



**APLIKASI KURVA BEZIER PADA DESAIN  
BOTOL MINUMAN**

**SKRIPSI**

Oleh

**Muhammad Bagus Firman Triadi  
NIM 161810101045**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2020**



**APLIKASI KURVA BEZIER PADA DESAIN  
BOTOL MINUMAN**

**SKRIPSI**

diajukan guna memenuhi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Muhammad Bagus Firman Triadi**  
**NIM 161810101045**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2020**

## PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan puji syukur kehadirat Allah SWT, skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Asmalaili dan Ayahanda Isnadi yang tercinta;
2. Kakak-kakakku tersayang Risma Nurlailyah dan Lisnia Senja Widiyanti;
3. Guru-guruku sejak Taman Kanak-kanak sampai dengan Perguruan Tinggi;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMAN 2 Kota Mojokerto, SMPN 2 Kota Mojokerto, SDN Wates 5, dan TK Yaminna.

## MOTTO

If you can't be the best, be different.

(Benedictus Nathanael Indra Frimawan)



## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhammad Bagus Firman Triadi

NIM : 161810101045

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Aplikasi Kurva Bezier pada Desain Botol Minuman” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggungjawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapatkan sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2020

Yang menyatakan,

Muhammad Bagus Firman Triadi  
NIM 161810101045

**SKRIPSI**

**APLIKASI KURVA BEZIER PADA DESAIN BOTOL MINUMAN**

Oleh

Muhammad Bagus Firman Triadi  
NIM 161810101045

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Aplikasi Kurva Bezier pada Desain Botol Minuman” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember

Tim Pengaji:

Ketua,

Anggota I,

Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si.  
NIP 19800702 200312 1 001

Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.  
NIP 19700606 199803 1 003

Anggota II,

Anggota III,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.  
NIP 19690828 199802 1 001

Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si.  
NIP 19861014 201404 1 001

Mengesahkan  
Dekan,

Drs. Achmad Sjaifullah, M.Sc., Ph.D.  
NIP 19591009 198602 1 001

## RINGKASAN

**Aplikasi Kurva Bezier pada Desain Botol Minuman;** Muhammad Bagus Firman Triadi, 161810101045; 2020; 85 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penggunaan botol minuman pada masyarakat saat ini terus meningkat. Botol minuman dianggap lebih praktis dan efisien. Botol minuman dibagi menjadi dua jenis, yaitu botol minuman sekali pakai dan botol minuman yang dapat digunakan berulang. Botol minuman sekali pakai memiliki sifat tidak tahan terhadap panas dan mudah rusak. Botol minuman sekali pakai memiliki kekurangan yaitu sifatnya yang sekali pakai, sehingga dapat mencemari lingkungan. Oleh karena itu, dibuatlah botol minuman yang dapat digunakan berulang agar dapat mengurangi dampak negatif tersebut. Umumnya botol minuman yang dapat digunakan berulang terbentuk dari benda geometri dasar tabung atau berbentuk bola dan elipsoida. Namun botol minuman yang dapat digunakan berulang juga dapat dibangun melalui kurva Bezier. Beberapa penelitian yang pernah dilakukan sebelumnya dengan mengaplikasikan kurva Bezier adalah penelitian tentang mendesain kerajinan keramik menggunakan kurva Bezier berderajat lima. Tetapi, kurva Bezier yang digunakan masih kurva Bezier berderajat lima. Padahal semakin tinggi derajat kurva Bezier, maka semakin banyak kelengkungan yang dapat dihasilkan. Oleh karena itu, perlu dilakukan pemodelan menggunakan kurva Bezier berderajat lebih tinggi. Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk memodelkan bentuk botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ( $n \leq 6$ ), sehingga diperoleh bentuk botol minuman yang variatif dan simetris. Penelitian ini diharapkan dapat menghasilkan berbagai bentuk botol minuman yang dapat digunakan berulang yang bervariatif dan menarik minat masyarakat untuk beralih dari penggunaan botol minuman sekali pakai ke penggunaan botol minuman yang dapat digunakan berulang.

Dalam penelitian modelisasi botol minuman ini dibagi menjadi beberapa tahapan. Tahapan pertama adalah studi penyajian garis/segmen garis di  $R^3$ , translasi (geseran) titik di  $R^3$ , kurva Bezier berderajat  $n$ , permukaan putar serta penyajian di *software Maple 18*. Tahapan kedua adalah modelisasi mulut botol minuman. Tahapan ketiga adalah modelisasi leher botol minuman. Tahapan keempat adalah modelisasi bahu botol minuman. Tahapan kelima adalah modelisasi badan botol minuman. Kemudian dilanjutkan dengan pembahasan mengenai penggabungan bagian-bagian botol minuman.

Modelisasi botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ( $n \leq 6$ ) yang dilakukan menghasilkan bentuk botol minuman yang bervariasi dan simetris. Kurva Bezier dapat digunakan untuk modelisasi objek yang memiliki tingkat kelengkungan banyak dan tinggi. Dari modelisasi yang dilakukan juga dihasilkan, semakin tinggi derajat kurva Bezier maka semakin banyak kelengkungan yang dihasilkan. Titik kontrol kurva Bezier juga mempengaruhi bentuk kelengkungan yang dihasilkan. Semakin jauh titik kontrol dari titik tetapnya maka semakin tinggi tingkat kelengkungan yang dihasilkan.

## PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Aplikasi Kurva Bezier pada Desain Botol Minuman”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Isnadi dan Ibu Asmalaili sekeluarga yang telah memberikan dukungan dan doanya demi terselesaiannya skripsi ini;
2. Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
3. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. dan Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pengaji yang telah memberikan kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini;
4. Dr. Mohamat Fatekurohman, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
5. Seluruh dosen dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember;
6. Semua teman-teman angkatan 2016 dan Jurusan Matematika yang telah memberikan dukungan dan bantuannya untuk menyelesaikan skripsi ini;
7. Nadhilah Putri Wahana yang telah mengiringi dalam setiap proses;
8. Semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN MOTTO .....</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN .....</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>vi</b>
<b>RINGKASAN .....</b>	<b>vii</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xv</b>
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Latar Belakang .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3 Batasan Masalah .....</b>	<b>3</b>
<b>1.4 Tujuan .....</b>	<b>3</b>
<b>1.5 Manfaat .....</b>	<b>3</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>4</b>
<b>2.1 Penyajian Garis/Segmen Garis di <math>R^3</math> .....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 Translasi (Geseran) Titik di <math>R^3</math> .....</b>	<b>5</b>
<b>2.3 Penyajian Kurva Helix .....</b>	<b>5</b>
<b>2.4 Penyajian Lingkaran di <math>R^3</math> .....</b>	<b>6</b>
<b>2.5 Kurva Bezier Berderajat <math>n</math> .....</b>	<b>8</b>
<b>2.6 Permukaan Putar .....</b>	<b>13</b>
<b>2.7 Penyajian di Maple 18 .....</b>	<b>14</b>
<b>2.7.1 Penyajian segmen garis di ruang .....</b>	<b>14</b>
<b>2.7.2 Penyajian kurva Helix .....</b>	<b>15</b>

2.7.3 Penyajian lingkaran di ruang .....	16
2.7.4 Penyajian kurva Bezier .....	16
2.7.5 Penyajian Permukaan Putar Bezier .....	17
<b>BAB 3. METODOLOGI .....</b>	<b>19</b>
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>23</b>
<b>4.1 Modelisasi Mulut Botol Minuman .....</b>	<b>23</b>
4.1.1 Modelisasi kurva batas mulut botol minuman .....	23
4.1.2 Memutar kurva batas mulut botol minuman .....	24
4.1.3 Modelisasi drat mulut botol minuman.....	25
4.1.4 Penambahan drat pada mulut botol minuman .....	26
<b>4.2 Modelisasi Leher Botol Minuman .....</b>	<b>27</b>
4.2.1 Modelisasi kurva batas leher botol minuman .....	27
4.2.2 Memutar kurva batas leher botol minuman .....	29
<b>4.3 Modelisasi Bahu Botol Minuman .....</b>	<b>29</b>
4.3.1 Modelisasi kurva batas bahu botol minuman .....	30
4.3.2 Memutar kurva batas bahu botol minuman .....	31
<b>4.4 Modelisasi Badan Botol Minuman .....</b>	<b>32</b>
4.4.1 Modelisasi kurva batas badan botol minuman .....	32
4.4.2 Memutar kurva batas badan botol minuman .....	39
4.4.3 Modelisasi lingkaran sebagai alas botol minuman .....	42
<b>4.5 Penggabungan Bagian-bagian Botol Minuman .....</b>	<b>43</b>
<b>BAB 5. PENUTUP .....</b>	<b>51</b>
<b>5.1 Kesimpulan .....</b>	<b>51</b>
<b>5.2 Saran .....</b>	<b>51</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>52</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>53</b>

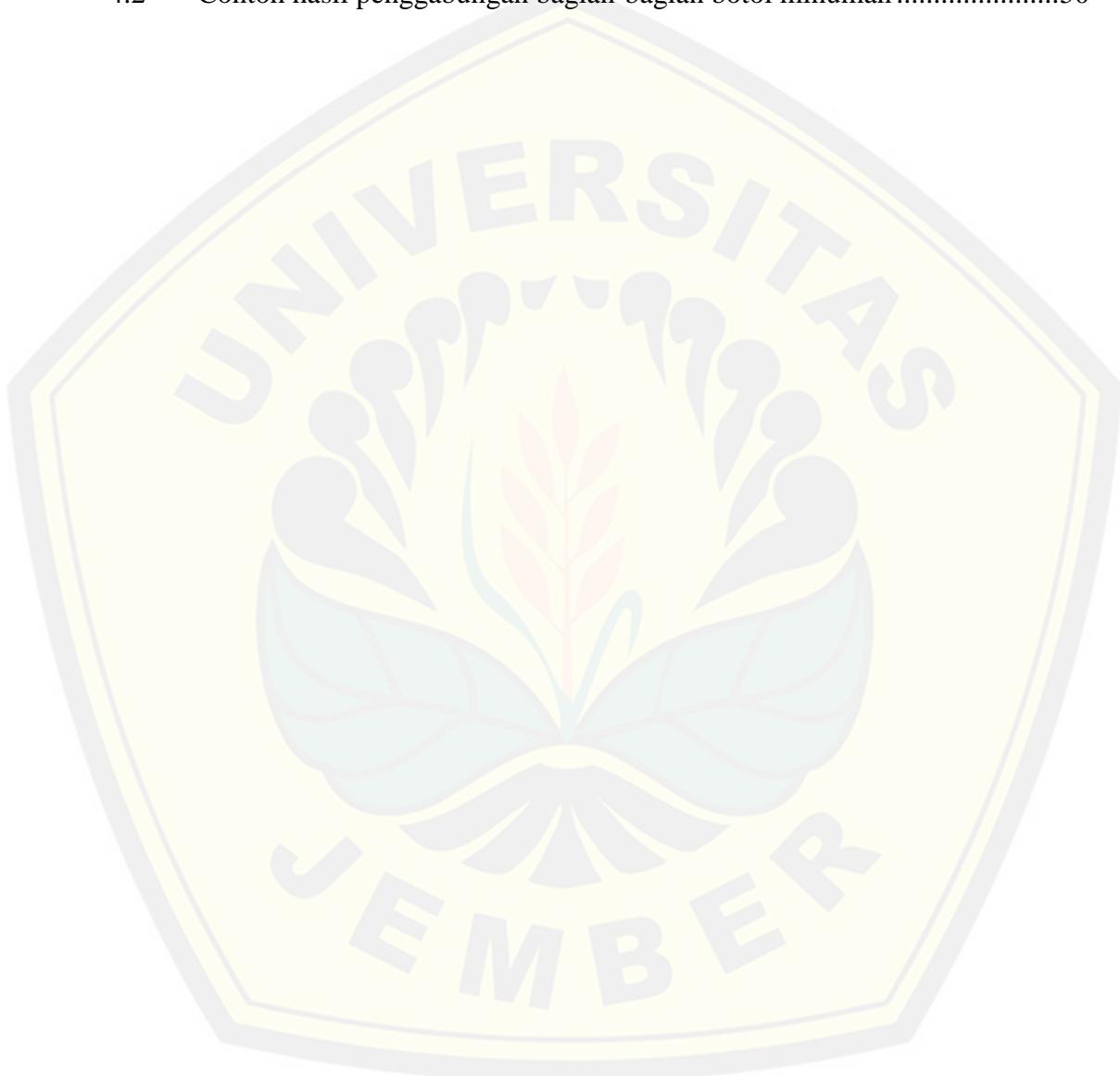
## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
1.1 Botol minuman .....	2
2.1 Penyajian garis di ruang .....	4
2.2 Penyajian kurva Helix .....	6
2.3 Penyajian lingkaran di ruang.....	7
2.4 Permukaan putar.....	13
2.5 Permukaan putar kurva $C(t)$ .....	14
2.6 Penyajian segmen garis pada Maple 18 .....	15
2.7 Penyajian kurva Helix pada Maple 18 .....	15
2.8 Penyajian lingkaran pada Maple 18 .....	16
2.9 Penyajian kurva Bezier pada Maple 18.....	17
2.10 Penyajian permukaan putar kurva Bezier pada Maple 18.....	18
3.1 Segmen garis .....	19
3.2 Translasi titik searah sumbu-y .....	20
3.3 Skema metode penelitian .....	22
4.1 Kurva batas mulut botol minuman pada Maple 18 .....	24
4.2 Permukaan putar mulut botol minuman pada Maple 18 .....	25
4.3 Drat mulut botol minuman pada Maple 18 .....	26
4.4 Penggabungan drat dengan mulut botol minuman pada Maple 18 .....	27
4.5 Kurva batas leher botol minuman pada Maple 18 .....	28
4.6 Permukaan putar leher botol minuman pada Maple 18 .....	29
4.7 Kurva batas bahu botol minuman pada Maple 18.....	31
4.8 Permukaan putar bahu botol minuman pada Maple 18.....	32
4.9 Kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat pada Maple 18 .....	34
4.10 Kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat lima pada Maple 18 .....	36
4.11 Kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat enam pada Maple 18 .....	39

4.12	Permukaan putar badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat pada Maple 18 .....	40
4.13	Permukaan putar badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat lima pada Maple 18 .....	41
4.14	Permukaan putar badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat enam pada Maple 18.....	42
4.15	Alas botol minuman pada Maple 18 .....	43
4.16	Pembagian sumbu pemodelan bagian-bagian botol minuman.....	44
4.17	Urutan pengisian bagian-bagian botol minuman .....	47
4.18	Penggabungan bagian-bagian botol minuman .....	48
4.19	Hasil pertemuan dua kurva .....	49

## DAFTAR TABEL

	Halaman
4.1 Hasil modelisasi bagian-bagian botol minuman .....	44
4.2 Contoh hasil penggabungan bagian-bagian botol minuman .....	50



## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
<b>A. Nilai-nilai untuk <math>B_i^n</math> dengan <math>0 \leq i \leq n</math> .....</b>	<b>53</b>
A.1 $n = 3$ .....	53
A.2 $n = 4$ .....	53
A.3 $n = 5$ .....	54
A.4 $n = 6$ .....	55
<b>B. Sintak Maple 18 .....</b>	<b>56</b>
B.1    Kurva Bezier Berderajat Tiga .....	56
B.2    Kurva Bezier Berderajat Empat .....	56
B.3    Kurva Bezier Berderajat Lima .....	57
B.4    Kurva Bezier Berderajat Enam .....	57
B.5    Permukaan Putar Bezier Berderajat Tiga .....	58
B.6    Permukaan Putar Bezier Berderajat Empat .....	58
B.7    Permukaan Putar Bezier Berderajat Lima .....	58
B.8    Permukaan Putar Bezier Berderajat Enam .....	59
B.9    Kurva Batas Mulut Botol Minuman.....	59
B.10   Permukaan Putar Mulut Botol Minuman .....	60
B.11   Drat Mulut Botol Minuman .....	60
B.12   Penggabungan Drat dengan Mulut Botol Minuman .....	60
B.13   Kurva Batas Leher Botol Minuman .....	60
B.14   Permukaan Putar Leher Botol Minuman .....	61
B.15   Kurva Batas Bahu Botol Minuman .....	61
B.16   Permukaan Putar Bahu Botol Minuman .....	62
B.17   Kurva Batas Badan Botol Minuman Berderajat Empat .....	63
B.18   Kurva Batas Badan Botol Minuman Berderajat Lima .....	64
B.19   Kurva Batas Badan Botol Minuman Berderajat Enam .....	65
B.20   Permukaan Putar Badan Botol Minuman Berderajat Empat.....	67
B.21   Permukaan Putar Badan Botol Minuman Berderajat Lima.....	68

B.22	Permukaan Putar Badan Botol Minuman Berderajat Enam.....	70
B.23	Alas Botol Minuman .....	71
B.24	Hasil Penggabungan Bagian-bagian Botol Minuman .....	72
B.25	Contoh Lain Hasil Penggabungan Bagian-bagian Botol Minuman yang Direkomendasikan .....	75



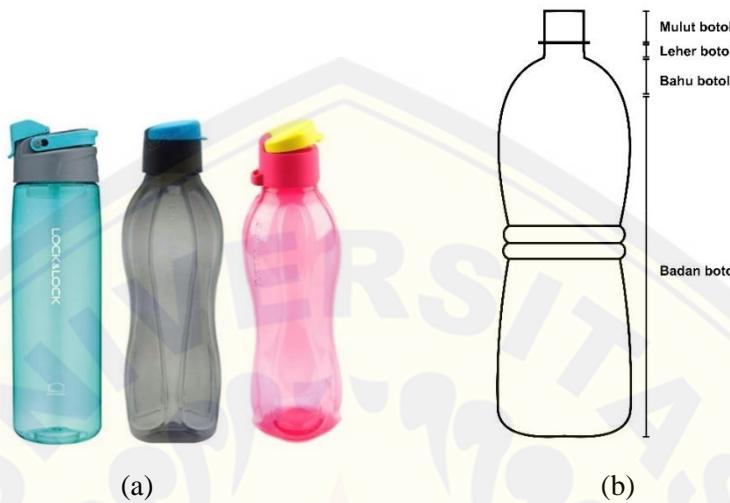
## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Kebutuhan masyarakat akan botol minuman saat ini terus meningkat. Botol minuman banyak digunakan oleh pelajar, mahasiswa dan orang pekantoran. Botol minuman dianggap lebih praktis dan efisien. Botol minuman memiliki banyak variasi, dari segi bahan, ukuran, warna, dan bentuk (Gambar 1.1a). Botol minuman terdiri dari beberapa bagian antara lain mulut, leher, bahu, dan badan botol (Gambar 1.1b). Botol minuman dibagi menjadi dua jenis, yaitu botol minuman sekali pakai dan botol minuman yang dapat digunakan berulang. Botol minuman sekali pakai memiliki sifat tidak tahan terhadap panas dan mudah rusak. Saat ini sebagian instansi sudah melarang pemakaian botol minuman sekali pakai. Botol minuman jenis ini biasanya digunakan pada minuman siap saji. Botol minuman sekali pakai memiliki kekurangan yaitu sifatnya yang sekali pakai, sehingga dapat mencemari lingkungan. Oleh karena itu, dibuatlah botol minuman yang dapat digunakan berulang agar dapat mengurangi dampak negatif tersebut. Botol minuman yang dapat digunakan berulang biasanya memiliki sifat tahan pecah dan rusak, serta tahan terhadap panas. Botol minuman yang dapat digunakan berulang tidak terlepas dari kekurangan. Kekurangannya yaitu bentuknya yang masih kurang bervariasi. Botol minuman jenis ini biasanya terbentuk dari benda geometri dasar tabung atau berbentuk bola dan elipsoida.

