

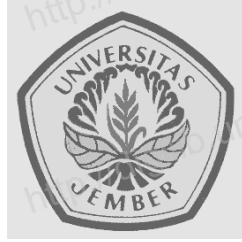
**INVARIANSI KELENGKUNGAN RUANG-WAKTU POLINOMIAL  
SKALAR DARI SOLUSI SCHWARZSCHILD TANPA KONSTANTA  
KOSMOLOGI BERSIMETRI SILINDER**

**SKRIPSI**

Oleh

**Retno Wulandari  
NIM 081810201007**

**JURUSAN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2012**



**INVARIANSI KELENGKUNGAN RUANG-WAKTU POLINOMIAL  
SKALAR DARI SOLUSI SCHWARZSCHILD TANPA KONSTANTA  
KOSMOLOGI BERSIMETRI SILINDER**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan  
Program Studi Fisika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Fisika

Oleh

**Retno Wulandari  
NIM 081810201007**

**JURUSAN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2012**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibu Suhriyatun dan Bapak Abdussyukur yang tercinta;
2. guru-guru saya sejak taman kanak-kanak hingga perguruan tinggi;
3. Agama, Bangsa, dan Almamater Fakultas MIPA Universitas Jember.

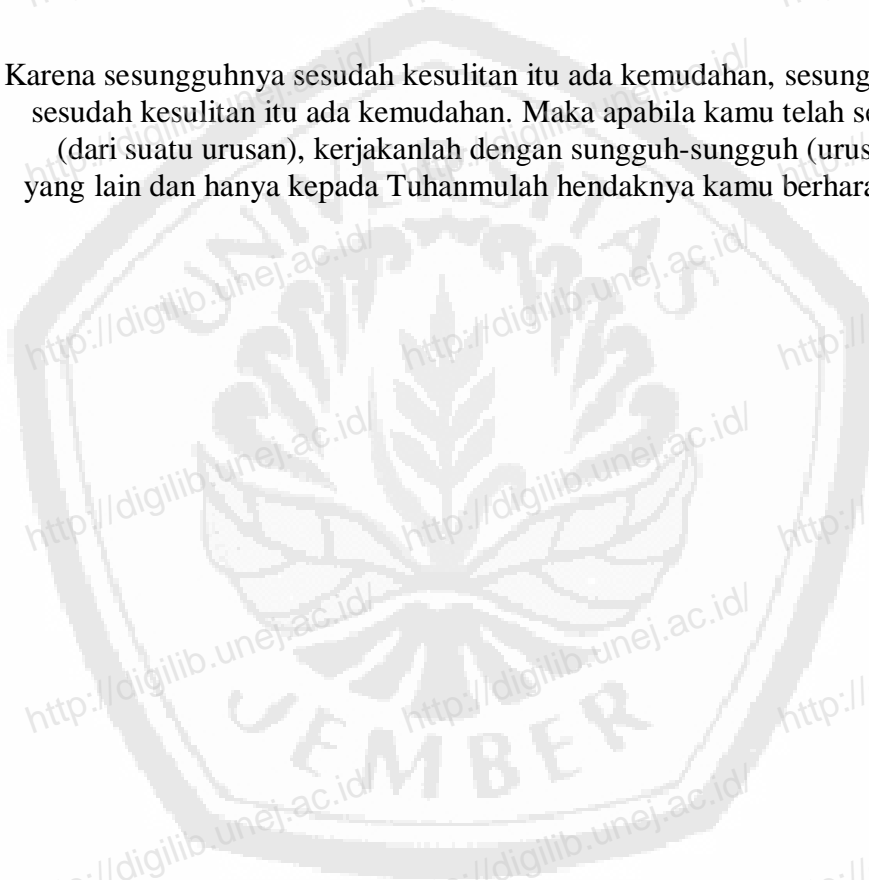


## MOTO

Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat.  
(terjemahan Surat *Al-Mujadalah* ayat 11) <sup>\*)</sup>

Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan suatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri <sup>\*\*)</sup>

Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap <sup>\*\*\*)</sup>



\*) Departemen Agama Republik Indonesia. 1998. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Semarang: PT Kumudasmoro Grafindo.

