

KadikmA

Jurnal
Matematika
dan
Pend.
Matematika



Diterbitkan Oleh :
Program Studi Pendidikan Matematika
PMIPA FKIP Universitas Jember



SERTIFIKAT

Kementerian Riset dan Teknologi/
Badan Riset dan Inovasi Nasional



Petikan dari Keputusan Menteri Riset dan Teknologi/
Kepala Badan Riset dan Inovasi Nasional
Nomor 200/M/KPT/2020
Peringkat Akreditasi Jurnal Ilmiah Periode III Tahun 2020
Nama Jurnal Ilmiah
Kadikma

E-ISSN: 26863243

Penerbit: Department of Mathematics Education, University of Jember

Ditetapkan sebagai Jurnal Ilmiah

TERAKREDITASI PERINGKAT 5

Akreditasi Berlaku selama 5 (lima) Tahun, yaitu
Volume 9 Nomor 1 Tahun 2018 sampai Volume 13 Nomor 2 Tahun 2022

Jakarta, 23 Desember 2020

Menteri Riset dan Teknologi/
Kepala Badan Riset dan Inovasi Nasional
Republik Indonesia,

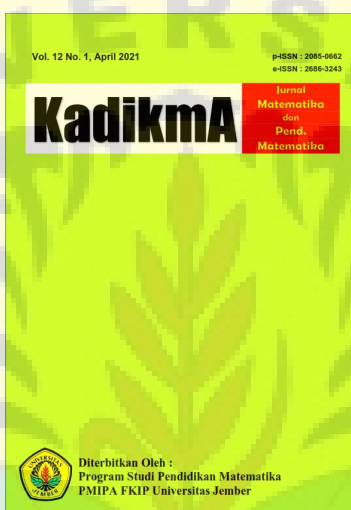
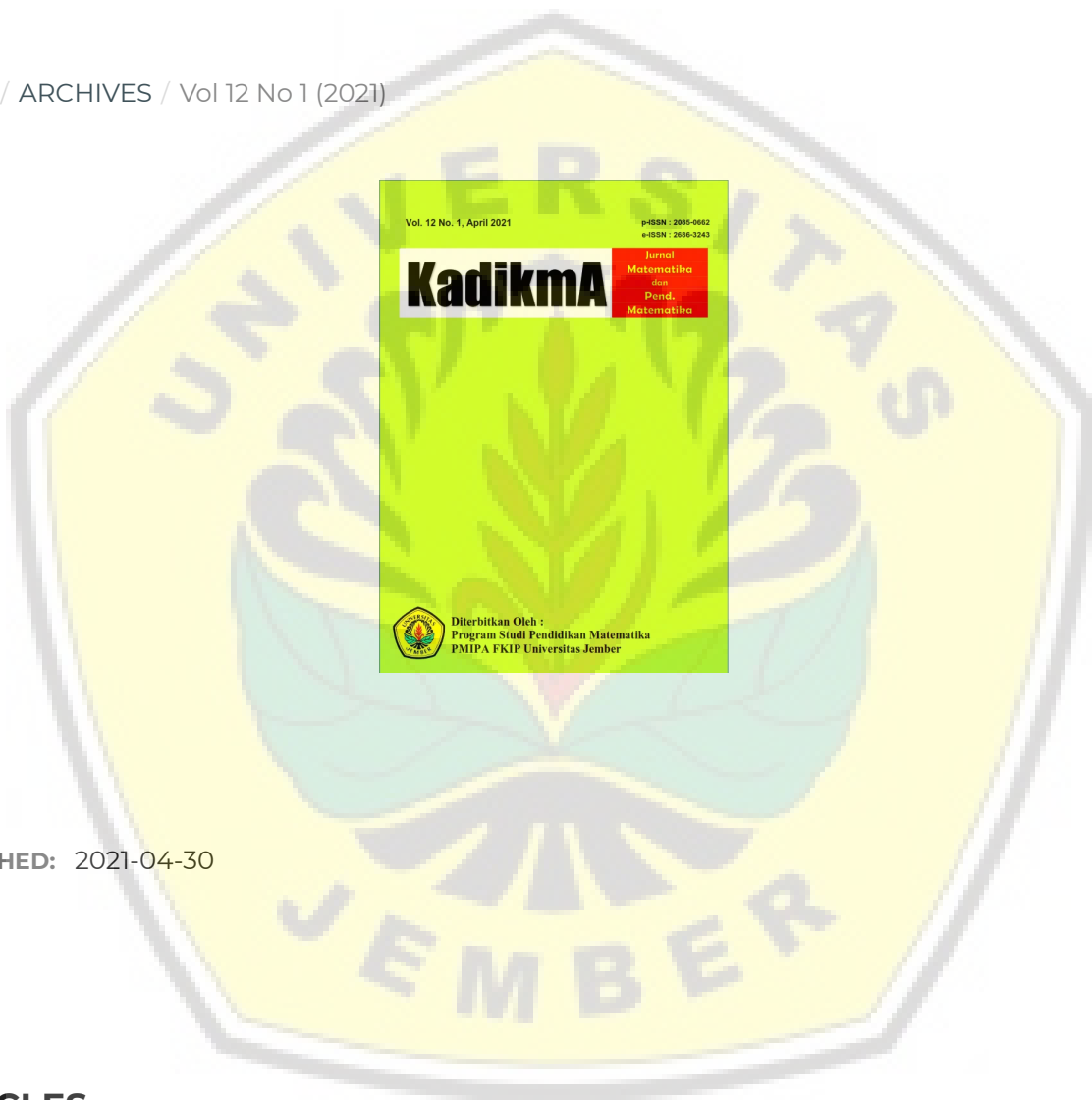


Bambang P. S. Brodjonegoro
Bambang P. S. Brodjonegoro



CURRENT ARCHIVES ABOUT ▾

HOME / ARCHIVES / Vol 12 No 1 (2021)



PUBLISHED: 2021-04-30

ARTICLES

Pengembangan Paket Tes Berbasis Hihgher Order Thinking Skills (HOTS) Pokok Bahasan Theorema Phytgoras

rhema nadya kusuma

1-8

 PDF

**PEMODELAN MATEMATIKA ALIRAN UDARA PADA PARU-PARU AKIBAT PENYAKIT
CORONAVIRUS DISEASE 2019 (COVID-19)**

Yogi - Setiawan

9-13

 PDF

**The IMPROVING STUDENT ACTIVITIES AND LEARNING OUTCOMES THROUGH
RECIPROCAL TEACHING STRATEGIES WITH AUDIOVISUAL MEDIA**

Binti Munawaroh

14-24

 PDF

**ANALISIS REPRESENTASI MATEMATIS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH
MATEMATIKA BERDASARKAN TAHAPAN KRULIK DAN RUDNICK DITINJAU DARI
ADVERSITY QUOTIENT**