Geometri merupakan salah satu bidang dalam matematika yang mempelajari titik, garis, bidang, dan ruang serta sifat-sifat, ukuran-ukuran, dan keterkaitan satu dengan yang lain (Nur'aini dkk., 2017). Kurva merupakan salah satu obyek geometri. Kurva adalah himpunan titik-titik pada sebuah bidang (Suciati dkk., 2004). Kurva memiliki banyak jenis, salah satu diantaranya adalah kurva Bezier. Kurva Bezier adalah kurva yang memiliki titik tetap dan titik kontrol, dimana kelengkungannya bergantung pada titik kontrolnya. Menurut Haryono (2014), kurva Bezier merupakan sebuah kurva parametrik yang sering diterapkan pada komputer grafis dan dalam bidang-bidang berhubungan lainnya.

Kurva Bezier dikenal karena kemampuannya dalam menghasilkan kurva yang halus.



(a) Macam-Macam Botol Minuman; (b) Bagian-Bagian Botol Minuman

Gambar 1.1 Botol minuman

Roifah (2013) melakukan penelitian tentang modelisasi *knop* melalui penggabungan benda dasar hasil deformasi tabung, prisma segienam beraturan, dan permukaan putar. Kurva Bezier digunakan untuk memberi kelengkungan pada sisi tegak prisma segienam beraturan. Namun kurva Bezier yang digunakan masih menggunakan kurva Berzier berderajat dua. Juhari dan Octafiatiningsih (2015) melakukan penelitian tentang modelisasi kap lampu duduk menggunakan kurva Bezier menggunakan maple. Namun kurva Bezier yang digunakan masih menggunakan kurva Berzier berderajat dua. Maharani (2016) melakukan penelitian tentang mendesain kerajinan keramik menggunakan kurva Bezier berderajat lima. Dalam penelitiannya, kurva Bezier berderajat lima diinterpolasi atau dirotasi untuk membuat desain kerajinan keramik yang memiliki bentuk bervariasi. Berdasarkan beberapa penelitian di atas, peneliti tertarik untuk mendesain bentuk botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ( $n \leq 6$ ), sehingga diperoleh bentuk botol minuman yang variatif dan simetris.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Rumusan masalah pada penelitian ini yaitu jika diberikan sebuah segmen garis dengan panjang  $a$  pada sumbu-z, maka bagaimana prosedur membangun botol minuman dengan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ( $n \leq 6$ ) sehingga dihasilkan botol minuman yang variatif dan simetris.

## **1.3 Batasan Masalah**

Batasan masalah pada penelitian ini yaitu:

- a. Memodelisasi botol minuman tanpa tutup.
- b. Memodelisasi botol minuman tanpa mempertahankan volume.
- c. Memodelisasi botol minuman terlepas dari kekontinuan pertemuan antar kurva batas bagian-bagian botol minuman.
- d. Memodelisasi botol minuman terlepas dari bahan, warna, kekuatan, ketahanan, dan keergonomisannya.

## **1.4 Tujuan**

Tujuan pada penelitian ini yaitu mendapatkan prosedur membangun botol minuman dari kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ( $n \leq 6$ ) yang bervariatif dan simetris.

## **1.5 Manfaat**

Manfaat pada penelitian ini antara lain menambah wawasan mengenai Geometri Rancang Bangun, bermanfaat untuk peneliti selanjutnya, dan memberikan pilihan bentuk botol minuman yang lebih bervariasi.

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini menyajikan beberapa dasar teori yang berkaitan dengan prosedur modelisasi botol minuman menggunakan kurva Bezier. Dasar teori tersebut meliputi kajian tentang penyajian garis/segmen garis di  $R^3$ , translasi (geseran) titik di  $R^3$ , penyajian kurva Helix, penyajian lingkaran di  $R^3$ , kurva Bezier berderajat  $n$ , permukaan putar serta penyajian di Maple 18. Hal ini bertujuan untuk mempermudah dalam proses modelisasi beragam botol minuman.

### 2.1 Penyajian Garis/Segmen Garis di $R^3$

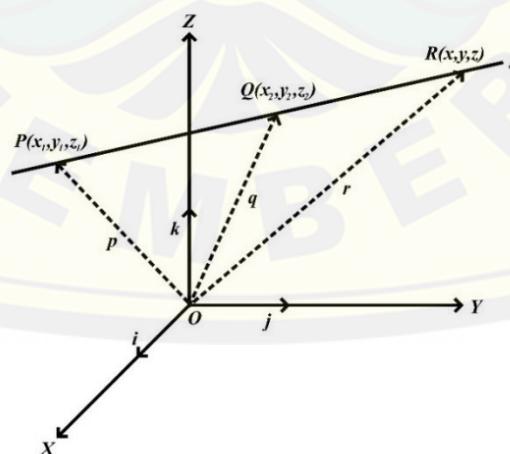
Misalkan ditetapkan dua buah titik berbeda di ruang  $P(x_1, y_1, z_1)$  dan  $Q(x_2, y_2, z_2)$ , maka sebarang titik  $R(x, y, z)$  pada garis  $g$  yang didefinisikan oleh kedua titik tersebut memenuhi relasi  $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \lambda(\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP})$  (Gambar 2.1). Karena itu bentuk persamaan vektor garis  $g$  dapat dinyatakan dalam formula:

$$g \equiv \vec{r} = \vec{p} + \lambda(\vec{q} - \vec{p}) \quad (2.1a)$$

atau

$$\langle x, y, z \rangle = \langle x_1, y_1, z_1 \rangle + \lambda((x_2 - x_1), (y_2 - y_1), (z_2 - z_1)) \quad (2.1b)$$

dengan  $\lambda$  suatu bilangan real.



Gambar 2.1 Penyajian garis di ruang (Sumber: Kusno, 2003 a)

Persamaan (2.1b) ini selanjutnya dapat dinyatakan menjadi:

$$x = x_1 + \lambda(x_2 - x_1) \quad (2.2a)$$

$$y = y_1 + \lambda(y_2 - y_1) \quad (2.2b)$$

$$z = z_1 + \lambda(z_2 - z_1) \quad (2.2c)$$

dan disebut sebagai persamaan parametrik garis  $g$  dengan  $-\infty < \lambda < \infty$  suatu variabel parameter  $x$ ,  $y$  dan  $z$ , yaitu fungsi-fungsi skalar untuk vektor basis  $i$ ,  $j$  dan  $k$  (Kusno, 2003 a).

## 2.2 Translasi (Geseran) Titik di $R^3$

Misalkan transformasi  $T: R^3 \rightarrow R^3$  merupakan pemetaan titik  $P(x, y, z)$  ke titik bayangannya  $P'(x', y', z')$  sehingga  $T(P) = P'$  atau  $P' = T(P)$ . Transformasi titik  $P(x, y, z)$  ke titik  $P'(x'; y'; z')$  oleh suatu geseran sejauh  $k_1$  satuan kearah sumbu  $X$ , sejauh  $k_2$  satuan kearah sumbu  $Y$  dan  $k_3$  satuan kearah sumbu  $Z$ , dalam bentuk penjumlahan matriks dinyatakan sebagai berikut.

$$(x', y', z') = (x, y, z) + (k_1, k_2, k_3) = (x + k_1, y + k_2, z + k_3) \quad (2.3a)$$

atau

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + k_1 \\ y + k_2 \\ z + k_3 \end{pmatrix} \quad (2.3b)$$

(Kusno, 2009)

## 2.3 Penyajian Kurva Helix

Menurut Weisstein (2003), Helix adalah kurva ruang tiga dimensi yang garis singgungnya membuat sudut konstan dengan sebuah garis tetap yang disebut sumbu. Kurva Helix memiliki persamaan parametrik:

$$\langle x, y, z \rangle = \langle r \cos t, r \sin t, c t \rangle \quad (2.4)$$

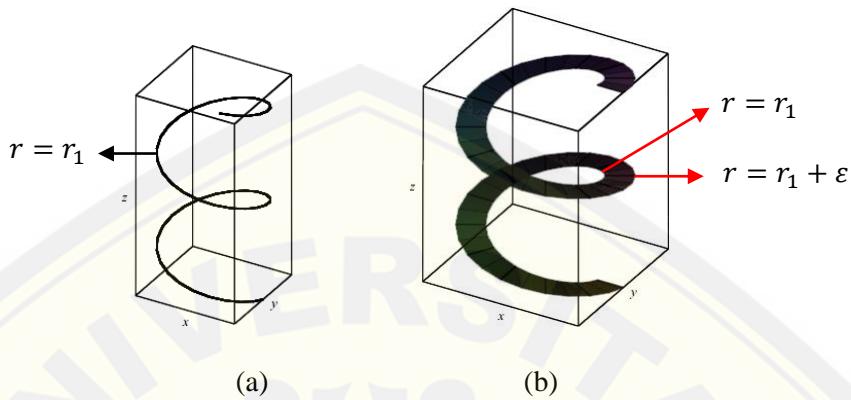
dan  $0 \leq t \leq k\pi$ ;  $r = r_1$ ;  $k, r_1 \in \text{real}$ , dengan:

$r$  = jari-jari kurva Helix

$c$  = konstanta yang memberikan pemisahan vertikal *loop* kurva Helix

(Gambar 2.2a)

Jika kurva Helix memiliki ketebalan  $\varepsilon$ , maka jari-jari  $r$  pada persamaan parametrik kurva Helix di atas menjadi  $r_1 \leq r \leq r_1 + \varepsilon$  (Gambar 2.2b).



(a) Kurva Helix (Sumber: Weisstein, 2003); (b) Kurva Helix dengan Ketebalan  
Gambar 2.2 Penyajian kurva Helix

## 2.4 Penyajian Lingkaran di $R^3$

Menurut Kusno (2009), lingkaran adalah himpunan titik-titik di bidang yang jaraknya terhadap titik tertentu tetap. Titik tetap ini selanjutnya disebut pusat lingkaran dan jarak yang bernilai tertentu disebut jari-jari lingkaran. Misalkan diberikan sembarang titik  $A(x, y, z)$  pada lingkaran yang berpusat di  $O(0,0,0)$  dengan jari-jari  $r$ , sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

a. Pada bidang  $XOY$

$$x^2 + y^2 = r^2, z = 0 \quad (2.5)$$

b. Pada bidang  $XOZ$

$$x^2 + z^2 = r^2, y = 0 \quad (2.6)$$

c. Pada bidang  $YOZ$

$$y^2 + z^2 = r^2, x = 0 \quad (2.7)$$

Sedangkan untuk lingkaran yang berpusat di titik  $B(a, b, c)$  mempunyai jari-jari  $r$  dan sejajar bidang kartesiusnya, didapatkan persamaan:

a. Sejajar bidang  $XOY$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, z = c \quad (2.8)$$

b. Sejajar bidang  $XOZ$

$$(x - a)^2 + (z - c)^2 = r^2, y = b \quad (2.9)$$

c. Sejajar bidang  $YOZ$

$$(y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2, x = a \quad (2.10)$$

Persamaan parametrik lingkaran pada  $R^3$  adalah sebagai berikut.

a. Lingkaran dengan pusat  $P(x, y, z)$  dengan jari-jari  $r$  dan sejajar pada bidang  $XOY$  (Gambar 2.3a)

$$L(\theta) = \langle x + r \cos \theta, y + r \sin \theta, z \rangle \quad (2.11)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $r \in \text{real}$

b. Lingkaran dengan pusat  $P(x, y, z)$  dengan jari-jari  $r$  dan sejajar pada bidang  $XOZ$  (Gambar 2.3b)

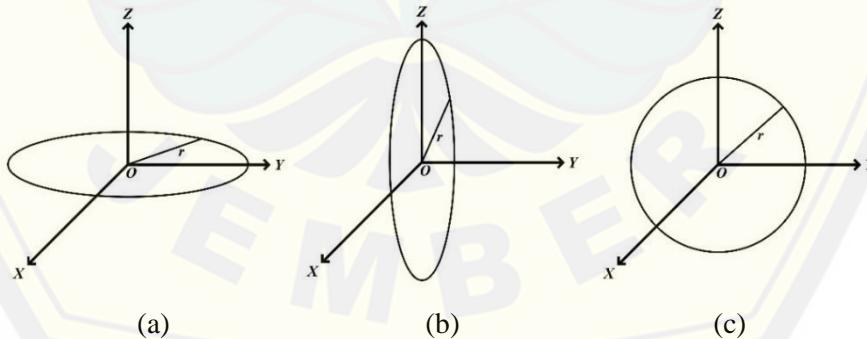
$$L(\theta) = \langle x + r \cos \theta, y, z + r \sin \theta \rangle \quad (2.12)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $r \in \text{real}$

c. Lingkaran dengan pusat  $P(x, y, z)$  dengan jari-jari  $r$  dan sejajar pada bidang  $YOZ$  (Gambar 2.3c)

$$L(\theta) = \langle x, y + r \cos \theta, z + r \sin \theta \rangle \quad (2.13)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $r \in \text{real}$



(a) Lingkaran pada Bidang  $XOY$ ; (b) Lingkaran pada Bidang  $XOZ$ ; (c) Lingkaran pada Bidang  $YOZ$

Gambar 2.3 Penyajian lingkaran di ruang

## 2.5 Kurva Bezier Berderajat $n$

Menurut Haryono (2014), kurva Bezier terdiri dari beberapa titik pembentuknya yang berjumlah  $n + 1$ , sehingga terdapat titik-titik  $\mathbf{P}_0$  sampai dengan  $\mathbf{P}_n$ . Titik  $\mathbf{P}_0$  merupakan titik awal kurva dimana kurva berangkat dari titik tersebut yang melengkung ke arah  $\mathbf{P}_n$  dan berhenti di titik tersebut. Semua dilakukan dengan  $t$  sebagai persentase waktu tempuh kurva dari titik  $\mathbf{P}_0$  dan  $\mathbf{P}_n$ , yaitu dari  $t = 0$  hingga  $t = 1$ . Ketika  $t = 0$  garis kurva berada tepat pada titik  $\mathbf{P}_0$  dan ketika  $t = 1$  garis kurva berada tepat pada titik  $\mathbf{P}_n$ . Variabel  $t$  bukan merupakan lama waktu yang ditempuh untuk membuat sebuah kurva. Variabel  $t$  menunjukkan seberapa jauh kurva Bezier yang diwakili oleh fungsi  $B(t)$  bergerak dari  $\mathbf{P}_0$  hingga  $\mathbf{P}_1$ . Adapun persamaan untuk kurva bezier ordo satu (bezier linier) adalah:

$$B(t) = \mathbf{P}_n + t(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_n) = (1 - t)\mathbf{P}_n + t\mathbf{P}_1, \text{ dengan } t \in [0,1] \quad (2.14)$$

Jika diperhatikan rumus-rumus kurva bezier yang berurutan dari ordo satu sampai tiga menganut kaidah segitiga pascal. Setiap tingkat ordo satu pada kurva bezier berbanding lurus dengan baris-baris segitiga Pascal yaitu setiap ordo  $n$  akan memiliki koefisien-koefisien pada paris  $n + 1$  pada segitiga Pascal.

