



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA  
GRAF TANGGA PERMATA**

**SKRIPSI**

Oleh

**Laelatus Sya'diyah**

**NIM 070210101096**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA  
GRAF TANGGA PERMATA**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Laelatus Sya'diyah**

**NIM 070210101096**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**

## PERSEMBAHAN

*Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk ciptaan-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam setiap detik perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:*

- 1. Orang tuaku tercinta dan terkasih : Ayahanda Esbu (Alm.) dan Ibunda tercinta Sittiyani, Ayahanda Abdur Razak dan Ibunda Fatimah, yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Saudara-saudaraku : Dek Rofiq, Dek Amel, Dek Elen, Dek Bilqis, Dek Dini, Dek Ufi, Kak Nur Fawaid, Kak Ridwan, Mas Andi, MbK Titik, MbK Titin dan MbK Ida, terima kasih atas canda tawa, teguran, dan semangat-semangatnya, serta untuk segala doa-doanya.;*
- 3. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Bapak Drs. Antonius C.P, M.App.Sc selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
- 4. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 5. Bimbinku tersayang, Moh. Agus Susanto, A.Md yang telah memberikan dukungan positif bagiku dalam setiap hal yang akan dan telah aku lakukan dan semangat dalam penulisan skripsi ini;*
- 6. Sahabat-sahabat terkonyolku : Wewek Ira, Cuy Alfin, Cuy Diana, Ratna Wonderland, Ndul Nila, Mbok Dhe Anggi, Pak Dhe Fajar, Berrt Irfan, Mbah Puguh, Mbah Misbah, Biksu Hasan, Beny SEP, dan Om Agunk, terima kasih atas kebersamaan, perjuangan, canda tawa, ide-ide gila, bantuan, semangat dan kebersamaan kita setiap hari adalah kenangan yang termanis;*

7. *Teman seperjuanganku : Alfin, Ira, Yuni, Fitriana E.C., Kunti, Devi, Laras dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;*
8. *Sobat-sobat tergilaku Warga Negara Bakti : Alpin (Flat), Ira (Bulbul), dan Kiekie (Mocin) yang telah meluangkan waktu selama kurang lebih empat tahun bersama baik dalam suka dan duka masa-masa perkuliahan, khayalan-khayalan kita kadang juga menjadi inspirasi buatku;*
9. *Kakak-kakak terbaikku FKIP Matematika : Mb Riris (Pentol), Mb Ony (Ondel), Mb Yiyin (Mami), Mb Dini Kerisa, Mb Yeni, Mb Riza, Mas Birul dan semuanya, terima kasih untuk semangat, dukungan, bimbingan, dan nasehatnya selama ini;*
10. *Warga Matematika Reguler dan Non Reguler '07 yang berjuang dalam 4 tahun kebersamaan;*
11. *Teman-teman PPL di SMADA Bondowoso : Aprilia, Listiana, Ayu, Riska, Selvi, Mb Diah, Ummi, Farid dan Jadnika, terima kasih untuk kebersamaan, kekompakan, canda tawa, nasehat dan telah membagi pengalaman berharga;*
12. *Murid-muridku tersayang : X.3 (Nightmare), X.6 (Arsenolite.com), XI.IPA 1 (Ksatria Muda) dan XI.IPA 5 (Hotel Palm), terimakasih untuk setiap tingkah konyol kalian, setiap kejutan, perhatian, canda tawa, hangatnya kebersamaan dan kenangan termanis. Terima kasih uda menjadi salah satu inspirasi dan buat Miss Ella tersenyum;*
13. *Teman-temanku di kosan "Ibu Mamik" dan kosan "Pak Rais" yang membuatku mengerti akan asam manis persahabatan, jagalah selalu kekompakan kosan kita;*
14. *Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

