



**MODELISASI *END CUP* DAN *HOOK* DENGAN  
PENGABUNGAN HASIL DEFORMASI BENDA  
GEOMETRI RUANG DAN KURVA BEZIER**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Rokhmatul Istiqomah**  
**NIM 161810101005**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2020**



**MODELISASI *END CUP* DAN *HOOK* DENGAN  
PENGABUNGAN HASIL DEFORMASI BENDA  
GEOMETRI RUANG DAN KURVA BEZIER**

**SKRIPSI**

disusun guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Rokhmatul Istiqomah**  
**NIM 161810101005**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2020**

## PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Abah Senari dan Ibu Partutik tercinta yang selalu mendoakan dan menyayangi saya;
2. Kakak Agus Dedi Saputra yang selalu memberikan semangat dan mendoakan saya;
3. Keluarga Besar Abah dan Ibu yang selalu mendoakan yang terbaik dan mendukung setiap langkah yang saya ambil;
4. Guru-guruku dari mulai TK sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmunya dan membimbing saya dalam menuntut ilmu;
5. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMAN Kesamben, SMPN 1 Sumobito, SDN Carangrejo 1, TK RA Muslimat Carangrejo, TPQ Ainul Ulum;

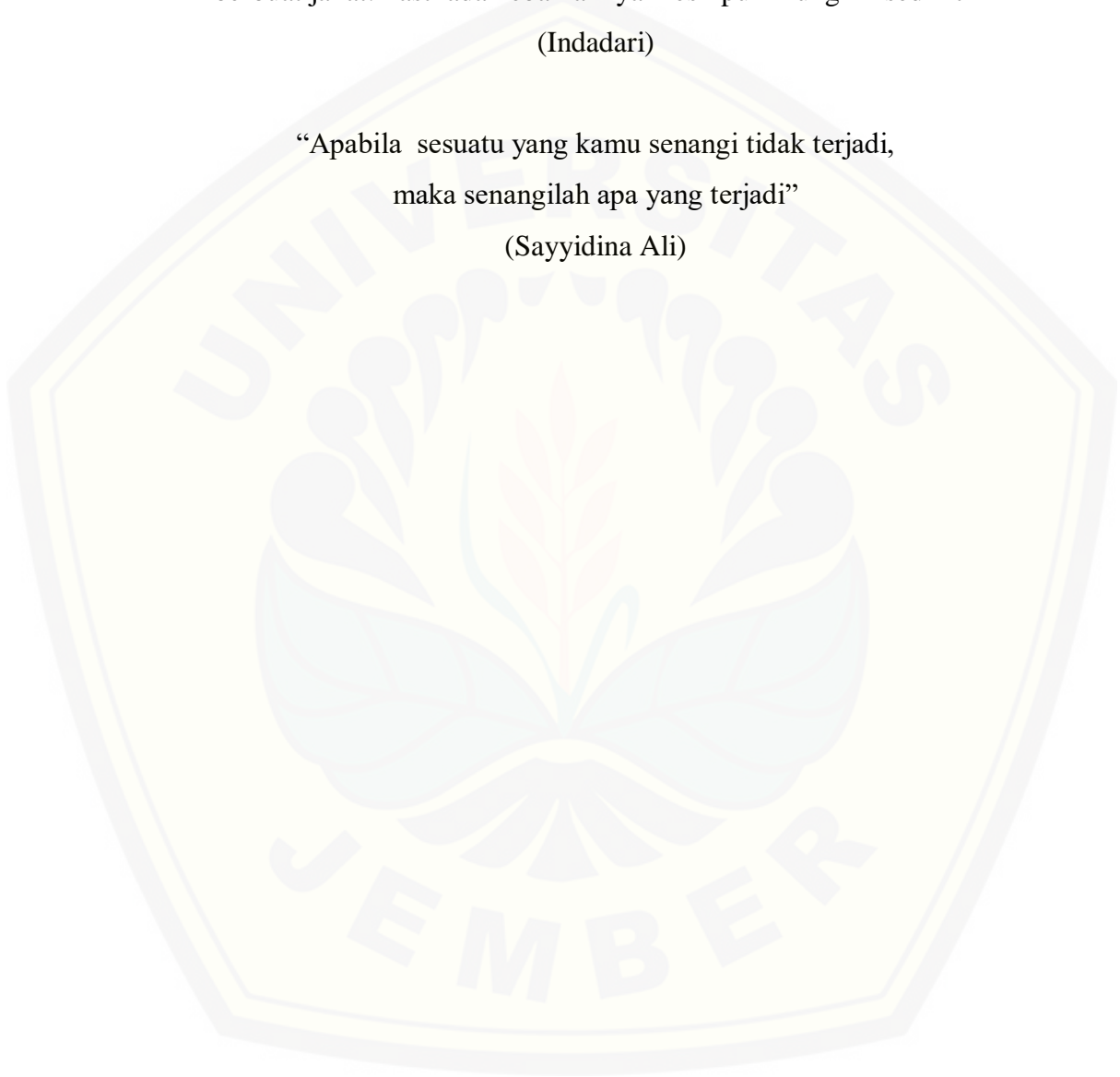
**MOTTO**

“Belajarlah amnesia atas kesalahan orang lain  
dan mengingat segala kebajikannya. Karena manusia bukan setan yang selalu  
berbuat jahat. Pasti ada kebajikannya meskipun mungkin sedikit”

(Indadari)

“Apabila sesuatu yang kamu senang tidak terjadi,  
maka senangilah apa yang terjadi”

(Sayyidina Ali)



**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Rokhmatul Istiqomah

NIM : 161810101005

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi saya yang berjudul “Modelisasi *End cup* dan *Hook* dengan Penggabungan Hasil Deformasi Benda Geometri Ruang dan Kurva Bezier” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas kesalahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2020

Yang menyatakan,

Rokhmatul Istiqomah

NIM 161810101005

**SKRIPSI**

**MODELISASI *END CUP* DAN *HOOK* DENGAN  
PENGABUNGAN HASIL DEFORMASI BENDA  
GEOMETRI RUANG DAN KURVA BEZIER**

Oleh

**Rokhmatul Istiqomah  
NIM 161810101005**

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.

**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul “Modelisasi *End cup* dan *Hook* dengan Penggabungan Hasil Deformasi Benda Geometri Ruang dan Kurva Bezier”, telah diuji dan disahkan pada:

Hari :

tanggal:

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,

Anggota I,

Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si.  
NIP. 198007022003121001

Dr.Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.  
NIP. 197006061998031003

Anggota II,

Anggota III,

Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc, Ph.D.  
NIP. 195912201985031002

Dr. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si.  
NIP. 197408132000032004

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Jember

Drs. Achmad Sjaifullah, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 195910091986021001

## RINGKASAN

**Modelisasi *End Cup* dan *Hook* dengan Penggabungan Hasil Deformasi Benda Geometri Ruang dan Kurva Bezier**; Rokhmatul Istiqomah, 161810101005; 2020; 90 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Gorden pada saat ini tidak asing lagi di masyarakat. Gorden tidak lepas dari bagian-bagiannya seperti *end cup* dan *hook*. *End cup* biasanya sebagai penutup rel gorden, sedangkan *hook* sebagai pengait tali gorden. Secara umum *end cup* terdiri dari bagian mahkota, kepala, dan leher, sedangkan *hook* terdiri dari bagian dudukan dan pengait. Menurut aspek geometris, model *end cup* dan *hook* pada dasarnya masih memiliki kekurangan dari tampilan bentuk, contohnya *end cup* dan *hook* hanya terdiri dari benda geometri ruang kerucut, tabung, bola, prisma segidelapan, torus, dan balok saja sehingga bentuknya kurang variatif. Bentuk-bentuk geometris yang variatif dapat dilakukan dengan beberapa teknik diantaranya menggunakan teknik deformasi yang meliputi pemotongan (interseksi), perputaran kurva, interpolasi, transformasi dilatasi, dan kurva Bezier. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan beragam bentuk komponen *end cup* dan *hook* yang bervariasi dari hasil penggabungan deformasi benda geometri ruang.