Kurva Bezier derajat  $n$  dinyatakan dalam bentuk:

$$\mathbf{C}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}_i B_i^n(t) \quad (2.15)$$

dan  $0 \leq t \leq 1$ , dengan:

$$\mathbf{C}(t) = \langle x(t), y(t), z(t) \rangle, t \in [0,1]$$

$$B_i^n(t) = C_i^n (1 - t)^{n-i} \cdot t^i, t \in [0,1]$$

$$C_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

$\mathbf{P}_i$  = titik tetap dan kontrol kurva  $\mathbf{C}(t)$

(Kusno, 2003 c)

Berikut merupakan persamaan kurva Bezier berderajat  $n$ :

a) Kurva Bezier  $n = 2$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= \sum_{i=0}^2 \mathbf{P}_i B_i^2(t) \\ &= \mathbf{P}_0 B_0^2(t) + \mathbf{P}_1 B_1^2(t) + \mathbf{P}_2 B_2^2(t) \end{aligned}$$

$$B_0^2(t) = C_0^2(1-t)^{2-0} \cdot t^0$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2!}{0! (2-0)!} (1-t)^2 \\ &= (1-t)^2 \end{aligned}$$

$$B_1^2(t) = C_1^2(1-t)^{2-1} \cdot t^1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2!}{1! (2-1)!} (1-t) \cdot t \\ &= 2t(1-t) \end{aligned}$$

$$B_2^2(t) = C_2^2(1-t)^{2-2} \cdot t^2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2!}{2! (2-2)!} t^2 \\ &= t^2 \end{aligned}$$

Persamaan kurva Bezier berderajat dua diperoleh sebagai berikut:

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{P}_0(1-t)^2 + \mathbf{P}_1(2t(1-t)) + \mathbf{P}_2t^2 \quad (2.16a)$$

$$= \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} (1-t)^2 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} (2t(1-t)) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} t^2 \quad (2.16b)$$

Sehingga persamaan parametrik kurva Bezier berderajat dua dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= ((x_0(1-t)^2 + x_1(2t(1-t)) + x_2t^2), (y_0(1-t)^2 + y_1(2t(1-t)) \\ &\quad + y_2t^2), (z_0(1-t)^2 + z_1(2t(1-t)) + z_2t^2)) \end{aligned} \quad (2.17)$$

b) Kurva Bezier  $n = 3$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= \sum_{i=0}^3 \mathbf{P}_i B_i^3(t) \\ &= \mathbf{P}_0 B_0^3(t) + \mathbf{P}_1 B_1^3(t) + \mathbf{P}_2 B_2^3(t) + \mathbf{P}_3 B_3^3(t) \end{aligned}$$

(Nilai-nilai untuk  $B_i^3$  dengan  $i = 0,1,2,3$  dapat dilihat pada Lampiran (A.1))

Persamaan kurva Bezier berderajat tiga diperoleh sebagai berikut:

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{P}_0(1-t)^3 + \mathbf{P}_1(3t(1-t)^2) + \mathbf{P}_2(3t^2(1-t)) + \mathbf{P}_3t^3 \quad (2.18a)$$

$$= \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}(1-t)^3 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}(3t(1-t)^2) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}(3t^2(1-t)) \\ + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}t^3 \quad (2.18b)$$

Sehingga persamaan parametrik kurva Bezier berderajat tiga dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) = & \langle (x_0(1-t)^3 + x_1(3t(1-t)^2) + x_2(3t^2(1-t)) \\ & + x_3t^3), (y_0(1-t)^3 + y_1(3t(1-t)^2) + y_2(3t^2(1-t)) \\ & + y_3t^3), (z_0(1-t)^3 + z_1(3t(1-t)^2) + z_2(3t^2(1-t)) \\ & + z_3t^3) \rangle \end{aligned} \quad (2.19)$$

c) Kurva Bezier  $n = 4$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= \sum_{i=0}^4 \mathbf{P}_i B_i^4(t) \\ &= \mathbf{P}_0 B_0^4(t) + \mathbf{P}_1 B_1^4(t) + \mathbf{P}_2 B_2^4(t) + \mathbf{P}_3 B_3^4(t) + \mathbf{P}_4 B_4^4(t) \end{aligned}$$

(Nilai-nilai untuk  $B_i^4$  dengan  $i = 0,1,2,3,4$  dapat dilihat pada Lampiran (A.2))

Persamaan kurva Bezier berderajat empat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) = & \mathbf{P}_0(1-t)^4 + \mathbf{P}_1(4t(1-t)^3) + \mathbf{P}_2(6t^2(1-t)^2) + \mathbf{P}_3(4t^3(1-t)) \\ & + \mathbf{P}_4t^4 \end{aligned} \quad (2.20a)$$

$$\begin{aligned} = & \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}(1-t)^4 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}(4t(1-t)^3) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}(6t^2(1-t)^2) \\ & + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}(4t^3(1-t)) + \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix}t^4 \end{aligned} \quad (2.20b)$$

Sehingga persamaan parametrik kurva Bezier berderajat empat dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) = & ((x_0(1-t)^4 + x_1(4t(1-t)^3) + x_2(6t^2(1-t)^2) + x_3(4t^3(1-t)) \\ & + x_4t^4), (y_0(1-t)^4 + y_1(4t(1-t)^3) + y_2(6t^2(1-t)^2) \\ & + y_3(4t^3(1-t)) + y_4t^4), (z_0(1-t)^4 + z_1(4t(1-t)^3) \\ & + z_2(6t^2(1-t)^2) + z_3(4t^3(1-t)) + z_4t^4)) \end{aligned} \quad (2.21)$$

d) Kurva Bezier  $n = 5$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= \sum_{i=0}^{5} \mathbf{P}_i B_i^5(t) \\ &= \mathbf{P}_0 B_0^5(t) + \mathbf{P}_1 B_1^5(t) + \mathbf{P}_2 B_2^5(t) + \mathbf{P}_3 B_3^5(t) + \mathbf{P}_4 B_4^5(t) + \mathbf{P}_5 B_5^5(t) \end{aligned}$$

(Nilai-nilai untuk  $B_i^5$  dengan  $i = 0,1,2,3,4,5$  dapat dilihat pada Lampiran (A.3))

Persamaan kurva Bezier berderajat lima diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= \mathbf{P}_0(1-t)^5 + \mathbf{P}_1(5t(1-t)^4) + \mathbf{P}_2(10t^2(1-t)^3) \\ &+ \mathbf{P}_3(10t^3(1-t)^2) + \mathbf{P}_4(5t^4(1-t)) + \mathbf{P}_5t^5 \end{aligned} \quad (2.22a)$$

$$\begin{aligned} &= \binom{x_0}{y_0} (1-t)^5 + \binom{x_1}{y_1} (5t(1-t)^4) + \binom{x_2}{y_2} (10t^2(1-t)^3) \\ &+ \binom{x_3}{y_3} (10t^3(1-t)^2) + \binom{x_4}{y_4} (5t^4(1-t)) \\ &+ \binom{x_5}{y_5} t^5 \end{aligned} \quad (2.22b)$$

Sehingga persamaan parametrik kurva Bezier berderajat lima dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) = & ((x_0(1-t)^5 + x_1(5t(1-t)^4) + x_2(10t^2(1-t)^3) \\ & + x_3(10t^3(1-t)^2) + x_4(5t^4(1-t)) + x_5t^5), (y_0(1-t)^5 \\ & + y_1(5t(1-t)^4) + y_2(10t^2(1-t)^3) + y_3(10t^3(1-t)^2) \\ & + y_4(5t^4(1-t)) + y_5t^5), (z_0(1-t)^5 + z_1(5t(1-t)^4) \\ & + z_2(10t^2(1-t)^3) + z_3(10t^3(1-t)^2) + z_4(5t^4(1-t)) \\ & + z_5t^5)) \end{aligned} \quad (2.23)$$

e) Kurva Bezier  $n = 6$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(t) &= \sum_{i=0}^6 \mathbf{P}_i B_i^6(t) \\ &= \mathbf{P}_0 B_0^6(t) + \mathbf{P}_1 B_1^6(t) + \mathbf{P}_2 B_2^6(t) + \mathbf{P}_3 B_3^6(t) + \mathbf{P}_4 B_4^6(t) + \mathbf{P}_5 B_5^6(t) \\ &\quad + \mathbf{P}_6 B_6^6(t)\end{aligned}$$

(Nilai-nilai untuk  $B_i^6$  dengan  $i = 0,1,2,3,4,5,6$  dapat dilihat pada Lampiran (A.4))

Persamaan kurva Bezier berderajat enam diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(t) &= \mathbf{P}_0(1-t)^6 + \mathbf{P}_1(6t(1-t)^5) + \mathbf{P}_2(15t^2(1-t)^4) \\ &\quad + \mathbf{P}_3(20t^3(1-t)^3) + \mathbf{P}_4(15t^4(1-t)^2) + \mathbf{P}_5(6t^5(1-t)) \\ &\quad + \mathbf{P}_6 t^6\end{aligned}\tag{2.24a}$$

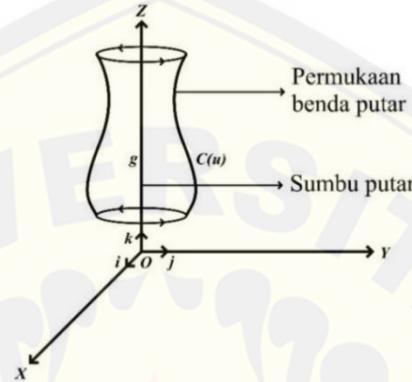
$$\begin{aligned}&= \binom{x_0}{y_0 z_0} (1-t)^6 + \binom{x_1}{y_1 z_1} (6t(1-t)^5) + \binom{x_2}{y_2 z_2} (15t^2(1-t)^4) \\ &\quad + \binom{x_3}{y_3 z_3} (20t^3(1-t)^3) + \binom{x_4}{y_4 z_4} (15t^4(1-t)^2) \\ &\quad + \binom{x_5}{y_5 z_5} (6t^5(1-t)) + \binom{x_6}{y_6 z_6} t^6\end{aligned}\tag{2.24b}$$

Sehingga persamaan parametrik kurva Bezier berderajat enam dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(t) &= \langle (x_0(1-t)^6 + x_1(6t(1-t)^5) + x_2(15t^2(1-t)^4) \\ &\quad + x_3(20t^3(1-t)^3) + x_4(15t^4(1-t)^2) + x_5(6t^5(1-t)) \\ &\quad + x_6 t^6), (y_0(1-t)^6 + y_1(6t(1-t)^5) + y_2(15t^2(1-t)^4) \\ &\quad + y_3(20t^3(1-t)^3) + y_4(15t^4(1-t)^2) + y_5(6t^5(1-t)) \\ &\quad + y_6 t^6), (z_0(1-t)^6 + z_1(6t(1-t)^5) + z_2(15t^2(1-t)^4) \\ &\quad + z_3(20t^3(1-t)^3) + z_4(15t^4(1-t)^2) + z_5(6t^5(1-t)) \\ &\quad + z_6 t^6) \rangle\end{aligned}\tag{2.25}$$

## 2.6 Permukaan Putar

Menurut Kusno (2003 b), surfas (permukaan) putar adalah suatu surfas yang dibangkitkan oleh suatu kurva ruang  $\mathbf{C}$  (sebagai generatik) diputar mengitari sebuah sumbu putar  $g$  yang disebut sebagai sumbu putar (Gambar 2.4).



Gambar 2.4 Permukaan putar

Misalkan  $C_x(t)$ ,  $C_y(t)$  dan  $C_z(t)$  menyatakan komponen-komponen skalar dari kurva generatris  $\mathbf{C}(t)$ , maka permukaan putar yang dibangkitkan oleh kurva  $\mathbf{C}(t)$  dapat diformulasikan sebagai berikut.

- Apabila kurva generatris  $\mathbf{C}(t)$  terletak pada bidang  $YOZ$  dan diputar pada sumbu putar  $OZ$ , maka untuk mencari persamaan parametrik permukaan putar dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Gambar 2.5a).

1) Tentukan persamaan parametrik kurva  $\mathbf{C}(t)$ , yaitu:

$$\mathbf{C}(t) = \langle C_x(t), C_y(t), C_z(t) \rangle \quad (2.26)$$

dengan  $0 \leq t \leq 1$ .

- Putar kurva  $\mathbf{C}(t)$  terhadap sumbu putar  $OZ$ , maka terbentuk sebuah permukaan putar dengan persamaan parametrik:

$$\mathbf{S}(t, \theta) = \langle C_x(t) \cos \theta, C_y(t) \sin \theta, C_z(t) \rangle \quad (2.27)$$

dengan  $0 \leq t \leq 1$  dan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

- Apabila kurva generatris  $\mathbf{C}(t)$  terletak pada bidang  $YOZ$  dan diputar pada sumbu putar  $OY$ , maka untuk mencari persamaan parametrik permukaan putar

dilakukan dengan mengulangi langkah (a) dan didapatkan persamaan (Gambar 2.5b)

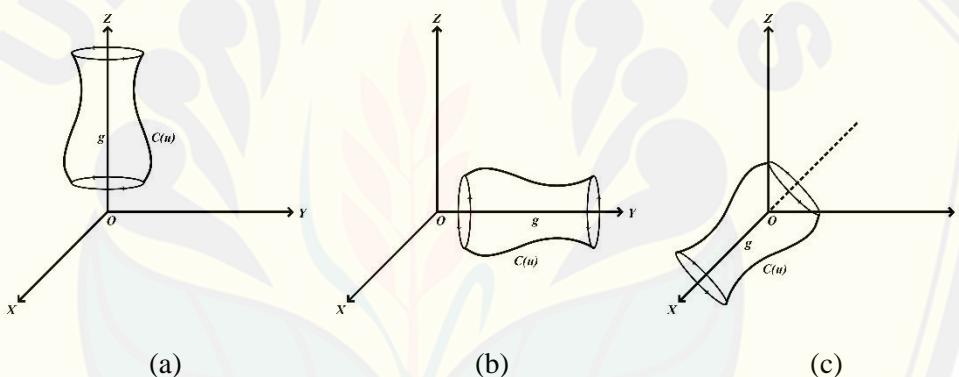
$$\mathbf{S}(t, \theta) = \langle C_x(t) \cos \theta, C_y(t), C_z(t) \sin \theta \rangle \quad (2.28)$$

dengan  $0 \leq t \leq 1$  dan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

- c. Apabila kurva generatris  $\mathbf{C}(t)$  terletak pada bidang  $XOZ$  dan diputar pada sumbu putar  $OX$ , maka untuk mencari persamaan parametrik permukaan putar dilakukan dengan mengulangi langkah (a) dan didapatkan persamaan (Gambar 2.5c)

$$\mathbf{S}(t, \theta) = \langle C_x(t), C_y(t) \cos \theta, C_z(t) \sin \theta \rangle \quad (2.29)$$

dengan  $0 \leq t \leq 1$  dan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .



(a) Sumbu Putar  $OZ$ ; (b) Sumbu Putar  $OY$ ; (c) Sumbu Putar  $OX$

Gambar 2.5 Permukaan putar kurva  $\mathbf{C}(t)$

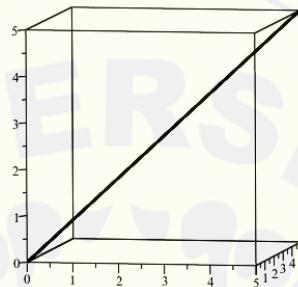
## 2.7 Penyajian di Maple 18

### 2.7.1 Penyajian segmen garis di ruang

Untuk mengkonstruksi sebuah segmen garis menggunakan Maple 18, dapat menggunakan Persamaan (2.1) dengan memberikan nilai  $(x_1, y_1, z_1)$  dan  $(x_2, y_2, z_2)$  sebagai posisi titik ujung segmen garis di ruang. Misal akan dibuat segmen garis  $g$  (Gambar 2.6) dengan titik-titik ujung  $A(0,0,0)$  dan  $B(5,5,5)$ , berikut merupakan script Maple 18.

```
ab := plot3d([0 + u·(5 - 0), 0 + u·(5 - 0), 0 + u·(5 - 0)], u = 0 .. 1, v = 0 .. 1) :  
display(ab);
```

(Parameter  $v$  pada *script* Maple 18 saat mengkonstruksi segmen garis tidak diperhatikan. Hal ini dikarenakan parameter yang dibutuhkan hanya satu, yaitu parameter  $u$ . Namun perintah *plot3d* pada *script* Maple 18 harus memiliki dua parameter. Jadi untuk parameter  $v$  diabaikan karenakan tidak berpengaruh pada hasil.)



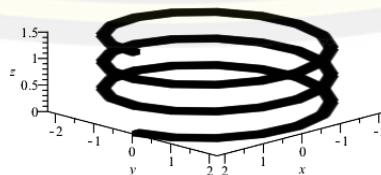
Gambar 2.6 Penyajian segmen garis pada Maple 18

### 2.7.2 Penyajian kurva Helix

Untuk mengkonstruksi sebuah kurva Helix menggunakan Maple 18, dapat menggunakan Persamaan (2.24). Misal akan dibuat kurva Helix (Gambar 2.7) dengan jari-jari 2 cm, lebar 0,2 cm, tinggi 1,5 cm dan sebanyak 3 putaran, berikut merupakan *script* Maple 18.

```
drat := plot3d([r*cos(t), r*sin(t), 0.08*t], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 6*Pi, thickness = 5) :  
display(drat, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);
```

(Perintah *thickness* pada *script* Maple 18 diartikan sebagai ketebalan kurva Helix. Nilai  $c$  dimasukkan 0,08 untuk memperoleh kurva Helix setinggi  $c \times t = 0,08 \times 6\pi = 1,5072 \approx 1,5$  cm.)

