



**STUDI ANALITIK DAN GEOMETRIK
FUNGSI EKSPONENSIAL PANGKAT LINEAR**

TESIS

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Magister Matematika (S2)
dan mencapai gelar Master Sains

Oleh

**SUDIWINOTO
NIM 091820101018**

**PROGRAM MAGISTER PASCA SARJANA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2012**

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan puji syukur kehadiran Allah S.W.T, saya persembahkan tesis ini untuk:

1. Ibunda Suwarsih, terima kasih atas doa, perhatian, motivasi dan kasih sayang yang telah diberikan kepada nanda.
2. Istriku tersayang, Juwariyah yang telah mendampingi dan memberi support serta motivasi terselesaikanya tesis ini.
3. Anakku tercinta Dody Sidiq Ramadhana, Deno Bashit Safarna, dan Dimas Abdi Ghana Irjaba yang telah memberi inspirasi dan semangat dalam menyelesaikan studi Program Magister (S2).
4. Saudaraku Susilowati, Sulistyowati, Sujud Yudiyanto, dan Agus Suryanto yang telah memberi motivasi untuk melanjutkan studi lebih tinggi.
5. Rekan-rekan guru SMAN 1 Muncar yang telah memberi dorongan untuk melanjutkan studi Program Magister (S2).
6. Rekan-rekan guru SMAN 1 Glenmore yang telah memberikan semangat, ide, dan dukungan dalam menyelesaikan studi Program Magister (S2).
7. Almamater Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ

Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman diantara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat.
(terjemahan Surat Al-Mujadalah ayat 11)^{*)}

Ilmu pengetahuan lebih abadi dibandingkan dengan kekayaan material ataupun kekuatan yang bersifat fisik.
(Pustaka Pengetahuan Al-Quran)^{**)}

^{*)} Departemen Agama Republik Indonesia. 1998. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Semarang: PT Kumudasmoro Grafindo.

^{**)} Yusuf, M.S. Durrah, A. 2009. *Pustaka Pengetahuan Al-Quran*. Jakarta: PT Rehal Publika.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Sudiwinoto

NIM : 091820101018

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa tesis yang berjudul “Studi Analitik dan Geometrik Fungsi Eksponensial Pangkat Linear” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Pebruari 2012

Yang menyatakan ,

Sudiwinoto

NIM 0918210101018

TESIS

**STUDI ANALITIK DAN GEOMETRIK
FUNGSI EKSPONENSIAL PANGKAT LINEAR**

Oleh

**SUDIWINOTO
NIM 091820101018**

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D

Dosen Pembimbing Anggota : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.

PENGESAHAN

Tesis ini berjudul “Studi Analitik dan Geometrik Fungsi Eksponensial Pangkat Linear” telah diuji dan disahkan pada:

Hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Program
Pasca Sarjana Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D
NIP. 196101081986021001

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.
NIP. 196908281998021001

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc. PhD
NIP. 195912201985031002

Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si
NIP. 197408132000032004

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D
NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Studi Analitik dan Geometrik Fungsi Eksponensial Pangkat Linear, Sudiwinoto, 091820101018; 2011; 48 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Fungsi eksponensial memberikan arti penting dalam matematika dan pengembangan pengetahuan lainnya. Penerapan fungsi eksponensial antara lain: perhitungan dalam perbankan, pertumbuhan dan peluruhan zat radio aktif, pertumbuhan ekonomi, dan intensitas cahaya. Kajian analitik dan geometrik fungsi eksponensial berbentuk $f(x) = a^{px+r}$, dengan $a > 0$, $a \neq 1$, dan $p > 0$ memberikan pemahaman konsep fungsi terkait domain dan daerah hasilnya, tafsiran geometrik tentang grafik, turunan, integral dan luas daerah yang dibentuk oleh fungsi eksponensial dan inversnya.