Modelisasi *end cup* dan *hook* dibagi menjadi tiga tahapan. Pertama adalah mengkonstruksi benda dasar geometri ruang kerucut, tabung, bola, prisma segidelapan, torus, dan balok menggunakan teknik deformasi. Kedua adalah merangkai benda dasar komponen tersebut pada satu sumbu pemodelan. Ketiga adalah memvisualisasikan *end cup* dan *hook* berbantu komputer. Hasil penelitian ini mendapatkan model mahkota *end cup* yang dimodelisasi dengan teknik deformasi memotong, memutar kurva, dan interpolasi, model kepala menggunakan teknik memotong, memuntir, dan interpolasi, sedangkan model leher menggunakan tabung. Variasi *end cup* yang diperoleh sejumlah 160 model. Bagian dudukan *hook* dimodelisasi dengan teknik deformasi memotong dan



interpolasi, sedangkan bagian pengait menggunakan teknik memotong. Variasi *hook* yang diperoleh sejumlah delapan model. Model *end cup* dan *hook* dapat divisualisasikan dengan *software* Maple 18.



## PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Modelisasi *End Cup* dan *Hook* dengan Penggabungan Hasil Deformasi Benda Geometri Ruang dan Kurva Bezier”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

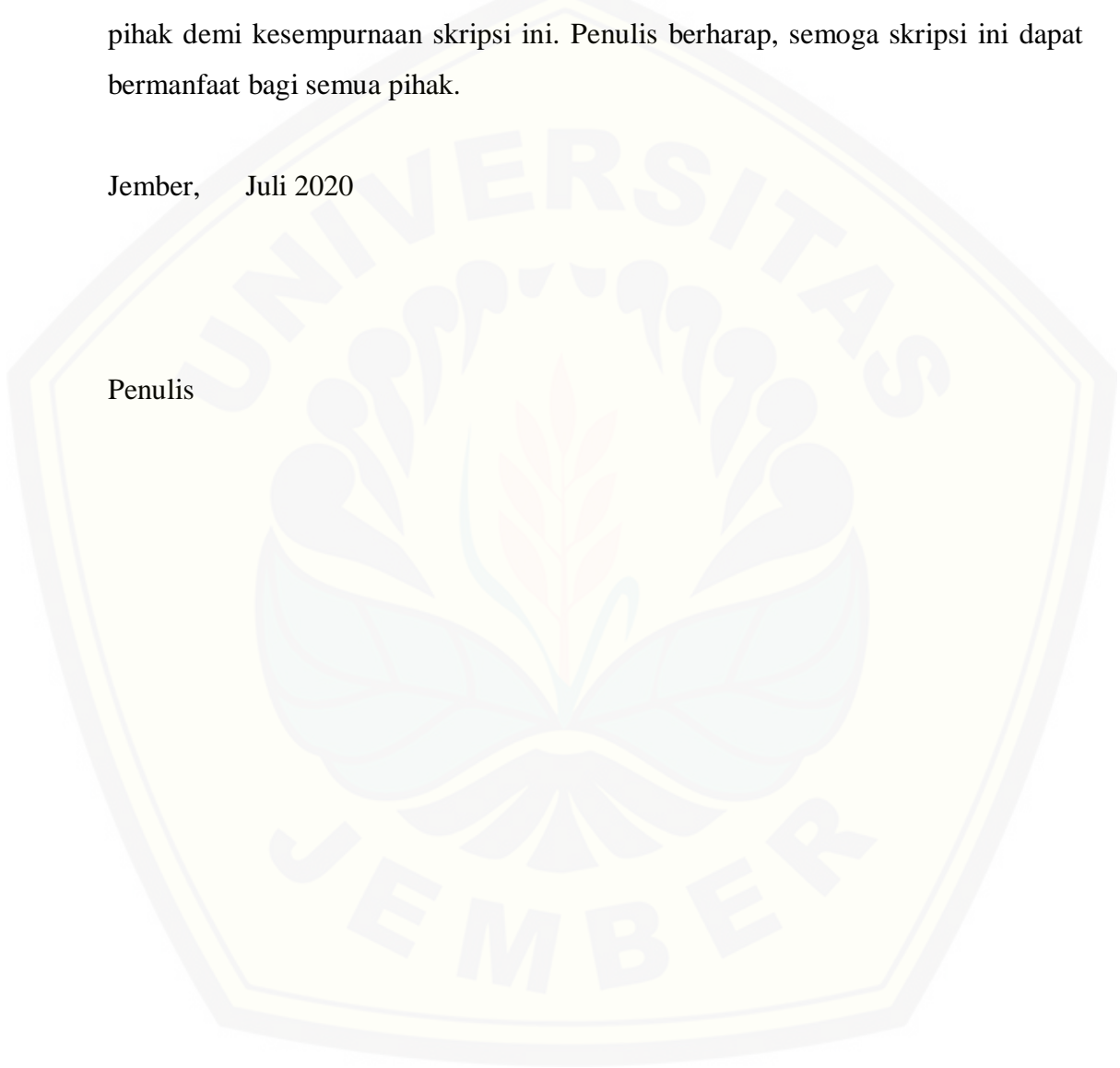
1. Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini.
2. Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc, Ph.D. dan Dr. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran demi skripsi ini;
3. Dr. Alfian Fatuhul Hadi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing saya dari awal masa perkuliahan.
4. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
5. Teman-temanku MATRIKS (Mila, Bila, Ela, Christine, Syurur, Puput, Bagus, Son, dan Gilang), Dulur10 (Bibi, Ela, Anita, Syurur, Christine, Devita, Tika, Rosa, dan Mila), Keluarga Sholihah (Nazil, Rosy, Siska, Shofa, dan Dinda), Ika Smaneka (Sela, Erika, Anik, Afita), PH, Kost Elite 153, KKN 254 Sumberbendo, Himatika Geokompstat, Lamok Kebon, Teman Seperjuangan GRB (Nadhila, Annisa, Christine, Syurur, dan Rofika), terimakasih yang telah membantu dan memberikan semangat untuk penyelesaian skripsi ini.
6. Sahabat-sahabatku (Elin, Tita, dan Nadhiro) yang telah memberikan semangat dan motivasi;

7. Teman-temanku angkatan 2016 (MISDIRECTION), terimakasih atas kebersamaan selama masa kuliah yang telah memberikan motivasi dan semangat.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran membangun dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, Juli 2020

Penulis



**DAFTAR ISI**

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	iv
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PEMBIMBING</b> .....	vi
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vii
<b>RINGKASAN</b> .....	viii
<b>PRAKATA</b> .....	x
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xviii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	3
<b>1.3 Tujuan</b> .....	3
<b>1.4 Manfaat</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	4
<b>2.1 Penyajian Segmen Garis</b> .....	4
<b>2.2 Penyajian Benda-benda Geometri</b> .....	5
2.2.1 Penyajian Lingkaran di $R^3$ .....	5
2.2.2 Penyajian Silinder (Tabung) .....	6
2.2.3 Penyajian Kerucut .....	8
2.2.4 Penyajian Bola .....	9
2.2.5 Penyajian Polihedron .....	9
2.2.6 Penyajian Torus .....	13
<b>2.3 Deformasi</b> .....	14

<b>2.4 Penyajian Kurva dan Permukaan Bezier</b> .....	16
<b>2.5 Tranformasi Dilatasi</b> .....	18
<b>2.6 Interpolasi diantara Segmen Garis dan Kurva di Ruang</b> .....	19
<b>2.7 Kontruksi Objek pada Program Maple 18</b> .....	20
2.7.1 Penyajian Segmen Garis .....	20
2.7.2 Penyajian Bola.....	21
2.7.3 Penyajian Silinder (tabung).....	21
2.7.4 Penyajian Kurva Bezier .....	22
2.7.5 Penyajian Permukaan Bezier .....	22
2.7.6 Penyajian Interpolasi antara Dua Kurva .....	23
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	24
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	30
<b>4.1 Modelisasi Komponen Penyusun <i>End cup</i></b> .....	30
4.1.1 Deformasi Kerucut.....	30
4.1.2 Deformasi Tabung dan Bola .....	36
4.1.3 Deformasi Bola.....	38
4.1.4 Deformasi Prisma Segidelapan Beraturan .....	39
4.1.5 Deformasi Tabung Kepala <i>End cup</i> .....	43
4.1.6 Deformasi Tabung Leher <i>End cup</i> .....	46
<b>4.2 Modelisasi Komponen Penyusun <i>Hook</i></b> .....	46
4.2.1 Deformasi Balok.....	47
4.2.2 Deformasi Torus, Tabung , dan Bola.....	49
<b>4.3 Penggabungan Komponen Penyusun <i>End Cup dan Hook</i></b> .....	50
4.3.1 Model Satu Sumbu pada <i>End cup</i> .....	51
4.3.2 Model Satu Sumbu pada <i>Hook</i> .....	57
<b>4.4 Pembahasan</b> .....	63
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b> .....	70
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	70
<b>5.2 Saran</b> .....	70
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	71
<b>LAMPIRAN</b> .....	73