SETYA DEWI

25-33

 PDF

**PROFIL BERPIKIR KREATIF SISWA SMP KELAS VIII DALAM MENYELESAIKAN MASALAH
SEGIEMPAT DITINJAU DARI GAYA BELAJAR**

Egha Fitriyah Ningsih

34-41

 PDF

DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

Robiatul Adawiyah, Rafiantika Megahnia Prihandini

34-39

 PDF

**OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PADA PRODUKSI TEMPE DENGAN PENERAPAN LINEAR
PROGAMMING DI KECAMATAN BANJAR KOTA BANJAR JAWA BARAT**

Dhanar Dwi Hary Jatmiko, Ervin Oktavianingtyas, Suci Isnasari

40-47

 PDF

MAKE A SUBMISSION

Author Guidelines

Focus and Scope

Peer Review Process

Author Fees

Submission

Editorial Board

Open Access Policy

Indexing and Abstracting

Publication Ethics

Screening For Plagiarism

Home



ISSN

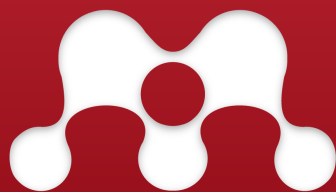
e-ISSN : 2686-3243

p-ISSN : 2085-0662

Template



Recommended Tools



MENDELEY

EndNote
...Bibliographies Made Easy™

turnitin®



WEB STATISTICS

Visitors

	17,951		11
	967		10
	95		8
	48		7
	35		7
	32		7
	25		5
	12		

Pageviews: 32,043

FLAG counter

StatCounter - Free Web Tracker and Counter

[View My Stats](#)

Jurnal Kadikma is a high quality open access peer reviewed research journal that is published by Mathematics Educational Study Program of University of Jember. Jurnal Kadikma is providing a platform that welcomes and acknowledges high quality empirical original research papers about mathematics education written by researchers, academicians, professionals, and practitioners from all over the world.





CURRENT ARCHIVES ABOUT ▾

HOME / ARCHIVES / VOL 12 NO 1 (2021) / Articles

DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

Robiatul Adawiyah

Rafiantika Megahnia Prihandini

DOI: <https://doi.org/10.19184/kdma.v12i1.24810>

ABSTRACT

Misalkan G adalah graf terhubung dan sederhana, dinotasikan sebagai $G = (V, E)$, dengan V adalah himpunan titik dan E adalah sebuah sisi. Jarak antara titik v dan sisi e dinotasikan sebagai $d(v, e)$. Titik v membedakan dua sisi e_1 dan e_2 jika $d(v, e_1) \neq d(v, e_2)$. Himpunan titik W dari graf terhubung G adalah generator dimensi metrik sisi pada G jika untuk setiap dua sisi dari G dibedakan oleh beberapa titik dari W . Dimensi metrik sisi merupakan kardinalitas minimum dari semua genotor dimensi metrik sisi pada G yang dilambangkan dengan $dim_s(G)$. Pada Penelitian ini, akan diteliti dimensi metrik sisi pada beberapa keluarga graf tangga yaitu graf tangga dan graf tangga miring untuk

AUTHOR BIOGRAPHIES

Robiatul Adawiyah

Vol. 12 No. 1, April 2021

p-ISSN : 2085-0662

e-ISSN : 2686-3243

Kadikma

Jurnal
Matematika
dan
Pend.
Matematika



Diterbitkan Oleh :
Program Studi Pendidikan Matematika
PMIPA FKIP Universitas Jember

PUBLISHED

Digital Repository Universitas Jember

2021-06-18

HOW TO CITE

ADAWIYAH, Robiatul; PRIHANDINI, Rafiantika Megahnia. DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA. *Kadikma*, [S.l.], v. 12, n. 1, p. 34-39, june 2021. ISSN 2686-3243. Available at: <<https://jurnal.unej.ac.id/index.php/kadikma/article/view/24810>>. Date accessed: 18 june 2021. doi: <https://doi.org/10.19184/kdma.v12i1.24810>.

CITATION FORMATS

[ABNT](#)[APA](#)[BibTeX](#)[CBE](#)[EndNote - EndNote format \(Macintosh & Windows\)](#)[MLA](#)[ProCite - RIS format \(Macintosh & Windows\)](#)[RefWorks](#)[Reference Manager - RIS format \(Windows only\)](#)[Turabian](#)

ISSUE

[Vol 12 No 1 \(2021\)](#)

SECTION

Articles

[MAKE A SUBMISSION](#)[Author Guidelines](#)[Focus and Scope](#)[Peer Review Process](#)

Author Fees

Submission

Editorial Board

Open Access Policy

Indexing and Abstracting

Publication Ethics

Screening For Plagiarism

Home

ISSN

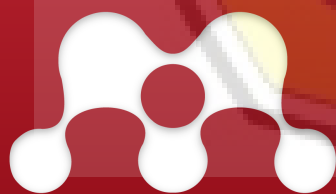
e-ISSN : 2686-3243

p-ISSN : 2085-0662

Template



Recommended Tools



MENDELEY





WEB STATISTICS



StatCounter - Free Web Tracker and Counter

[View My Stats](#)

Jurnal Kadikma is a high quality open access peer reviewed research journal that is published by Mathematics Educational Study Program of University of Jember. Jurnal Kadikma is providing a platform that welcomes and acknowledges high quality empirical original research papers about mathematics education written by researchers, academicians, professionals, and practitioners from all over the world.



DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

Robiatul Adawiyah^{1*}, Rafiantika Megahnia Prihandini²

¹Universitas Jember, Indonesia

²Universitas Jember, Indonesia

*E-mail: robiatul@unej.ac.id

ABSTRACT

Misalkan G adalah graf terhubung dan sederhana, dinotasikan sebagai $G = (V, E)$, dengan V adalah himpunan titik dan $E = uv$ adalah sebuah sisi. Jarak antara titik v dan sisi e dinotasikan sebagai $d_G(e, v) = \min \{d(u, v), d(w, v)\}$. Titik $w \in V$ membedakan dua sisi $e_1, e_2 \in E$ jika $d_G(e_1, w) \neq d_G(e_2, w)$. Himpunan titik W dari graf terhubung G adalah generator dimensi metrik sisi pada G jika untuk setiap dua sisi dari G dibedakan oleh beberapa titik dari S . Dimensi metrik sisi merupakan kardinalitas minimum dari semua genitor dimensi metrik sisi pada G yang dilambangkan dengan $\dim_E(G)$. Pada Penelitian ini, akan diteliti dimensi metrik sisi pada beberapa keluarga graf tangga yaitu graf tangga L_n dan graf tangga miring SL_m , untuk $m, n \geq 2$.

Keyword : Dimensi Metrik Sisi, Generator Dimensi Metrik Sisi. Keluarga Graf Tangga.