Fungsi eksponensial dengan pangkat linear berkaitan dengan definisi dan teorema tentang fungsi, tafsiran geometris berupa grafik fungsi, garis singgung kurva, turunan fungsi dan integral. Langkah-langkah penelitian sebagai berikut. Identifikasi karakteristik fungsi dan fungsi invers, merumuskan turunan fungsi, merumuskan integral fungsi, dan mengevaluasi luas daerah yang dibatasi fungsi dan sumbu koordinat, serta mengkaji rumusan terkait hubungan luas daerah antara fungsi dan fungsi invers eksponensial dengan pangkat linear.

Hasil studi dapat disimpulkan sebagai berikut. Fungsi invers eksponensial pangkat linear selalu berupa fungsi logaritma dengan batas domain dan range tertentu. Hubungan turunan fungsi eksponensial dan turunan fungsi inversnya saling berkebalikan. Luas daerah di bawah fungsi invers eksponensial pangkat linear terhadap sumbu X dapat ditentukan dengan dua cara. Pertama menentukan luas daerah dibatasi di bawah grafik fungsinya, sumbu X , dan diantara garis batas $m_1 \leq x \leq m_2$. Kedua menggunakan luas persegi panjang $m_2 \cdot f(m_2) - m_1 \cdot f(m_1)$, dan fungsi asalnya dengan batas $f(m_1) \leq x \leq f(m_2)$ pada sumbu Y . Selain itu sebagai visualisasi dan validasi studi diberikan contoh-contoh hitung dan grafik fungsi dan fungsi invers eksponensial, turunan fungsi dan fungsi invers eksponensial, serta integral fungsi dan fungsi invers eksponensial. Demikian juga diberikan cara menghitung luas daerah dari grafik fungsi eksponen dan fungsi inversnya melalui visualisasi dan validasi menggunakan GUI program Matlab.

PRAKATA

Alhamdulillah, rasa syukur kehadiran Allah S.W.T yang telah memberikan Rahmat, Hidayah, dan InayahNya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis tentang Studi Analitik dan Geometrik Fungsi Eksponensial Pangkat Linear dengan sebaik-baiknya.

Terima kasih kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu kami dalam menyelesaikan tugas, antara lain kepada :

1. Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D selaku Dosen Pembimbing Utama yang selalu memberikan pembimbingan, motivasi, saran-saran, dan perbaikan demi terselesaikannya tesis ini.
2. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang selalu memberikan pembimbingan dan saran-saran demi terselesaikannya tesis ini.
3. Bapak Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D., selaku Dosen Penguji yang akan memberikan tanggapan, saran agar penulisan tesis ini lebih sempurna.
4. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji yang akan memberikan tanggapan, saran agar penulisan tesis ini lebih sempurna.
5. Semua Dosen Pembina mahasiswa S2 FMIPA Jurusan Matematika UNEJ Jember yang telah memberikan materi, inspirasi dalam penulisan tesis ini.
6. Rekan-rekan seperjuangan mahasiswa S2 Matematika angkatan pertama yang telah memberikan ide dan saran dalam menyelesaikan tesis ini.

Penulis menyadari bahwa tulisan ini jauh dari sempurna, masih banyak kekurangan. Oleh sebab itu penulis sangat mengharapkan kritik dan saran dari siapa saja demi kesempurnaan tulisan ini.

Besar harapan penulis semoga tulisan ini bermanfaat, Amin.