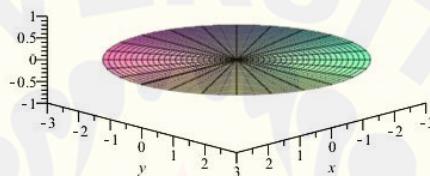


Gambar 2.7 Penyajian kurva Helix pada Maple 18

### 2.7.3 Penyajian lingkaran di ruang

Untuk mengkonstruksi sebuah lingkaran menggunakan Maple 18, dapat menggunakan Persamaan (2.11) dengan memberikan nilai  $(x, y, z)$  sebagai titik pusat lingkaran dan  $R$  sebagai jari-jari lingkaran. Misal akan dibuat lingkaran (Gambar 2.8) dengan titik pusat  $A(0,0,0)$  dengan jari-jari 3 cm, berikut merupakan *script* Maple 18.

```
lingkaran := plot3d( [ 0 + r·cos(u), 0 + r·sin(u), 0], r = 0 .. 3, u = 0 .. 2·Pi) :  
display(lingkaran, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);
```



Gambar 2.8 Penyajian lingkaran pada Maple 18

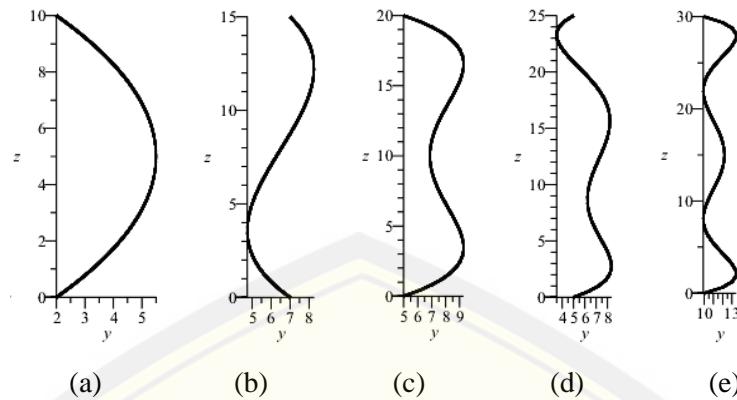
### 2.7.4 Penyajian kurva Bezier

Untuk mengkonstruksi kurva Bezier menggunakan Maple 18, dilakukan dengan menentukan titik tetap dan titik kontrolnya. Berikut merupakan beberapa contoh kurva Bezier (Gambar 2.9).

*Script* Maple 18 kurva Bezier berderajat dua (Gambar 2.9a):

```
p0x := 0 : p0y := 2 : p0z := 10 :  
p1x := 0 : p1y := 9 : p1z := 5 :  
p2x := 0 : p2y := 2 : p2z := 0 :  
mx1 := p0x·(1-t)2 + p1x·(2·t·(1-t)) + p2x·t2 :  
my1 := p0y·(1-t)2 + p1y·(2·t·(1-t)) + p2y·t2 :  
mz1 := p0z·(1-t)2 + p1z·(2·t·(1-t)) + p2z·t2 :  
a := plot3d( [ mx1, my1, mz1 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :  
display(a, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);
```

(*Script* Maple 18 kurva Bezier berderajat tiga, empat, lima dan enam dapat dilihat pada Lampiran (B.1-B.4))



(a) Kurva Bezier Berderajat Dua; (b) Kurva Bezier Berderajat Tiga;  
 (c) Kurva Bezier Berderajat Empat; (d) Kurva Bezier Berderajat Lima;  
 (e) Kurva Bezier Berderajat Enam

Gambar 2.9 Penyajian kurva Bezier pada Maple 18

### 2.7.5 Penyajian Permukaan Putar Bezier

Untuk mengkonstruksi permukaan putar kurva Bezier menggunakan Maple 18, dilakukan dengan menentukan titik tetap, titik kontrol dan sumbu putarnya. Berikut merupakan beberapa contoh permukaan putar kurva Bezier (Gambar 2.10).

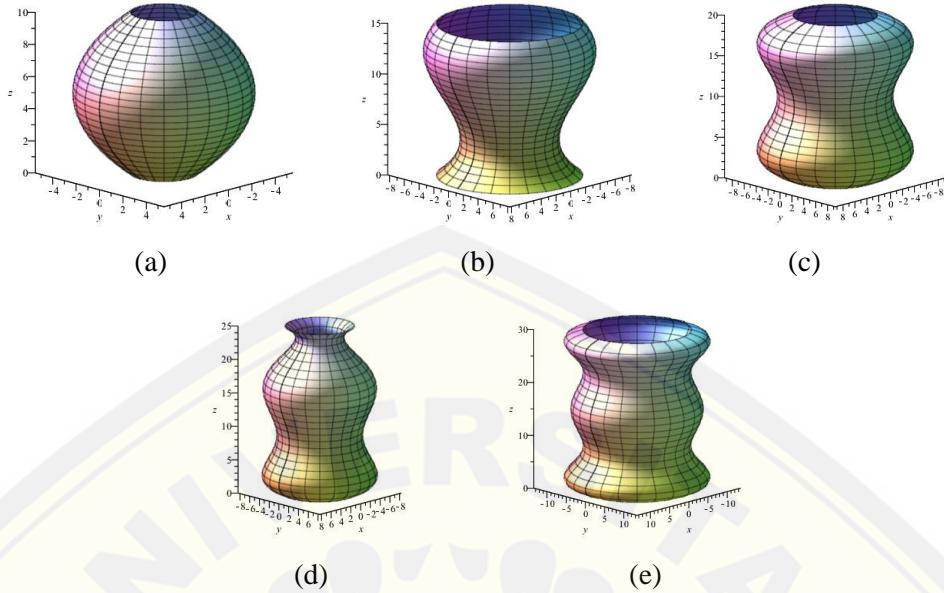
*Script* Maple 18 permukaan putar Bezier berderajat dua (Gambar 2.10a):

```

 $p0x := 2 : p0y := 2 : p0z := 10 :$ 
 $p1x := 9 : p1y := 9 : p1z := 5 :$ 
 $p2x := 2 : p2y := 2 : p2z := 0 :$ 
 $mx1 := p0x \cdot (1-t)^2 + p1x \cdot (2 \cdot t \cdot (1-t)) + p2x \cdot t^2 :$ 
 $my1 := p0y \cdot (1-t)^2 + p1y \cdot (2 \cdot t \cdot (1-t)) + p2y \cdot t^2 :$ 
 $mz1 := p0z \cdot (1-t)^2 + p1z \cdot (2 \cdot t \cdot (1-t)) + p2z \cdot t^2 :$ 
 $f := \text{plot3d}([mx1 \cdot \cos(u), my1 \cdot \sin(u), mz1], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \text{Pi}) :$ 
 $\text{display}(f, \text{labels} = [x, y, z], \text{axes} = \text{frame}, \text{scaling} = \text{constrained});$ 

```

(*Script* Maple 18 permukaan putar Bezier berderajat tiga, empat, lima dan enam dapat dilihat pada Lampiran (B.5-B.8))



(a) Permukaan Putar Kurva Bezier Berderajat Dua; (b) Permukaan Putar Kurva Bezier Berderajat Tiga; (c) Permukaan Putar Kurva Bezier Berderajat Empat; (d) Permukaan Putar Kurva Bezier Berderajat Lima; (e) Permukaan Putar Kurva Bezier Berderajat Enam

Gambar 2.10 Penyajian permukaan putar kurva Bezier pada Maple 18

### BAB 3. METODOLOGI

Metode penelitian untuk meyelesaikan permasalahan pada Subbab 1.2 diuraikan sebagai berikut.

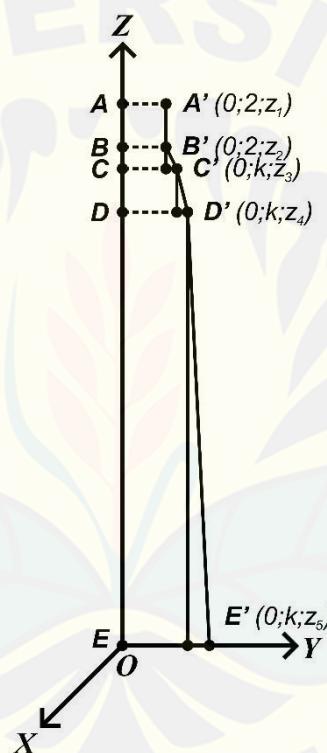
- Menentukan segmen garis  $\overline{AE}$  dengan  $20 \leq |\overline{AE}| \leq 25 \text{ cm}$  pada sumbu-z. Kemudian segmen garis  $\overline{AE}$  dibagi menjadi empat bagian dan titik-titiknya diberi nama  $A, B, C, D$  dan  $E$  (Gambar 3.1). Ukuran masing-masing bagian adalah  $1,5 \leq |\overline{AB}| \leq 2 \text{ cm}, 0,5 \leq |\overline{BC}| \leq 1 \text{ cm}, 1 \leq |\overline{CD}| \leq 2 \text{ cm}, 17 \leq |\overline{DE}| \leq 20 \text{ cm}$ .



Gambar 3.1 Segmen garis

- Mentranslasi titik-titik  $A, B, C, D$ , dan  $E$  sejauh  $k \text{ cm}$  searah sumbu-y sehingga diperoleh titik-titik hasil translasi yaitu  $A', B', C', D'$ , dan  $E'$  seperti pada Gambar 3.2. Nilai  $k$  pada setiap titik dijelaskan sebagai berikut.
  - Titik  $A(0; 0; z_1)$  dengan  $k = 2 \text{ cm}$ , maka diperoleh  $A'(0; 2; z_1)$ .

2. Titik  $B(0; 0; z_2)$  dengan  $k = 2 \text{ cm}$ , maka diperoleh  $B'(0; 2; z_2)$ .
3. Titik  $C(0; 0; z_3)$  dengan  $2 \leq k \leq 2,5 \text{ cm}$ , maka diperoleh  $C'(0; k; z_3)$  dengan  $2 \leq k \leq 2,5 \text{ cm}$ .
4. Titik  $D(0; 0; z_4)$  dengan  $2,5 \leq k \leq 3 \text{ cm}$ , maka diperoleh  $D'(0; k; z_4)$  dengan  $2,5 \leq k \leq 3 \text{ cm}$ .
5. Titik  $E(0; 0; z_5)$  dengan  $3 \leq k \leq 4 \text{ cm}$ , maka diperoleh  $E'(0; k; z_5)$  dengan  $3 \leq k \leq 4 \text{ cm}$ .

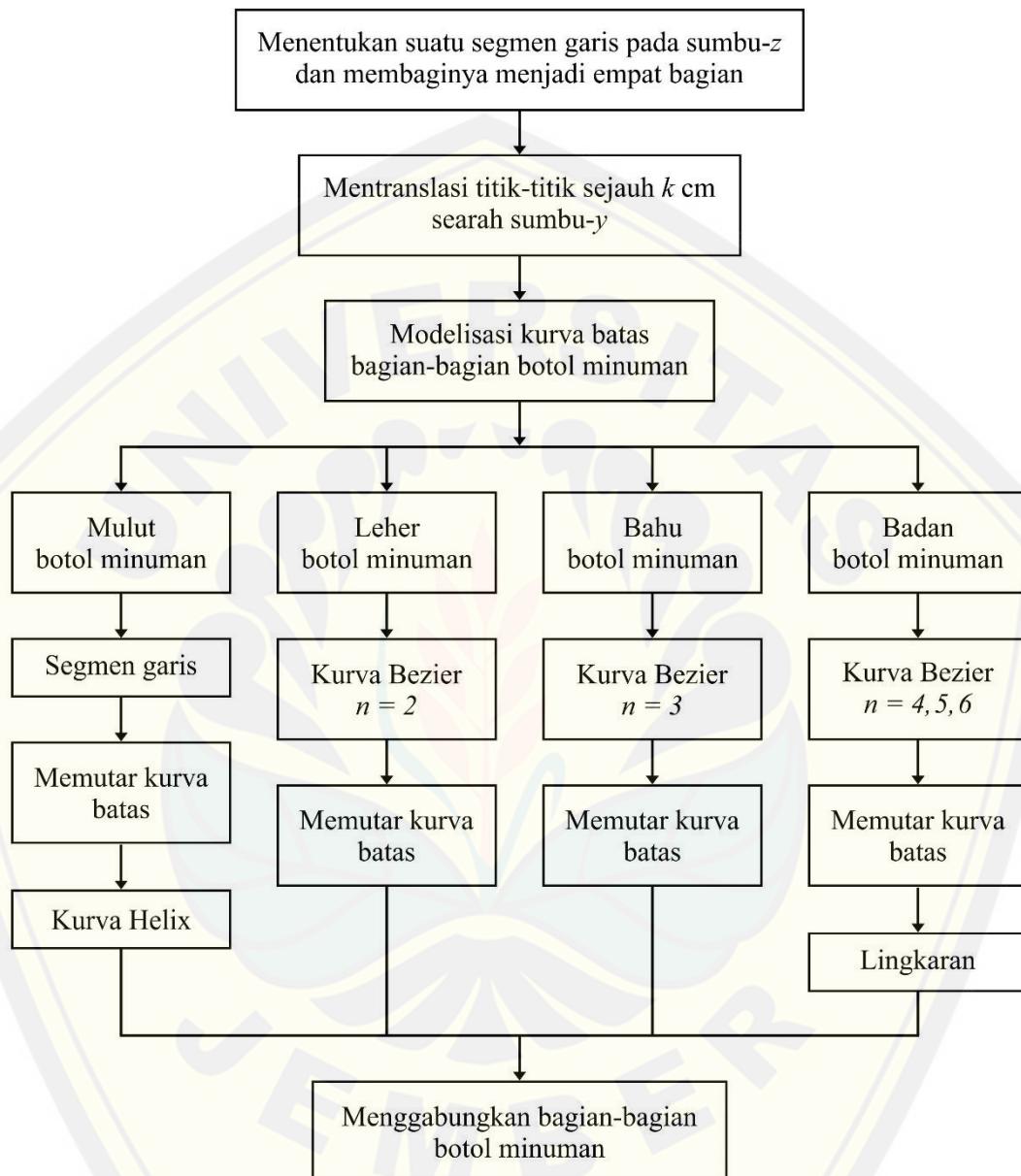


Gambar 3.2 Translasi titik searah sumbu-y

- c. Modelisasi bagian-bagian mulut, leher, bahu, dan badan botol minuman yang dapat diuraikan sebagai berikut.
1. Konstruksi kurva batas mulut botol minuman menggunakan segmen garis  $\overline{A'B'}$ . Langkah selanjutnya yaitu memutar kurva batas terhadap sumbu-z. Langkah terakhir yaitu memodelisasi drat menggunakan kurva Helix dan menambahkannya pada mulut botol minuman.

2. Konstruksi kurva batas leher botol minuman pada segmen garis  $\overline{B'C'}$  dengan kurva Bezier berderajat  $n = 2$ . Langkah selanjutnya yaitu memutar kurva batas leher botol minuman terhadap sumbu-z.
  3. Konstruksi kurva batas bahu botol minuman pada segmen garis  $\overline{C'D'}$  dengan kurva Bezier berderajat  $n = 3$ . Langkah selanjutnya yaitu memutar kurva batas bahu botol minuman terhadap sumbu-z.
  4. Konstruksi kurva batas badan botol minuman pada segmen garis  $\overline{D'E'}$  dengan kurva Bezier berderajat  $n = 4, 5, 6$ . Langkah selanjutnya yaitu memutar kurva batas badan botol minuman terhadap sumbu-z. Langkah terakhir yaitu menambahkan alas bawah badan botol minuman dengan menggunakan lingkaran.
- d. Menggabungkan bagian-bagian botol minuman.

Uraian lebih jelasnya, dapat dilihat pada skema (Gambar 3.3) berikut.



Gambar 3.3 Skema metode penelitian

## BAB 5. PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada Bab 4, diperoleh kesimpulan untuk memodelisasi botol minuman yang bervariasi dan simetris dari kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam  $n \leq 6$  dengan prosedur sebagai berikut.

- a. Menentukan sebuah segmen garis pada sumbu-z dan membaginya menjadi empat bagian.
- b. Mentranslasi titik-titik dari hasil (a) sejauh  $k$  cm searah sumbu-y.
- c. Mengkonstruksi kurva batas mulut botol minuman menggunakan segmen garis, kurva batas leher botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat dua, kurva batas bahu botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat tiga, dan kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat, lima dan enam.
- d. Memutar kurva batas pada tiap bagian-bagian botol minuman terhadap sumbu-z.
- e. Menambahkan drat menggunakan kurva Helix pada bagian mulut botol minuman dan alas menggunakan lingkaran pada bagian bawah badan botol minuman.
- f. Menggabungkan bagian-bagian botol minuman menjadi botol minuman utuh.

### 5.2 Saran

Penelitian ini telah mendapatkan prosedur untuk memodelisasi botol minuman dengan menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ( $n \leq 6$ ). Diharapkan untuk peneliti selanjutnya dapat dikembangkan lagi kurva Bezier yang lebih tinggi derajatnya untuk memodelisasi objek lain. Saran kedua yaitu dimodelisasi berbagai bentuk botol minuman dengan ketebalan tertentu dan mempertahankan volume. Saran ketiga yaitu dimodelisasi bentuk botol minuman yang *smooth* di setiap sambungannya. Saran terakhir yaitu memodelisasi botol minuman dengan tutup.