PENDAHULUAN

Dimensi Metrik sisi adalah salah topik dalam pembahasan mengenai jarak dalam graf. Topik ini merupakan pengembangan dari topik dimensi metrik yang pertama kali diperkenalkan oleh Slater [7], Harary dan Melter [6]. Pada pembahasan mengenai dimensi metrik, fokus pembahasan kita hanya terletak pada jarak antar titik. Namun, pada pembahan mengenai dimensi metrik sisi pembahasan kita menjadi lebih kompleks. Pada topik ini kita juga mempertimbangkan serta menganalisis jarak antara titik dan sisi pada suatu graf.

Konsep mengenai dimensi metrik dapat diaplikasikan dalam beberapa bidang. Salah satunya adalah menentukan koordinat navigasi suatu alat transportasi misalnya automous electric shuttle bus. Dengan menerapkan konsep dimensi metrik, automous electric shuttle bus bergerak berdasarkan koordinat dari suatu titik atau lokasi menuju koordinat atau lokasi yang lainnya. Konsep dimensi metrik mampu meminimalkan kesalahan yang terjadi dalam menerjemahkan petunjuk (kode) yang didapatkan dari titik-titik lokasi pemberhentian tersebut. Oleh karena itu, kode yang berbeda dan unik harus didapatkan pada setiap titik lokasi pada bidang gerak automous electric shuttle bus harus. Jika posisi lokasi pemberhentian dipandang sebagai titik dan lintasan yang dilalui automous electric shuttle bus dipandang sebagai sebuah sisi, maka bidang gerak automous electric shuttle bus dapat direpresentasikan sebagai graf.

Misalkan G adalah graf terhubung dan sederhana dengan V himpunan titik dan E himpunan sisi [5]. Jarak antara simpul u dan v didefinisikan sebagai lintasan terpendek dari simpul u ke v di G dan dinotasikan $d(u, v)$. Jika diberikan suatu himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_k\} \subseteq V(G)$ dari simpul-simpul dalam graf terhubung G dan

¹ Dosen Pend. Matematika FKIP Universitas jember

² Dosen Pend. Matematika FKIP Universitas jember

simpul v di $V(G)$, maka representasi dari simpul v terhadap W adalah $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$. Jika $r(v|W)$ untuk setiap simpul $v \in V(G)$ berbeda, maka W disebut sebagai himpunan pembeda dari $V(G)$. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda atau basis dari G disebut dimensi metrik [2, 3, 4].

Pada topik mengenai dimensi metrik sisi, kita juga mempertimbangkan jarak antara titik dan sisi pada suatu graf. Jarak antara titik v dan sisi e dinotasikan sebagai $d_G(e, v) = \min \{d(u, v), d(w, v)\}$. Titik $w \in V$ membedakan dua sisi pembeda $e_1, e_2 \in E$ jika $d_G((e_1, w) \neq (e_2, w))$. Himpunan titik W dari graf terhubung G adalah metrik pembeda sisi pada G jika untuk setiap dua sisi dari G dibedakan oleh beberapa titik dari S . Dimensi metrik sisi merupakan kardinalitas minimum dari semua generator dimensi metrik pada graf G yang dilambangkan dengan $\dim_E(G)$ [1,8].

Pada artikel ini akan dibahas mengenai dimensi metrik pada keluarga graf tangga yaitu graf tangga L_n dan graf tangga miring SL_n .

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik dan metode pendeteksi pola.

a. Metode deduktif aksiomatik

Metode ini merupakan suatu metode penelitian yang menerapkan prinsip pembuktian yang berlaku pada logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah tersedia sebelumnya. Setelah itu diterapkan pada analisis dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga.

b. Metode pendeteksi pola

Metode pendeteksi pola metode yang digunakan untuk menentukan pola, baik kardinalitas maupun dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga.

Penelitian ini bersifat eksploratif yang bertujuan untuk menemukan sesuatu hal yang baru yang ingin diketahui peneliti dan hasilnya dapat digunakan sebagai bahan kajian untuk penelitian selanjutnya. Penelitian ini termasuk penelitian eksploratif sebab tujuan dari penelitian ini untuk memberikan gambaran dasar dari topik pembahasan, mengembangkan gagasan dan teori yang bersifat dapat diubah, dan mengembangkan teori yang membuka kemungkinan diadakan penelitian lanjutan mengenai topik yang dibahas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai hasil penelitian mengenai dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga. Penelitian ini diawali dengan memilih jenis graf yang akan diteliti. Selanjutnya, dilakukan penentuan kardinalitas dari keluarga graf tangga yang akan diteliti. Kemudian melakukan pencarian generator dimensi metrik sisi pada graf yang telah dipilih, hingga didapatkan generator dimensi metrik sisi paling minimum. Banyaknya elemen dari himpunan generator dimensi metrik sisi paling minimum tersebut merupakan dimensi metrik sisi yang akan disajikan dalam beberapa teorema yang dapat digunakan untuk peneliti lain. Berikut adalah hasil penelitian mengenai dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga.

Teorema 1. Dimensi metrik sisi pada agraf tangga L_n adalah 2 untuk $n \geq 2$

Bukti. Graf tangga L_n adalah suatu graf tidak berarah dan merupakan graf planar dengan kardinalitas titik dan kardinalitas sisi sebagai berikut : $2n$ dan $3n - 2$. Misalkan himpunan titik dan himpunan sisi pada graf $G = L_n$ didefinisikan sebagai berikut $p = V(L_{\{n,m\}}) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan $q = E(L_{\{n\}}) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{x_i y_i; 1 \leq i \leq n\}$. Untuk membuktikan dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n adalah dua untuk $n \geq 2$ maka kita harus melakukan analisis batas atas dan batas bawah pada dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n tersebut.

Pertama, kita akan menunjukkan bahwa dimensi metrik sisi pada graf tersebut adalah $dim_E(L_n) \leq 2$. Misalkan kita memilih generator dimensi metrik sisi dari graf tangga L_n adalah $S = \{y_i, y_n\}$. Dengan memilih generator dimensi metrik sisi tersebut, kita mendapatkan representasi dari keseluruhan sisi yang ada pada graf tangga $e \in E(L_{\{n\}})$ terhadap S yang dapat dilihat pada table 1 berikut ini:

Tabel 1. Representasi Sisi dari $e \in L_n$ terhadap S

e	$r(e S)$	Kondisi
$x_i x_{i+1}$	$(i, n - i)$	$1 \leq i \leq n - 1$
$y_i y_{i+1}$	$(i - 1, n - i - 1)$	$1 \leq i \leq n - 1$
$x_i y_i$	$(i - 1, n - 1)$	$1 \leq i \leq n$

Berdasarkan Tabel 1 tersebut, kita dapat melihat bahwa keseluruhan representasi dari sisi pada graf tangga terhadap generator dimensi metrik sisi berbeda. Representasi dari sisi $x_i x_{i+1}$ adalah $(i, n - i)$, representasi dari sisi $y_i y_{i+1}$ adalah $(i - 1, n - i - 1)$, dan representasi dari sisi $x_i y_i$ adalah $(i - 1, n - 1)$. Berdasarkan analisis tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa batas atas dari dimensi metrik sisi pada graf tangga adalah dua atau $dim_{E(G)} \leq 2$.

