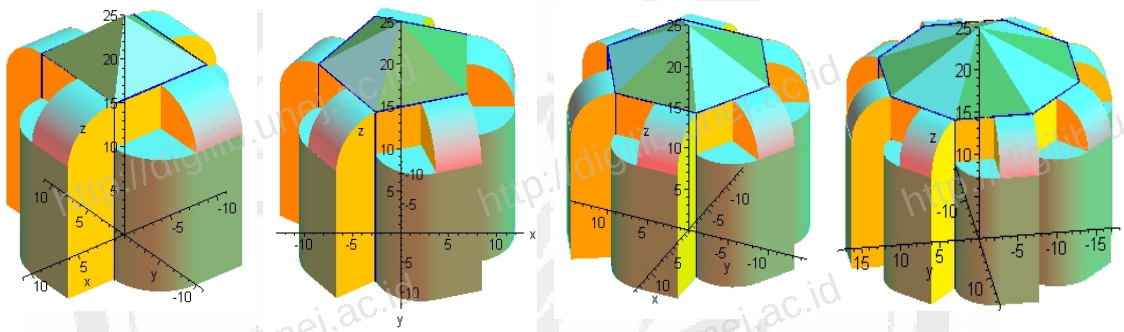
Gambar 4.24 Kap lampu duduk simetris vertikal dengan tinggi t sama

c. Dengan memberikan ketinggian (t) kap lampu duduk yang berbeda, dapat juga dibangun bentuk kap lampu lain yang serupa. Hasilnya seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4.8a,b,c dan 4.12a,b,c.

Untuk penerapan prosedur kontruksi kap lampu duduk dari bangun dasar balok, dapat dihasilkan kap lampu duduk yang beraneka ragam bentuk desainnya. Hal ini dikarenakan benda solid yang dipilih untuk membangun kap lampu pada masing-masing sisi balok, bentuk ataupun ukuran berbeda (Gambar 4.19b, 4.21f, 4.22f, 4.23a, 4.23b). Selain itu, beberapa keuntungan yang diberikan sebagai berikut.

a. Dengan memberikan rentang panjang ketinggian balok (t) dalam interval $s \le t \le 1{,}5\,s$, kita dapat memberikan variasi kesimetrian putar relatif terhadap sumbu Z dengan panjang sisi alas kap lampu duduk yang sama (Gambar 4.20).

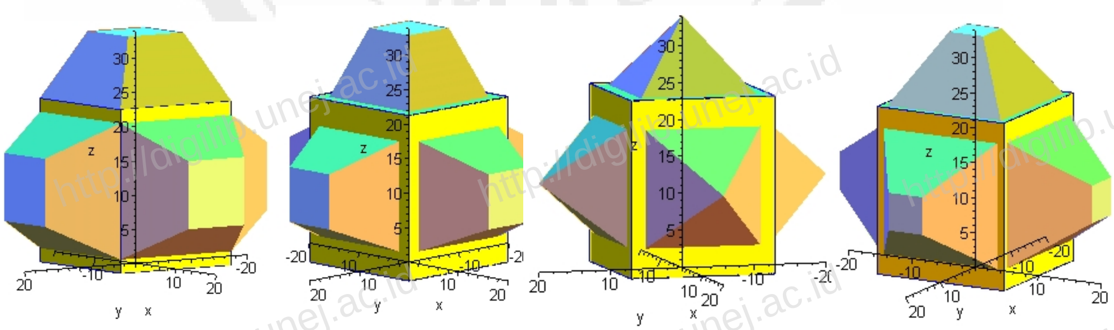
b. Dari prosedur yang dihasilkan pada subbab 4.2, kita dapat membangun kap lampu duduk lain dari bangun dasar prisma segi-n dengan merubah nilai $\theta = \left(\frac{\pi}{2}\right).i$ dan $i = 0..3$ menjadi $\theta = \left(\frac{2\pi}{n}\right).i$ dan $i = 0..n-1$. Berikut disajikan kap lampu duduk dengan sumbu simetris putar pada sumbu Z yang terbangun dari bangun dasar prisma segiempat, segilima, segienam, dan segidelapan secara berturut-turut seperti pada Gambar 4.25a,b,c,d (lampiran C).



(a) (b) (c) (d)

Gambar 4.25 Kap lampu duduk dari bangun dasar prisma segi-n

c. Dengan memberikan variasi panjang sisi alas benda solid pada masing-masing sisi balok, dapat juga dibangun kap lampu duduk yang serupa. Dengan ketinggian kap lampu duduk yang sama, dapat dibuat variasi panjang alas benda solid seperti pada Gambar 4.26a,b,c,d berikut.



(a) (b) (c) (d)

Gambar 4.26 Kap lampu duduk dari bangun dasar balok

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada bab 4, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Untuk mendesain beragam bentuk kap lampu duduk yang tersusun tegak dari komposisi prisma, limas, atau tabung bersumbu simetris OZ dengan alas segidelapan beraturan di bidang XOY dapat dilakukan sebagai berikut.
   a. Menetapkan jarak titik berat ke titik sudut alas kap lampu duduk serta tinggi dari kap lampu tersebut.
   b. Menetapkan jumlah, jenis, dan tinggi benda solid pembangun kap lampu.
   c. Membangun segmen-segmen garis pada bidang XOZ dan YOZ dengan titik puncak yang sama terletak pada sumbu Z dan titik pangkal berjarak sama terhadap sumbu Z.
   d. Mengkonstruksi kap lampu duduk dari gabungan potongan prisma, limas, atau tabung dari data pada langkah a dan b dengan batas terluar masing-masing benda solid adalah segmen garis yang dihasilkan pada langkah c.
2. Untuk mendesain beragam bentuk kap lampu duduk bersumbu simetris putar sumbu Z, terbangun dari bangun dasar balok $ABCDEFGH$, alas $ABCD$ berbentuk persegi, dan titik tengah $\overline{AB}$ berada di sumbu X positif dengan menggabungkan potongan limas, tabung, atau bola dapat dilakukan sebagai berikut.
   a. Menetapkan panjang sisi alas dan tinggi balok serta jenis benda solid yang terletak pada sisi samping dan atas balok.
   b. Menetapkan panjang sisi alas atas dan bawah potongan limas atau bagian potongan dan tinggi tabung.
   c. Mengkonstruksi kap lampu duduk dari data pada langkah a dan b.

5.2 Saran

Pada skripsi ini telah dibahas tentang konstruksi kap lampu duduk dengan menggunakan potongan prisma, limas, tabung, dan bola untuk menghasilkan bentuk yang simetris terhadap sumbu *Z*. Dengan tetap mempertahankan kesimetrisan tersebut, diharapkan ke depan dapat mengembangkan prosedur konstruksi kap lampu yang memiliki variasi ketebalan. Selain itu, dapat juga menambahkan benda-benda solid pembangun kap lampu dari potongan benda-benda ruang selain yang telah diperkenalkan dalam skripsi ini dan memiliki kesimetrisan seperti kerucut, hiperboloida, dan elipsoida.

DAFTAR PUSTAKA

Juliyanto, B. 2002. *Hitung Volume dan Ekivalensi Volume Polihedron*. Skripsi. Jember : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Kusno. 2002. *Geometri Rancang Bangun Studi Aljabar Vektor Garis, Lingkaran dan Ellips*. Jember : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Kusno. 2003. *Geometri Rancang Bangun Studi Model-Model Persamaan Kurva dan Survas beserta Aplikasinya*. Jember : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Suryadi, D. 1986. *Teori dan Soal Ilmu Ukur Analitik Ruang*. Jakarta : Ghalia Indonesia.