Banyuwangi, Februari 2012

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman Judul	ii
Halaman Persembahan	iii
Halaman Motto	iv
Halaman Pernyataan	v
Halaman Pengajuan	vi
Halaman Pengesahan	vii
Ringkasan	viii
Prakata	ix
Daftar Isi	x
Daftar Gambar	xii
Daftar Lampiran	xiv
BAB I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Definisi dan Notasi Fungsi	5
2.1.1 Definisi Fungsi	5
2.1.2 Notasi Fungsi	6
2.2 Komposisi Fungsi	7
2.3 Jenis Jenis Fungsi	7
2.4 Fungsi Eksponensial	8
2.5 Fungsi Logaritma	9
2.6 Fungsi Invers	10

2.6.1	Pengertian Invers Fungsi	10
2.6.2	Pengertian Fungsi Invers	10
2.7	Turunan Fungsi dan Fungsi Invers	11
2.8	Integral Tertentu Fungsi dan Inversnya	13
2.9	Program Visualisasi Menggunakan Matlab	15
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN		
3.1	Langkah-langkah Penelitian	17
3.2	Diagram Alur Penelitian	18
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN		
4.1	Fungsi Invers Eksponensial Pangkat Linear	21
4.1.1	Fungsi dan Fungsi Invers Eksponensial untuk $0 < a < 1$	23
4.1.2	Fungsi dan Fungsi Invers Eksponensial untuk $a > 1$	24
4.2	Turunan Fungsi Eksponensial dan Inversnya	25
4.3	Integral Fungsi Eksponensial dan Inversnya	30
4.3.1	Integral Fungsi Eksponensial	31
4.3.2	Integral Fungsi Invers Eksponensial	32
4.3.3	Luas Daerah di Bawah Grafik Fungsi Eksponensial	34
4.4	Pembahasan	37
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN		
5.1	Kesimpulan	44
5.2	Saran	45
DAFTAR PUSTAKA		46
LAMPIRAN		

DAFTAR GAMBAR

Gambar	2.1a Bentuk diagram fungsi komposisi	7
Gambar	2.1b Bentuk diagram invers fungsi	7
Gambar	2.2a Grafik fungsi eksponen untuk $a > 1$	9
Gambar	2.2b Grafik fungsi eksponen untuk $0 < a < 1$	9
Gambar	2.3a Grafik grafik fungsi logaritma $a > 1$	10
Gambar	2.3b Grafik grafik fungsi logaritma $0 < a < 1$	10
Gambar	2.4 Balikan fungsi	10
Gambar	2.5 Tafsiran geometri gradien garis singgung	12
Gambar	2.6 Luas daerah di bawah $y = f(x)$ dengan $a \leq x \leq b$	14
Gambar	2.7 Luas daerah fungsi dan inversnya	15
Gambar	2.8 Visualisasi GUI fungsi eksponensial	16
Gambar	3.1 Diagram alur penelitian	19
Gambar	4.1 Grafik fungsi $f(x) = a^{px+r}$ dan inversnya untuk $p > 0, 0 < a < 1$	23
Gambar	4.2 Grafik fungsi $f(x) = a^{px+r}$ dan inversnya untuk $p > 0, a > 1$	25
Gambar	4.3 Garis singgung kurva l dan k pada kurva fungsi eksponen dan inversnya	30
Gambar	4.4 Tafsiran geometris integral fungsi eksponensial	32
Gambar	4.5 Daerah dibatasi grafik fungsi asal dan inversnya	36
Gambar	4.6 Visualisasi validasi tesis FEL	38
Gambar	4.7 Jendela Command Windows	38
Gambar	4.8 Tampilan program validasi tesis FEL	39
Gambar	4.9 Tampilan awal menjalankan jenis fungsi	39
Gambar	4.10 Sub menu program pada menu bar	40
Gambar	4.11 Fungsi invers eksponensial dan grafiknya	41
Gambar	4.12 Turunan fungsi dan fungsi invers eksponensial	42

Gambar 4.13	Integral fungsi dan fungsi invers eksponensial dan grafiknya ...	42
Gambar 4.14	Grafik dan luas daerah dibatasi oleh fungsi dan fungsi invers eksponensial	43
Gambar 4.15	Luas daerah fungsi invers eksponensial	43

DAFTAR LAMPIRAN

A. Fungsi dari masing-masing m_file	48
B. Scrip program validasi dengan MATLAB	50