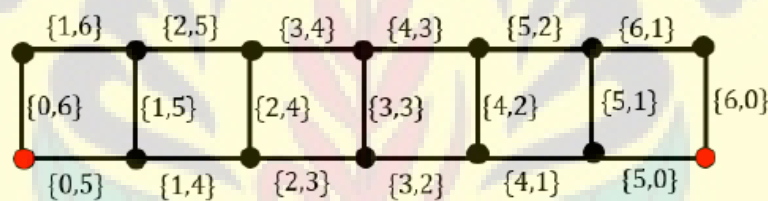
Selanjutnya kita akan menganalisis batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n . Kita akan membuktikan bahwa $dim_E(L_n) \geq 2$. Untuk membuktikan batas bawah tersebut, kita misalkan $dim_E(L_n) < 2$, misalkan $|S|=1$. Dengan mempertimbangkan bahwa kardinalitas dari generator metrik sisi adalah 1, maka akan ada beberapa kemungkinan peletakan dari generator dimensi metrik sisi pada graf L_n . Berikut adalah beberapa kemungkinan tersebut:

- Misalkan kita memilih generator dimensi metrik sisi pada L_n yaitu x_i . Jika kita memiliki hanya satu titik pada x_i sebagai generator dimensi metrik sisi, maka akan ada beberapa sisi yang memiliki representasi yang sama terhadap S . Sisi tersebut antara lain adalah sebagai berikut : $r(y_i y_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1|S) = r(x_i y_i, 1 \leq i \leq n - 1|S)$ serta $r(x_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1|S) = r(x_i y_i, 2 \leq i \leq n - 1|S)$.
- Kemungkinan kedua, kita meletakkan generator dimensi metrik sisi pada titik y_i . Jika kita memilih hanya satu titik sebagai generator dimensi metrik sisi pada

graf L_n yang terletak di y_i , maka hal ini akan menyalahi definisi dari dimensi metrik sisi dimana keseluruhan representasi dari sisi terhadap S haruslah berbeda. Namun, jika kita hanya memiliki satu titik sebagai generator dimensi metrik sisi yang terletak di y_i maka akan ada sisi yang memiliki representasi yang sama yaitu : $r(x_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1 | S) = r(x_i y_i, 1 \leq i \leq n - 1 | S)$ dan $r(y_i y_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1 | S) = r(x_i y_i, 2 \leq i \leq n - 1 | S)$.

Berdasarkan analisis tersebut, maka tidaklah mungkin jika $dim_E(L_n) < 2$. Hal tersebut akan menjadi suatu kontradiksi dengan definisi dari dimensi metrik sisi dimana $d_G(e_1, w) \neq d_G(e_2, w)$ untuk $e_1, e_2 \in E$. Oleh karena itu, batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga seharusnya adalah $dim_{E(G)} \geq 2$.

Berdasarkan batas atas dan batas bawah yang telah dianalisis, maka didapatkan $dim_E(L_n) \leq 2$ dan $dim_E(L_n) \geq 2$. Dengan adanya fakta tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa $dim_E L_n = 2$. Contoh dari dimensi metrik sisi pada graf tangga L_7 dapat dilihat pada gambar 1. Titik yang bergambar merah merupakan generator dimensi metrik sisi pada graf L_7 .



Gambar 1. Dimensi Metrik Sisi pada Graf L_7

Teorema 2. Dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m adalah 2 untuk $m \geq 2$

Bukti. Graf tangga miring dinotasikan dengan SL_m adalah sebuah graf planar yang diperoleh dari dua buah graf lintasan yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ dan $y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$ dengan menghubungkan titi x_j dengan y_{j+1} untuk $1 \leq j \leq m$. Himpunan titik dan sisi pada graf SL_m adalah sebagai berikut: $V(SL_m) = \{x_j; 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq m\}$ dan $E(SL_m) = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq j \leq m - 1\} \cup \{y_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq m - 1\} \cup \{x_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq m - 1\}$. Kardinalitas titik dan himpunan dari graf SL_m adalah $|V| = 2m$ dan $|E| = 3m - 3$. Pada teorema ini, kita harus membuktikan dimensi metrik sisi dari graf SL_m adalah dua untuk $m \geq 2$ dengan menunjukkan batas atas dan batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga miring. Kita harus membuktikan bahwa $dim_E(SL_m) \leq 2$ dan $dim_E(SL_m) \geq 2$.

Pertama, kita analisis batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m . Kita akan menunjukkan bahwa $dim_E(SL_m) \geq 2$ dengan menggunakan kotradiksi. Kita misalkan $dim_E(SL_m) < 2$. Misalkan $|S| = 1$. Jika kita memiliki hanya satu elemen

dari titik yang ada pada graf SL_m sebagai elemen dari generator dimensi metrik, maka akan ada dua kasus kemungkinan peletakan dari titik elemen S sebagai berikut:

- Misalkan kita letakkan titik sebagai elemen dari generator dimensi metrik sisi pada lintasan x_j . Jika kita hanya memiliki satu titik elemen S pada graf SL_m , maka akan ada sisi yang memiliki representasi yang sama. Sisi-sisi tersebut antara lain adalah sebagai berikut: $r(x_j x_{j+1}, 1 \leq j \leq m-1 | S) = r(x_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq m-1 | S)$ dan $r(y_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq m-2 | S) = r(x_j x_{j+1}, 2 \leq i \leq m-3 | S)$. Sisi-sisi tersebut memiliki representasi yang sama. Oleh karena itu, hal tersebut kontradiksi dengan definisi dimensi metrik sisi.
- Kemungkinan kedua kita letakkan generator dimensi metrik sisi pada lintasan y_j . Jika $|S| = 1$, representasi dari sisi-sisi yang ada pada graf SL_m terhadap S adalah sebagai berikut: $r(y_j y_{j+1}, 2 \leq j \leq m-1 | S) = r(x_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq m-1 | S)$ dan $r(x_j x_{j+1}, 1 \leq j \leq m-2 | S) = r(x_j x_{j+1}, 2 \leq i \leq m-3 | S)$. Dari representasi tersebut, kita dapat melihat bahwa terdapat representasi yang sama pada sisi-sisi dalam graf SL_m . Oleh karena itu, terjadi kontradiksi.

Berdasarkan analisis diatas, dapat kita simpulkan bahwa batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga mirip SL_n adalah dua, atau $\dim_E(SL_m) \geq 2$.