Utomo, W. 2010. Katalog Produk: Kap-kap Lampu Penutup Dudukan Lampu. http://indonetwork.co.id/Widodo_Studio/2060692/kap-kap-lampu-penutup-dudukan-lampu-base-lamps.htm [24 Januari 2011].

LAMPIRAN

Lampiran A. Desain Kap Lampu Duduk dengan Alas Segidelapan Beraturan

A.1 Pengembangan Simetris Vertikal

```
> restart;
> with(geom3d):
Warning, the name polar has been redefined
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
> for i from 1 to 18 do
p17:=0: r:=0.05:
m1:=green: m2:=turquoise: m3:=aquamarine: m4:=cyan:
m5:=gray: m6:=khaki: m7:=grey: m8:=khaki:
#kap lampu 1:limas segi-8, tabung, dan prisma segi-8#
if i=1 or i=2 then
k:=15:
t:=1.667*k:  #tinggi kap lampu#
te:=0.9*k:
t1:=0.3*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.4*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=t-t1-t2:  #tinggi benda solid 3#
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=0: p5:=t1: aa:=8:  #limas segi-8#
r4:=k*(t3+te)/(t+te): z1:=t1: z2:=t1+t2:  #tabung#
r1:=k*te/(t+te): k1:=r1/sqrt(2): p2:=t1+t2: p3:=t:  #prisma#
q11:=r4: q13:=r3: p12:=t1: #samb.segi-8 dan lingkaran (1)#
if i=2 then
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1+t2:  #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
q1:=0: q2:=0: q3:=k1: q4:=0: q5:=r1: q6:=0: q7:=k1: q8:=0: p10:=t:
#tutup prisma#
end if:
p13:=t+te:
v[i]:=k: w[i]:=t+te:
end if;

#kap lampu 2:prisma segi-8, limas segi-4, dan tabung#
if i=3 then
k:=10:
t:=2*k:  #tinggi kap lampu#
te:=0.7*k:
t1:=0.35*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.35*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=t-t1-t2:  #tinggi benda solid 3#
r1:=k: k1:=k/sqrt(2): p2:=0: p3:=t1:   #prisma#
r2:=k: r3:=k*(t+te-t1)/(t+te): p4:=t1: p5:=t1+t2: aa:=4: #limas
segi-4#
r4:=k*(t+te-t1-t2)/(t+te): z1:=t1+t2: z2:=t:  #tabung#
q1:=k1: q2:=0: q3:=k1/2: q4:=0: q5:=k1: q6:=k: q7:=k1/2: q8:=k1:
p10:=t1:#samb.segi-8 dan segi-4#
q9:=r4: q10:=r3: p11:=t1+t2:  #samb.segi-4 dan lingkaran#
```

```
q11:=r4: q13:=0:  p12:=t:  #bidang lingkaran#
p13:=t+te: p17:=t1: v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 3:prisma segi-8, tabung, dan limas segi-8#
if i=4 or i=5 then
k:=10:
t:=2*k:  #tinggi kap lampu#
te:=k:
t1:=0.33*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.29*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=t-t1-t2:  #tinggi benda solid 3#
r1:=k: p2:=0: p3:=t1:  #prisma#
r4:=(t3+te)*(k+t1*k/(t+te-t1))/(t+te): z1:=t1: z2:=t1+t2:  #tabung#
r2:=r4: r3:=te*(k+t1*k/(t+te-t1))/(t+te): p4:=t1+t2: p5:=t: aa:=8:
#limas segi-8#
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1:  #samb.segi-8 dan lingkaran (1)#
if i=5 then
q11:=r4: q13:=r4: p12:=t1+t2:  #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
q1:=0: q2:=0: q3:=r3/sqrt(2): q4:=0: q5:=r3: q6:=0: q7:=r3/sqrt(2):
q8:=0: p10:=t: #tutup pot. limas segi-8#
end if:
p13:=t+te: p17:=t1:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 4:tabung, prisma segi-8, dan limas#
if i=6 or i=7 then   k:=11:
t:=2.27*k:  #tinggi kap lampu#
te:=0.54*k:
t1:=t*te/(k+te):  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.25*t:  #tinggi benda solid 1#
t3:=t-t1-t2:  #tinggi benda solid 1#
r4:=k: z1:=0: z2:=t1:  #tabung#
r1:=t3*(k+te)/t: p2:=t1: p3:=t1+t2: #prisma#
r2:=t3*(k+te)/t: r3:=0: p4:=t1+t2: p5:=t: aa:=8:  #limas segi-8#
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1: #samb.segi-8 dan lingkaran#
if i=7 then
q11:=k: q13:=k: p12:=0: #samb.segi-8 dan lingkaran#
end if:
p13:=t: p17:=t1:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 5:limas segi-8, tabung, prisma segi-8, dan limas segi-8#
if i=8 or i=9 then   k:=15:
t:=1.5*k:  #tinggi kap lampu#
te:=0.87*k:
t1:=0.3*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.20*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=0.18*t:  #tinggi benda solid 3#
t4:=t-t1-t2-t3:  #tinggi benda solid 4#
```

```
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=0: p5:=t1: aa:=8: #limas segi-8
(1)#
r4:=k*(t3+t4+te)/(t+te): z1:=t1: z2:=t1+t2:  #tabung#
r1:=k*(t4+te)/(t+te): p2:=t1+t2: p3:=t1+t2+t3: #prisma segi-8#
q11:=r4: q12:=r3/sqrt(2): q13:=r3: p12:=t1: #samb.segi-8 dan
lingkaran (1)#
 if i=9 then
r2:=r1: r3:=k*te/(t+te): p4:=t1+t2+t3: p5:=t:#limas segi-8 (2)#
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1+t2:  #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
q1:=0: q2:=0: q3:=r3/sqrt(2): q4:=0: q5:=r3: q6:=0: q7:=r3/sqrt(2):