## DAFTAR PUSTAKA

- Haryono, A. 2014. Studi Pembentukan Huruf *Font* dengan Kurva Bezier. *Jurnal TEKNIKA*. 69-78.
- Juhari dan E. Octafiatiningsih. 2015. Penerapan Kurva Bezier Karakter Simetrik dan Putar pada Model Kap Lampu Duduk Menggunakan Maple. *Cauchy*. 4(1): 28-34.
- Kusno. 2003a. *Geometri Rancang Bangun: Studi Hiperbola, Parabola dan Obyek-Obyek Dasar Geometri Ruang*. Jember: UPT Perpustakaan Universitas Jember.
- Kusno. 2003b. *Geometri Rancang Bangun: Studi Model-Model Persamaan Kurva dan Surfas Beserta Aplikasinya*. Jember: UPT Perpustakaan Universitas Jember.
- Kusno. 2003c. *Geometri Rancang Bangun: Studi Surfas Putar Transformasi Titik dan Proyeksi*. Jember: UPT Perpustakaan Universitas Jember.
- Kusno. 2009. *Geometri Rancang Bangun: Studi tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Jember University Press.
- Maharani, N. 2016. Aplikasi Kurva Bezier Berderajat Lima Hasil dari Modifikasi Kurva Kuartik pada Desain Keramik. *Skripsi*. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Nur'aini, I. L., E. Harahap, F. H. Badruzzaman, dan D. Darmawan. 2017. Pembelajaran Matematika Geometri secara Realistik dengan Geogebra. *Jurnal Matematika*. 16(2).
- Roifah, M. 2013. Modelisasi *Knop* melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Prisma Segienam Beraturan, dan Permukaan Putar. *Skripsi*. Jember: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.
- Suciati, N., C. Faticah, dan F. Royani. 2004. Rancang Bangun Editor Kurva *Polyline* dengan Metode *Curve Analogies*. *JUTI*. 3(1): 47-54.
- Weisstein, E. W. 2003. Helix. <http://mathworld.wolfram.com/Helix.html>. [Diakses pada 17 Desember 2019].

## LAMPIRAN

### Lampiran A. Nilai-Nilai untuk $B_i^n$ dengan $0 \leq i \leq n$

A.1 Kurva Bezier  $n = 3$

$$B_0^3(t) = C_0^3(1-t)^{3-0} \cdot t^0$$

$$= \frac{3!}{0! (3-0)!} (1-t)^3 \\ = (1-t)^3$$

$$B_1^3(t) = C_1^3(1-t)^{3-1} \cdot t^1$$

$$= \frac{3!}{1! (3-1)!} (1-t)^2 \cdot t \\ = 3t(1-t)^2$$

$$B_2^3(t) = C_2^3(1-t)^{3-2} \cdot t^2$$

$$= \frac{3!}{2! (3-2)!} (1-t) \cdot t^2 \\ = 3t^2(1-t)$$

$$B_3^3(t) = C_3^3(1-t)^{3-3} \cdot t^3$$

$$= \frac{3!}{3! (3-3)!} t^3 \\ = t^3$$

A.2 Kurva Bezier  $n = 4$

$$B_0^4(t) = C_0^4(1-t)^{4-0} \cdot t^0$$

$$= \frac{4!}{0! (4-0)!} (1-t)^4 \\ = (1-t)^4$$

$$B_1^4(t) = C_1^4(1-t)^{4-1} \cdot t^1$$

$$= \frac{4!}{1! (4-1)!} (1-t)^3 \cdot t \\ = 4t(1-t)^3$$

$$\begin{aligned}
 B_2^4(t) &= C_2^4(1-t)^{4-2} \cdot t^2 \\
 &= \frac{4!}{2!(4-2)!} (1-t)^2 \cdot t^2 \\
 &= 6t^2(1-t)^2 \\
 B_3^4(t) &= C_3^4(1-t)^{4-3} \cdot t^3 \\
 &= \frac{4!}{3!(4-3)!} (1-t) \cdot t^3 \\
 &= 4t^3(1-t) \\
 B_4^4(t) &= C_4^4(1-t)^{4-4} \cdot t^4 \\
 &= \frac{4!}{4!(4-4)!} t^4 \\
 &= t^4
 \end{aligned}$$

### A.3 Kurva Bezier $n = 5$

$$\begin{aligned}
 B_0^5(t) &= C_0^5(1-t)^{5-0} \cdot t^0 \\
 &= \frac{5!}{0!(5-0)!} (1-t)^5 \\
 &= (1-t)^5 \\
 B_1^5(t) &= C_1^5(1-t)^{5-1} \cdot t^1 \\
 &= \frac{5!}{1!(5-1)!} (1-t)^4 \cdot t \\
 &= 5t(1-t)^4 \\
 B_2^5(t) &= C_2^5(1-t)^{5-2} \cdot t^2 \\
 &= \frac{5!}{2!(5-2)!} (1-t)^3 \cdot t^2 \\
 &= 10t^2(1-t)^3 \\
 B_3^5(t) &= C_3^5(1-t)^{5-3} \cdot t^3 \\
 &= \frac{5!}{3!(5-3)!} (1-t)^2 \cdot t^3 \\
 &= 10t^3(1-t)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_4^5(t) &= C_4^5(1-t)^{5-4} \cdot t^4 \\
 &= \frac{5!}{4!(5-4)!} (1-t) \cdot t^4 \\
 &= 5t^4(1-t) \\
 B_5^5(t) &= C_5^5(1-t)^{5-5} \cdot t^5 \\
 &= \frac{5!}{5!(5-5)!} t^5 \\
 &= t^5
 \end{aligned}$$

#### A.4 Kurva Bezier $n = 6$

$$\begin{aligned}
 B_0^6(t) &= C_0^6(1-t)^{6-0} \cdot t^0 \\
 &= \frac{6!}{0!(6-0)!} (1-t)^6 \\
 &= (1-t)^6 \\
 B_1^6(t) &= C_1^6(1-t)^{6-1} \cdot t^1 \\
 &= \frac{6!}{1!(6-1)!} (1-t)^5 \cdot t \\
 &= 6t(1-t)^5 \\
 B_2^6(t) &= C_2^6(1-t)^{6-2} \cdot t^2 \\
 &= \frac{6!}{2!(6-2)!} (1-t)^4 \cdot t^2 \\
 &= 15t^2(1-t)^4 \\
 B_3^6(t) &= C_3^6(1-t)^{6-3} \cdot t^3 \\
 &= \frac{6!}{3!(6-3)!} (1-t)^3 \cdot t^3 \\
 &= 20t^3(1-t)^3 \\
 B_4^6(t) &= C_4^6(1-t)^{6-4} \cdot t^4 \\
 &= \frac{6!}{4!(6-4)!} (1-t)^2 \cdot t^4 \\
 &= 15t^4(1-t)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_5^6(t) &= C_5^6(1-t)^{6-5} \cdot t^5 \\
 &= \frac{6!}{5!(6-5)!} (1-t) \cdot t^5 \\
 &= 6t^5(1-t) \\
 B_6^6(t) &= C_6^6(1-t)^{6-6} \cdot t^6 \\
 &= \frac{6!}{6!(6-6)!} t^6 \\
 &= t^6
 \end{aligned}$$

### Lampiran B. Sintak Maple 18

*with(plots) :  
with(plottools) :*

#### B.1 Kurva Bezier Berderajat Tiga

```

p0x := 0 : p0y := 7 : p0z := 15 :
p1x := 0 : p1y := 12 : p1z := 10 :
p2x := 0 : p2y := 0 : p2z := 5 :
p3x := 0 : p3y := 7 : p3z := 0 :
mx1 := p0x · (1-t)3 + p1x · (3 · t · (1-t)2) + p2x · (3 · t2 · (1-t)) + p3x · t3 :
my1 := p0y · (1-t)3 + p1y · (3 · t · (1-t)2) + p2y · (3 · t2 · (1-t)) + p3y · t3 :
mz1 := p0z · (1-t)3 + p1z · (3 · t · (1-t)2) + p2z · (3 · t2 · (1-t)) + p3z · t3 :
b := plot3d([mx1, my1, mz1], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 · Pi) :
display(b, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

#### B.2 Kurva Bezier Berderajat Empat

```

p0x := 0 : p0y := 5 : p0z := 20 :
p1x := 0 : p1y := 20 : p1z := 15 :
p2x := 0 : p2y := -10 : p2z := 10 :
p3x := 0 : p3y := 20 : p3z := 5 :
p4x := 0 : p4y := 5 : p4z := 0 :
mx1 := p0x · (1-t)4 + p1x · (4 · t · (1-t)3) + p2x · (6 · t2 · (1-t)2) + p3x · (4 · t3 · (1-t)) + p4x · t4 :
my1 := p0y · (1-t)4 + p1y · (4 · t · (1-t)3) + p2y · (6 · t2 · (1-t)2) + p3y · (4 · t3 · (1-t)) + p4y · t4 :

```

```

mz1 := p0z·(1-t)4 + p1z·(4·t·(1-t)3) + p2z·(6·t2·(1-t)2) + p3z·(4·t3
    ·(1-t)) + p4z· t4:
c := plot3d( [ mx1, my1, mz1 ], t=0 ..1, u=0 ..2·Pi ) :
display(c, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

### B.3 Kurva Bezier Berderajat Lima

```

p0x := 0 : p0y := 5 : p0z := 25 :
p1x := 0 : p1y := -5 : p1z := 20 :
p2x := 0 : p2y := 35 : p2z := 15 :
p3x := 0 : p3y := -20 : p3z := 10 :
p4x := 0 : p4y := 20 : p4z := 5 :
p5x := 0 : p5y := 5 : p5z := 0 :
mx1 := p0x·(1-t)5 + p1x·(5·t·(1-t)4) + p2x·(10·t2·(1-t)3) + p3x·(10
    ·t3·(1-t)2) + p4x·(5·t4·(1-t)) + p5x· t5:
my1 := p0y·(1-t)5 + p1y·(5·t·(1-t)4) + p2y·(10·t2·(1-t)3) + p3y·(10
    ·t3·(1-t)2) + p4y·(5·t4·(1-t)) + p5y· t5:
mz1 := p0z·(1-t)5 + p1z·(5·t·(1-t)4) + p2z·(10·t2·(1-t)3) + p3z·(10
    ·t3·(1-t)2) + p4z·(5·t4·(1-t)) + p5z· t5:
d := plot3d( [ mx1, my1, mz1 ], t=0 ..1, u=0 ..2·Pi ) :
display(d, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

### B.4 Kurva Bezier Berderajat Enam

```

p0x := 0 : p0y := 10 : p0z := 30 :
p1x := 0 : p1y := 30 : p1z := 25 :
p2x := 0 : p2y := -40 : p2z := 20 :
p3x := 0 : p3y := 80 : p3z := 15 :
p4x := 0 : p4y := -40 : p4z := 10 :
p5x := 0 : p5y := 30 : p5z := 5 :
p6x := 0 : p6y := 10 : p6z := 0 :
mx1 := p0x·(1-t)6 + p1x·(6·t·(1-t)5) + p2x·(15·t2·(1-t)4) + p3x·(20
    ·t3·(1-t)3) + p4x·(15·t4·(1-t)2) + p5x·(6·t5·(1-t)) + p6x· t6:
my1 := p0y·(1-t)6 + p1y·(6·t·(1-t)5) + p2y·(15·t2·(1-t)4) + p3y·(20
    ·t3·(1-t)3) + p4y·(15·t4·(1-t)2) + p5y·(6·t5·(1-t)) + p6y· t6:

```

```

mz1 := p0z·(1-t)6 + p1z·(6·t·(1-t)5) + p2z·(15·t2·(1-t)4) + p3z·(20
    ·t3·(1-t)3) + p4z·(15·t4·(1-t)2) + p5z·(6·t5·(1-t)) + p6z·t6:
e := plot3d([mx1, my1, mz1], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(e, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

### B.5 Permukaan Putar Bezier Berderajat Tiga

```

p0x := 7:p0y := 7:p0z := 15:
p1x := 12:p1y := 12:p1z := 10:
p2x := 0:p2y := 0:p2z := 5:
p3x := 7:p3y := 7:p3z := 0:
mx1 := p0x·(1-t)3 + p1x·(3·t·(1-t)2) + p2x·(3·t2·(1-t)) + p3x·t3:
my1 := p0y·(1-t)3 + p1y·(3·t·(1-t)2) + p2y·(3·t2·(1-t)) + p3y·t3:
mz1 := p0z·(1-t)3 + p1z·(3·t·(1-t)2) + p2z·(3·t2·(1-t)) + p3z·t3:
g := plot3d([mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(g, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

### B.6 Permukaan Putar Bezier Berderajat Empat

```

p0x := 5:p0y := 5:p0z := 20:
p1x := 20:p1y := 20:p1z := 15:
p2x := -10:p2y := -10:p2z := 10:
p3x := 20:p3y := 20:p3z := 5:
p4x := 5:p4y := 5:p4z := 0:
mx1 := p0x·(1-t)4 + p1x·(4·t·(1-t)3) + p2x·(6·t2·(1-t)2) + p3x·(4·t3
    ·(1-t)) + p4x·t4:
my1 := p0y·(1-t)4 + p1y·(4·t·(1-t)3) + p2y·(6·t2·(1-t)2) + p3y·(4·t3
    ·(1-t)) + p4y·t4:
mz1 := p0z·(1-t)4 + p1z·(4·t·(1-t)3) + p2z·(6·t2·(1-t)2) + p3z·(4·t3
    ·(1-t)) + p4z·t4:
h := plot3d([mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(h, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

### B.7 Permukaan Putar Bezier Berderajat Lima

```

p0x := 5:p0y := 5:p0z := 25:
p1x := -5:p1y := -5:p1z := 20:
p2x := 35:p2y := 35:p2z := 15:

```

```

p3x := -20 : p3y := -20 : p3z := 10 :
p4x := 20 : p4y := 20 : p4z := 5 :
p5x := 5 : p5y := 5 : p5z := 0 :
mx1 := p0x·(1-t)5 + p1x·(5·t·(1-t)4) + p2x·(10·t2·(1-t)3) + p3x·(10
·t3·(1-t)2) + p4x·(5·t4·(1-t)) + p5x·t5:
my1 := p0y·(1-t)5 + p1y·(5·t·(1-t)4) + p2y·(10·t2·(1-t)3) + p3y·(10
·t3·(1-t)2) + p4y·(5·t4·(1-t)) + p5y·t5:
mz1 := p0z·(1-t)5 + p1z·(5·t·(1-t)4) + p2z·(10·t2·(1-t)3) + p3z·(10
·t3·(1-t)2) + p4z·(5·t4·(1-t)) + p5z·t5:
i := plot3d([mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(i, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

#### B.8 Permukaan Putar Bezier Berderajat Enam

```

p0x := 10 : p0y := 10 : p0z := 30 :
p1x := 30 : p1y := 30 : p1z := 25 :
p2x := -40 : p2y := -40 : p2z := 20 :
p3x := 80 : p3y := 80 : p3z := 15 :
p4x := -40 : p4y := -40 : p4z := 10 :
p5x := 30 : p5y := 30 : p5z := 5 :
p6x := 10 : p6y := 10 : p6z := 0 :
mx1 := p0x·(1-t)6 + p1x·(6·t·(1-t)5) + p2x·(15·t2·(1-t)4) + p3x·(20
·t3·(1-t)3) + p4x·(15·t4·(1-t)2) + p5x·(6·t5·(1-t)) + p6x·t6:
my1 := p0y·(1-t)6 + p1y·(6·t·(1-t)5) + p2y·(15·t2·(1-t)4) + p3y·(20
·t3·(1-t)3) + p4y·(15·t4·(1-t)2) + p5y·(6·t5·(1-t)) + p6y·t6:
mz1 := p0z·(1-t)6 + p1z·(6·t·(1-t)5) + p2z·(15·t2·(1-t)4) + p3z·(20
·t3·(1-t)3) + p4z·(15·t4·(1-t)2) + p5z·(6·t5·(1-t)) + p6z·t6:
j := plot3d([mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(j, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

#### B.9 Kurva Batas Mulut Botol Minuman

```

mulut1 := plot3d([0, 2, 1.5 + t·(0 - 1.5)], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(mulut1, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

mulut2 := plot3d([0, 2, 2 + t·(0 - 2)], t=0..1, u=0..2·Pi):
display(mulut2, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);

```

### B.10 Permukaan Putar Mulut Botol Minuman

```

mulut1 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 1.5 + t
    ·(0 - 1.5) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :
display(mulut1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

mulut2 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 2 + t
    ·(0 - 2) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :
display(mulut2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

### B.11 Drat Mulut Botol Minuman

```

drat1 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 6·Pi, thickness = 5) :
display(drat1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

drat2 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 8·Pi, thickness = 5) :
display(drat2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

### B.12 Penggabungan Drat dengan Mulut Botol Minuman

```

mulut1 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 0 + t
    ·(1.5 - 0) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :
drat1 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 6·Pi, thickness = 5) :
display(mulut1, drat1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

mulut2 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 0 + t
    ·(2 - 0) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :
drat2 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 8·Pi, thickness = 5) :
display(mulut2, drat2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

### B.13 Kurva Batas Leher Botol Minuman

```

p0x := 0 : p0y := 2 : p0z := 0.5 :
p1x := 0 : p1y := 2.5 : p1z := 0.25 :
p2x := 0 : p2y := 2.5 : p2z := 0 :
mx1 := p0x·(1-t)2 + p1x·(2·t·(1-t)) + p2x·t2 :
my1 := p0y·(1-t)2 + p1y·(2·t·(1-t)) + p2y·t2 :
mz1 := p0z·(1-t)2 + p1z·(2·t·(1-t)) + p2z·t2 :
leher1 := plot3d([mx1, my1, mz1], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(leher1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

p4x := 0 : p4y := 2 : p4z := 1 :

```

```

p5x := 0 : p5y := 2 : p5z := 0.25 :
p6x := 0 : p6y := 2.5 : p6z := 0 :
mx2 := p4x·(1-t)2 + p5x·(2·t·(1-t)) + p6x·t2 :
my2 := p4y·(1-t)2 + p5y·(2·t·(1-t)) + p6y·t2 :
mz2 := p4z·(1-t)2 + p5z·(2·t·(1-t)) + p6z·t2 :
leher2 := plot3d([mx2, my2, mz2], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(leher2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