**DAFTAR TABEL**

	Halaman
Tabel 4.1 Variasi bentuk potongan deformasi kerucut .....	34
Tabel 4.2 Variasi pola perputaran Bezier .....	35
Tabel 4.3 Variasi penggabungan deformasi dan bola .....	37
Tabel 4.4 Variasi bentuk deformasi balok .....	48
Tabel 4.5 Variasi bentuk deformasi torus, tabung, dan bola .....	50
Tabel 4.6 Detail <i>end cup</i> pada model satu sumbu pemodelan .....	54
Tabel 4.7 Variasi bentuk <i>end cup</i> secara utuh .....	54
Tabel 4.8 Detail <i>hook</i> pada model satu sumbu pemodelan .....	60
Tabel 4.9 Variasi bentuk <i>hook</i> secara utuh .....	61

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1.1 Pemasangan <i>end cup</i> dan <i>hook</i> pada gorden .....	1
Gambar 1.2 Bentuk <i>end cup</i> dan bagiannya .....	2
Gambar 1.3 Bentuk <i>hook</i> dan bagiannya.....	2
Gambar 2.1 Penyajian segmen garis di ruang .....	4
Gambar 2.2 Penyajian lingkaran.....	6
Gambar 2.3 Penyajian silinder (tabung).....	6
Gambar 2.4 Penyajian tabung dengan sumbu pusat sejajar sumbu z .....	7
Gambar 2.5 Tabung dengan beragam sumbu pusat .....	8
Gambar 2.6 Penyajian kerucut.....	8
Gambar 2.7 Penyajian bola dengan pusat (a) $P(0,0,0)$ dan (b) $P(a, b, c)$ .....	9
Gambar 2.8 Penyajian balok dan bagiannya.....	10
Gambar 2.9 Penyajian prisma dan bagiannya.....	10
Gambar 2.10 Penyajian prisma segidelapan.....	13
Gambar 2.11 Penyajian torus dengan R jarak antar pusat torus .....	13
Gambar 2.12 Deformasi .....	14
Gambar 2.13 Teknik deformasi .....	16
Gambar 2.14 Kurva Bezier .....	17
Gambar 2.15 Permukaan Bezier .....	17
Gambar 2.16 Dilatasi dengan $k > 1$ .....	18
Gambar 2.17 Contoh kasus khusus interpolasi dua segmen garis .....	19
Gambar 2.18 Interpolasi linier pada kurva .....	20
Gambar 2.19 Visualisasi segmen garis.....	20
Gambar 2.20 Visualisasi penyajian bola pada Maple 18 .....	21
Gambar 2.21 Visualisasi penyajian selimut tabung pada Maple 18 .....	21
Gambar 2.22 Visualisasi kurva Bezier pada Maple 18 .....	22
Gambar 2.23 Visualisasi permukaan Bezier pada Maple 18.....	23
Gambar 2.24 Visualisasi interpolasi antara dua Kurva pada Maple18 .....	23

Gambar 3.1	Deformasi kerucut.....	25
Gambar 3.2	Deformasi penggabungan kurva Bezier dan kerucut .....	25
Gambar 3.3	Deformasi tabung dan bola.....	25
Gambar 3.4	Deformasi bola.....	26
Gambar 3.5	Deformasi prisma segidelapan.....	26
Gambar 3.6	Deformasi tabung.....	26
Gambar 3.7	Tabung.....	26
Gambar 3.8	Hasil penggabungan membentuk variasi <i>end cup</i> .....	27
Gambar 3.9	Deformasi balok.....	27
Gambar 3.10	Deformasi seperempat torus, tabung, dan bola.....	28
Gambar 3.11	Hasil penggabungan membentuk variasi <i>hook</i> .....	28
Gambar 3.12	Skema metode penelitian.....	29
Gambar 4.1	Pemotongan kerucut.....	31
Gambar 4.2	Deformasi kerucut bagian bawah.....	32
Gambar 4.3	Deformasi kerucut bagian atas.....	33
Gambar 4.4	Deformasi perputaran bezier.....	35
Gambar 4.5	Deformasi tabung dan balok.....	37
Gambar 4.6	Deformasi bola.....	39
Gambar 4.7	Validasi bola .....	39
Gambar 4.8	Deformasi puntiran cembung .....	41
Gambar 4.9	Validasi bentuk puntiran prisma cembung .....	41
Gambar 4.10	Deformasi prisma cembung .....	42
Gambar 4.11	Validasi bentuk prisma pola cembung .....	43
Gambar 4.12	Deformasi lengkung cembung .....	44
Gambar 4.13	Variasi bentuk pola lengkung cembung .....	44
Gambar 4.14	Deformasi lengkung campuran .....	45
Gambar 4.15	Variasi bentuk pola lengkung campuran .....	45
Gambar 4.16	Bentuk tabung pada leher <i>end cup</i> .....	46
Gambar 4.17	Validasi bentuk tabung .....	46
Gambar 4.18	Deformasi balok sebagai dudukan <i>hook</i> .....	48
Gambar 4.19	Deformasi torus, tabung , dan bola .....	50



Gambar 4.20	Sumbu tegak pemodelan <i>end cup</i> .....	52
Gambar 4.21	Model <i>end cup</i> dengan satu sumbu pemodelan .....	53
Gambar 4.22	Beberapa visualisasi model <i>end cup</i> .....	57
Gambar 4.23	Sumbu tegak <i>hook</i> .....	59
Gambar 4.24	Model <i>hook</i> dengan satu sumbu pemodelan.....	60
Gambar 4.25	Beberapa visualisasi model <i>hook</i> .....	63
Gambar 4.26	Variasi bentuk komponen <i>end cup</i> hasil teknik deformasi.....	66
Gambar 4.27	Variasi bentuk <i>end cup</i> secara utuh.....	67
Gambar 4.28	Validasi variasi bagian dudukan <i>hook</i> .....	68
Gambar 4.29	Validasi variasi bagian pengait <i>hook</i> .....	68
Gambar 4.30	Variasi bentuk <i>hook</i> secara utuh .....	69

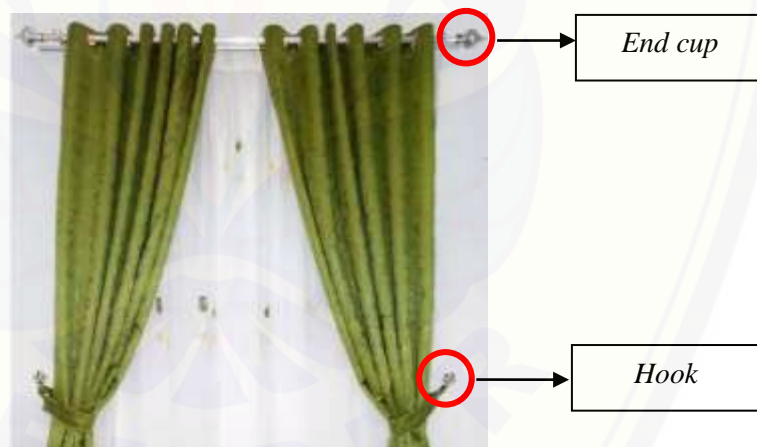
DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A Nilai-nilai untuk $B_i^n$ .....	73
A.1 $n = 2$ .....	73
A.2 $n = 3$ .....	73
Lampiran B Modelisasi Penyusun <i>End cup</i> dan <i>Hook</i> .....	74
B.1 Variasi Bentuk Potongan Kerucut .....	74
B.2 Variasi Pola Perputaran Bezier .....	76
B.3 Variasi Deformasi Tabung dan Bola.....	77
B.4 Validasi Bentuk Bola .....	78
B.5 Validasi Bentuk Puntiran Prisma Cembung .....	78
B.6 Validasi Bentuk Prisma Pola Cembung .....	80
B.7 Variasi Bentuk Pola Lengkung Cembung .....	82
B.8 Variasi Bentuk Pola Lengkung Campuran .....	82
B.9 Validasi Bentuk Tabung .....	82
B.10 Variasi Bentuk Deformasi Balok sebagai Dudukan <i>Hook</i> .....	83
B.11 Variasi Bentuk Deformasi Torus, Tabung, dan Bola.....	87
Lampiran C Penggabungan Komponen Penyusun <i>End Cup</i> dan <i>Hook</i> .....	88
C.1 Beberapa Visualisasi Model <i>End cup</i> .....	88
C.2 Beberapa Visualisasi Model <i>Hook</i> .....	89