q8:=0: p10:=t: #tutup limas#
end if:
p13:=t+te:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 6:prisma segi-8, tabung, limas segi-8, dan prisma segi-8#
if i=10 or i=11 or i=12 then  k:=10:
t:=2*k:  #tinggi kap lampu#
te:=k:
t1:=0.3*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.28*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=0.25*t:  #tinggi benda solid 3#
t4:=t-t1-t2-t3:  #tinggi benda solid 4#
r1:=k: k1:=r1/sqrt(2): p2:=0: p3:=t1: #prisma segi-8 (1)#
r4:=k*(t3+t4+te)/(t-t1+te): z1:=t1: z2:=t1+t2: #tabung#
r2:=r4: r3:=k*(t4+te)/(t-t1+te): p4:=t1+t2: p5:=t-t4: aa:=4: #limas
segi-4#
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1: #samb.segi-8 dan lingkaran#
q9:=r4: Q10:=r4: p11:=t1+t2: #samb.segi-4 dan lingkaran#
if i=11 or i=12 then
r1:=k*te/(t-t1+te): k1:=r1/sqrt(2): p2:=t-t4: p3:=t: #prisma segi-8
(2)#
q1:=k1: q2:=0: q3:=r3/2: q4:=0: q5:=k1: q6:=r1: q7:=r3/2: q8:=r3:
p10:=t-t4: #samb.segi-8 dan segi-4#
if i=12 then
q1:=0: q2:=0: q3:=0: q4:=k1: q5:=0: q6:=r1: q7:=0: q8:=k1: p10:=t:
#tutup prisma#
end if:
end if:
p13:=t+te: p17:=t1:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 7:tabung, limas segi-8, prisma segi-4, dan limas segi-4#
if i=13 or i=14 or i=15 then
k:=10:
t:=2*k:  #tinggi kap lampu#
te:=0.3*k:
t1:=0.25*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.25*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=0.205*t:  #tinggi benda solid 3#
```

```
t4:=t-t1-t2-t3:  #tinggi benda solid 4#
r4:=k: z1:=0: z2:=t1: #tabung#
r2:=r4: r3:=k*(t+te-t1-t2)/(t-t1+te): p4:=t1: p5:=t1+t2: aa:=8:
#limas segi-8#
r7:=k*(t4+te)/(t-t1+te): p15:=t1+t2: p16:=t1+t2+t3: #prisma segi-4#
q11:=r4: q13:=r4: p12:=0: #samb.segi-8 dan lingkaran (1)#
q1:=r3/sqrt(2): q2:=0: q3:=r7/2/sqrt(2): q4:=0: q5:=q1: q6:=r3:
q7:=q3: q8:=r7/sqrt(2): p10:=p15:
if i=14 or i=15 then
q11:=r4: q13:=r2: p12:=t1: #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
r2:=r7: r3:=k*te/(t-t1+te): p4:=t-t4: p5:=t: aa:=4: #limas segi-4#
if i=15 then
q1:=r3/2: q2:=0: q3:=0: q4:=0: q5:=r3/2: q6:=r3: q7:=0: q8:=0:
p10:=t: #tutup prisma#
end if:
end if:
p13:=t+te: p17:=t1:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 8:limas segi-8, prisma segi-8, limas segi-8, tabung, dan
limas segi-8#
if i=16 or i=17 or i=18 then
k:=13:
t:=1.54*k:  #tinggi kap lampu#
te:=0.87*k:
t1:=0.2*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.18*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=0.2*t:  #tinggi benda solid 3#
t4:=0.18*t:  #tinggi benda solid 4#
t5:=t-t1-t2-t3-t4:  #tinggi benda solid 5#
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=0: p5:=t1: aa:=8: #limas segi-8
(1)#
r1:=k*(t-t1-t2+te)/(t+te): k1:=r1/sqrt(2): p2:=t1: p3:=t1+t2:
#prisma segi-8#
q1:=0: q2:=0: q3:=r3/sqrt(2): q4:=k1: q5:=r3: q6:=r1:
q7:=r3/sqrt(2): q8:=k1: p10:=t1: #samb.segi-8 dan segi-8#
if i=17 or i=18 then
r2:=r1: r3:=k*(t4+t5+te)/(t+te): p4:=t1+t2: p5:=t1+t2+t3: aa:=8:
#limas segi-8 (2)#
r4:=k*(t4+te)/(t+te): z1:=t1+t2+t3: z2:=t-t5: #tabung#
q11:=r4: q13:=r3: p12:=t1+t2+t3: #samb.segi-8 dan lingkaran (1)#
if i=18 then
r2:=r4: r3:=k*te/(t+te): p4:=t-t5: p5:=t: aa:=8: #limas segi-8 (3)#
q11:=r4: q13:=r2: p12:=t-t5: #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
q1:=0: q2:=0: q3:=r3/sqrt(2): q4:=0: q5:=r3: q6:=0: q7:=r3/sqrt(2):
q8:=0: p10:=t: #tutup prisma#
end if:
end if:
p13:=t+te:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;
```

```
#prisma#
for o from 0 to 7 do
m[2*o+1]:=m1: m[2*o+2]:=m2:
a1[o+1]:=plot3d([-(1-v)*r1*sin(Pi/4*o)-r1*sin(Pi/4*(o+1))*v,(1-
v)*r1*cos(Pi/4*o)+r1*cos(Pi/4*(o+1))*v,p2*u+p3*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[o+1]):
end do:
a[i]:=display({a1[1],a1[2],a1[3],a1[4],a1[5],a1[6],a1[7],a1[8]},labe
ls=[x,y,z]):
#limas segi-4 atau segi-8#
for o from 0 to aa-1 do
m[2*o+1]:=m6: m[2*o+2]:=m5:
if aa=4 then
m[2*o+1]:=m3: m[2*o+2]:=m4:
end if:
b1[o+1]:=plot3d([((-r2+r3)*u-r3)*sin(2*Pi/aa*o)*(1-v)+((-r2+r3)*u-
r3)*sin(2*Pi/aa*(o+1))*v,((r2-r3)*u+r3)*cos(2*Pi/aa*o)*(1-v)+((r2-
r3)*u+r3)*cos(2*Pi/aa*(o+1))*v,p4*u+p5*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[o+1]):
end do:
if aa=4 then
b[i]:=display({b1[1],b1[2],b1[3],b1[4]},labels=[x,y,z]):
end if:
if aa=8 then
b[i]:=display({b1[1],b1[2],b1[3],b1[4],b1[5],b1[6],b1[7],b1[8]},labe
ls=[x,y,z]):
end if:
#tabung#
c[i]:=plot3d([r4*cos(s),r4*sin(s),z],z=z1..z2,s=0..2*Pi,color=pink):