\*\*) Qs. Ar Ra'd ayat 11. 1426 H. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Madinnah: Mujamma' Al Malik Fahd Li Thiba' at Al Mush-haf

\*\*\*) Qs. Alam Nasyrah ayat 5-8. 1426 H. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Madinnah: Mujamma' Al Malik Fahd Li Thiba' at Al Mush-haf

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Retno Wulandari

NIM : 081810201007

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Invariansi Kelengkungan Ruang-Waktu Polinomial Skalar Dari Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 20 Oktober 2012

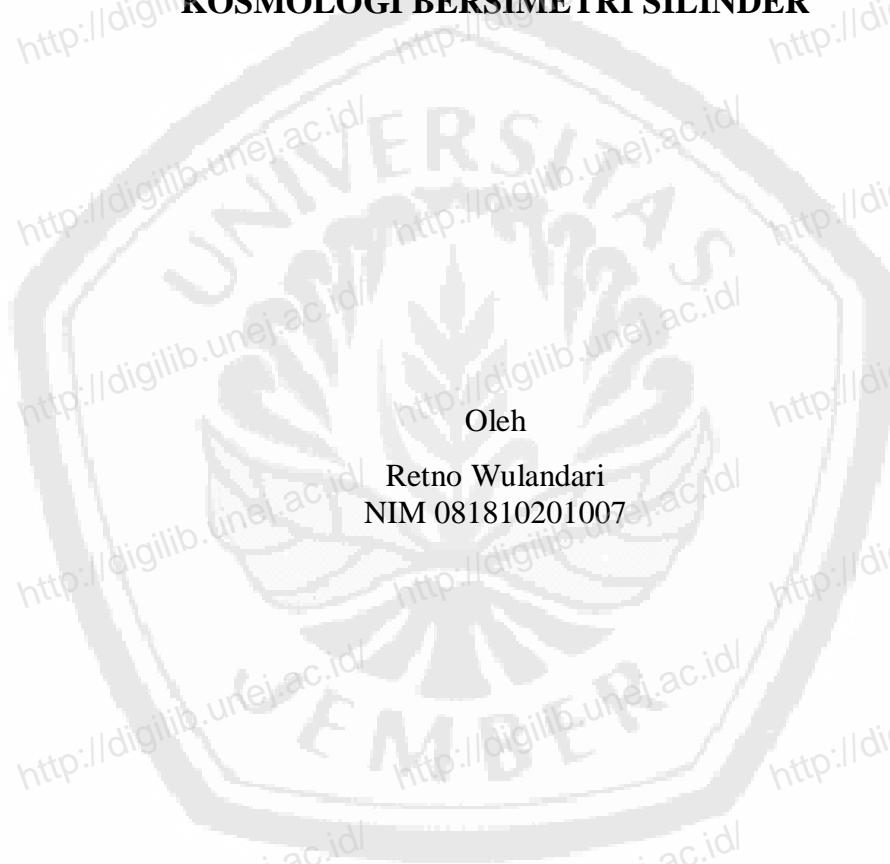
Yang menyatakan,

Retno Wulandari

NIM 081810201007

**SKRIPSI**

**INVARIANSI KELENGKUNGAN RUANG-WAKTU POLINOMIAL  
SKALAR DARI SOLUSI SCHWARZSCHILD TANPA KONSTANTA  
KOSMOLOGI BERSIMETRI SILINDER**



Oleh

Retno Wulandari  
NIM 081810201007

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Dr. Edy Supriyanto, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Supriyadi, S.Si., M.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Invariansi Kelengkungan Ruang-Waktu Polinomial Skalar Dari Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan  
Alam Universitas Jember.

### Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Edy Supriyanto, S.Si., M.Si.

Supriyadi, S.Si., M.Si.

NIP 19671215 199802 1 001

NIP 19820424 200604 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Yuda Cahyoargo Hariadi, M.Sc., Ph.D.

Ir. Misto, M.Si.

NIP. 19620311 198702 1 001

NIP. 19591121 199103 1 002

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.

NIP 19610108 198602 1 001

## RINGKASAN

**Invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder;** Retno Wulandari, 081810201007; 2012: 62 halaman; Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder merupakan implementasi dari formulasi alternatif yang diberikan oleh Eddington terhadap solusi Schwarzschild melalui bentuk umum metrik isotropik. Solusi tersebut bersifat statik dan isotropik di dalam ruang vakum. Tujuan penelitian untuk memberikan gagasan dan studi tentang solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder, menentukan invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder, dan menganalisis singularitas ruang-waktu dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder dan menganalisis singularitas ruang-waktu berdasarkan invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar yang dibentuk dari solusi tersebut

Penelitian dilaksanakan dalam tiga tahap secara berkesinambungan. Pada penelitian tahap pertama diturunkan solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder dari bentuk umum metrik isotropik. Jika solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder telah diperoleh, maka diteliti bagaimana invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar dari solusi tersebut. Tahap akhir dalam penelitian ini adalah analisis singularitas ruang-waktu dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder. Singularitas ruang-waktu dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder akan diterapkan pada invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar yang



dibentuk dari solusi tersebut. Nantinya, akan diteliti apakah invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar yang dihasilkan mampu menunjukkan singularitas ruang-waktu yang sebenarnya dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder.