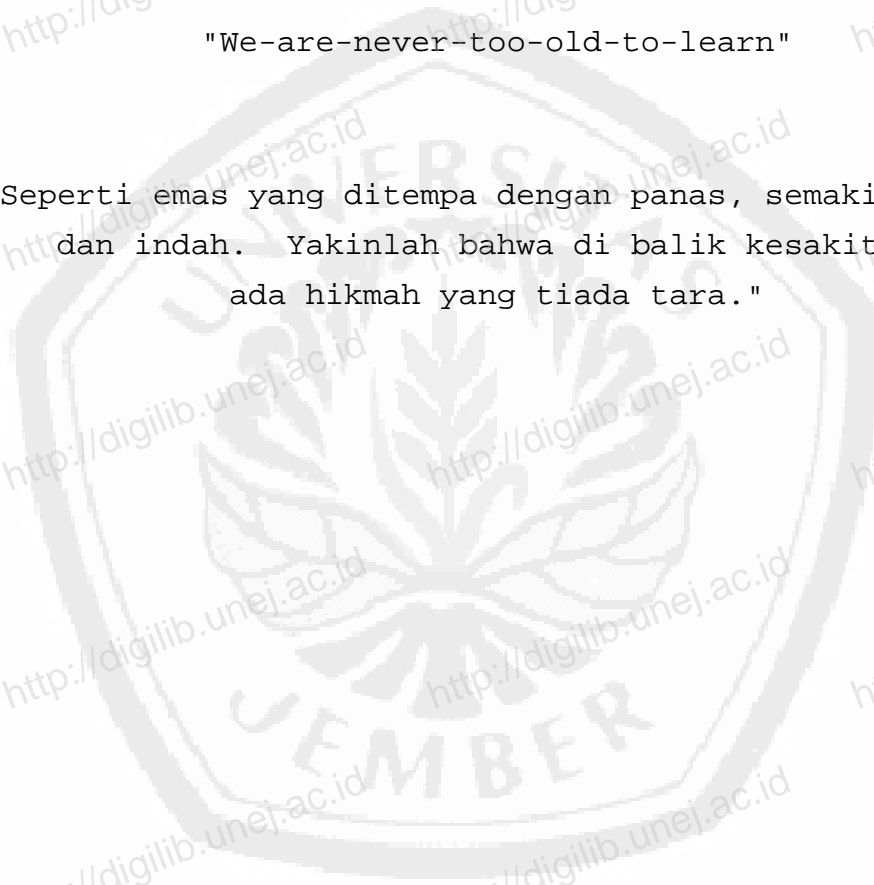
## MOTO

"Pahlawan bukanlah orang yang berani menetakkan pedangnya ke pundak lawan, tetapi pahlawan sebenarnya ialah orang yang sanggup menguasai dirinya dikala ia marah.

(Nabi Muhammad SAW)"

"We-are-never-too-old-to-learn"

"Seperti emas yang ditempa dengan panas, semakin murni dan indah. Yakinlah bahwa di balik kesakitan, ada hikmah yang tiada tara."



## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Laelatus Sya'diyah

NIM : 070210101096

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: "PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF TANGGA PERMATA" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 28 Juni 2011

Yang menyatakan,

Laelatus Sya'diyah

NIM. 070210101096

**PERSETUJUAN**

**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA  
GRAF TANGGA PERMATA**

**SKRIPSI**

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Laelatus Sya'diyah  
NIM : 070210101096  
Jurusan : Pendidikan MIPA  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Angkatan Tahun : 2007  
Daerah Asal : Situbondo  
Tempat, Tanggal Lahir : Situbondo, 28 Juni 1990

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Antonius C.P., M.App.Sc  
NIP. 19690928 199302 1 001

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul "PELABELAN TOTAL SUPER ( $a, d$ )-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF TANGGA PERMATA" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Kamis

tanggal : 14 Juli 2011

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd

NIP. 19630616 198802 1 001

Drs. Antonius C.P., M.App.Sc

NIP. 19690928 199302 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D

NIP. 19670420 199201 1 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum

NIP. 19540712 198003 1 005



## RINGKASAN

**Pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata;** Laelatus Sya'diyah, 070210101096; 2011: 103 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Matematika merupakan alat bantu kehidupan dan pelayan bagi ilmu-ilmu yang lain, seperti fisika, kimia, biologi, astronomi, teknik, ekonomi, farmasi maupun matematika sendiri. Matematika terdiri dari beberapa cabang ilmu, salah satunya terkait dengan sains komputer yang cukup terkenal yaitu Teori Graf. Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic atau super edge antimagic total labeling (SEATL). Pada graf konektif (tunggal) telah banyak ditemukan pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic sedangkan pada graf diskonektif (gabungan saling lepas suatu graf), hanya sedikit famili graf yang diketahui mempunyai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic. Permasalahannya adalah hal ini melibatkan angka pelabelan lebih banyak pada setiap komponen graf konektif terpisahnya dan tidak ada jaminan jika graf  $G$  mempunyai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic kemudian pada gabungan graf diskonektifnya mempunyai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic. Dalam penelitian ini akan diinvestigasi pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata baik yang konektif maupun diskonektif.