#sambungan poligon segi-8 dan lingkaran#
for o from 0 to 7 do
d1[o+1]:=plot3d([q11*sin(Pi/4*u+o*(Pi/4))*v+((q13*sin(Pi/4*(o+1))-
q13*sin(Pi/4*o))*u+q13*sin(Pi/4*o))*(1-
v),q11*cos(Pi/4*u+o*(Pi/4))*v+((q13*cos(Pi/4*(o+1))-
q13*cos(Pi/4*o))*u+q13*cos(Pi/4*o))*(1-v),p12],u=0..1,v=0..1):
end do:
d[i]:=display({d1[1],d1[2],d1[3],d1[4],d1[5],d1[6],d1[7],d1[8]},labe
ls=[x,y,z],color=yellow):
#segmen garis#
s1[i]:=plot3d([r*cos(s),k*u+r*sin(s),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s2[i]:=plot3d([r*cos(s),-(k*u+r*sin(s)),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s3[i]:=plot3d([k*u+r*sin(s),r*cos(s),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s4[i]:=plot3d([-(k*u+r*sin(s)),r*cos(s),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s[i]:=display({s1[i],s2[i],s3[i],s4[i]},labels=[x,y,z],color=magenta
):
#prisma segi-4#
if i>12 then
```

```
for o from 0 to 3 do
m[2*o+1]:=m5: m[2*o+2]:=m6:
f1[o+1]:=plot3d([-(1-v)*r7*sin(Pi/2*o)-r7*sin(Pi/2*(o+1))*v,(1-
v)*r7*cos(Pi/2*o)+r7*cos(Pi/2*(o+1))*v,p15*u+p16*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[o+1]):
end do:
f[i]:=display({f1[1],f1[2],f1[3],f1[4]},labels=[x,y,z]):
end if:
#sambungan poligon segi-8 dan poligon segi 4 atau 8#
h1[i]:=plot3d([(((q1-q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v,(((q5-
q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v,p10],u=0..1,v=0..1,color=m6):
h2[i]:=plot3d([-((((q1-q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v),(((q5-
q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v,p10],u=0..1,v=0..1,color=m5):
h3[i]:=plot3d([(((q1-q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v,-((((q5-
q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v),p10],u=0..1,v=0..1,color=m5):
h4[i]:=plot3d([-((((q1-q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v),-((((q5-
q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v),p10],u=0..1,v=0..1,color=m6):
h5[i]:=plot3d([(((q5-q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v,(((q1-
q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v,p10],u=0..1,v=0..1,color=m5):
h6[i]:=plot3d([(((q5-q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v,-((((q1-
q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v),p10],u=0..1,v=0..1,color=m6):
h7[i]:=plot3d([-((((q5-q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v),(((q1-
q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v,p10],u=0..1,v=0..1,color=m6):
h8[i]:=plot3d([-((((q5-q6)*u)+q6)*(1-v)+((q7-q8)*u+q8)*v),-((((q1-
q2)*u)+q2)*(1-v)+((q3-q4)*u+q4)*v),p10],u=0..1,v=0..1,color=m5):
h[i]:=display({h1[i],h2[i],h3[i],h4[i],h5[i],h6[i],h7[i],h8[i]},labe
ls=[x,y,z]):
#sambungan poligon segi-4 dan lingkaran#
for o from 0 to 3 do
j1[o+1]:=plot3d([q9*sin(Pi/2*u+o*(Pi/2))*v+((q10*sin(Pi/2*(o+1))-
q10*sin(Pi/2*o))*u+q10*sin(Pi/2*o))*(1-
v),q9*cos(Pi/2*u+o*(Pi/2))*v+((q10*cos(Pi/2*(o+1))-
q10*cos(Pi/2*o))*u+q10*cos(Pi/2*o))*(1-v),p11],u=0..1,v=0..1):
end do:
j[i]:=display({j1[1],j1[2],j1[3],j1[4]},labels=[x,y,z],color=yellow)
:
end do:

> #kap lampu 1 untuk n=3#
>display({s[1],b[1],c[1],a[1],d[1],d[2],h[2]},labels=[x,y,z],view=[-
v[1]..v[1],-v[1]..v[1],0..w[1]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 2 untuk n=3#
> display({a[3],b[3],c[3],d[3],h[3],j[3]},labels=[x,y,z],view=[-
v[3]..v[3],-v[3]..v[3],0..w[3]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 3 untuk n=3#
> display({a[4],c[4],b[4],d[4],d[5],h[5]},labels=[x,y,z],view=[-
v[4]..v[4],-v[4]..v[4],0..w[4]],style=patchnogrid,axes=normal);
```

```
> #kap lampu 4 untuk n=3#
> display({c[6],a[6],b[6],d[6],d[7]},labels=[x,y,z],view=[-
v[6]..v[6],-v[6]..v[6],0..w[6]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 5 untuk n=4#
>display({b[8],c[8],a[8],d[8],b[9],d[9],h[9]},labels=[x,y,z],view=[-
v[8]..v[8],-v[8]..v[8],0..w[8]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 6 untuk n=4#
>display({a[10],c[10],b[10],a[11],d[10],j[10],h[11],h[12]},labels=[x
,y,z],view=[-v[10]..v[10],-
v[10]..v[10],0..w[10]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 7 untuk n=4#
>display(c[13],b[13],b[14],d[13],f[13],h[13],d[14],h[15],labels=[x,y
,z],view=[-v[14]..v[14],-
v[14]..v[14],0..w[14]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 8 untuk n=5#
>display({b[16],a[16],b[17],c[17],b[18],h[16],d[17],d[18],h[18]},lab
els=[x,y,z],view=[-v[16]..v[16],-
v[16]..v[16],0..w[16]],style=patchnogrid,axes=normal);
```