Ada tujuh invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar yang dapat dibentuk dari solusi tersebut dan lima diantaranya yang bernilai tidak nol digunakan untuk menganalisis singularitas dari solusi tersebut. Invariansi kelengkungan ruang-waktu polinomial skalar dari solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder yang tidak nol mampu menunjukkan singularitas ruang-waktu di  $\rho = 0$  adalah singularitas ruang-waktu yang sebenarnya.

Dengan demikian, solusi Schwarzschild tanpa konstanta kosmologi bersimetri silinder memiliki dua singularitas ruang-waktu yaitu singularitas fisis di  $\rho = 0$  yang berlaku untuk semua sistem koordinat sehingga tidak dapat diubah oleh pilihan koordinat serta mendeskripsikan kelengkungan ruang-waktu yang menuju tidak berhingga dan singularitas koordinat di  $1 < \rho < \infty$  yang tidak dapat berlaku untuk semua sistem koordinat yang artinya singularitas tersebut dapat diubah oleh pilihan koordinat karena disebabkan oleh pilihan koordinat.

## PRAKATA

Segala puji bagi Allah SWT, yang maha pemurah dan maha pemberi rahmat. Terima kasih atas segala kebenaran dan rahmat-Mu, sehingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Invariansi Kelengkungan Ruang-Waktu Polinomial Skalar Dari Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

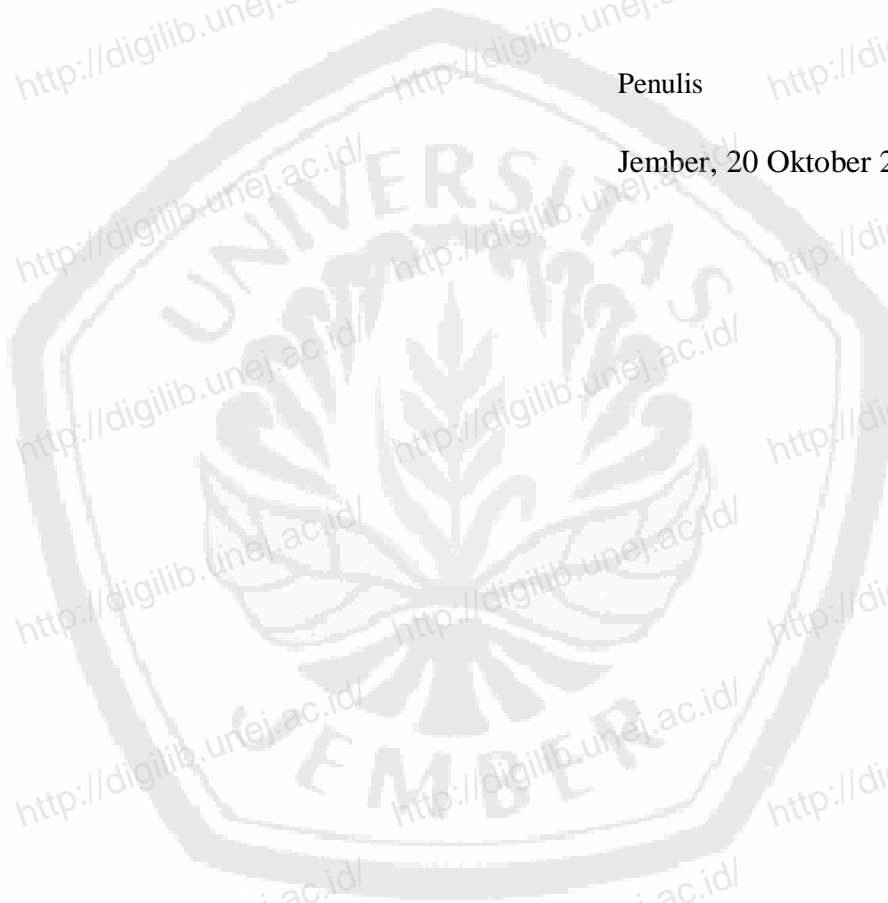
1. Dr. Edy Supriyanto, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Utama, Supriyadi, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penulisan skripsi ini. Drs. Yuda Cahyoargo Hariadi, M.Sc., Ph.D. dan Ir. Misto, M.Si., selaku Dosen Penguji I dan II yang telah memberikan masukan-masukan dalam penulisan skripsi ini;
2. Sutisna, S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Utama sebelumnya yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
3. Prof. Dr. Stephen A Fulling dari *Departments of Mathematics and Physics, Texas A&M University*, Prof. Freddy Permana Zen dari Institut Teknologi Bandung (ITB), Stephen J. Crothers, M.Sc. dari *Institute for Mathematics, Bioinformatics, Information Technology and Computer Science*, Chifu Ebenezer Ndikilar, M.Sc. dari *Physics Department, Gombe State University*, Sigbjorn Hervik dan Alan Coley dari *Faculty of Science and Technology, University of Stavanger* yang telah memberi masukan demi kesempurnaan skripsi ini;