#### B.14 Permukaan Putar Leher Botol Minuman

```

p0x := 2 : p0y := 2 : p0z := 0.5 :
p1x := 2.5 : p1y := 2.5 : p1z := 0.25 :
p2x := 2.5 : p2y := 2.5 : p2z := 0 :
mx1 := p0x·(1-t)2 + p1x·(2·t·(1-t)) + p2x·t2 :
my1 := p0y·(1-t)2 + p1y·(2·t·(1-t)) + p2y·t2 :
mz1 := p0z·(1-t)2 + p1z·(2·t·(1-t)) + p2z·t2 :
leher1 := plot3d([mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(leher1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

```

p4x := 2 : p4y := 2 : p4z := 1 :
p5x := 2 : p5y := 2 : p5z := 0.25 :
p6x := 2.5 : p6y := 2.5 : p6z := 0 :
mx2 := p4x·(1-t)2 + p5x·(2·t·(1-t)) + p6x·t2 :
my2 := p4y·(1-t)2 + p5y·(2·t·(1-t)) + p6y·t2 :
mz2 := p4z·(1-t)2 + p5z·(2·t·(1-t)) + p6z·t2 :
leher2 := plot3d([mx2·cos(u), my2·sin(u), mz2], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(leher2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

#### B.15 Kurva Batas Bahu Botol Minuman

```

p7x := 0 : p7y := 2.5 : p7z := 1 :
p8x := 0 : p8y := 2.5 : p8z := 0.5 :
p9x := 0 : p9y := 3 : p9z := 0.3 :
p10x := 0 : p10y := 3 : p10z := 0 :
mx3 := p7x·(1-t)3 + p8x·(3·t·(1-t)2) + p9x·(3·t2·(1-t)) + p10x·t3 :
my3 := p7y·(1-t)3 + p8y·(3·t·(1-t)2) + p9y·(3·t2·(1-t)) + p10y·t3 :
mz3 := p7z·(1-t)3 + p8z·(3·t·(1-t)2) + p9z·(3·t2·(1-t)) + p10z·t3 :
bahu1 := plot3d([mx3, my3, mz3], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(bahu1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

$p11x := 0 : p11y := 2.5 : p11z := 2 :$   
 $p12x := 0 : p12y := 3 : p12z := 1.7 :$   
 $p13x := 0 : p13y := 2.5 : p13z := 1 :$   
 $p14x := 0 : p14y := 3 : p14z := 0 :$   
 $mx4 := p11x \cdot (1-t)^3 + p12x \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p13x \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p14x \cdot t^3 :$   
 $my4 := p11y \cdot (1-t)^3 + p12y \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p13y \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p14y \cdot t^3 :$   
 $mz4 := p11z \cdot (1-t)^3 + p12z \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p13z \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p14z \cdot t^3 :$   
 $bahu2 := plot3d([mx4, my4, mz4], t=0..1, u=0..2\cdot\pi) :$   
 $display(bahu2, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);$

#### B.16 Permukaan Putar Bahu Botol Minuman

$p7x := 2.5 : p7y := 2.5 : p7z := 1 :$   
 $p8x := 2.5 : p8y := 2.5 : p8z := 0.5 :$   
 $p9x := 3 : p9y := 3 : p9z := 0.3 :$   
 $p10x := 3 : p10y := 3 : p10z := 0 :$   
 $mx3 := p7x \cdot (1-t)^3 + p8x \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p9x \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p10x \cdot t^3 :$   
 $my3 := p7y \cdot (1-t)^3 + p8y \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p9y \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p10y \cdot t^3 :$   
 $mz3 := p7z \cdot (1-t)^3 + p8z \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p9z \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p10z \cdot t^3 :$   
 $bahu1 := plot3d([mx3 \cdot \cos(u), my3 \cdot \sin(u), mz3], t=0..1, u=0..2\cdot\pi) :$   
 $display(bahu1, labels=[x, y, z], axes=frame, scaling=constrained);$

$p11x := 2.5 : p11y := 2.5 : p11z := 2 :$   
 $p12x := 3 : p12y := 3 : p12z := 1.7 :$   
 $p13x := 2.5 : p13y := 2.5 : p13z := 1 :$   
 $p14x := 3 : p14y := 3 : p14z := 0 :$   
 $mx4 := p11x \cdot (1-t)^3 + p12x \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p13x \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p14x \cdot t^3 :$   
 $my4 := p11y \cdot (1-t)^3 + p12y \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p13y \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p14y \cdot t^3 :$

$$mz4 := p11z \cdot (1-t)^3 + p12z \cdot (3 \cdot t \cdot (1-t)^2) + p13z \cdot (3 \cdot t^2 \cdot (1-t)) + p14z \cdot t^3 :$$

*bahu2 := plot3d([mx4 \cdot \cos(u), my4 \cdot \sin(u), mz4], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi) : display(bahu2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);*

### B.17 Kurva Batas Badan Botol Minuman Berderajat Empat

$$p15x := 0 : p15y := 3 : p15z := 17 :$$

$$p16x := 0 : p16y := 7 : p16z := 15 :$$

$$p17x := 0 : p17y := -2 : p17z := 8.5 :$$

$$p18x := 0 : p18y := 7 : p18z := 2 :$$

$$p19x := 0 : p19y := 3 : p19z := 0 :$$

$$mx5 := p15x \cdot (1-t)^4 + p16x \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p17x \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p18x \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p19x \cdot t^4 :$$

$$my5 := p15y \cdot (1-t)^4 + p16y \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p17y \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p18y \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p19y \cdot t^4 :$$

$$mz5 := p15z \cdot (1-t)^4 + p16z \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p17z \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p18z \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p19z \cdot t^4 :$$

$$badan1 := plot3d([mx5, my5, mz5], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi) :$$

*display(badan1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);*

$$p20x := 0 : p20y := 3 : p20z := 18.5 :$$

$$p21x := 0 : p21y := 5 : p21z := 18 :$$

$$p22x := 0 : p22y := -1 : p22z := 10 :$$

$$p23x := 0 : p23y := 8 : p23z := 4 :$$

$$p24x := 0 : p24y := 4 : p24z := 0 :$$

$$mx6 := p20x \cdot (1-t)^4 + p21x \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p22x \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p23x \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p24x \cdot t^4 :$$

$$my6 := p20y \cdot (1-t)^4 + p21y \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p22y \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p23y \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p24y \cdot t^4 :$$

$$mz6 := p20z \cdot (1-t)^4 + p21z \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p22z \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p23z \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p24z \cdot t^4 :$$

$$badan2 := plot3d([mx6, my6, mz6], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi) :$$

*display(badan2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);*

```

p25x := 0 : p25y := 3 : p25z := 20 :
p26x := 0 : p26y := 9 : p26z := 17 :
p27x := 0 : p27y := -2 : p27z := 7 :
p28x := 0 : p28y := 7 : p28z := 1 :
p29x := 0 : p29y := 4 : p29z := 0 :
mx7 := p25x·(1-t)4 + p26x·(4·t·(1-t)3) + p27x·(6·t2·(1-t)2) + p28x
      ·(4·t3·(1-t)) + p29x·t4 :
my7 := p25y·(1-t)4 + p26y·(4·t·(1-t)3) + p27y·(6·t2·(1-t)2) + p28y
      ·(4·t3·(1-t)) + p29y·t4 :
mz7 := p25z·(1-t)4 + p26z·(4·t·(1-t)3) + p27z·(6·t2·(1-t)2) + p28z
      ·(4·t3·(1-t)) + p29z·t4 :
badan3 := plot3d([mx7, my7, mz7], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(badan3, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

#### B.18 Kurva Batas Badan Botol Minuman Berderajat Lima

```

p30x := 0 : p30y := 3 : p30z := 17 :
p31x := 0 : p31y := 3 : p31z := 15 :
p32x := 0 : p32y := 8 : p32z := 11 :
p33x := 0 : p33y := -2 : p33z := 9 :
p34x := 0 : p34y := 8 : p34z := 2 :
p35x := 0 : p35y := 4 : p35z := 0 :
mx8 := p30x·(1-t)5 + p31x·(5·t·(1-t)4) + p32x·(10·t2·(1-t)3) + p33x
      ·(10·t3·(1-t)2) + p34x·(5·t4·(1-t)) + p35x·t5 :
my8 := p30y·(1-t)5 + p31y·(5·t·(1-t)4) + p32y·(10·t2·(1-t)3) + p33y
      ·(10·t3·(1-t)2) + p34y·(5·t4·(1-t)) + p35y·t5 :
mz8 := p30z·(1-t)5 + p31z·(5·t·(1-t)4) + p32z·(10·t2·(1-t)3) + p33z
      ·(10·t3·(1-t)2) + p34z·(5·t4·(1-t)) + p35z·t5 :
badan4 := plot3d([mx8, my8, mz8], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(badan4, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

```

p36x := 0 : p36y := 3 : p36z := 18.5 :
p37x := 0 : p37y := 3 : p37z := 15 :
p38x := 0 : p38y := 7 : p38z := 13 :
p39x := 0 : p39y := -2 : p39z := 9 :
p40x := 0 : p40y := 9 : p40z := 3 :
p41x := 0 : p41y := 3 : p41z := 0 :

```

$$\begin{aligned}
mx9 &:= p36x \cdot (1-t)^5 + p37x \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p38x \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p39x \\
&\quad \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p40x \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p41x \cdot t^5 : \\
my9 &:= p36y \cdot (1-t)^5 + p37y \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p38y \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p39y \\
&\quad \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p40y \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p41y \cdot t^5 : \\
mz9 &:= p36z \cdot (1-t)^5 + p37z \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p38z \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p39z \\
&\quad \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p40z \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p41z \cdot t^5 : \\
badan5 &:= plot3d([mx9, my9, mz9], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \pi) : \\
&display(badan5, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained); \\
p42x &:= 0 : p42y := 3 : p42z := 20 : \\
p43x &:= 0 : p43y := 3 : p43z := 17 : \\
p44x &:= 0 : p44y := 11 : p44z := 16 : \\
p45x &:= 0 : p45y := -3 : p45z := 8 : \\
p46x &:= 0 : p46y := 9 : p46z := 4 : \\
p47x &:= 0 : p47y := 4 : p47z := 0 : \\
mx10 &:= p42x \cdot (1-t)^5 + p43x \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p44x \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p45x \\
&\quad \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p46x \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p47x \cdot t^5 : \\
my10 &:= p42y \cdot (1-t)^5 + p43y \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p44y \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p45y \\
&\quad \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p46y \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p47y \cdot t^5 : \\
mz10 &:= p42z \cdot (1-t)^5 + p43z \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p44z \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p45z \\
&\quad \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p46z \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p47z \cdot t^5 : \\
badan6 &:= plot3d([mx10, my10, mz10], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \pi) : \\
&display(badan6, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);
\end{aligned}$$

### B.19 Kurva Batas Badan Botol Minuman Berderajat Enam

$$\begin{aligned}
p48x &:= 0 : p48y := 3 : p48z := 17 : \\
p49x &:= 0 : p49y := 7 : p49z := 16 : \\
p50x &:= 0 : p50y := -5 : p50z := 14 : \\
p51x &:= 0 : p51y := 15 : p51z := 8.5 : \\
p52x &:= 0 : p52y := -5 : p52z := 3 : \\
p53x &:= 0 : p53y := 7 : p53z := 1 : \\
p54x &:= 0 : p54y := 3 : p54z := 0 :
\end{aligned}$$

$$mx11 := p48x \cdot (1-t)^6 + p49x \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50x \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51x \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52x \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53x \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54x \cdot t^6 :$$

$$my11 := p48y \cdot (1-t)^6 + p49y \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50y \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51y \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52y \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53y \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54y \cdot t^6 :$$

$$mz11 := p48z \cdot (1-t)^6 + p49z \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50z \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51z \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52z \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53z \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54z \cdot t^6 :$$

*badan7 := plot3d( [ mx11, my11, mz11 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 · Pi ) :  
display(badan7, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained);*

*p55x := 0 : p55y := 3 : p55z := 18.5 :*

*p56x := 0 : p56y := 7 : p56z := 15.5 :*

*p57x := 0 : p57y := -4 : p57z := 12.5 :*

*p58x := 0 : p58y := 13 : p58z := 9.25 :*

*p59x := 0 : p59y := -4 : p59z := 6 :*

*p60x := 0 : p60y := 7 : p60z := 3 :*

*p61x := 0 : p61y := 3 : p61z := 0 :*

$$mx12 := p55x \cdot (1-t)^6 + p56x \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p57x \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p58x \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p59x \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p60x \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p61x \cdot t^6 :$$

$$my12 := p55y \cdot (1-t)^6 + p56y \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p57y \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p58y \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p59y \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p60y \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p61y \cdot t^6 :$$

$$mz12 := p55z \cdot (1-t)^6 + p56z \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p57z \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p58z \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p59z \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p60z \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p61z \cdot t^6 :$$

*badan8 := plot3d( [ mx12, my12, mz12 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 · Pi ) :  
display(badan8, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained);*

*p62x := 0 : p62y := 3 : p62z := 20 :*

*p63x := 0 : p63y := 5 : p63z := 19 :*

*p64x := 0 : p64y := -2 : p64z := 17 :*

*p65x := 0 : p65y := 13 : p65z := 13 :*

```

p66x := 0 : p66y := -6 : p66z := 8 :
p67x := 0 : p67y := 10 : p67z := 4 :
p68x := 0 : p68y := 4 : p68z := 0 :
mx13 := p62x·(1-t)6 + p63x·(6·t·(1-t)5) + p64x·(15·t2·(1-t)4) + p65x
·(20·t3·(1-t)3) + p66x·(15·t4·(1-t)2) + p67x·(6·t5·(1-t)) + p68x
· t6 :
my13 := p62y·(1-t)6 + p63y·(6·t·(1-t)5) + p64y·(15·t2·(1-t)4) + p65y
·(20·t3·(1-t)3) + p66y·(15·t4·(1-t)2) + p67y·(6·t5·(1-t)) + p68y
· t6 :
mz13 := p62z·(1-t)6 + p63z·(6·t·(1-t)5) + p64z·(15·t2·(1-t)4) + p65z
·(20·t3·(1-t)3) + p66z·(15·t4·(1-t)2) + p67z·(6·t5·(1-t)) + p68z
· t6 :
badan9 := plot3d([ mx13, my13, mz13 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(badan9, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

#### B.20 Permukaan Putar Badan Botol Minuman Berderajat Empat

```

p15x := 3 : p15y := 3 : p15z := 17 :
p16x := 7 : p16y := 7 : p16z := 15 :
p17x := -2 : p17y := -2 : p17z := 8.5 :
p18x := 7 : p18y := 7 : p18z := 2 :
p19x := 3 : p19y := 3 : p19z := 0 :
mx5 := p15x·(1-t)4 + p16x·(4·t·(1-t)3) + p17x·(6·t2·(1-t)2) + p18x
·(4·t3·(1-t)) + p19x· t4 :
my5 := p15y·(1-t)4 + p16y·(4·t·(1-t)3) + p17y·(6·t2·(1-t)2) + p18y
·(4·t3·(1-t)) + p19y· t4 :
mz5 := p15z·(1-t)4 + p16z·(4·t·(1-t)3) + p17z·(6·t2·(1-t)2) + p18z
·(4·t3·(1-t)) + p19z· t4 :
badan1 := plot3d([ mx5·cos(u), my5·sin(u), mz5 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
display(badan1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);

```

```

p20x := 3 : p20y := 3 : p20z := 18.5 :
p21x := 5 : p21y := 5 : p21z := 18 :
p22x := -1 : p22y := -1 : p22z := 10 :
p23x := 8 : p23y := 8 : p23z := 4 :
p24x := 4 : p24y := 4 : p24z := 0 :

```

$$mx6 := p20x \cdot (1-t)^4 + p21x \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p22x \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p23x \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p24x \cdot t^4 :$$

$$my6 := p20y \cdot (1-t)^4 + p21y \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p22y \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p23y \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p24y \cdot t^4 :$$

$$mz6 := p20z \cdot (1-t)^4 + p21z \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p22z \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p23z \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p24z \cdot t^4 :$$

*badan2 := plot3d([mx6·cos(u), my6·sin(u), mz6], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) : display(badan2, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);*

$$p25x := 3 : p25y := 3 : p25z := 20 :$$

$$p26x := 9 : p26y := 9 : p26z := 17 :$$

$$p27x := -2 : p27y := -2 : p27z := 7 :$$

$$p28x := 7 : p28y := 7 : p28z := 1 :$$

$$p29x := 4 : p29y := 4 : p29z := 0 :$$

$$mx7 := p25x \cdot (1-t)^4 + p26x \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p27x \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p28x \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p29x \cdot t^4 :$$

$$my7 := p25y \cdot (1-t)^4 + p26y \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p27y \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p28y \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p29y \cdot t^4 :$$

$$mz7 := p25z \cdot (1-t)^4 + p26z \cdot (4 \cdot t \cdot (1-t)^3) + p27z \cdot (6 \cdot t^2 \cdot (1-t)^2) + p28z \cdot (4 \cdot t^3 \cdot (1-t)) + p29z \cdot t^4 :$$

*badan3 := plot3d([mx7·cos(u), my7·sin(u), mz7], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) : display(badan3, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);*