Graf tangga permata adalah salah satu family dari graf tangga. Graf tangga permata adalah sebuah graf yang dinotasikan dengan  $Dl_n$  sedangkan gabungan graf tangga permata dinotasikan dengan  $mDl_n$  dengan  $m \geq 2$  dan  $n \geq 2$ . Dalam hal ini,  $m$  merupakan banyaknya graf tangga permata yang digabung yaitu minimal 2 graf tangga permata sedangkan  $n$  merupakan ketentuan dari definisi graf tangga permata. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah graf tangga permata memiliki pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf  $Dl_n$  dan  $mDl_n$ . Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata  $Dl_n$  dan  $mDl_n$ . Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lemma 4.5.1** *Ada pelabelan titik  $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata  $Dl_n$  jika  $n \geq 2$ .*
2. **Teorema 4.5.1** *Ada pelabelan total super  $(12n, 0)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata  $Dl_n$  jika  $n \geq 2$ .*
3. **Teorema 4.5.2** *Ada pelabelan total super  $(4n + 4, 2)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata  $Dl_n$  jika  $n \geq 2$ .*
4. **Teorema 4.5.3** *Suatu graf  $Dl_n$  mempunyai pelabelan total super  $(8n + 2, 1)$ -sisi antimagic untuk  $n \geq 2$ .*
5. **Lemma 4.6.1** *Ada pelabelan titik  $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf tangga permata  $mDl_n$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 2$ .*
6. **Teorema 4.6.1** *Ada pelabelan total super  $(\frac{(8n-1)3m+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic pada gabungan graf tangga permata  $mDl_n$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 2$ .*
7. **Teorema 4.6.2** *Ada pelabelan total super  $(\frac{(8n+3)m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf tangga permata  $mDl_n$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 2$ .*
8. **Teorema 4.6.3** *Ada pelabelan total super  $(8nm+2, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf tangga permata  $mDl_n$  jika  $m \geq 2$  dan  $n \geq 2$ .*

Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan graf dan bisa digunakan sebagai acuan oleh peneliti lain untuk meneliti pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf-graf khusus yang lain.

## PRAKATA

Segala puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic pada Graf Tangga Permata " ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, Juli 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN MOTO</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>	<b>vi</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	<b>vii</b>
<b>RINGKASAN</b>	<b>viii</b>
<b>PRAKATA</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xvi</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b>	<b>xviii</b>
<b>DAFTAR LAMBANG</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	4
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5