Selanjutnya, kita akan menganalisis batas atas dari dimensi metrik sisi pada graf SL_m . Berdasarkan Tabel 2, dengan memilih $S = x_j, x_m$, kita dapat melihat bahwa representasi dari keseluruhan sisi yang terdapat pada graf tangga miring adalah berbeda. Representasi dari sisi $y_j y_{j+1}$ terhadap S tidak sama dengan representasi dari sisi $x_j x_{j+1}$. Representasi dari kedua sisi tersebut juga tidak sama dengan representasi dari sisi $x_j y_{j+1}$. Tabel representasi sisi dari $e \in SL_m$ terhadap S dapat dilihat pada Tabel 2. Karena $S = \{x_j, x_m\}$, maka $|S| = 2$. Dengan kata lain, batas atas dari dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_n adalah dua.

Tabel 2. Representasi Sisi dari $e \in SL_n$ terhadap S

e	$r(e S)$	Kondisi
$y_j y_{j+1}$	$(j-1, m-j-1)$	$1 \leq j \leq m-1$
$x_j x_{j+1}$	$(j-1, m-j)$	$1 \leq j \leq m-1$
$x_j y_{j+1}$	$(j, m-j-1)$	$1 \leq j \leq m$

Berdasarkan analisis dari batas atas dan batas bawah dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m untuk $m \geq 2$, kita dapatkan $\dim_E(SL_m) \leq 2$ dan $\dim_E(SL_m) \geq 2$. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m untuk $m \geq 2$ adalah dua, atau $\dim_E(SL_m) = 2$.

KESIMPULAN

Pada artikel ini, dibahas topik baru dalam pembahasan mengenai jarak pada suatu graf yaitu dimensi metrik sisi. Fokus penelitian yang dilakukan adalah observasi

mengenai dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga yaitu graf tangga L_n serta graf tangga miring SL_n . Berdasarkan analisis, didapatkan nilai dari dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n adalah dua untuk $n \geq 2$. Nilai yang sama juga didapatkan untuk dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m , yaitu $dim_E(SL_m) = 2$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adawiyah R, Dafik, Alfarisi R, Prihandini R H & Agustin I H (2019) Edge Metric Dimension on Some Families of Tree *IOP Conf. Series: Journal of Physics* 1180 012005
- [2] Adiwijaya. 2016. Matematika Diskrit dan Aplikasinya. Bandung: Alfabeta.
- [3] Chartrand G and Lesniak L (2000) *Graphs and digraphs 3rd ed*. London: Chapman and Hall).
- [4] Diestel, R. (2005). Graph Theory. Berlin: Springer-Verlag.
- [5] Harju, Tero. (2012). Graph Theory. Finland: Department of Mathematics University of Turku.
- [6] Harary F and Melter RA (1976) On The metrik dimension of a graph *Ars Combin* (2) 191-195
- [7] Slater P J 1975 Leaves of trees *Proc. 6th Southeast Conf. Comb., Graph Theory, Comput. Boca Rotan* (14) 549-559
- [8] Rahman, S. 2017. *Basic Graph Theory. Bangladesh : Springer International Publishing.*

2 DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

by Robiatul Adawiyah

Submission date: 17-Jun-2021 07:57PM (UTC+0700)

Submission ID: 1608014248

File name: obik_kadikma2.pdf (484.72K)

Word count: 2314

Character count: 11884

DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

Robiatul Adawiyah^{1*}, Rafiantika Megahnia Prihandini²¹Universitas Jember, Indonesia²Universitas Jember, Indonesia

*E-mail: robiatul@unej.ac.id

ABSTRACT

Misalkan G adalah graf terhubung dan sederhana, dinotasikan sebagai $G = (V, E)$, dengan V adalah himpunan titik dan $E = uv$ adalah sebuah sisi. Jarak antara titik v dan sisi e dinotasikan sebagai $d_G(e, v) = \min \{d(u, v), d(w, v)\}$. Titik $w \in V$ membedakan dua sisi $e_1, e_2 \in E$ jika $d_G(e_1, w) \neq d_G(e_2, w)$. Himpunan titik W dari graf terhubung G adalah generator dimensi metrik sisi pada G jika untuk setiap dua sisi dari G dibedakan oleh beberapa titik dari S . Dimensi metrik sisi merupakan kardinalitas minimum dari semua genitor dimensi metrik sisi pada G yang dilambangkan dengan $\dim_E(G)$. Pada Penelitian ini, akan diteliti dimensi metrik sisi pada beberapa keluarga graf tangga yaitu graf tangga L_n dan graf tangga miring SL_m , untuk $m, n \geq 2$.

Keyword : Dimensi Metrik Sisi, Generator Dimensi Metrik Sisi, Keluarga Graf Tangga.

PENDAHULUAN

Dimensi Metrik sisi adalah salah topik dalam pembahasan mengenai jarak dalam graf. Topik ini merupakan pengembangan dari topik dimensi metrik yang pertama kali diperkenalkan oleh Slater [7], Harary dan Melter [6]. Pada pembahasan mengenai dimensi metrik, fokus pembahasan kita hanya terletak pada jarak antar titik. Namun, pada pembahasan mengenai dimensi metrik sisi pembahasan kita menjadi lebih kompleks. Pada topik ini kita juga mempertimbangkan serta menganalisis jarak antara titik dan sisi pada suatu graf.

Konsep mengenai dimensi metrik dapat diaplikasikan dalam beberapa bidang. Salah satunya adalah menentukan koordinat navigasi suatu alat transportasi misalnya autonomous electric shuttle bus. Dengan menerapkan konsep dimensi metrik, autonomous electric shuttle bus bergerak berdasarkan koordinat dari suatu titik atau lokasi menuju koordinat atau lokasi yang lainnya. Konsep dimensi metrik mampu meminimalkan kesalahan yang terjadi dalam menerjemahkan petunjuk (kode) yang didapatkan dari titik-titik lokasi pemberhentian tersebut. Oleh karena itu, kode yang berbeda dan unik harus didapatkan pada setiap titik lokasi pada bidang gerak autonomous electric shuttle bus harus. Jika posisi lokasi pemberhentian dipandang sebagai titik dan lintasan yang dilalui autonomous electric shuttle bus dipandang sebagai sebuah sisi, maka bidang gerak autonomous electric shuttle bus dapat direpresentasikan sebagai graf.

Misalkan G adalah graf terhubung dan sederhana dengan V himpunan titik dan E himpunan sisi [5]. Jarak antara simpul u dan v didefinisikan sebagai lintasan terpendek dari simpul u ke v di G dan dinotasikan $d(u, v)$. Jika diberikan suatu himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_k\} \subseteq V(G)$ dari simpul-simpul dalam graf terhubung G dan

¹ Dosen Pend. Matematika FKIP Universitas jember

² Dosen Pend. Matematika FKIP Universitas jember

1 simpul v di $V(G)$, maka representasi dari simpul v terhadap W adalah $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$. Jika $r(v|W)$ untuk setiap simpul $v \in V(G)$ berbeda, maka W disebut sebagai himpunan pembeda dari $V(G)$. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda atau basis dari G disebut dimensi metrik [2, 3, 4].