### B.21 Permukaan Putar Badan Botol Minuman Berderajat Lima

$$p30x := 3 : p30y := 3 : p30z := 17 :$$

$$p31x := 3 : p31y := 3 : p31z := 15 :$$

$$p32x := 8 : p32y := 8 : p32z := 11 :$$

$$p33x := -2 : p33y := -2 : p33z := 9 :$$

$$p34x := 8 : p34y := 8 : p34z := 2 :$$

$$p35x := 4 : p35y := 4 : p35z := 0 :$$

$$mx8 := p30x \cdot (1-t)^5 + p31x \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p32x \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p33x \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p34x \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p35x \cdot t^5 :$$

$$my8 := p30y \cdot (1-t)^5 + p31y \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p32y \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p33y \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p34y \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p35y \cdot t^5 :$$

$$mz8 := p30z \cdot (1-t)^5 + p31z \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p32z \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p33z \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p34z \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p35z \cdot t^5 :$$

*badan4 := plot3d( [ mx8 \cdot \cos(u), my8 \cdot \sin(u), mz8 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ; display(badan4, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained);*

*p36x := 3 : p36y := 3 : p36z := 18.5 :*

*p37x := 3 : p37y := 3 : p37z := 15 :*

*p38x := 7 : p38y := 7 : p38z := 13 :*

*p39x := -2 : p39y := -2 : p39z := 9 :*

*p40x := 9 : p40y := 9 : p40z := 3 :*

*p41x := 3 : p41y := 3 : p41z := 0 :*

$$mx9 := p36x \cdot (1-t)^5 + p37x \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p38x \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p39x \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p40x \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p41x \cdot t^5 :$$

$$my9 := p36y \cdot (1-t)^5 + p37y \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p38y \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p39y \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p40y \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p41y \cdot t^5 :$$

$$mz9 := p36z \cdot (1-t)^5 + p37z \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p38z \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p39z \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p40z \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p41z \cdot t^5 :$$

*badan5 := plot3d( [ mx9 \cdot \cos(u), my9 \cdot \sin(u), mz9 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ; display(badan5, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained);*

*p42x := 3 : p42y := 3 : p42z := 20 :*

*p43x := 3 : p43y := 3 : p43z := 17 :*

*p44x := 11 : p44y := 11 : p44z := 16 :*

*p45x := -3 : p45y := -3 : p45z := 8 :*

*p46x := 9 : p46y := 9 : p46z := 4 :*

*p47x := 4 : p47y := 4 : p47z := 0 :*

$$mx10 := p42x \cdot (1-t)^5 + p43x \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p44x \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p45x \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p46x \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p47x \cdot t^5 :$$

$$my10 := p42y \cdot (1-t)^5 + p43y \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p44y \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p45y \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p46y \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p47y \cdot t^5 :$$

$$mz10 := p42z \cdot (1-t)^5 + p43z \cdot (5 \cdot t \cdot (1-t)^4) + p44z \cdot (10 \cdot t^2 \cdot (1-t)^3) + p45z \cdot (10 \cdot t^3 \cdot (1-t)^2) + p46z \cdot (5 \cdot t^4 \cdot (1-t)) + p47z \cdot t^5 :$$

*badan6 := plot3d( [ mx10 \cdot \cos(u), my10 \cdot \sin(u), mz10 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ;*

```
display(badan6, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);
```

B.22 Permukaan Putar Badan Botol Minuman Berderajat Enam

$p48x := 3 : p48y := 3 : p48z := 17 :$

$p49x := 7 : p49y := 7 : p49z := 16 :$

$p50x := -5 : p50y := -5 : p50z := 14 :$

$p51x := 15 : p51y := 15 : p51z := 8.5 :$

$p52x := -5 : p52y := -5 : p52z := 3 :$

$p53x := 7 : p53y := 7 : p53z := 1 :$

$p54x := 3 : p54y := 3 : p54z := 0 :$

$$\begin{aligned} mx11 := & p48x \cdot (1-t)^6 + p49x \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50x \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51x \\ & \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52x \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53x \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54x \\ & \cdot t^6 : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} my11 := & p48y \cdot (1-t)^6 + p49y \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50y \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51y \\ & \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52y \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53y \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54y \\ & \cdot t^6 : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mz11 := & p48z \cdot (1-t)^6 + p49z \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50z \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51z \\ & \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52z \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53z \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54z \\ & \cdot t^6 : \end{aligned}$$

$badan7 := plot3d([mx11 \cdot \cos(u), my11 \cdot \sin(u), mz11], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \pi) :$

```
display(badan7, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained);
```

$p55x := 3 : p55y := 3 : p55z := 18.5 :$

$p56x := 7 : p56y := 7 : p56z := 15.5 :$

$p57x := -4 : p57y := -4 : p57z := 12.5 :$

$p58x := 13 : p58y := 13 : p58z := 9.25 :$

$p59x := -4 : p59y := -4 : p59z := 6 :$

$p60x := 7 : p60y := 7 : p60z := 3 :$

$p61x := 3 : p61y := 3 : p61z := 0 :$

$$\begin{aligned} mx12 := & p55x \cdot (1-t)^6 + p56x \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p57x \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p58x \\ & \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p59x \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p60x \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p61x \\ & \cdot t^6 : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} my12 := & p55y \cdot (1-t)^6 + p56y \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p57y \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p58y \\ & \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p59y \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p60y \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p61y \\ & \cdot t^6 : \end{aligned}$$

$$mz12 := p55z \cdot (1-t)^6 + p56z \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p57z \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p58z \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p59z \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p60z \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p61z \cdot t^6 :$$

*badan8 := plot3d( [ mx12 \cdot \cos(u), my12 \cdot \sin(u), mz12 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ;*

*display( badan8, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained );*

*p62x := 3 : p62y := 3 : p62z := 20 :*

*p63x := 5 : p63y := 5 : p63z := 19 :*

*p64x := -2 : p64y := -2 : p64z := 17 :*

*p65x := 13 : p65y := 13 : p65z := 13 :*

*p66x := -6 : p66y := -6 : p66z := 8 :*

*p67x := 10 : p67y := 10 : p67z := 4 :*

*p68x := 4 : p68y := 4 : p68z := 0 :*

$$mx13 := p62x \cdot (1-t)^6 + p63x \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p64x \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p65x \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p66x \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p67x \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p68x \cdot t^6 :$$

$$my13 := p62y \cdot (1-t)^6 + p63y \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p64y \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p65y \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p66y \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p67y \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p68y \cdot t^6 :$$

$$mz13 := p62z \cdot (1-t)^6 + p63z \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p64z \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p65z \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p66z \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p67z \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p68z \cdot t^6 :$$

*badan9 := plot3d( [ mx13 \cdot \cos(u), my13 \cdot \sin(u), mz13 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ;*

*display( badan9, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained );*

## B.23 Alas Botol Minuman

*alas1 := plot3d( [ 0 + r \cdot \cos(u), 0 + r \cdot \sin(u), 0 ], r = 0 .. 3, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ;*

*display( alas1, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained );*

*alas2 := plot3d( [ 0 + r \cdot \cos(u), 0 + r \cdot \sin(u), 0 ], r = 0 .. 4, u = 0 .. 2 \cdot \Pi ) ;*

*display( alas2, labels = [ x, y, z ], axes = frame, scaling = constrained );*

### B.24 Hasil Penggabungan Bagian-bagian Botol Minuman

```

mulut1 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 21.5
+ t·(23 - 21.5) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :

drat1 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t + 21.5], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 6·Pi, thickness = 5) :
p0x := 2 : p0y := 2 : p0z := 21.5 :
p1x := 2.5 : p1y := 2.5 : p1z := 21.25 :
p2x := 2.5 : p2y := 2.5 : p2z := 21 :
mx1 := p0x·(1-t)2 + p1x·(2·t·(1-t)) + p2x·t2 :
my1 := p0y·(1-t)2 + p1y·(2·t·(1-t)) + p2y·t2 :
mz1 := p0z·(1-t)2 + p1z·(2·t·(1-t)) + p2z·t2 :
leher1 := plot3d([mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
p7x := 2.5 : p7y := 2.5 : p7z := 21 :
p8x := 2.5 : p8y := 2.5 : p8z := 20.5 :
p9x := 3 : p9y := 3 : p9z := 20.3 :
p10x := 3 : p10y := 3 : p10z := 20 :
mx3 := p7x·(1-t)3 + p8x·(3·t·(1-t)2) + p9x·(3·t2·(1-t)) + p10x·t3 :
my3 := p7y·(1-t)3 + p8y·(3·t·(1-t)2) + p9y·(3·t2·(1-t)) + p10y·t3 :
mz3 := p7z·(1-t)3 + p8z·(3·t·(1-t)2) + p9z·(3·t2·(1-t)) + p10z·t3 :
bahu1 := plot3d([mx3·cos(u), my3·sin(u), mz3], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
p25x := 3 : p25y := 3 : p25z := 20 :
p26x := 9 : p26y := 9 : p26z := 17 :
p27x := -2 : p27y := -2 : p27z := 7 :
p28x := 7 : p28y := 7 : p28z := 1 :
p29x := 4 : p29y := 4 : p29z := 0 :
mx7 := p25x·(1-t)4 + p26x·(4·t·(1-t)3) + p27x·(6·t2·(1-t)2) + p28x
·(4·t3·(1-t)) + p29x·t4 :
my7 := p25y·(1-t)4 + p26y·(4·t·(1-t)3) + p27y·(6·t2·(1-t)2) + p28y
·(4·t3·(1-t)) + p29y·t4 :
mz7 := p25z·(1-t)4 + p26z·(4·t·(1-t)3) + p27z·(6·t2·(1-t)2) + p28z
·(4·t3·(1-t)) + p29z·t4 :
badan3 := plot3d([mx7·cos(u), my7·sin(u), mz7], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi) :
alas2 := plot3d([0 + r·cos(u), 0 + r·sin(u), 0], r = 0 .. 4, u = 0 .. 2·Pi) :
display(mulut1, drat1, leher1, bahu1, badan3, alas2, labels = [x, y, z], axes
= frame, scaling = constrained);

```

```

mulut2 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 21.5
+ t·(23.5 - 21.5) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :

drat2 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t + 21.5], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 8·Pi, thickness = 5) :
p0x := 2 : p0y := 2 : p0z := 21.5 :
p1x := 2.5 : p1y := 2.5 : p1z := 21.25 :
p2x := 2.5 : p2y := 2.5 : p2z := 21 :
mx1 := p0x·(1-t)2 + p1x·(2·t·(1-t)) + p2x·t2 :
my1 := p0y·(1-t)2 + p1y·(2·t·(1-t)) + p2y·t2 :
mz1 := p0z·(1-t)2 + p1z·(2·t·(1-t)) + p2z·t2 :
leher1 := plot3d( [ mx1·cos(u), my1·sin(u), mz1 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :
p7x := 2.5 : p7y := 2.5 : p7z := 21 :
p8x := 2.5 : p8y := 2.5 : p8z := 20.5 :
p9x := 3 : p9y := 3 : p9z := 20.3 :
p10x := 3 : p10y := 3 : p10z := 20 :
mx3 := p7x·(1-t)3 + p8x·(3·t·(1-t)2) + p9x·(3·t2·(1-t)) + p10x·t3 :
my3 := p7y·(1-t)3 + p8y·(3·t·(1-t)2) + p9y·(3·t2·(1-t)) + p10y·t3 :
mz3 := p7z·(1-t)3 + p8z·(3·t·(1-t)2) + p9z·(3·t2·(1-t)) + p10z·t3 :
bahu1 := plot3d( [ mx3·cos(u), my3·sin(u), mz3 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :
p42x := 3 : p42y := 3 : p42z := 20 :
p43x := 2 : p43y := 2 : p43z := 18 :
p44x := 11 : p44y := 11 : p44z := 16 :
p45x := -3 : p45y := -3 : p45z := 8 :
p46x := 9 : p46y := 9 : p46z := 4 :
p47x := 4 : p47y := 4 : p47z := 0 :
mx10 := p42x·(1-t)5 + p43x·(5·t·(1-t)4) + p44x·(10·t2·(1-t)3) + p45x
·(10·t3·(1-t)2) + p46x·(5·t4·(1-t)) + p47x·t5 :
my10 := p42y·(1-t)5 + p43y·(5·t·(1-t)4) + p44y·(10·t2·(1-t)3) + p45y
·(10·t3·(1-t)2) + p46y·(5·t4·(1-t)) + p47y·t5 :
mz10 := p42z·(1-t)5 + p43z·(5·t·(1-t)4) + p44z·(10·t2·(1-t)3) + p45z
·(10·t3·(1-t)2) + p46z·(5·t4·(1-t)) + p47z·t5 :
badan6 := plot3d( [ mx10·cos(u), my10·sin(u), mz10 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2
·Pi ) :
alas2 := plot3d( [ 0 + r·cos(u), 0 + r·sin(u), 0 ], r = 0 .. 4, u = 0 .. 2·Pi ) :
display(mulut2, drat2, leher1, bahu1, badan6, alas2, labels = [x, y, z], axes
= frame, scaling = constrained);

```

```

mulut1 := plot3d( [ (2 + t·(2 - 2))·cos(u), (2 + t·(2 - 2))·sin(u), 20 + t
    ·(21.5 - 20) ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :

drat1 := plot3d([r·cos(t), r·sin(t), 0.08·t + 20], r = 2 .. 2.2, t = 0 .. 6·Pi, thickness = 5) :

p4x := 2 : p4y := 2 : p4z := 20 :
p5x := 2 : p5y := 2 : p5z := 19.25 :
p6x := 2.5 : p6y := 2.5 : p6z := 19 :
mx2 := p4x·(1-t)2 + p5x·(2·t·(1-t)) + p6x·t2 :
my2 := p4y·(1-t)2 + p5y·(2·t·(1-t)) + p6y·t2 :
mz2 := p4z·(1-t)2 + p5z·(2·t·(1-t)) + p6z·t2 :
leher2 := plot3d( [ mx2·cos(u), my2·sin(u), mz2 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :

p11x := 2.5 : p11y := 2.5 : p11z := 19 :
p12x := 3 : p12y := 3 : p12z := 18.7 :
p13x := 2.5 : p13y := 2.5 : p13z := 18 :
p14x := 3 : p14y := 3 : p14z := 17 :
mx4 := p11x·(1-t)3 + p12x·(3·t·(1-t)2) + p13x·(3·t2·(1-t)) + p14x
    ·t3 :
my4 := p11y·(1-t)3 + p12y·(3·t·(1-t)2) + p13y·(3·t2·(1-t)) + p14y
    ·t3 :
mz4 := p11z·(1-t)3 + p12z·(3·t·(1-t)2) + p13z·(3·t2·(1-t)) + p14z
    ·t3 :
bahu2 := plot3d( [ mx4·cos(u), my4·sin(u), mz4 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) :

p48x := 3 : p48y := 3 : p48z := 17 :
p49x := 7 : p49y := 7 : p49z := 16 :
p50x := -5 : p50y := -5 : p50z := 14 :
p51x := 15 : p51y := 15 : p51z := 8.5 :
p52x := -5 : p52y := -5 : p52z := 3 :
p53x := 7 : p53y := 7 : p53z := 1 :
p54x := 3 : p54y := 3 : p54z := 0 :
mx11 := p48x·(1-t)6 + p49x·(6·t·(1-t)5) + p50x·(15·t2·(1-t)4) + p51x
    ·(20·t3·(1-t)3) + p52x·(15·t4·(1-t)2) + p53x·(6·t5·(1-t)) + p54x
    ·t6 :
my11 := p48y·(1-t)6 + p49y·(6·t·(1-t)5) + p50y·(15·t2·(1-t)4) + p51y
    ·(20·t3·(1-t)3) + p52y·(15·t4·(1-t)2) + p53y·(6·t5·(1-t)) + p54y
    ·t6 :

```

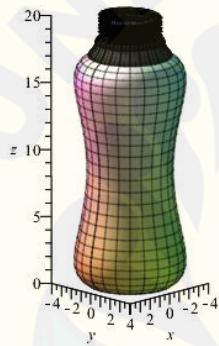
$$\begin{aligned}
 mz11 := & p48z \cdot (1-t)^6 + p49z \cdot (6 \cdot t \cdot (1-t)^5) + p50z \cdot (15 \cdot t^2 \cdot (1-t)^4) + p51z \\
 & \cdot (20 \cdot t^3 \cdot (1-t)^3) + p52z \cdot (15 \cdot t^4 \cdot (1-t)^2) + p53z \cdot (6 \cdot t^5 \cdot (1-t)) + p54z \\
 & \cdot t^6 ;
 \end{aligned}$$

*badan7 := plot3d( [ mx11·cos(u), my11·sin(u), mz11 ], t = 0 .. 1, u = 0 .. 2·Pi ) ;*

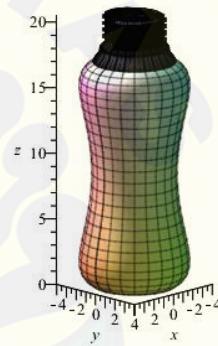
*alas1 := plot3d( [ 0 + r·cos(u), 0 + r·sin(u), 0 ], r = 0 .. 3, u = 0 .. 2·Pi ) ;*  
*display( mulut1, drat1, leher2, bahu2, badan7, alas1, labels = [x, y, z], axes = frame, scaling = constrained );*

### B.25 Contoh Lain Hasil Penggabungan Bagian-bagian Botol Minuman yang Direkomendasikan

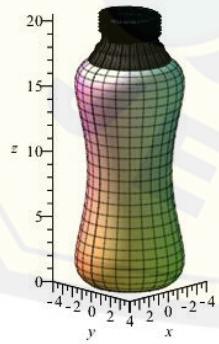
a) Badan 1



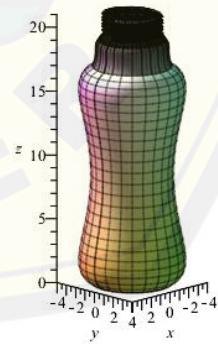
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 20 cm**