## BAB 1. PENDAHULUAN

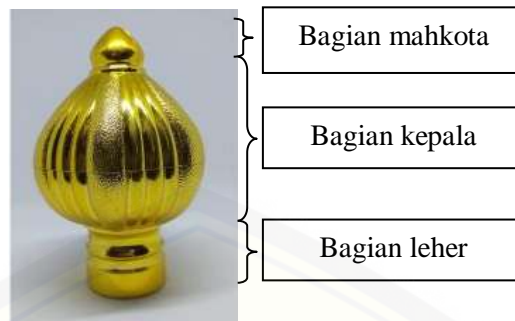
### 1.1 Latar Belakang

Gorden atau tirai banyak ditemukan di masyarakat. Pada umumnya, masyarakat memanfaatkan gorden untuk memperindah rumah. Gorden sering diletakkan pada bagian dalam jendela suatu bangunan untuk melindungi rumah dari paparan cahaya matahari. Fungsi lainnya dari gorden ialah mencegah orang luar untuk dapat melihat aktivitas dalam rumah. Gorden mempunyai berbagai macam komponen, diantaranya *end cup* dan *hook*. *End cup* adalah komponen yang dipasang pada bagian ujung batang rel gorden dan berfungsi sebagai penutup lubang rel gorden dari kedua ujungnya. Sedangkan *hook* adalah komponen yang biasanya menempel pada dinding dan berfungsi sebagai alat pengait tali gorden (Gambar 1.1). Bahan baku *end cup* dan *hook* biasanya terbuat dari besi maupun plastik.



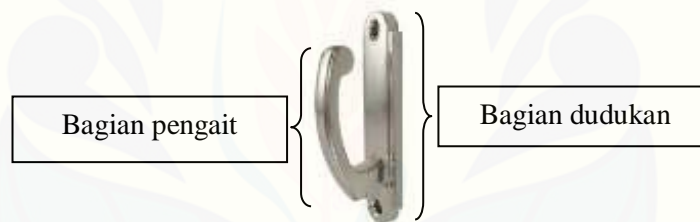
Gambar 1.1 Pemasangan *end cup* dan *hook* pada gorden

Secara umum *end cup* terdiri dari tiga bagian yaitu leher, kepala, dan mahkota *end cup* (Gambar 1.2). Bagian leher *end cup* merupakan bagian yang digunakan untuk menghubungkan *end cup* dengan pipa gorden. Kepala *end cup* berfungsi sebagai penghubung antara alas dengan mahkota. Sedangkan mahkota *end cup* berfungsi sebagai tambahan aksesoris *end cup* agar tampilannya unik dan bervariasi. Benda-benda geometri komponen *end cup* terbangun dari benda-benda geometri seperti tabung, keratan bola, dan kerucut.



Gambar 1.2 Bentuk *end cup* dan bagiannya

Sedangkan *hook* secara umum terdiri dari dua bagian yaitu pengait dan dudukan (Gambar 1.3). Bagian pengait merupakan bagian yang digunakan untuk mengait tali pada gordena, sedangkan bagian dudukan digunakan untuk meletakkan *hook* pada tempat pemasangan. Benda-benda pembangun komponen *hook* dapat berupa bentuk tabung dan balok.



Gambar 1.3 Bentuk *hook* dan bagiannya

Modelisasi bentuk-bentuk *end cup* dan *hook* dapat dilakukan dengan teknik deformasi. Teknik deformasi bangun ruang dan kurva Bezier telah dibahas oleh beberapa peneliti sebelumnya untuk mendesain benda seperti rak penataan barang (Astuti dan Kusno, 2012), kap lampu duduk (Juhari dan Octafiatiningsih, 2015), tugu (Emeralda, 2018), dan botol minuman (Triadi, 2020). Penelitian rak penataan barang menggunakan penggabungan bangun dasar geometri (prisma segitiga dan kerucut) dengan kurva Bezier. Penelitian tersebut mendeformasi kerucut menjadi kerucut terpancung yang menghasilkan lengkung cembung dan cekung menggunakan kurva Bezier. Penelitian kap lampu duduk menggunakan bangun dasar geometri (tabung, prisma segi enam dan bola). Penelitian tersebut mendeformasi tabung yang menghasilkan pola cembung dan cekung menggunakan kurva Bezier. Benda dasar geometri yang digunakan pada

penelitian tuju yaitu tabung dan balok. Penelitian tersebut mendeformasi tabung dengan pola cembung dan cekung menggunakan kurva Bezier. Penelitian botol minuman menggunakan benda dasar geometri (tabung) dengan teknik deformasi dan kurva Bezier. Hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut yaitu lengkung pada sisi tegak tabung dengan kurva Bezier berderajat satu sampai enam.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang yang dijelaskan di atas, maka permasalahan modelisasi *end cup* dan *hook* sebagai berikut:

- a. Bagaimana membangun pola atau model mahkota, kepala, dan leher *end cup* yang bervariasi dengan teknik deformasi?
- b. Bagaimana membangun pola atau model dudukan dan pengait *hook* yang bervariasi dengan teknik deformasi?
- c. Bagaimana memvisualisasikan model-model *end cup* dan *hook* yang diperoleh pada (1) dan (2) berbantu komputer?

## 1.3 Tujuan

Adapun beberapa tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Mendapatkan pola atau model mahkota, kepala, dan leher *end cup* yang bervariasi dengan teknik deformasi.
- b. Mendapatkan pola atau model dudukan dan pengait *hook* yang bervariasi dengan teknik deformasi.
- c. Memvisualisasikan model-model *end cup* dan *hook* yang diperoleh pada (1) dan (2) berbantu komputer.

## 1.4 Manfaat

Manfaat yang dapat diperoleh dalam penelitian ini diantaranya menambah wawasan dan pengetahuan tentang teknik konstruksi *end cup* dan *hook* dengan teknik deformasi melalui bantuan komputer serta dapat digunakan sebagai informasi produsen tentang beberapa model *end cup* dan *hook* dengan variasi baru.

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

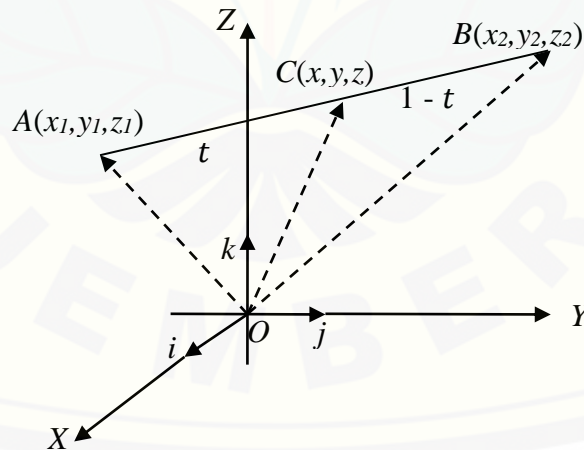
Berkaitan dengan cara untuk mencari solusi dari permasalahan desain *end cup* dan *hook*, pada bab ini akan dibahas mengenai beberapa teori dasar yang berhubungan dengan *end cup* dan *hook*. Adapun teori dasar tersebut meliputi penyajian benda-benda geometris ruang tentang tabung, kerucut, bola, balok, prisma segidelapan. Teori di atas mempermudah dalam proses modelisasi dan perangkaian komponen *end cup* dan *hook*.