A.2 Pengembangan Simetris Vertikal dan Horizontal

```
> restart;
> with(geom3d):
Warning, the name polar has been redefined
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
> for i from 1 to 24 do
p17:=0: r:=0.05:
m1:=green: m2:=turquoise: m3:=aquamarine: m4:=cyan:
m5:=gray: m6:=khaki: m7:=grey: m8:=khaki:
#kap lampu 1:limas segi-8, tabung, prisma segi-4, tabung, dan limas
segi-8#
if i=1 or i=2 then
k:=10:
t:=2*k:  #tinggi kap lampu#
te:=k:
t1:=0.2*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=0.19*t:  #tinggi benda solid 2#
t3:=t-2*t1-2*t2:  #tinggi benda solid 3#
t4:=t1:  #tinggi benda solid 4#
t5:=t2:  #tinggi benda solid 5#
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=0: p5:=t1: aa:=8: #limas segi-8
(1)#
r4:=k*(t-t1-t2+te)/(t+te):  z1:=t1: z2:=t1+t2: #tabung (1)#
r7:=k*(t4+t5+te)/(t+te): p15:=t1+t2: p16:=t1+t2+t3: #prisma segi-4#
q11:=r4: q12:=r3/sqrt(2): q13:=r3: p12:=t1: #samb.segi-8 dan
lingkaran (1)#
```

```
q9:=r4: q10:=r7: p11:=t1+t2: #samb.segi-4 dan lingkaran (1)#
p13:=t+te:
if i=2 then
r4:=k*(t-t1-t2+te)/(t+te):  z1:=t-t5: z2:=t-t4-t5: #tabung (2)#
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=t: p5:=t-t4: aa:=8: #limas segi-8
(2)#
q9:=r4: q10:=r7: p11:=t1+t2+t3: #samb.segi-4 dan lingkaran (2)#
q11:=r4: q13:=r3: p12:=t-t5: #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
r5:=k: p10:=t: #tutup limas#
end if:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 2:prisma segi-8, tabung, dan prisma segi-8#
if i=3 or i=4 then
k:=10:
t:=2.5*k:  #tinggi kap lampu#
te:=k:
t1:=0.35*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=t-2*t1:  #tinggi benda solid 2#
t3:=t1:  #tinggi benda solid 3#
r1:=k: p2:=0: p3:=t1: #prisma (1)#
r4:=(t3+te)*(k+t1*k/(t+te-t1))/(t+te): z1:=t1: z2:=t1+t2: #tabung#
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1: #samb.segi-8 dan lingkaran (1)#
p13:=t+te: p17:=t1:
if i=4 then
r1:=k: p2:=t1+t2: p3:=t:#prisma (2)#
q11:=r4: q13:=r1: p12:=t1+t2: #samb.segi-8 dan lingkaran (2)#
r2:=k: r3:=0: p4:=t: p5:=t: #tutup prisma#
end if:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#kap lampu 3:limas segi-8, tabung, dan limas segi-8#
if i=5 or i=6 then
k:=10:
t:=2*k:  #tinggi kap lampu#
te:=1.5*k:
t1:=0.32*t:  #tinggi benda solid 1#
t2:=t-2*t1:  #tinggi benda solid 2#
t3:=t1:  #tinggi benda solid 3#
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=0: p5:=t1: aa:=8: #limas segi-8
(1)#
r4:=k*(t-t1-t2+te)/(t+te):  z1:=t1: z2:=t1+t2: #tabung#
q11:=r4: q12:=r3/sqrt(2): q13:=r3: p12:=t1: #samb.segi-8 dan
lingkaran (1)#
se:=k: p13:=t+te:
if i=6 then
r2:=k: r3:=k*(t-t1+te)/(t+te): p4:=t: p5:=t-t3: aa:=8: #limas segi-8
(2)#
q11:=r4: q12:=r3/sqrt(2): q13:=r3: p12:=t-t3: #samb.segi-8 dan
lingkaran (2)#
```

```
r5:=k: p10:=t: #tutup limas#
end if:
v[i]:=k: w[i]:=t:
end if;

#prisma#
for o from 0 to 7 do
m[2*o+1]:=m1: m[2*o+2]:=m2:
a1[o+1]:=plot3d([-(1-v)*r1*sin(Pi/4*o)-r1*sin(Pi/4*(o+1))*v,(1-
v)*r1*cos(Pi/4*o)+r1*cos(Pi/4*(o+1))*v,p2*u+p3*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[o+1]):
end do:
a[i]:=display({a1[1],a1[2],a1[3],a1[4],a1[5],a1[6],a1[7],a1[8]},labe
ls=[x,y,z]):

#limas segi-8#
for o from 0 to aa-1 do
m[2*o+1]:=m6: m[2*o+2]:=m5:
b1[o+1]:=plot3d([((-r2+r3)*u-r3)*sin(2*Pi/aa*o)*(1-v)+((-r2+r3)*u-
r3)*sin(2*Pi/aa*(o+1))*v,((r2-r3)*u+r3)*cos(2*Pi/aa*o)*(1-v)+((r2-
r3)*u+r3)*cos(2*Pi/aa*(o+1))*v,p4*u+p5*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[o+1]):
end do:
b[i]:=display({b1[1],b1[2],b1[3],b1[4],b1[5],b1[6],b1[7],b1[8]},labe
ls=[x,y,z]):

#tabung#
c[i]:=plot3d([r4*cos(s),r4*sin(s),z],z=z1..z2,s=0..2*Pi,color=pink):

#sambungan poligon segi-8 dan lingkaran#
for o from 0 to 7 do
d1[o+1]:=plot3d([q11*sin(Pi/4*u+o*(Pi/4))*v+((q13*sin(Pi/4*(o+1))-
q13*sin(Pi/4*o))*u+q13*sin(Pi/4*o))*(1-
v),q11*cos(Pi/4*u+o*(Pi/4))*v+((q13*cos(Pi/4*(o+1))-
q13*cos(Pi/4*o))*u+q13*cos(Pi/4*o))*(1-v),p12],u=0..1,v=0..1):
end do:
d[i]:=display({d1[1],d1[2],d1[3],d1[4],d1[5],d1[6],d1[7],d1[8]},labe
ls=[x,y,z],color=yellow):

#segmen garis#
s1[i]:=plot3d([r*cos(s),k*u+r*sin(s),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s2[i]:=plot3d([r*cos(s),-(k*u+r*sin(s)),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s3[i]:=plot3d([k*u+r*sin(s),r*cos(s),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s4[i]:=plot3d([-(k*u+r*sin(s)),r*cos(s),p17*u+(1-
u)*p13],u=0..1,s=0..2*Pi):
s[i]:=display(s1[i],s2[i],s3[i],s4[i],labels=[x,y,z],color=magenta):

#prisma segi-4#
if i<3 then
```

```
for o from 0 to 3 do
m[2*o+1]:=m5: m[2*o+2]:=m6:
f1[o+1]:=plot3d([-(1-v)*r7*sin(Pi/2*o)-r7*sin(Pi/2*(o+1))*v,(1-
v)*r7*cos(Pi/2*o)+r7*cos(Pi/2*(o+1))*v,p15*u+p16*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[o+1]):
end do:
f[i]:=display({f1[1],f1[2],f1[3],f1[4]},labels=[x,y,z]):
end if:
#tutup limas#
for o from 0 to 7 do
m1[2*o+1]:=gray: m1[2*o+2]:=khaki:
h1[o+1]:=plot3d([-r5*u*(1-v)*sin(2*Pi/8*o)-
r5*u*v*sin(2*Pi/8*(o+1)),r5*u*(1-
v)*cos(2*Pi/8*o)+r5*u*v*cos(2*Pi/8*(o+1)),p10],u=0..1,v=0..1,color=m
1[o+1]):
end do:
h[i]:=display({h1[1],h1[2],h1[3],h1[4],h1[5],h1[6],h1[7],h1[8]},labe
ls=[x,y,z]):

#sambungan poligon segi-4 dan lingkaran#
for o from 0 to 3 do
j1[o+1]:=plot3d([q9*sin(Pi/2*u+o*(Pi/2))*v+((q10*sin(Pi/2*(o+1))-
q10*sin(Pi/2*o))*u+q10*sin(Pi/2*o))*(1-
v),q9*cos(Pi/2*u+o*(Pi/2))*v+((q10*cos(Pi/2*(o+1))-
q10*cos(Pi/2*o))*u+q10*cos(Pi/2*o))*(1-v),p11],u=0..1,v=0..1):
end do:
j[i]:=display({j1[1],j1[2],j1[3],j1[4]},labels=[x,y,z],color=yellow)
:
end do:

> #kap lampu 1 untuk n=5#]
>display(b[1],c[1],f[1],c[2],b[2],d[1],j[1],d[2],j[2],h[2],labels=[x
,y,z],view=[-v[1]..v[1],-
v[1]..v[1],0..w[1]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 2 untuk n=3#
> display({a[3],c[3],a[4],d[3],d[4],b[4]},labels=[x,y,z],view=[-
v[3]..v[3],-v[3]..v[3],0..w[3]],style=patchnogrid,axes=normal);

> #kap lampu 3 untuk n=3#
> display(b[5],c[5],b[6],d[5],d[6],h[6],labels=[x,y,z],view=[-
v[5]..v[5],-v[5]..v[5],0..w[5]],style=patchnogrid,axes=normal);
```