Pada topik mengenai dimensi metrik sisi, kita juga mempertimbangkan jarak antara titik dan sisi pada suatu graf. Jarak antara titik v dan sisi e dinotasikan sebagai $d_G(e, v) = \min \{d(u, v), d(w, v)\}$. Titik $w \in V$ membedakan dua sisi pembeda $e_1, e_2 \in E$ jika $d_G((e_1, w) \neq (e_2, w))$. Himpunan titik W dari graf terhubung G adalah metrik pembeda sisi pada G jika untuk setiap dua sisi dari G dibedakan oleh beberapa titik dari S . Dimensi metrik sisi merupakan kardinalitas minimum dari semua generator dimensi metrik pada graf G yang dilambangkan dengan $\dim_E(G)$ [1,8].

Pada artikel ini akan dibahas mengenai dimensi metrik pada keluarga graf tangga yaitu graf tangga L_n dan graf tangga miring SL_n .

17 METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik dan metode pendeteksi pola.

- 5 a. Metode deduktif aksiomatik
Metode ini merupakan suatu metode penelitian yang menerapkan prinsip pembuktian yang berlaku pada logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah tersedia sebelumnya. Setelah itu diterapkan pada analisis dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga.
- b. Metode pendeteksi pola
Metode pendeteksi pola metode yang digunakan untuk menentukan pola, baik kardinalitas maupun dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga.

Penelitian ini bersifat eksploratif yang bertujuan untuk menemukan sesuatu hal yang baru yang ingin diketahui peneliti dan hasilnya dapat digunakan sebagai bahan kajian untuk penelitian selanjutnya. Penelitian ini termasuk penelitian eksploratif sebab tujuan dari penelitian ini untuk memberikan gambaran dasar dari topik pembahasan, mengembangkan gagasan dan teori yang bersifat dapat diubah, dan mengembangkan teori yang membuka kemungkinan diadakan penelitian lanjutan mengenai topik yang dibahas.

8 HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai hasil penelitian mengenai dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga. Penelitian ini diawali dengan memilih jenis graf yang akan diteliti. Selanjutnya, dilakukan penentuan kardinalitas dari keluarga graf tangga yang akan diteliti. Kemudian melakukan pencarian generator dimensi metrik sisi pada graf yang telah dipilih, hingga didapatkan generator dimensi metrik sisi paling minimum. Banyaknya elemen dari himpunan generator dimensi metrik sisi paling minimum tersebut merupakan dimensi metrik sisi yang akan disajikan dalam beberapa teorema yang dapat digunakan untuk peneliti lain. Berikut adalah hasil penelitian mengenai dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga.

Teorema 1. Dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n adalah 2 untuk $n \geq 2$

Bukti. Graf tangga L_n adalah suatu graf tidak berarah dan merupakan graf planar dengan kardinalitas titik dan kardinalitas sisi sebagai berikut : $2n$ dan $3n - 2$. Misalkan himpunan titik dan himpunan sisi pada graf $G = L_n$ didefinisikan sebagai berikut $p = V(L_{\{n,m\}}) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan $q = E(L_{\{n\}}) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{x_i y_i; 1 \leq i \leq n\}$. Untuk membuktikan dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n adalah dua untuk $n \geq 2$ maka kita harus melakukan analisis batas atas dan batas bawah pada dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n tersebut.

Pertama, kita akan menunjukkan bahwa dimensi metrik sisi pada graf tersebut adalah $dim_E(L_n) \leq 2$. Misalkan kita memilih generator dimensi metrik sisi dari graf tangga L_n adalah $S = \{y_i, y_n\}$. Dengan memilih generator dimensi metrik sisi tersebut, kita mendapatkan representasi dari keseluruhan sisi yang ada pada graf tangga $e \in E(L_{\{n\}})$ terhadap S yang dapat dilihat pada table 1 berikut ini:

Tabel 1. Representasi Sisi dari $e \in L_n$ terhadap S

e	$r(e S)$	Kondisi
$x_i x_{i+1}$	$(i, n - i)$	$1 \leq i \leq n - 1$
$y_i y_{i+1}$	$(i - 1, n - i - 1)$	$1 \leq i \leq n - 1$
$x_i y_i$	$(i - 1, n - 1)$	$1 \leq i \leq n$

Berdasarkan Tabel 1 tersebut, kita dapat melihat bahwa keseluruhan representasi dari sisi pada graf tangga terhadap generator dimensi metrik sisi berbeda. Representasi dari sisi $x_i x_{i+1}$ adalah $(i, n - i)$, representasi dari sisi $y_i y_{i+1}$ adalah $(i - 1, n - i - 1)$, dan representasi dari sisi $x_i y_i$ adalah $(i - 1, n - 1)$. Berdasarkan analisis tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa batas atas dari dimensi metrik sisi pada graf tangga adalah dua atau $dim_{E(G)} \leq 2$.

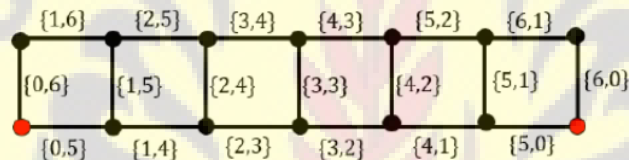
Selanjutnya kita akan menganalisis batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n . Kita akan membuktikan bahwa $dim_E(L_n) \geq 2$. Untuk membuktikan batas bawah tersebut, kita misalkan $dim_E(L_n) < 2$, misalkan $|S|=1$. Dengan mempertimbangkan bahwa kardinalitas dari generator metrik sisi adalah 1, maka akan ada beberapa kemungkinan peletakan dari generator dimensi metrik sisi pada graf L_n . Berikut adalah beberapa kemungkinan tersebut:

- Misalkan kita memilih generator dimensi metrik sisi pada L_n yaitu x_i . Jika kita memiliki hanya satu titik pada x_i sebagai generator dimensi metrik sisi, maka akan ada beberapa sisi yang memiliki representasi yang sama terhadap S . Sisi tersebut antara lain adalah sebagai berikut : $r(y_i y_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1|S) = r(x_i y_i, 1 \leq i \leq n - 1|S)$ serta $r(x_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1|S) = r(x_i y_i, 2 \leq i \leq n - 1|S)$.
- Kemungkinan kedua, kita meletakkan generator dimensi metrik sisi pada titik y_i . Jika kita memilih hanya satu titik sebagai generator dimensi metrik sisi pada

graf L_n yang terletak di y_i , maka hal ini akan menyalahi definisi dari dimensi metrik sisi dimana keseluruhan representasi dari sisi terhadap S haruslah berbeda. Namun, jika kita hanya memiliki satu titik sebagai generator dimensi metrik sisi yang terletak di y_i maka akan ada sisi yang memiliki representasi yang sama yaitu : $r(x_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1 | S) = r(x_i y_i, 1 \leq i \leq n-1 | S)$ dan $r(y_i y_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1 | S) = r(x_i y_i, 2 \leq i \leq n-1 | S)$.