DAFTAR ISI

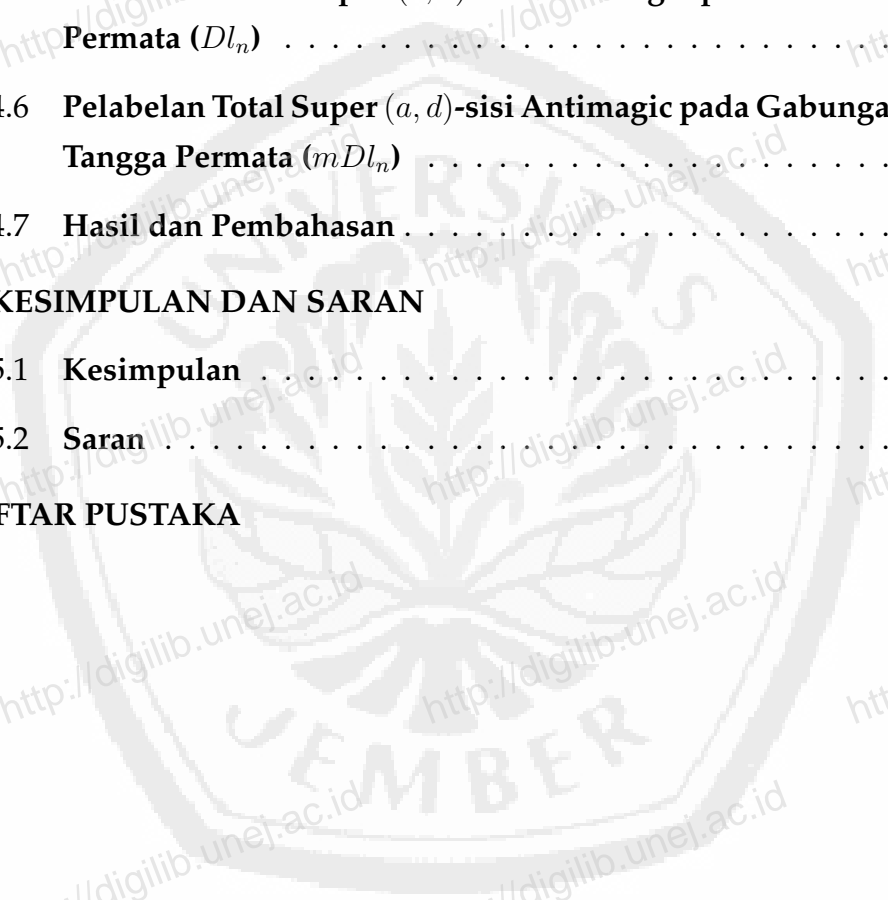
xii

1.5	Manfaat Penelitian . . . . .	5
2	<b>TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>6</b>
2.1	Aplikasi Graf . . . . .	6
2.2	Terminologi Dasar Graf . . . . .	14
2.3	Jenis-jenis Graf . . . . .	22
2.4	Graf Khusus . . . . .	25
2.5	Graf tangga permata . . . . .	29
2.6	Pelabelan Graf . . . . .	29
2.6.1	Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika . . . . .	30
2.6.2	Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem . . . . .	32
2.6.3	Definisi Pelabelan Graf . . . . .	33
2.6.4	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	34
2.6.5	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf tangga permata . . . . .	36
2.7	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif . . . . .	38
3	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>41</b>
3.1	Metode Penelitian . . . . .	41
3.2	Definisi Operasional . . . . .	41
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .	42
3.2.2	Graf Tangga Permata $(Dl_n)$ . . . . .	42
3.2.3	Gabungan Saling Lepas Graf Tangga Permata $(mDl_n)$ . . . . .	42
3.3	Teknik Penelitian . . . . .	43

DAFTAR ISI

xiii

<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>46</b>
4.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Graf Tangga Permata ( $Dl_n$ ) . . . . .	46
4.2	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan Graf Tangga Permata ( $mDl_n$ ) . . . . .	47
4.3	Batas Atas $d$ Graf Tangga Permata ( $Dl_n$ ) . . . . .	48
4.4	Batas Atas $d$ pada Gabungan Graf Tangga Permata ( $mDl_n$ ) . . .	48
4.5	Pelabelan Total Super ( $a, d$ )-sisi Antimagic pada Graf Tangga Permata ( $Dl_n$ ) . . . . .	49
4.6	Pelabelan Total Super ( $a, d$ )-sisi Antimagic pada Gabungan Graf Tangga Permata ( $mDl_n$ ) . . . . .	59
4.7	Hasil dan Pembahasan . . . . .	100
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>103</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	103
5.2	Saran . . . . .	103
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>104</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Gambaran Kota Königsberg tahun 1736 . . . . .	6
2.2	Representasi graf pada permasalahan jembatan Königsberg . . .	7
2.3	Representasi graf dalam rantai makanan . . . . .	8
2.4	Contoh pemodelan sistem lalu lintas . . . . .	9
2.5	Topologi Jaringan . . . . .	12
2.6	Contoh representasi graf dalam penyimpanan zat kimia . . . . .	13
2.7	Representasi graf(setelah dilakukan pewarnaan graf) . . . . .	14
2.8	Contoh graf secara umum . . . . .	15
2.9	Graf dengan isolated vertex . . . . .	16
2.10	Graf dan komplementnya . . . . .	17
2.11	Contoh <i>diregular dan non-diregular</i> . . . . .	17
2.12	Contoh sebuah graf dengan 8 titik . . . . .	18
2.13	Contoh graf dan subgrafnya . . . . .	19
2.14	Contoh sebuah graf dan matrik adjacencynya . . . . .	19
2.15	Contoh graf terpotong . . . . .	20
2.16	Keisomorfisan graf . . . . .	21
2.17	Contoh gabungan graf . . . . .	22
2.18	(a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu . . . . .	23
2.19	Graf tak-berhingga . . . . .	24
2.20	Graf komplit $K_4$ dan $K_5$ . . . . .	25

DAFTAR GAMBAR

2.21 Graf kipas  $\hat{K}_5$  . . . . . 26

2.22 Graf bintang . . . . . 26

2.23 Graf bipartit ( $a$ ) dan graf bipartit lengkap  $K_{3,3}$  . . . . . 27

2.24 Graf whell  $W_5$  . . . . . 27

2.25 Graf friendship  $F_4$  . . . . . 28

2.26 Graf petersen . . . . . 28

2.27 Graf ladder  $L_5$  . . . . . 29

2.28 Graf Tangga Permata  $Dl_n$  . . . . . 29

2.29 Graf Tangga Permata  $Dl_4$  . . . . . 30

2.30 (a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . . . . 31

2.31 (a) Pelabelan titik (b) pelabelan Sisi (c) Pelabelan total . . . . . 33

2.32 EAV  $Dl_3$  . . . . . 37

2.33 EAV  $Dl_3$  . . . . . 37

3.1 Graf Tangga Permata  $Dl_n$  . . . . . 42

3.2 Graf Tangga Permata  $Dl_4$  . . . . . 43

3.3 Gabungan Graf Tangga Permata  $2D_3$  . . . . . 43

3.4 Rancangan Penelitian . . . . . 45

4.1 Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada  $Dl_3$  dan  $Dl_4$  . . . . . 47

4.2 Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada  $Dl_4$  . . . . . 52

4.3 SEATL graf  $Dl$  ( $Dl_4$ ) dengan  $d = 0$  . . . . . 54

4.4 SEATL graf  $Dl$  ( $Dl_5$ ) dengan  $d = 2$  . . . . . 58

4.5 Pelabelan total super (34, 1)-sisi antimagic (SEATL) pada  $Dl_4$  . . . . . 58