Lampiran B. Desain Kap Lampu Duduk dari Bangun Dasar Balok

```
> restart;
> with(geom3d):
> with(plots):
> r:=0.1:
m1:=green: m2:=turquoise: m3:=aquamarine: m4:=cyan:
m5:=gray: m6:=khaki: m7:=grey: m8:=yellow:
> for i from 1 to 7 do
if i=1 then
s:=20:
t:=1.1*s:
p[1]:=0: #persegi bawah#
p[2]:=t: #persegi atas#
p4:=0.5*s: t1:=0.5*s: p5:=p4+t1: #limas samping#
r2:=0.8*0.5*sqrt(2*s^2): r3:=0.5*r2: p6:=t: p7:=t+t1: #limas atas#
t2:=0.5*s+t1: t3:=r3/sqrt(2): t4:=0.5*t-t3:  #tutup limas samping#
t5:=0.5*s: t7:=r2/sqrt(2): t8:=0.5*t-t7: #interpolasi samping#
r4:=0.5*s*sqrt(2): #interpolasi samping#
v[i]:=s: w[i]:=t+0.5*s: #ukuran kap lampu#
end if:

if i=2 or i=3 then
s:=20:
t:=1.3*s:
p[1]:=0: #persegi bawah#
p[2]:=t: #persegi atas#
r5:=0.5*s: r6:=0.5*0.5*s: r7:=0.8*s: p8:=0.1*t: p9:=t-p8:  #tabung#
t9:=p8: #lingkaran bawah#
r2:=0.5*s*sqrt(2): r3:=0: p6:=t: p7:=t+0.5*s: #limas#
p10:=0: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
if i=3 then
t9:=p9: #lingkaran atas#
p8:=t: p10:=p9: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
end if:
v[i]:=s: w[i]:=t+0.5*s: #ukuran kap lampu#
end if:

if i=4 or i=5 then
s:=20:
t:=1.3*s:
p[1]:=0: #persegi bawah#
p[2]:=t: #persegi atas#
r8:=0.5*s: #potongan bola#
r5:=0.5*s: r6:=0.5*0.5*s: r7:=0.8*s: p8:=0.1*t: p9:=t-p8:  #tabung#
t9:=p8: #lingkaran bawah#
p10:=0: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
if i=5 then
t9:=p9: #lingkaran atas#
p8:=t: p10:=p9: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
q9:=0.5*s: q10:=r5: q11:=t: #sambungan poligon segi empat dan
lingkaran#
end if:
```

```
v[i]:=s: w[i]:=t+0.5*s: #ukuran kap lampu#
end if:

if i=6 or i=7 then #kap lampu 3#
s:=20:
t:=1.5*s:
p[1]:=0: #persegi bawah#
p[2]:=t: #persegi atas#
r8:=0.5*s: #potongan bola#
x1:=0.5*s: z1:=t-r8: p11:=-0.5*s: p12:=0.5*s: #tabung dengan sumbu
pust x atau y#
p13:=p11: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
q9:=r8: q10:=r8: q11:=t: #sambungan poligon segi empat dan
lingkaran#
if i=7 then
p13:=p12: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
end if:
v[i]:=s: w[i]:=t+0.5*s: #ukuran kap lampu#
end if:
for i1 from 1 to 4 do
for j from 0 to 3 do

#membangun poligon segi-4 ABCD#
a1[j+1]:=plot3d([-(1-v)*0.5*s*sqrt(2)*sin(Pi/2*j-Pi/4)-v*0.5*s*sqrt
(2)*sin(Pi/2*(j+1)-Pi/4)+r*sin(s1),(1-v)*0.5*s*sqrt(2)*cos(Pi/2*j-
Pi/4)+v*0.5*s*sqrt(2)*cos(Pi/2*(j+1)-
Pi/4),p[i1]+r*cos(s1)],v=0..1,s1=0..2*Pi,color=blue):
a2[j+1]:=plot3d([r*sin(s1)-0.5*s*sqrt(2)*sin(Pi/2*j-Pi/4),r*cos(s1)
+0.5*s*sqrt(2)*cos(Pi/2*j-Pi/4),z],z=0..t,s1=0..2*Pi,color=blue):

#limas samping#
m[2*j+1]:=m3: m[2*j+2]:=m4:
b1[j+1]:=plot3d([(p4*u+p5*(1-u))*cos(Pi/2*i1)-(((-r2+r3)*u-
r3)*sin(Pi/2*j-Pi/4)*(1-v)+((-r2+r3)*u-r3)*sin(Pi/2*(j+1)-
Pi/4)*v)*sin(Pi/2*i1),(p4*u+p5*(1-u))*sin(Pi/2*i1)+(((-r2+r3)*u-
r3)*sin(Pi/2*j-Pi/4)*(1-v)+((-r2+r3)*u-r3)*sin(Pi/2*(j+1)-
Pi/4)*v)*cos(Pi/2*i1),((r2-r3)*u+r3)*cos(Pi/2*j-Pi/4)*(1-v)+((r2-
r3)*u+r3)*cos(Pi/2*(j+1)-Pi/4)*v+0.5*t],u=0..1,v=0..1,color=m[j+1]):

#limas atas#
m[2*j+1]:=m6: m[2*j+2]:=m5:
c1[j+1]:=plot3d([((-r2+r3)*u-r3)*sin(Pi/2*j-Pi/4)*(1-v)+((-r2+r3)*u-
r3)*sin(Pi/2*(j+1)-Pi/4)*v,((r2-r3)*u+r3)*cos(Pi/2*j-Pi/4)*(1-
v)+((r2-r3)*u+r3)*cos(Pi/2*(j+1)-Pi/4)*v,p6*u+p7*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[j+1]):

#interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka samping#
f1[j+1]:=plot3d([t5*cos(Pi/2*i1)-(((-t5+t7)*u-t7)*(1-v)+((t5-
t7)*u+t7)*v)*sin(Pi/2*i1),t5*sin(Pi/2*i1)+(((-t5+t7)*u-t7)*(1-
v)+((t5-t7)*u+t7)*v)*cos(Pi/2*i1),(t8-
t8*u)*cos(Pi*j)+t*sin(Pi/2*j)],v=0..1,u=0..1):
```

```
f2[j+1]:=plot3d([t5*cos(Pi/2*i1)-((t5*(1-v)+t7*v)*cos(Pi*j))*sin
(Pi/2*i1),t5*sin(Pi/2*i1)+((t5*(1-v)+t7*v)*cos(Pi*j))*cos(Pi/2*i1)
,(-t*u+t)*(1-v)+((t8-t)*u+t-t8)*v],v=0..1,u=0..1):
end do:
a11[i1]:=display({a1[1],a1[2],a1[3],a1[4]},labels=[x,y,z]):
b11[i1]:=display({b1[1],b1[2],b1[3],b1[4]},labels=[x,y,z]):
f11[i1]:=display({f1[1],f1[2],f2[1],f2[2]},labels=[x,y,z]):

#tutup limas samping#
d1[i1]:=plot3d([t2*cos(Pi/2*i1)-((1-
2*v)*t3)*sin(Pi/2*i1),t2*sin(Pi/2 *i1)+((1-
2*v)*t3)*cos(Pi/2*i1),2*t3*u+t4],u=0..1,v=0..1,color=m2):

#interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka atas#
g1[i1]:=plot3d([((-r4+r2)*u-r2)*sin(Pi/2*i1-Pi/4)*(1-v)+((-r4+r2)*u-
r2)*sin(Pi/2*(i1+1)-Pi/4)*v,((r4-r2)*u+r2)*cos(Pi/2*i1-Pi/4)*(1-v)+
((r4-r2)*u+r2)*cos(Pi/2*(i1+1)-Pi/4)*v,t],u=0..1,v=0..1,color=m3):
end do:
a[i]:=display(a11[1],a11[2],a2[1],a2[2],a2[3],a2[4],labels=[x,y,z]):
b[i]:=display({b11[1],b11[2],b11[3],b11[4]},labels=[x,y,z]):
d[i]:=display({d1[1],d1[2],d1[3],d1[4]},labels=[x,y,z]):
c[i]:=display({c1[1],c1[2],c1[3],c1[4]},labels=[x,y,z]):

#tutup limas atas#
e[i]:=plot3d([2*t3*u-t3,t3*(1-v)-t3*v,t+t1],u=0..1,v=0..1,color=m2):
f[i]:=display({f11[1],f11[2],f11[3],f11[4]},labels=[x,y,z],color=yel