Berdasarkan analisis tersebut, maka tidaklah mungkin jika $dim_E(L_n) < 2$. Hal tersebut akan menjadi suatu kontradiksi dengan definisi dari dimensi metrik sisi dimana $d_G(e_1, w) \neq d_G(e_2, w)$ untuk $e_1, e_2 \in E$. Oleh karena itu, batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga seharusnya adalah $dim_{E(G)} \geq 2$.

Berdasarkan batas atas dan batas bawah yang telah dianalisis, maka didapatkan $dim_E(L_n) \leq 2$ dan $dim_E(L_n) \geq 2$. Dengan adanya fakta tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa $dim_E L_n = 2$. Contoh dari dimensi metrik sisi pada graf tangga L_7 dapat dilihat pada gambar 1. Titik yang bergambar merah merupakan generator dimensi metrik sisi pada graf L_7 .



Gambar 1. Dimensi Metrik Sisi pada Graf L_7

Teorema 2. Dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m adalah 2 untuk $m \geq 2$

Bukti. Graf tangga miring dinotasikan dengan SL_m adalah sebuah graf planar yang diperoleh dari dua buah graf lintasan yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ dan $y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$ dengan menghubungkan titik x_j dengan y_{j+1} untuk $1 \leq j \leq m$. Himpunan titik dan sisi pada graf SL_m adalah sebagai berikut: $V(SL_m) = \{x_j; 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq m\}$ dan $E(SL_m) = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq j \leq m-1\} \cup \{y_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq m-1\} \cup \{x_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq m-1\}$. Kardinalitas titik dan himpunan dari graf SL_m adalah $|V| = 2m$ dan $|E| = 3m - 3$. Pada teorema ini, kita harus membuktikan dimensi metrik sisi dari graf SL_m adalah dua untuk $m \geq 2$ dengan menunjukkan batas atas dan batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga miring. Kita harus membuktikan bahwa $dim_E(SL_m) \leq 2$ dan $dim_E(SL_m) \geq 2$.

Pertama, kita analisis batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m . Kita akan menunjukkan bahwa $dim_E(SL_n) \geq 2$ dengan menggunakan kontradiksi. Kita misalkan $dim_E(SL_n) < 2$. Misalkan $|S| = 1$. Jika kita memiliki hanya satu elemen

dari titik yang ada pada graf SL_n sebagai elemen dari generator dimensi metrik, maka akan ada dua kasus kemungkinan peletakkan dari titik elemen S sebagai berikut:

- Misalkan kita letakkan titik sebagai elemen dari generator dimensi metrik sisi pada lintasan x_j . Jika kita hanya memiliki satu titik elemen S pada graf SL_m , maka akan ada sisi yang memiliki representasi yang sama. Sisi-sisi tersebut antara lain adalah sebagai berikut: $r(x_j x_{j+1}, 1 \leq j \leq m-1 | S) = r(x_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq m-1 | S)$ dan $r(y_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq m-2 | S) = r(x_j x_{j+1}, 2 \leq i \leq n-3 | S)$. Sisi-sisi tersebut memiliki representasi yang sama. Oleh karena itu, hal tersebut kontradiksi dengan definisi dimensi metrik sisi.
- Kemungkinan kedua kita letakkan generator dimensi metrik sisi pada lintasan y_j . Jika $|S| = 1$, representasi dari sisi-sisi yang ada pada graf SL_n terhadap S adalah sebagai berikut: $r(y_j y_{j+1}, 2 \leq j \leq m-1 | S) = r(x_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq m-1 | S)$ dan $r(x_j x_{j+1}, 1 \leq j \leq m-2 | S) = r(x_j x_{j+1}, 2 \leq i \leq n-3 | S)$. Dari representasi tersebut, kita dapat melihat bahwa terdapat representasi yang sama pada sisi-sisi dalam graf SL_n . Oleh karena itu, terjadi kontradiksi.

Berdasarkan analisis diatas, dapat kita simpulkan bahwa batas bawah dari dimensi metrik sisi pada graf tangga mirip SL_n adalah dua, atau $dim_E(SL_n) \geq 2$.

Selanjutnya, kita akan menganalisis batas atas dari dimensi metrik sisi pada graf SL_n . Berdasarkan Tabel 2, dengan memilih $S = x_j, x_n$, kita dapat melihat bahwa representasi dari keseluruhan sisi yang terdapat pada graf tangga miring adalah berbeda. Representasi dari sisi $y_j y_{j+1}$ terhadap S tidak sama dengan representasi dari sisi $x_j x_{j+1}$. Representasi dari kedua sisi tersebut juga tidak sama dengan representasi dari sisi $x_j y_{j+1}$. Tabel representasi sisi dari $e \in SL_n$ terhadap S dapat dilihat pada Tabel 2. Karena $S = \{x_j, x_n\}$, maka $|S| = 2$. Dengan kata lain, batas atas dari dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_n adalah dua.

Tabel 2. Representasi Sisi dari $e \in SL_n$ terhadap S

e	$r(e S)$	Kondisi
$y_j y_{j+1}$	$(j-1, m-j-1)$	$1 \leq j \leq m-1$
$x_j x_{j+1}$	$(j-1, m-j)$	$1 \leq j \leq m-1$
$x_j y_{j+1}$	$(j, m-j-1)$	$1 \leq j \leq m$

Berdasarkan analisis dari batas atas dan batas bawah dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m untuk $m \geq 2$, kita dapatkan $dim_E(SL_n) \leq 2$ dan $dim_E(SL_n) \geq 2$. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m untuk $m \geq 2$ adalah dua, atau $dim_E(SL_m) = 2$.

KESIMPULAN

Pada artikel ini, dibahas topik baru dalam pembahasan mengenai jarak pada suatu graf yaitu dimensi metrik sisi. Fokus penelitian yang dilakukan adalah observasi

mengenai dimensi metrik sisi pada keluarga graf tangga yaitu graf tangga L_n serta graf tangga miring SL_n . Berdasarkan analisis, didapatkan nilai dari dimensi metrik sisi pada graf tangga L_n adalah dua untuk $n \geq 2$. Nilai yang sama juga didapatkan untuk dimensi metrik sisi pada graf tangga miring SL_m , yaitu $dim_E(SL_m) = 2$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adawiyah R, Dafik, Alfarisi R, Prihandini R H & Agustin I H (2019) Edge Metric Dimension on Some Families of Tree *IOP Conf. Series: Journal of Physics* 1180 012005
- [2] Adiwijaya. 2016. Matematika Diskrit dan Aplikasinya. Bandung: Alfabeta.
- [3] Chartrand G and Lesniak L (2000) *Graphs and digraphs 3rd ed*. London: Chapman and Hall).
- [4] Diestel, R. (2005). Graph Theory. Berlin: Springer-Verlag.
- [5] Harju, Tero. (2012). Graph Theory. Finland: Department of Mathematics University of Turku.
- [6] Harary F and Melter RA (1976) On The metrik dimension of a graph *Ars Combin* (2) 191-195
- [7] Slater P J 1975 Leaves of trees *Proc. 6th Southeast Conf. Comb., Graph Theory, Comput. Boca Rotan* (14) 549-559
- [8] Rahman, S. 2017. *Basic Graph Theory. Bangladesh : Springer International Publishing.*