4. rekan kerja saya Ahmad Syaiful Lutfi yang telah membantu analisis, telah memberikan dorongan/semangat dan inspirasi;
5. kakak-kakak kandungku Andri Minarni, Dwi Pangesti Ningrum, Bayu Satria Utama yang telah memberikan dorongan/semangat dan inspirasi; kakak-kakak iparku Iskandar dan Budi Amin serta keponakan-keponakanku Naurah, Arya, Tasya dan Ziva yang telah memberikan kasih sayang, kelucuaan dan hiburan. Kalian semua adalah orang-orang lainnya yang selalu saya cari kalau saya pulang ke rumah. Sepi rasanya tanpa kehadiran kalian di rumah;
6. teman-teman terbaik saya Iva Kurniawati, Khartijah Fasilativa, Handoko, Hesti Damayanti, Feby, Devi, Ilu Dini Mentari, Fiya, Novi yang telah memberikan semangat, dukungan, motivasi, kebersamaan dan kebahagiaan yang telah kita bagi selama kurang lebih 4 tahun ini. Kalian semua bukan hanya sekedar teman, sahabat, dan saudara terbaik, namun juga sosok yang hadir sebagai pahlawan ketika tidak ada keluarga dan teman lain yang mampu membantu saya. Semoga hubungan persaudaraan ini tetap terus terjalin, dan semoga Allah SWT memperkenankan kita pada kehidupan yang kita inginkan. Sampai bertemu di puncak kesuksesan;
7. teman-teman seperjuangan di Jurusan Fisika angkata 2008 dan seluruh pihak yang telah memberikan kontribusi bagi terselesaikannya skripsi ini, terima kasih atas dukungannya dalam usaha dan doa.
8. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Skripsi ini telah disusun dengan usaha keras, kesungguhan, dan upaya terbaik, namun tidak menutup kemungkinan bahwa di dalamnya masih terdapat beberapa kekurangan. Oleh karenanya, penulis dengan tangan terbuka menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan tulisan ini. Akhirnya penulis berharap, semoga tulisan ini dapat bermanfaat.

Penulis

Jember, 20 Oktober 2012



## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	5
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	5
<b>1.4 Tujuan</b> .....	6
<b>1.5 Manfaat</b> .....	6
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	7
<b>2.1 Tensor</b> .....	7
<b>2.2 Tensor Metrik</b> .....	9
<b>2.3 Turunan Kovarian</b> .....	11
<b>2.4 Tensor Riemann</b> .....	13
<b>2.5 Persamaan Medan Einstein</b> .....	17
<b>2.6 Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi</b> <b>Bersimetri Bola</b> .....	20

2.7 Singularitas .....	28
<b>2.6 Invariansi Kelengkungan Ruang-Waktu Dari Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Bola .....</b>	<b>28</b>
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN .....</b>	<b>30</b>
3.1 Tempat dan Waktu Penelitian .....	30
3.2 Metode Penelitian .....	30
3.2.1 Penurunan Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder .....	30
3.2.2 Perhitungan Invariansi Kelengkungan Ruang-Waktu Polinomial Skalar Dari Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder .....	32
3.2.3 Analisis Singularitas .....	33
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>34</b>
4.1 Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder .....	34
4.2 Invariansi Kelengkungan Ruang-Waktu Polinomial Skalar Dari Solusi Schwarzschild Tanpa Konstanta Kosmologi Bersimetri Silinder .....	45
4.2 Analisis Singularitas .....	55
<b>BAB 5. PENUTUP .....</b>	<b>60</b>
5.1 Kesimpulan .....	60
5.2 Saran .....	62
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>63</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>67</b>

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A Proses penjabaran persamaan (2.22) menjadi persamaan (2.23) .....	67
Lampiran B Proses transformasi dari koordinat kartesian ke koordinat silinder sehingga diperoleh persamaan (4.1) .....	71
Lampiran C Perhitungan untuk mencari komponen-komponen simbol Christoffel yang tidak nol pada persamaan (4.25) .....	73
Lampiran D Proses penerapan aturan Matematika pada persamaan (4.27) ke dalam tensor Ricci pada persamaan (2.38) hingga diperoleh persamaan tensor Ricci seperti pada persamaan (4.28) .....	76
Lampiran E Perhitungan untuk mencari komponen-komponen tensor Ricci yang tidak nol pada persamaan (4.29a), (4.29b), (4.29c) dan (4.29d) dengan menggunakan persamaan (4.28) .....	79
Lampiran F Perhitungan komponen-komponen simbol Christoffel dan komponen tensor Riemann .....	82
Lampiran G Analisis singularitas .....	110