low):
g[i]:=display({g1[1],g1[2],g1[3],g1[4]},labels=[x,y,z]):

for i1 from 1 to 4 do
#tabung#
h1[i1]:=plot3d([(r7*cos(Pi/2*u+Pi)+r5)*cos(Pi/2*i1)-
(2*r6*sin(Pi/2*u+Pi)-
r5)*sin(Pi/2*i1),(r7*cos(Pi/2*u+Pi)+r5)*sin(Pi/2*i1)+(2*r6*sin(Pi/2*
u+Pi)-r5)*cos(Pi/2*i1),p8*v+p9*(1-v)],u=0..1,v=0..1,color=m3):

#lingkaran#
k1[i1]:=plot3d([(r7*cos(s1)+r5)*cos(Pi/2*i1)-(u*2*r6*sin(s1)-
r5)*sin(Pi/2*i1),(r7*cos(s1)+r5)*sin(Pi/2*i1)+(u*2*r6*sin(s1)-
r5)*cos(Pi/2*i1),t9],s1=Pi..1.5*Pi,u=0..1,color=m4):

#bidang tutup tabung#
l1[i1]:=plot3d([(r5*(1-v)+(r5+2*r6)*v)*cos(Pi/2*i1)-
r5*sin(Pi/2*i1),(r5*(1-
v)+(r5+2*r6)*v)*sin(Pi/2*i1)+r5*cos(Pi/2*i1),p9*u+p8*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m8):

#interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
o1[i1]:=plot3d([(r5)*cos(Pi/2*i1)-(r5*v-r5*(1-
v))*sin(Pi/2*i1),(r5)*sin(Pi/2*i1)+(r5*v-r5*(1-v))*cos(Pi/2*i1),(p8-
p10)*u+p10],u=0..1,v=0..1,color=m2):
```

```
q1[i1]:=plot3d([(r5)*cos(Pi/2*i1)-((r5-r7)*(1-v)-
r5*v)*sin(Pi/2*i1),(r5)*sin(Pi/2*i1)+((r5-r7)*(1-v)-
r5*v)*cos(Pi/2*i1),(p9-
p8)*u+p8],u=0..1,v=0..1,color=m2):h1[i1]:=plot3d([(r7*cos(s1)+r5)*co
s(Pi/2*i1)-(2*r6*sin(s1)-
r5)*sin(Pi/2*i1),(r7*cos(s1)+r5)*sin(Pi/2*i1) +(2*r6*sin(s1)-
r5)*cos(Pi/2*i1),z],s1=Pi..1.5*Pi,z=p8..p9,color=m3):

#sambungan poligon segi-4 dan lingkaran#
wa1[i1]:=plot3d([((2*q10*u-q10)*(1-v)+q9*sin(Pi/2*u-
Pi/4)*v)*cos(Pi/2*i1)-(q10*(1-v)+q9*cos(Pi/2*u-
Pi/4)*v)*sin(Pi/2*i1),((2*q10*u-q10)*(1-v)+q9*sin(Pi/2*u-
Pi/4)*v)*sin(Pi/2*i1)+(q10*(1-v)+q9*cos(Pi/2*u-
Pi/4)*v)*cos(Pi/2*i1),q11],u=0..1,v=0..1,color=m6):
end do:
h[i]:=display({h1[1],h1[2],h1[3],h1[4]},labels=[x,y,z]):
k[i]:=display({k1[1],k1[2],k1[3],k1[4]},labels=[x,y,z]):
l[i]:=display({l1[1],l1[2],l1[3],l1[4]},labels=[x,y,z]):
o[i]:=display({o1[1],o1[2],o1[3],o1[4]},labels=[x,y,z]):
q[i]:=display({q1[1],q1[2],q1[3],q1[4]},labels=[x,y,z]):

#potongan bola dan tutupnya#
w1[i]:=plot3d([r8*sin(s1)*cos(s2),r8*sin(s1)*sin(s2),r8*cos(s1)+t],s
1=Pi/3..Pi/2,s2=0..2*Pi,color=m7)
w2[i]:=plot3d([0.8*r8*sin(Pi/3)*sin(s1)*cos(s2),0.8*r8*sin(Pi/3)*sin
(s1)*sin(s2),0.8*r8*sin(Pi/3)*cos(s1)+t+r8*cos(Pi/3)],s1=0.25*Pi..Pi
/2,s2=0..2*Pi,color=m6):
w3[i]:=plot3d([r8*sin(Pi/3)*sin(s1)*cos(s2),r8*sin(Pi/3)*sin(s1)*sin
(s2),r8*cos(Pi/3)+t],s1=0.19*Pi..Pi/2,s2=0..2*Pi,color=m8):
w4[i]:=plot3d([0.8*r8*sin(Pi/3)*sin(0.25*Pi)*sin(s1)*cos(s2),0.8*r8*
sin(Pi/3)*sin(0.25*Pi)*sin(s1)*sin(s2),t+0.5*s],s1=0..Pi/2,s2=0..2*P
i,color=m8):
wa[i]:=display({wa1[1],wa1[2],wa1[3],wa1[4]},labels=[x,y,z]):
if i>5 then

for i1 from 1 to 4 do
#tabung dengan sumbu pusat x atau y#
ha1[i1]:=plot3d([(r8*cos(s1)+x1)*cos(Pi/2*i1)-
(y)*sin(Pi/2*i1),(r8*cos(s1)+x1)*sin(Pi/2*i1)+(y)*cos(Pi/2*i1),r8*si
n(s1)+z1],s1=0..Pi/2,y=p11..p12,color=m3):
hc1[i1]:=plot3d([(r8*cos(s1)+x1)*cos(Pi/2*i1)-
(y)*sin(Pi/2*i1),(r8*cos(s1)+x1)*sin(Pi/2*i1)+(y)*cos(Pi/2*i1),r8*si
n(s1)+r8],s1=-Pi/2..0,y=p11..p12,color=m3):
he1[i1]:=plot3d([(-r8*v+r8*(1-v))*cos(Pi/2*i1)-(s)*sin(Pi/2*i1),(-
r8*v+r8*(1-v))*sin(Pi/2*i1)+(s)*cos(Pi/2*i1),(t-
2*r8)*u+r8],u=0..1,v=0..1,color=m4):
warna:=m5:
```

```
#interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
if i=7 then warna:=m6: end if:
hb1[i1]:=plot3d([(r8*cos(s1)*u+x1)*cos(Pi/2*i1)-
(p13)*sin(Pi/2*i1),(r8*cos(s1)*u+x1)*sin(Pi/2*i1)+(p13)*cos(Pi/2*i1)
,r8*sin(s1)+z1],s1=0..Pi/2,u=0..1,color=warna):
hd1[i1]:=plot3d([(r8*cos(s1)*u+x1)*cos(Pi/2*i1)-
(p13)*sin(Pi/2*i1),(r8*cos(s1)*u+x1)*sin(Pi/2*i1)+(p13)*cos(Pi/2*i1)
,r8*sin(s1)+r8],s1=-Pi/2..0,u=0..1,color=warna):
hf1[i1]:=plot3d([(-p13)*cos(Pi/2*i1)-(r8*v+s*(1-v))*sin(Pi/2*i1),(-
p13)*sin(Pi/2*i1)+(r8*v+s*(1-v))*cos(Pi/2*i1),(t-
2*r8)*u+r8],u=0..1,v=0..1,color=warna):
end do:
ha[i]:=display({ha1[1],ha1[2],ha1[3],ha1[4]},labels=[x,y,z]):
hb[i]:=display({hb1[1],hb1[2],hb1[3],hb1[4]},labels=[x,y,z]):
hc[i]:=display({hc1[1],hc1[2],hc1[3],hc1[4]},labels=[x,y,z]):
hd[i]:=display({hd1[1],hd1[2],hd1[3],hd1[4]},labels=[x,y,z]):
he[i]:=display({he1[1],he1[2],he1[3],he1[4]},labels=[x,y,z]):
hf[i]:=display({hf1[1],hf1[2],hf1[3],hf1[4]},labels=[x,y,z]):
end if:
end do:
> #kap lampu 1#
>display({a[1],b[1],c[1],d[1],e[1],f[1],g[1]},labels=[x,y,z],view=[-
v[1]..v[1],-v[1]..v[1],-0.5..w[1]],style=patchnogrid,axes=normal);
> #kap lampu 2#
>display({a[2],k[2],k[3],l[2],c[2],o[2],o[3],q[2],h[2]},labels=[x,y,
z],view=[-v[2]..v[2],-v[2]..v[2],-
0.5..w[2]],style=patchnogrid,axes=normal);
> #kap lampu 3#
>display({a[4],h[4],k[4],k[5],l[4],o[4],o[5],q[4],w1[4],w2[4],w3[4],
w4[4],wa[5]},labels=[x,y,z],view=[-v[4]..v[4],-v[4]..v[4],-
0.5..w[4]],style=patchnogrid,axes=normal);
> #kap lampu 4#
>display({a[6],ha[6],hb[6],hb[7],hc[6],hd[6],hd[7],he[6],hf[6],hf[7]
,w1[6],w2[6],w3[6],w4[6],wa[6]},labels=[x,y,z],view=[-v[6]..v[6],-
v[6]..v[6],-0.5..w[6]],style=patchnogrid,axes=normal);
```