2 DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

ORIGINALITY REPORT

21 %
SIMILARITY INDEX

16 %
INTERNET SOURCES

12 %
PUBLICATIONS

5 %
STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

- 1** jurnalpendidikan.unisla.ac.id
Internet Source 3%
- 2** R Ramdani, A Y Fanisa, S Gumilar, S Sarbini. "Root square mean labelling of some graphs obtained from path", Journal of Physics: Conference Series, 2021
Publication 2%
- 3** R Amalia, Masruroh. "Local antimagic vertex total coloring on fan graph and graph resulting from comb product operation", Journal of Physics: Conference Series, 2021
Publication 2%
- 4** zombiedoc.com
Internet Source 2%
- 5** jurnal.unej.ac.id
Internet Source 2%
- 6** R. Adawiyah, Dafik, R. Alfarisi, R. M. Prihandini, I. H. Agustin. "Edge Metric Dimension on Some Families of Tree", Journal of Physics: Conference Series, 2019
Publication 1%

7	R Adawiyah, Dafik, R Alfarisi, R M Prihandini, I H Agustin, M Venkatachalam. "The local edge metric dimension of graph", Journal of Physics: Conference Series, 2020 Publication	1 %
8	es.scribd.com Internet Source	1 %
9	iopscience.iop.org Internet Source	1 %
10	www.coursehero.com Internet Source	1 %
11	Dwi Agustin Retno Wardani, Ika Hesti Agustin, Dafik, Ridho Alfarisi. "On the locating domination number of P_n [trianglerightequal] H graph", Journal of Physics: Conference Series, 2018 Publication	1 %
12	jurnalmahasiswa.unesa.ac.id Internet Source	1 %
13	air.esc.or.kr Internet Source	1 %
14	repository.unmuhjember.ac.id Internet Source	1 %
15	Submitted to iGroup Student Paper	1 %

16

123dok.com

Internet Source

1 %

17

docplayer.info

Internet Source

1 %

18

eprints.uny.ac.id

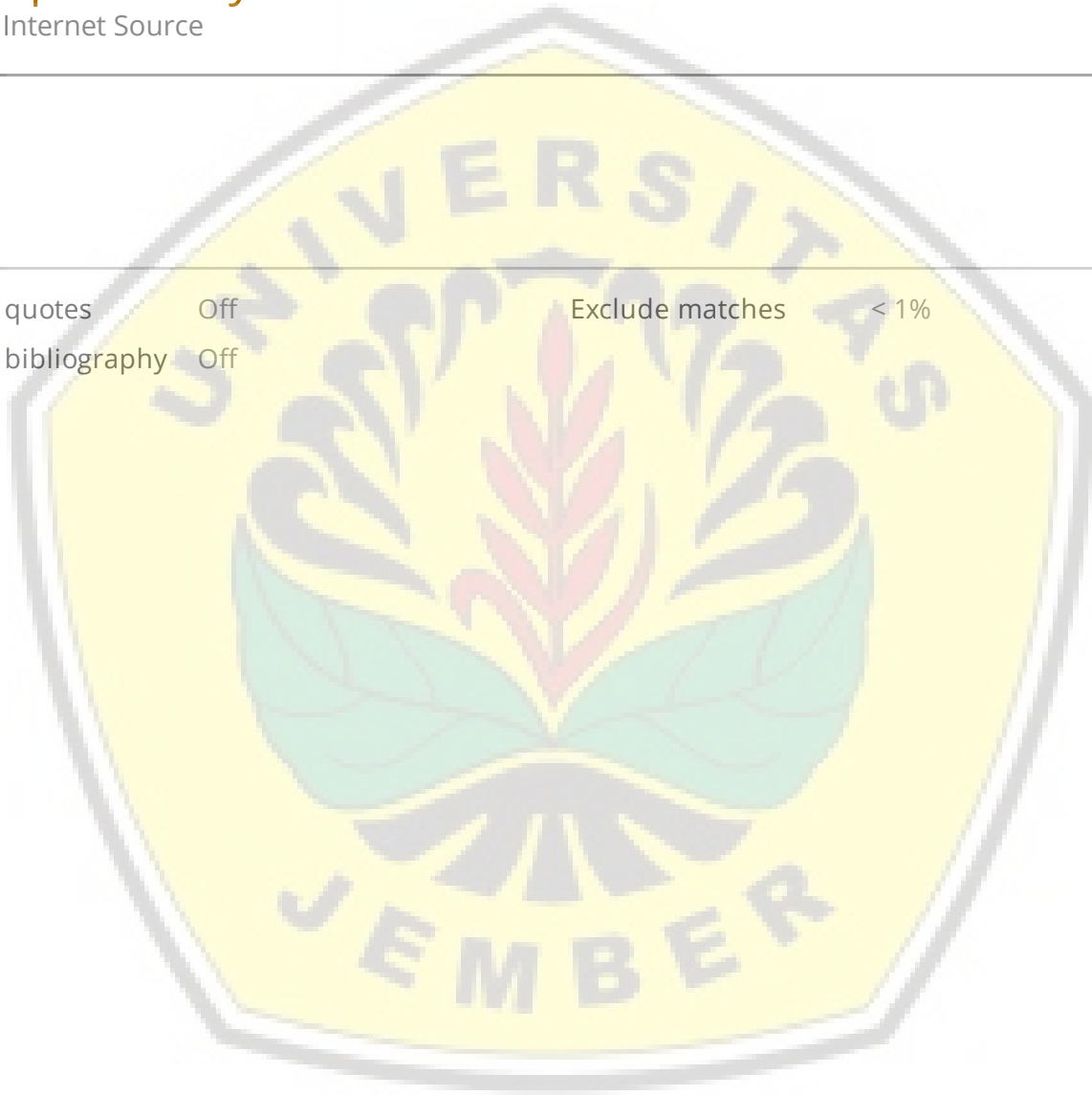
Internet Source

1 %

Exclude quotes Off

Exclude matches < 1%

Exclude bibliography Off



2 DIMENSI METRIK SISI PADA KELUARGA GRAF TANGGA

GRADEMARK REPORT

FINAL GRADE

GENERAL COMMENTS

/0

Instructor

PAGE 1

PAGE 2

PAGE 3

PAGE 4

PAGE 5

PAGE 6