### 2.1 Penyajian Segmen Garis di Ruang

Menurut Kusno (2002), diberikan dua buah titik berbeda di ruang dengan koordinat masing-masing  $A(x_1, y_1, z_1)$  dan  $B(x_2, y_2, z_2)$ , sehingga segmen garis  $\overline{AB}$  dapat didefinisikan secara vektorial sebagai berikut (Gambar 2.1) dengan persamaan di bawah ini:

$$\overrightarrow{OC} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB},$$

dengan  $t \in [0, 1]$  sebagai variabel parameter dan  $C \in \overline{AB}$ .



Gambar 2.1 Penyajian segmen garis di ruang

dengan demikian persamaan parametrik segmen garis dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\langle x, y, z \rangle = (1-t)\langle x_1, y_1, z_1 \rangle + t\langle x_2, y_2, z_2 \rangle, \quad (2.1)$$

atau

$$\begin{aligned}x &= (1-t)x_1 + t x_2, \\y &= (1-t)y_1 + t y_2, \\z &= (1-t)z_1 + t z_2.\end{aligned}\tag{2.2}$$

## 2.2 Penyajian Benda-benda Geometri

### 2.2.1 Penyajian Lingkaran di $R^3$

Menurut Kusno (2009), lingkaran adalah himpunan titik-titik di bidang yang mempunyai jarak terhadap titik tertentu tetap. Titik tetap juga disebut dengan pusat lingkaran dan jarak yang bernilai tertentu disebut jari-jari lingkaran. Misalkan diberikan sebarang titik  $M(x, y, z)$  pada lingkaran yang berpusat di  $O(0,0,0)$  dengan jari-jari  $r$  dan sejajar dengan bidang kartesius Gambar 2.2(a). Dengan demikian didapatkan persamaan sebagai berikut:

a. Sejajar bidang XOY

$$x^2 + y^2 = r^2, z = 0\tag{2.3}$$

b. Sejajar bidang XOZ

$$x^2 + z^2 = r^2, y = 0\tag{2.4}$$

c. Sejajar bidang YOZ

$$y^2 + z^2 = r^2, x = 0\tag{2.5}$$

Sedangkan, untuk lingkaran yang berpusat di titik  $N(a, b, c)$  mempunyai jari-jari  $r$  dan sejajar bidang kartesiusnya Gambar 2.2(b) persamaannya adalah

a. Sejajar bidang XOY

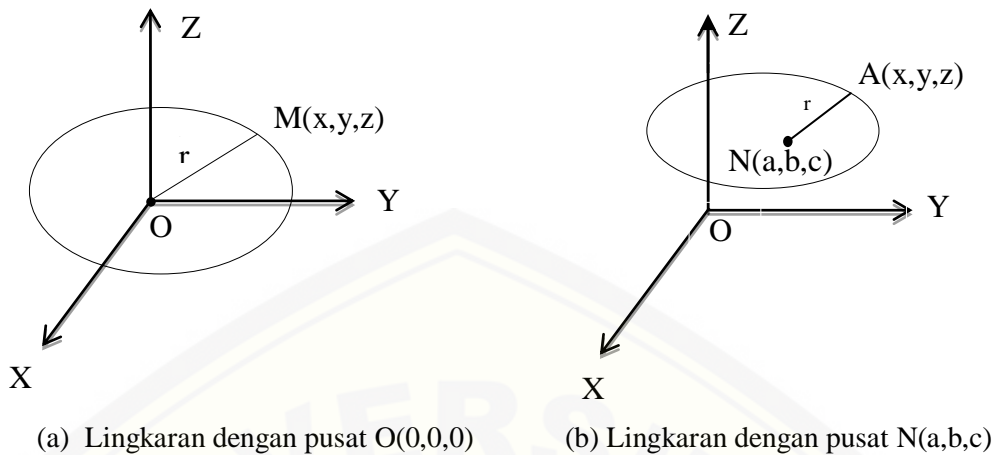
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, z = c\tag{2.6}$$

b. Sejajar bidang XOZ

$$(x - a)^2 + (z - c)^2 = r^2, y = b\tag{2.7}$$

c. Sejajar bidang YOZ

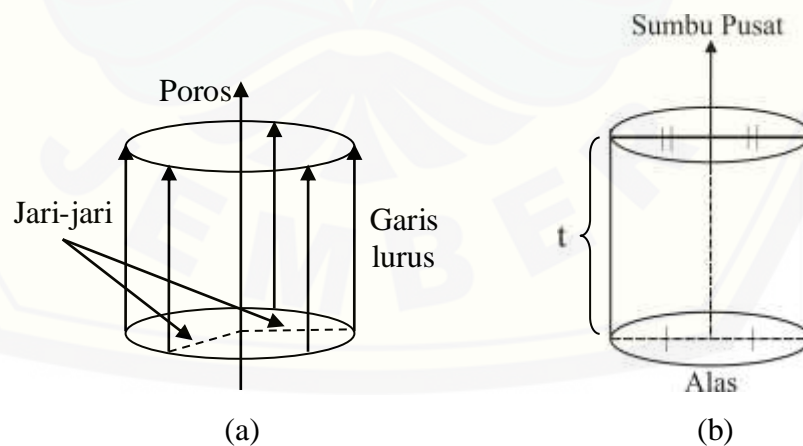
$$(y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2, x = a\tag{2.8}$$



Gambar 2.2 Penyajian lingkaran

### 2.2.2 Penyajian Silinder (Tabung)

Menurut Kusno (2014), silinder (tabung) adalah suatu bangun ruang tertutup yang dibatasi oleh permukaan silinder tertutup (berpenampang konveks) dan dua bagian (potongan) bidang yang sejajar. Kedua bidang yang sejajar disebut alas silinder, sedangkan jarak tegak lurus antara dua bidang sejajar dari silinder disebut tinggi silinder. Silinder (tabung) juga dapat diartikan sebagai benda ruang yang merupakan kedudukan garis-garis sejajar dan berjarak sama terhadap garis (poros) tertentu (Gambar 2.3).



Gambar 2.3 Penyajian silinder (tabung)



Menurut Kusno dkk. (2019), jika diketahui tabung dengan pusat alas  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ , jari-jari  $R$ , dan tinggi  $t$ , maka dapat dicari persamaan parametrik tabung sebagai berikut.

- a. Jika alas terletak pada bidang  $z = z_1$  dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu  $Z$ , maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Gambar 2.4 dan 2.5a).

- 1) Tentukan persamaan parametrik lingkaran dengan pusat  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ , jari-jari  $R$ , dan terletak pada bidang  $z = z_1$ , yaitu

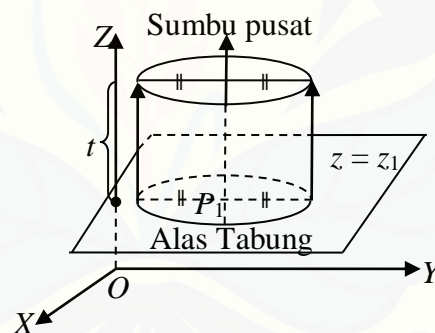
$$L(\theta) = \langle x_1 + R \cos \theta, y_1 + R \sin \theta, z_1 \rangle \quad (2.9)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $\theta$  adalah parameter, dan  $R$  adalah jari-jari.

- 2) Translasikan lingkaran (2.9) dari  $z_1$  sampai  $z_1 + t$  sehingga terbentuk persamaan parametrik tabung

$$T(\theta, z) = \langle x_1 + R \cos \theta, y_1 + R \sin \theta, z \rangle, \quad (2.10)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $z_1 \leq z \leq z_1 + t$ .



Gambar 2.4 Tabung dengan sumbu pusat sejajar sumbu  $Z$

- b. Jika alas terletak pada bidang  $x = x_1$  dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu  $X$ , maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan mengulangi langkah a dan didapatkan persamaan (Gambar 2.5b)

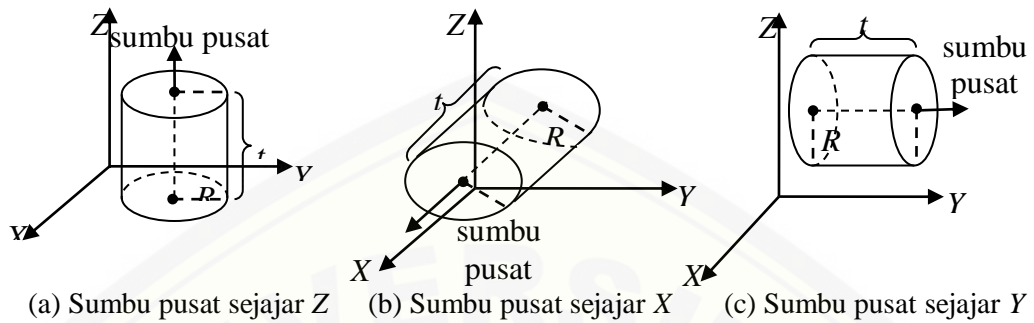
$$T(\theta, z) = \langle x, y_1 + R \cos \theta, z_1 + R \sin \theta \rangle, \quad (2.11)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $x_1 \leq x \leq x_1 + t$ .