Lampiran C. Desain Kap Lampu Duduk dari Bangun Dasar Prisma Segi-*n*

```
> restart;
> with(geom3d):
> with(plots):
> r:=0.1:
m1:=green: m2:=turquoise: m3:=aquamarine: m4:=cyan:
m5:=gray: m6:=khaki: m7:=grey: m8:=yellow:
> for i from 2 to 3 do
if i=2 or i=3 then
s:=10:
t:=2*s:
n:=4: #Prisma segi-n#
n1:=0.5*s*tan(Pi/2-Pi/n):
tt:=0.5*s/cos(Pi/2-Pi/n):
p[1]:=0:
p[2]:=t:
r5:=n1: r6:=0.5*0.5*s: r7:=0.5*s: p8:=0: p9:=t-r7:  #tabung#
t9:=p8: #lingkaran bawah#
r2:=tt: r3:=0: p6:=t: p7:=t+0.5*s: #limas#
p10:=0: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
p11:=-r7:
if i=3 then
t9:=p9: #lingkaran atas#
p8:=t: p10:=p9: #interpolasi bagian kap lampu yang masih terbuka#
p11:=0:
end if:
v[i]:=n1+0.5*s: w[i]:=t+0.5*s: #ukuran kap lampu#
end if:
for i1 from 1 to 4 do
for j from 0 to 8-1 do
#membangun poligon segi-4 ABCD#
a1[j+1]:=plot3d([-(1-v)*tt*sin(2*Pi/n*j-Pi/n)-v*tt*sin(2*Pi/n*(j+1)-
Pi/n)+r*sin(s1),(1-v)*tt*cos(2*Pi/n*j-Pi/n)+v*tt*cos(2*Pi/n*(j+1)-
Pi/n),p[i1]+r*cos(s1)],v=0..1,s1=0..2*Pi,color=blue):
a2[j+1]:=plot3d([r*sin(s1)-tt*sin(2*Pi/n*j-
Pi/n),r*cos(s1)+tt*cos(2*Pi/n*j-
Pi/n),z],z=0..t,s1=0..2*Pi,color=blue):
#limas atas#
m[2*j+1]:=m6: m[2*j+2]:=m5:
c1[j+1]:=plot3d([((-r2+r3)*u-r3)*sin(2*Pi/n*j-Pi/n)*(1-v)+((-
r2+r3)*u-r3)*sin(2*Pi/n*(j+1)-Pi/n)*v,((r2-r3)*u+r3)*cos(2*Pi/n*j-
Pi/n)*(1-v)+((r2-r3)*u+r3)*cos(2*Pi/n*(j+1)-Pi/n)*v,p6*u+p7*(1-
u)],u=0..1,v=0..1,color=m[j+1]):
end do:
a11[i1]:=display({a1[1],a1[2],a1[3],a1[4],a1[5],a1[6],a1[7],a1[8]},l
abels=[x,y,z]):
end do:
a[i]:=display({a11[1],a11[2],a2[1],a2[2],a2[3],a2[4],a2[5],a2[6],a2[
7],a2[8]},labels=[x,y,z]):
c[i]:=display({c1[1],c1[2],c1[3],c1[4],c1[5],c1[6],c1[7],c1[8]},labe
ls=[x,y,z]):
```

```
for i1 from 1 to 8 do
#tabung#
h1[i1]:=plot3d([-(r7*cos(s1)-r5)*sin(2*Pi/n*i1)+(r7*sin(s1))
*cos(2*Pi/n*i1),-(r7*cos(s1)-r5)*cos(2*Pi/n*i1)-
(r7*sin(s1))*sin(2*Pi/n*i1),z],s1=Pi/2..Pi,z=p8..p9,color=m3):
ha1[i1]:=plot3d([-(r7*cos(s1)-
r5)*sin(2*Pi/n*i1)+(r7*sin(s1)*u)*cos(2*Pi/n*i1),-(r7*cos(s1)-
r5)*cos(2*Pi/n*i1)-
(r7*sin(s1)*u)*sin(2*Pi/n*i1),t9],s1=Pi/2..Pi,u=0..1,color=m5):
hb1[i1]:=plot3d([-(-v[i])*sin(2*Pi/n*i1)-(r7*v)*cos(2*Pi/n*i1),-(-
v[i])*cos(2*Pi/n*i1)+(r7*v)*sin(2*Pi/n*i1),(p8-
p9)*u+p9],u=0..1,v=0..1,color=m3):
hc1[i1]:=plot3d([-((-n1+v[i])*u-v[i])*sin(2*Pi/n*i1)-(r7*v)*cos
(2*Pi/n*i1),-((-n1+v[i])*u-v[i])*cos(2*Pi/n*i1)+(r7*v)*
sin(2*Pi/n*i1),t9],u=0..1,v=0..1,color=m5):
hd1[i1]:=plot3d([-(-n1*(1-v)-v[i]*v)*sin(2*Pi/n*i1)-(r7)*cos(2*Pi/n*
i1),-(-n1*(1-v)-v[i]*v)*cos(2*Pi/n*i1)+(r7)*sin(2*Pi/n*i1),(p8-
p9)*u+p9],u=0..1,v=0..1,color=m8):
he1[i1]:=plot3d([-(r7*cos(s1)-
n1)*sin(2*Pi/n*i1)+(y)*cos(2*Pi/n*i1),-(r7*cos(s1)-
n1)*cos(2*Pi/n*i1)-(y)*sin(2*Pi/n*i1),r7*sin(s1)+p9],s1=Pi/2..Pi,y=-
r7..0,color=m5):
hf1[i1]:=plot3d([-(r7*cos(s1)*u-n1)*sin(2*Pi/n*i1)+(p11)*cos
(2*Pi/n*i1) ,-(r7*cos(s1)*u-n1)*cos(2*Pi/n*i1)-(p11)*sin(2*Pi/n
*i1),r7*sin(s1)+p9],s1=Pi/2..Pi,u=0..1,color=m8):
hg1[i1]:=plot3d([-(-n1)*sin(2*Pi/n*i1)+(r7*v)*cos(2*Pi/n*i1),-(-
n1)*cos(2*Pi/n*i1)-(r7*v)*sin(2*Pi/n*i1),-
r7*u+t],u=0..1,v=0..1,color=m8):
end do:
h[i]:=display({h1[1],h1[2],h1[3],h1[4],h1[5],h1[6],h1[7],h1[8]},labe
ls=[x,y,z]):
ha[i]:=display({ha1[1],ha1[2],ha1[3],ha1[4],ha1[5],ha1[6],ha1[7],ha1
[8]},labels=[x,y,z]):
hb[i]:=display({hb1[1],hb1[2],hb1[3],hb1[4],hb1[5],hb1[6],hb1[7],hb1
[8]},labels=[x,y,z]):
hc[i]:=display({hc1[1],hc1[2],hc1[3],hc1[4],hc1[5],hc1[6],hc1[7],hc1
[8]},labels=[x,y,z]):
hd[i]:=display({hd1[1],hd1[2],hd1[3],hd1[4],hd1[5],hd1[6],hd1[7],hd1
[8]},labels=[x,y,z]):
he[i]:=display({he1[1],he1[2],he1[3],he1[4],he1[5],he1[6],he1[7],he1
[8]},labels=[x,y,z]):
hf[i]:=display({hf1[1],hf1[2],hf1[3],hf1[4],hf1[5],hf1[6],hf1[7],hf1
[8]},labels=[x,y,z]):
hg[i]:=display({hg1[1],hg1[2],hg1[3],hg1[4],hg1[5],hg1[6],hg1[7],hg1
[8]},labels=[x,y,z]):
end do:

> #kap lampu 5#
>display({a[2],h[2],ha[2],ha[3],hb[2],hc[2],hc[3],hd[2],he[2],hf[2],
hf[3],hg[2],c[2]},labels=[x,y,z],view=[-v[2]-1..v[2]+1,-v[2]-
1..v[2]+1,-0.5..w[2]],style=patchnogrid,axes=normal);
```