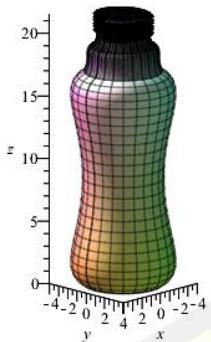
Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 20,5 cm**



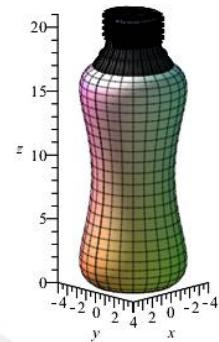
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 20,5 cm**



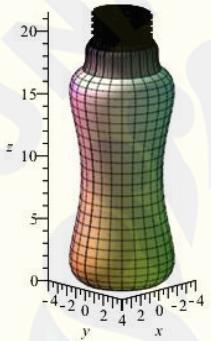
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 21 cm**



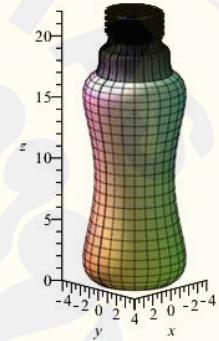
Mulut botol minuman: *mulut1*  
 Leher botol minuman: *leher2*  
 Bahu botol minuman: *bahu2*  
 Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 21,5 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
 Leher botol minuman: *leher2*  
 Bahu botol minuman: *bahu1*  
 Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 21 cm**

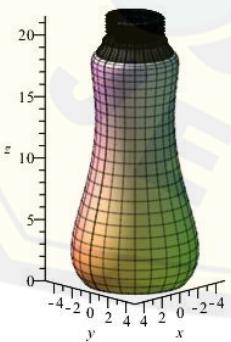


Mulut botol minuman: *mulut2*  
 Leher botol minuman: *leher1*  
 Bahu botol minuman: *bahu2*  
 Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 21 cm**

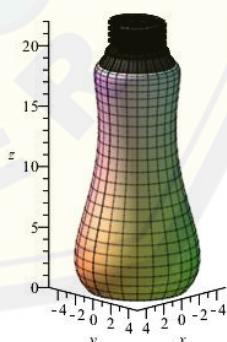


Mulut botol minuman: *mulut2*  
 Leher botol minuman: *leher2*  
 Bahu botol minuman: *bahu2*  
 Badan botol minuman: *badan1*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**

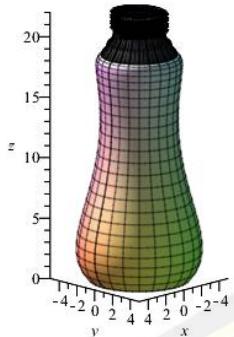
### b) Badan 2



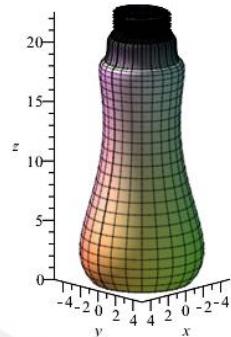
Mulut botol minuman: *mulut1*  
 Leher botol minuman: *leher1*  
 Bahu botol minuman: *bahu1*  
 Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 21,5 cm**



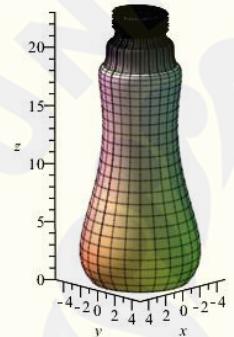
Mulut botol minuman: *mulut2*  
 Leher botol minuman: *leher1*  
 Bahu botol minuman: *bahu1*  
 Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**



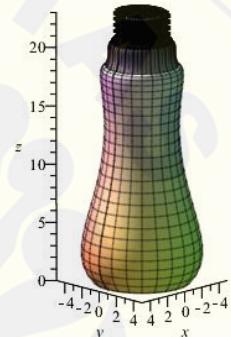
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**



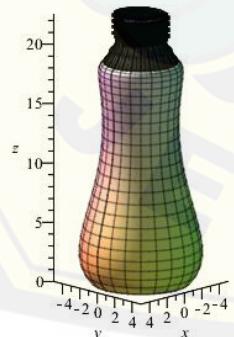
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 22,5 cm**



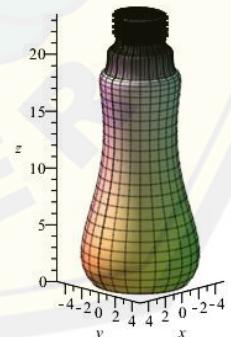
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**

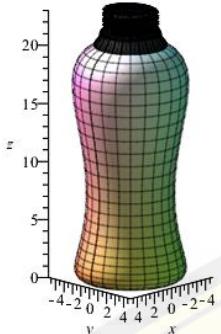


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 22,5 cm**

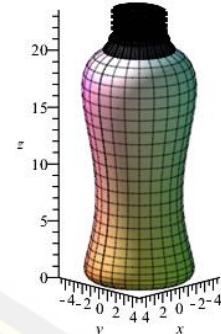


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan2*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**

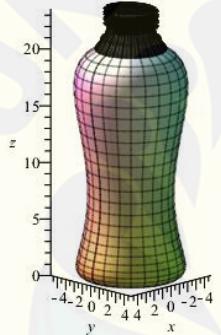
## c) Badan 3



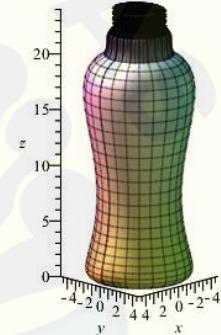
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**



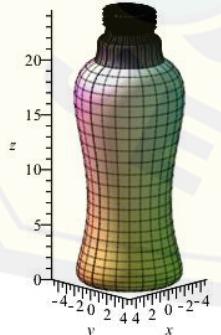
Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**



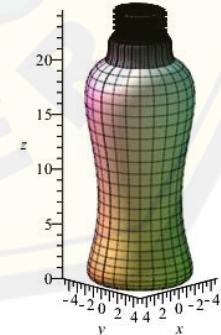
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**



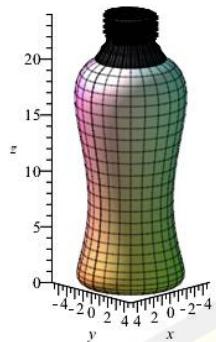
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 24 cm**



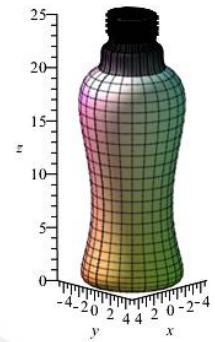
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 24,5 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 24,5 cm**

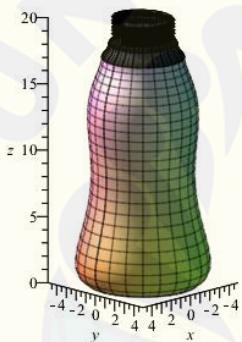


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 24 cm**

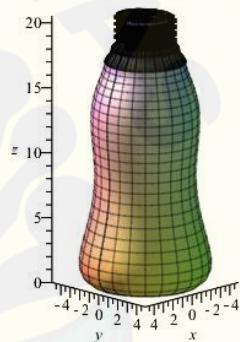


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan3*  
**Tinggi botol minuman: 25 cm**

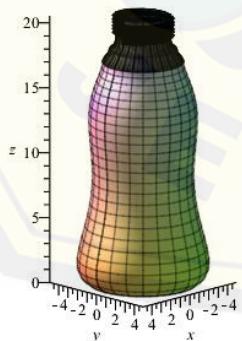
#### d) Badan 4



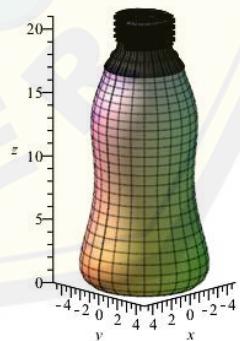
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan4*  
**Tinggi botol minuman: 20 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan4*  
**Tinggi botol minuman: 20,5 cm**

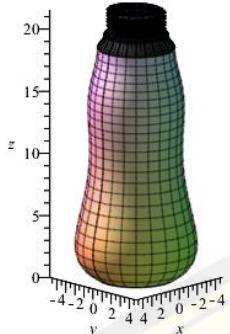


Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan4*  
**Tinggi botol minuman: 20,5 cm**

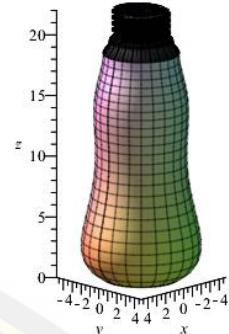


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan4*  
**Tinggi botol minuman: 21 cm**

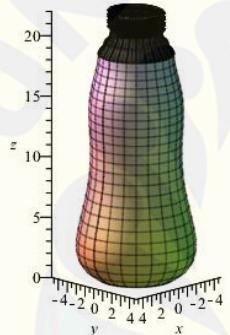
e) Badan 5



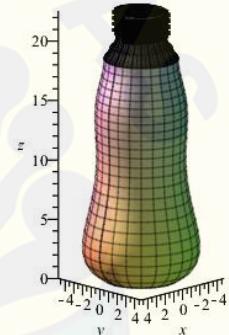
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan5*  
**Tinggi botol minuman: 21,5 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan5*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**

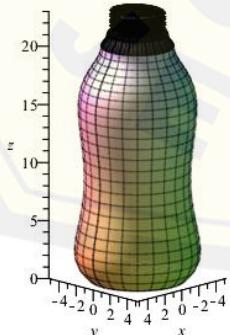


Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan5*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**

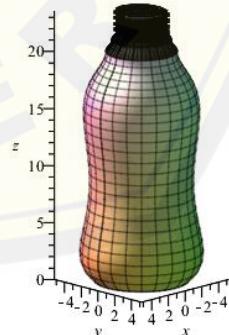


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan5*  
**Tinggi botol minuman: 22,5 cm**

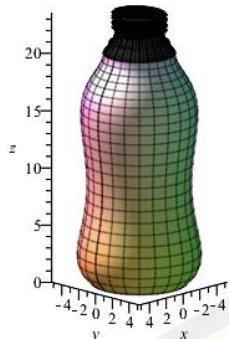
f) Badan 6



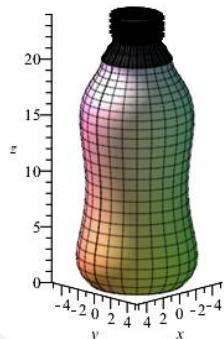
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan6*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan6*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**

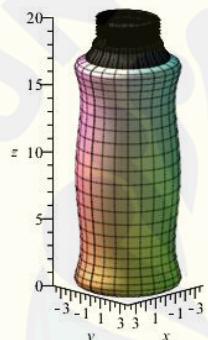


Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan6*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**

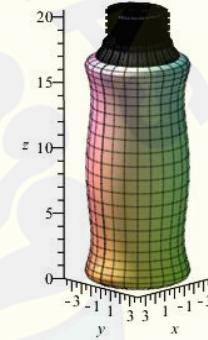


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan6*  
**Tinggi botol minuman: 24 cm**

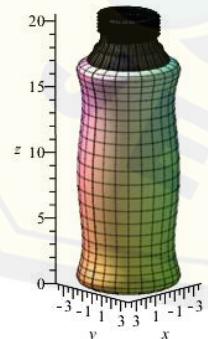
g) Badan 7



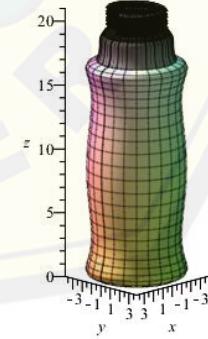
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 20 cm**



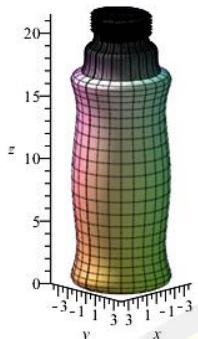
Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 20,5 cm**



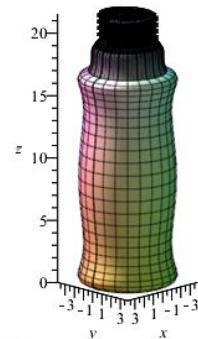
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 20,5 cm**



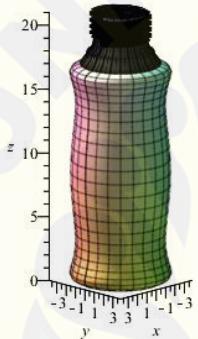
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 21 cm**



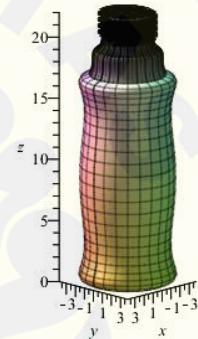
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 21,5 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 21,5 cm**

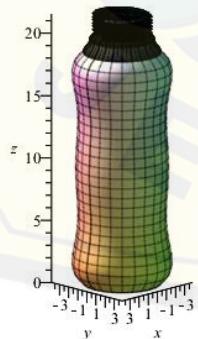


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 21 cm**

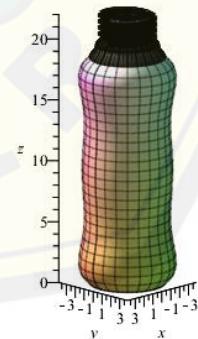


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan7*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**

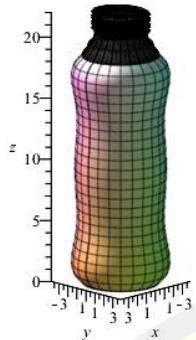
#### h) Badan 8



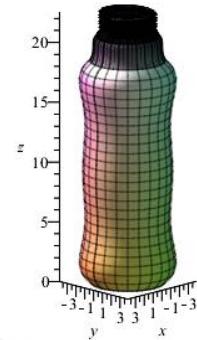
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 21,5 cm**



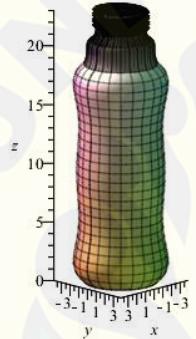
Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**



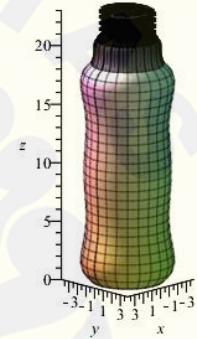
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 22 cm**



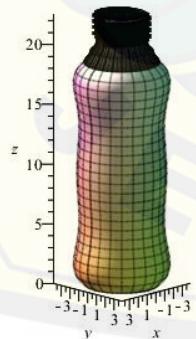
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 22,5 cm**



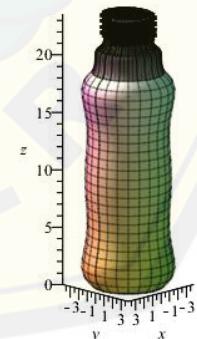
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**

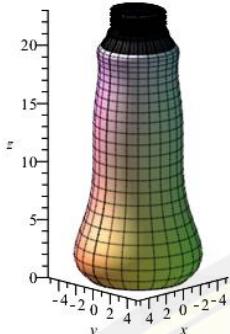


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 22,5 cm**

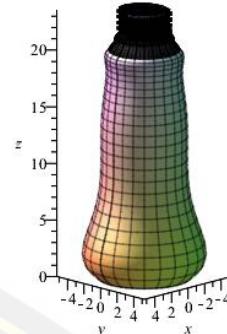


Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan8*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**

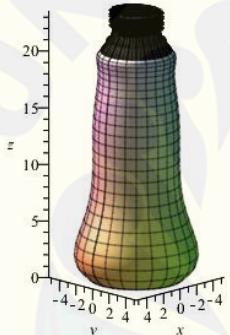
## i) Badan 9



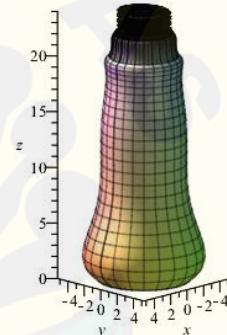
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 23 cm**



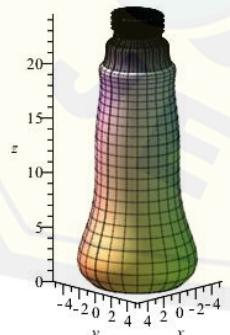
Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**



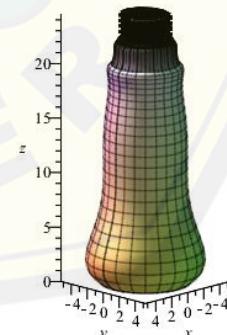
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 23,5 cm**



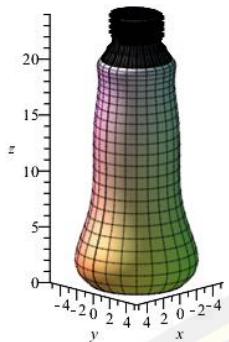
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 24 cm**



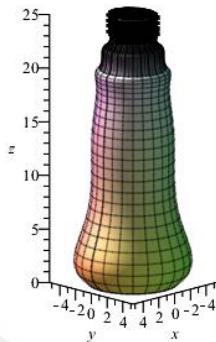
Mulut botol minuman: *mulut1*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 24,5 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher1*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 24,5 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu1*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 24 cm**



Mulut botol minuman: *mulut2*  
Leher botol minuman: *leher2*  
Bahu botol minuman: *bahu2*  
Badan botol minuman: *badan9*  
**Tinggi botol minuman: 25 cm**