- c. Jika alas terletak pada bidang  $y = y_1$  dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu  $Y$ , maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan juga mengulangi langkah a dan didapatkan persamaan (Gambar 2.5c)

$$T(\theta, z) = \langle x_1 + R \cos \theta, y, z_1 + R \sin \theta \rangle, \quad (2.12)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $y_1 \leq y \leq y_1 + t$ .



Gambar 2.5 Tabung dengan beragam sumbu pusat

### 2.2.3 Penyajian Kerucut

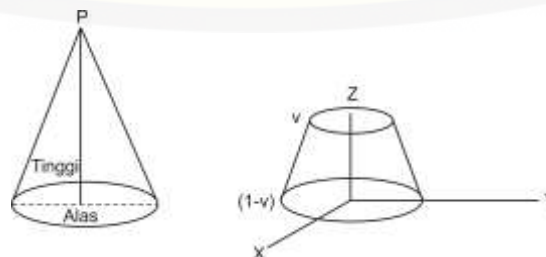
Menurut Kusno (2009), kerucut (permukaan konik) adalah suatu permukaan yang dibangun oleh suatu garis (disebut generatik) digerakkan melalui sebuah titik tetap dan menyinggung sepanjang kurva satu arah  $C$  (disebut kurva direktik) dengan kondisi geometrik tertentu. Dengan pernyataan lain, kerucut adalah suatu benda ruang yang dibatasi oleh sepotong permukaan kerucut tertutup dan sebuah bagian (potongan) bidang. Kerucut terpancung mempunyai persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} C_1(u) &= \langle r_1 \cos u, r_1 \sin u, z_1 \rangle, \\ C_2(u) &= \langle r_2 \cos u, r_2 \sin u, z_2 \rangle \end{aligned} \tag{2.13}$$

dengan batas  $0 \leq u \leq 2\pi$ ,  $r_1 > r_2$ , dan  $z_1 < z_2$  diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$K(u, v) = (1 - v)C_1(u) + vC_2(u)$$

dengan  $0 \leq v \leq 1$ ,  $u$  adalah parameter.



Gambar 2.6 Penyajian kerucut

### 2.2.4 Penyajian Bola

Menurut Kusno (2010), permukaan bola merupakan himpunan titik-titik di ruang yang mempunyai jarak terhadap pusat bola adalah konstan. Pendefinisian tersebut, apabila  $P(x, y, z)$  adalah sebarang titik pada bola yang berpusat pada  $O(0,0,0)$  maka bentuk persamaan bola adalah:

$$|\overline{OP}| = r \text{ atau } x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

dengan jari-jari bola bernilai real (konstan).

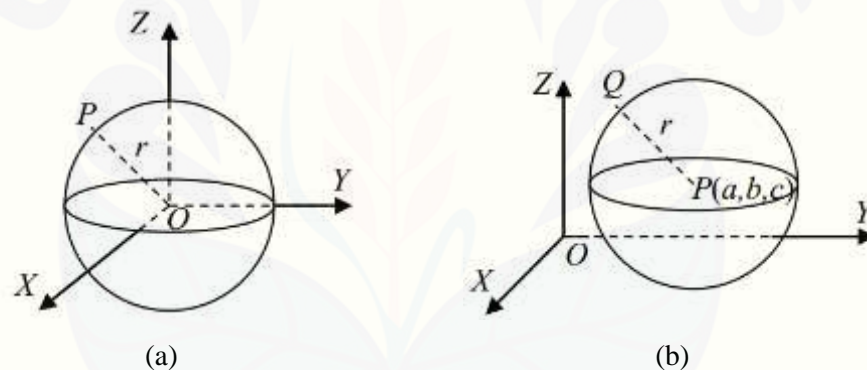
Diketahui pusat bola  $P(a, b, c)$ , maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$|\overline{PQ}| = r \text{ atau } (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2 \quad (2.14)$$

Berdasarkan sistem koordinat bola, maka persamaan yang diperoleh berbentuk:

$$B(\alpha, \theta) = (r \sin \alpha \cos \theta, r \sin \alpha \sin \theta, r \cos \alpha) \quad (2.15)$$

dengan  $0 \leq \alpha, \theta \leq 2\pi$ ,  $\alpha$  dan  $\theta$  adalah parameter,  $r$  adalah jari-jari.



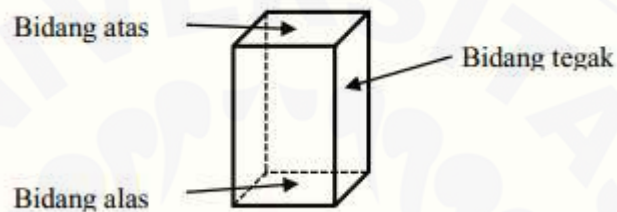
Gambar 2.7 Penyajian bola dengan pusat (a)  $P(0,0,0)$  dan (b)  $P(a, b, c)$

### 2.2.5 Penyajian Polihedron

Polihedron adalah suatu benda ruang tertutup yang dibatasi oleh bidang-bidang datar yang saling berpotongan. Potongan-potongan bidang disebut sisi polihedron, sedangkan segmen-segmen garis dari interseksi antara potongan-potongan bidang disebut rusuk. Polihedron dikatakan konveks, jika polihedron tersebut terletak pada sisi yang sama dari suatu bidang yang memuat sebarang salah satu sisi polihedron. Suatu polihedron biasanya dinamakan sesuai jumlah sisinya. Polihedron memiliki empat sisi disebut tetrahedron, polihedron memiliki lima sisi disebut pentahedron dan seterusnya (Kusno, 2014). Berikut penyajian polihedron balok dan prisma segidelapan.

### a) Penyajian Balok

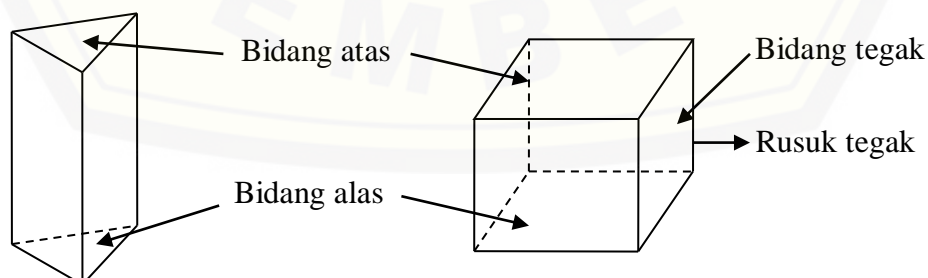
Menurut Kusno (2014), balok didefinisikan sebagai suatu bangun ruang yang dibatasi oleh enam persegi panjang yang mempunyai sisi berimpit dengan tepat satu sisi yang lain dan membentuk sudut siku-siku. Persegi panjang dikatakan kongruen jika sisi-sisinya sehadap. Bidang pada balok disebut bidang alas, bidang atas, dan bidang tegak. Jarak antara bidang alas dan bidang atas disebut dengan tinggi balok (Gambar 2.8).



Gambar 2.8 Penyajian balok

### b) Penyajian Prisma Segidelapan

Menurut Kusno (2009), prisma didefinisikan sebagai polihedron yang dibatasi oleh dua bidang sejajar dan beberapa bidang perpotongan dengan garis-garis potong sejajar. Dua bidang yang sejajar tersebut dinamakan bidang alas dan bidang atas, bidang-bidang perpotongan disebut dengan bidang tegak, sedangkan jarak antara bidang alas dan bidang atas disebut tinggi prisma. Prisma segiempat disebut juga balok (Gambar 2.9).



Gambar 2.9 Penyajian prisma dan bagiannya

Bidang alas dan bidang atas prisma mempengaruhi penamaan pada poligon prisma. Dikatakan prisma segienam beraturan jika bidang alas dan bidang atas berupa segienam beraturan. Sedangkan dikatakan prisma segidelapan beraturan jika bidang alas dan bidang atas berupa segidelapan beraturan (Gambar 2.10).

Misalkan diketahui segidelapan beraturan  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7,$  dan  $K_8$  dengan koordinat titik-titik sudut  $K_1(x_1, y_1, z_1), K_2(x_2, y_2, z_2), K_3(x_3, y_3, z_3), K_4(x_4, y_4, z_4), K_5(x_5, y_5, z_5), K_6(x_6, y_6, z_6), K_7(x_7, y_7, z_7),$  dan  $K_8(x_8, y_8, z_8)$  sebagai alas prisma. Dari data titik-titik tersebut dapat dikonstruksi prisma segidelapan beraturan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Menetapkan tiga titik  $K_1, K_2, K_3$  dan vektor  $\overrightarrow{K_1K_2}, \overrightarrow{K_3K_2}$  dengan

$$\overrightarrow{K_1K_2} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle,$$

$$\overrightarrow{K_3K_2} = \langle x_2 - x_3, y_2 - y_3, z_2 - z_3 \rangle.$$

2. Menghitung vektor normal bidang ( $\mathbf{n}_{a_u}$ ) alas menggunakan persamaan

$$\mathbf{n}_{a_u} = \left\langle \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \right\rangle = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle,$$

dengan

$$a = y_1(z_3 - z_2) + y_2(z_1 - z_3) + y_3(z_2 - z_1),$$

$$b = x_1(z_2 - z_3) + x_2(z_3 - z_1) + x_3(z_1 - z_2),$$

$$c = x_1(y_3 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1).$$

3. Mentranslasikan alas prisma dengan tinggi  $t$  sejajar  $\mathbf{n}_{a_u} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  sehingga didapatkan bidang atas prisma dengan titik sudut  $K_1', K_2', K_3', K_4', K_5', K_6', K_7',$  dan  $K_8'$  dengan persamaan (2.2) sehingga didapat:

$$\overrightarrow{OK_1'} = \overrightarrow{OK_1} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overrightarrow{OK_1'} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{OK_2'} = \overrightarrow{OK_2} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overrightarrow{OK_2'} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{OK_3'} = \overrightarrow{OK_3} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overrightarrow{OK_3'} = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overline{OK_4'} = \overline{OK_4} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overline{OK_4'} = \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overline{OK_5'} = \overline{OK_5} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overline{OK_5'} = \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overline{OK_6'} = \overline{OK_6} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overline{OK_6'} = \begin{pmatrix} x_6 \\ y_6 \\ z_6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overline{OK_7'} = \overline{OK_7} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overline{OK_7'} = \begin{pmatrix} x_7 \\ y_7 \\ z_7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

$$\overline{OK_8'} = \overline{OK_8} \mathbf{n}_{a_u} \Rightarrow \overline{OK_8'} = \begin{pmatrix} x_8 \\ y_8 \\ z_8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}.$$

4. Menginterpolasi segmen-segmen garis pada bidang alas dan bidang atas prisma menggunakan persamaan (2.19) sehingga didapatkan delapan bidang persegi dengan persamaan

$$S_{K_1 K_2 K_1' K_2'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_1 K_2}(u) + v \overline{K_1' K_2'}(u),$$

$$S_{K_2 K_3 K_2' K_3'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_2 K_3}(u) + v \overline{K_2' K_3'}(u),$$

$$S_{K_3 K_4 K_3' K_4'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_3 K_4}(u) + v \overline{K_3' K_4'}(u),$$

$$S_{K_4 K_5 K_4' K_5'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_4 K_5}(u) + v \overline{K_4' K_5'}(u),$$

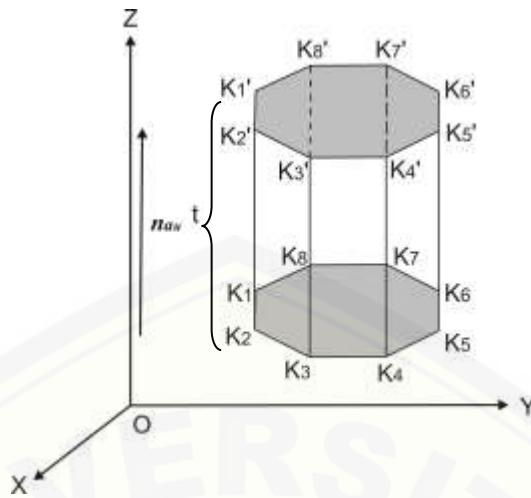
$$S_{K_5 K_6 K_5' K_6'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_5 K_6}(u) + v \overline{K_5' K_6'}(u),$$

$$S_{K_6 K_7 K_6' K_7'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_6 K_7}(u) + v \overline{K_6' K_7'}(u),$$

$$S_{K_7 K_8 K_7' K_8'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_7 K_8}(u) + v \overline{K_7' K_8'}(u),$$

$$S_{K_1 K_8 K_1' K_8'}(u, v) = (1 - v) \overline{K_1 K_8}(u) + v \overline{K_1' K_8'}(u).$$

dengan  $0 \leq u \leq 1$  dan  $0 \leq v \leq 1$ .



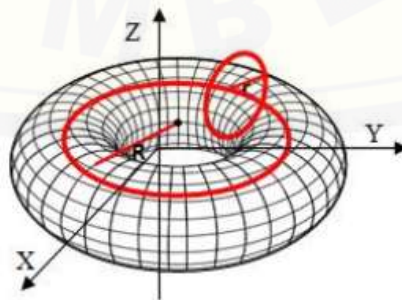
Gambar 2.10 Penyajian prisma segidelapan beraturan

### 2.2.6 Penyajian Torus

Torus adalah suatu permukaan yang tercipta akibat gerakan rotasi dari suatu lingkaran yang berputar dalam ruang dimensi tiga (dengan sumbu putar yang berada secara coplanar atau sebidang dengan lingkaran itu sendiri). Pada umumnya, sumbu putarnya tidak menyentuh lingkaran tersebut, sehingga akan membentuk suatu cincin atau torus (Kusno, 2009). Dari definisi tersebut kita dapatkan persamaan parametrik dari torus sebagai berikut:

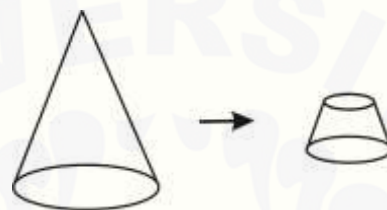
$$\begin{aligned}x(u, v) &= (R + r \cos v) \cos u, \\y(u, v) &= (R + r \cos v) \sin u, \\z(u, v) &= r \sin v\end{aligned}\tag{2.16}$$

dimana  $0 \leq u, v \leq 2\pi$ ,  $R$  adalah jarak antara pusat torus dan pusat lingkaran (tube) dan  $r$  adalah radius dari lingkaran yang diputar (tube).

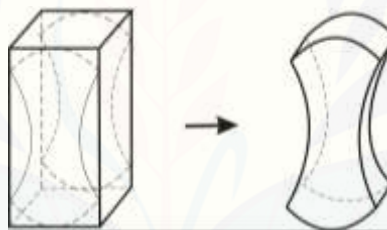
Gambar 2.11 Penyajian torus dengan  $R$  jarak antar pusat torus

### 2.3 Deformasi

Menurut Emerald (2018), deformasi adalah suatu teknik mengkonstruksi benda dengan mengubah bentuk (tampak luar) atau ukuran (panjang, lebar, tinggi, jari-jari, luas, volume) suatu benda. Terdapat dua deformasi, yaitu deformasi sebagian dan juga deformasi total. Deformasi sebagian adalah mengubah bentuk (sebagian) atau ukuran (sebagian) sehingga sebuah bentuk yang dihasilkan tetap sebangun, sedangkan deformasi total adalah mengubah semua bentuk dan ukuran suatu benda sehingga bentuk yang dihasilkan berbeda dari bentuk sebelumnya.



(a) Deformasi sebagian



(b) Deformasi total

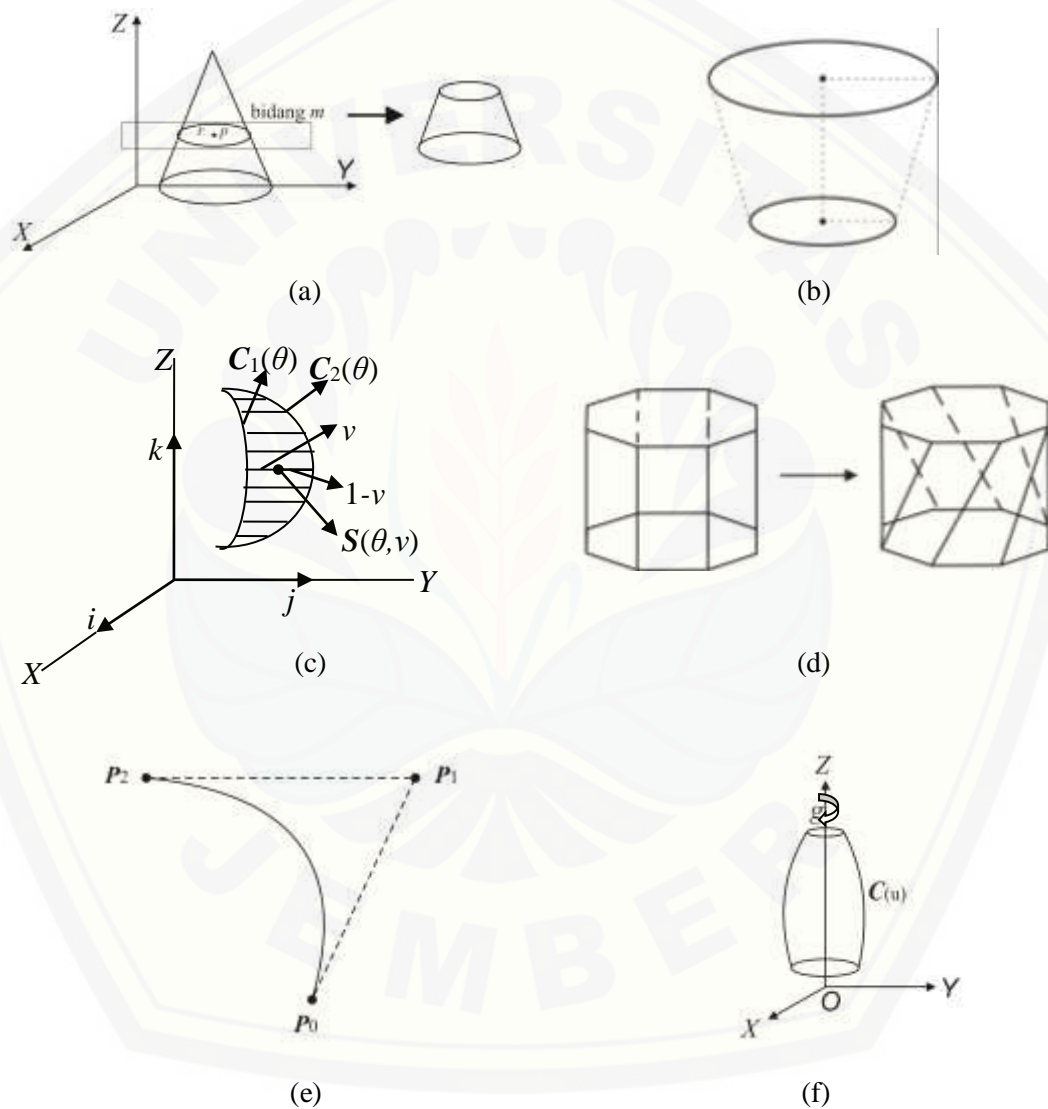
Gambar 2.12 Deformasi

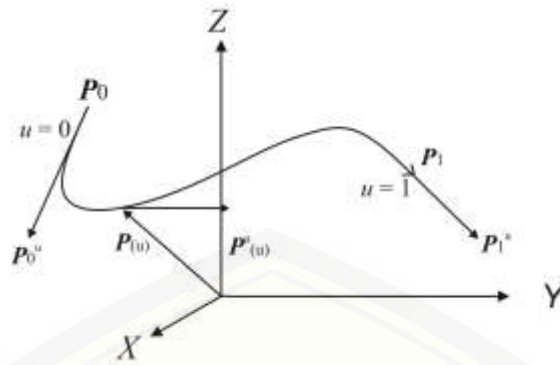
Macam-macam teknik deformasi yaitu:

1. Memotong ( interseksi ) : memotong suatu benda dengan menggunakan bidang (Gambar 2.13a).
2. Dilatasi : teknik transformasi yang mengubah ukuran (memperbesar atau memperkecil) suatu benda (Gambar 2.13b).
3. Interpolasi : teknik yang digunakan untuk membentuk suatu bidang atau permukaan kearah vertikal, horizontal atau miring sehingga didapat kurva yang dapat mendefinisikan suatu objek (Gambar 2.13c).
4. Memuntir : teknik interpolasi garis yang ditarik secara berlawanan arah jarum jam, ke kanan dan ke kiri sehingga terlihat seperti puntiran (Gambar 2.13d).



5. Kurva Bezier : kurva Bezier adalah kurva berparameter yang sering digunakan dalam grafika komputer dan bidang yang berkaitan (Gambar 2.13e).
6. Memutar kurva : menentukan titik awal dan arah sesuai dengan bentuk yang ingin dibuat (Gambar 2.13f).
7. Kurva Hermit : kurva hermit adalah kurva yang diperoleh dari koefisien aljabar dan fungsi faktorial (Gambar 2.13g).





(g)

Gambar 2.13 Teknik deformasi

## 2.4 Penyajian Kurva dan Permukaan Bezier

Kurva Bezier derajat- $n$   $C(u)$  dinyatakan dalam bentuk parametrik pada persamaan (2.17) (Kusno, 2019)

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(u), \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (2.17)$$

dengan:

$$B_i^n(u) = C_i^n (1-u)^{n-i} u^i,$$

$$C_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!},$$

$P_i$  = koefisien geometri / titik kontrol kurva  $C(u)$ .

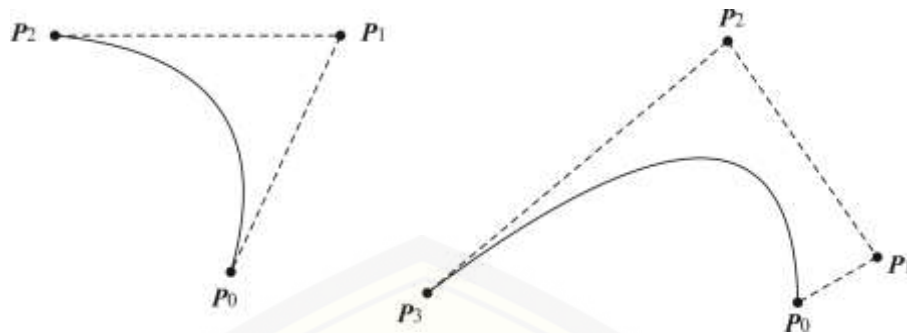
Jika  $n = 2$ , akan dihasilkan kurva Bezier kuadratik dengan persamaan parametrik (Gambar 2.14a):

$$C(u) = (1-u)^2 P_0 + 2(1-u)u P_1 + u^2 P_2,$$

sedangkan untuk  $n = 3$  didapatkan empat titik kontrol yaitu  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ , dan  $P_3$  sehingga persamaan parametrik kurva Bezier kubiknya adalah (Gambar 2.14b):

$$C(u) = (1-u)^3 P_0 + 3(1-u)^2 u P_1 + 3(1-u)u^2 P_2 + u^3 P_3.$$

Pemaparan persamaan kurva Bezier berderajat  $n = 2$  dan  $n = 3$  dapat dilihat pada (Lampiran A).



(a) Kurva Bezier kuadratik (b) Kurva Bezier kubik

Gambar 2.14 Kurva Bezier

Permukaan Bezier pada prinsipnya identik dengan kurva Bezier. Permukaan Bezier  $S(u,v)$  derajat  $m$  dan  $n$  dinyatakan dalam bentuk parametrik berikut (Gambar 2.15):

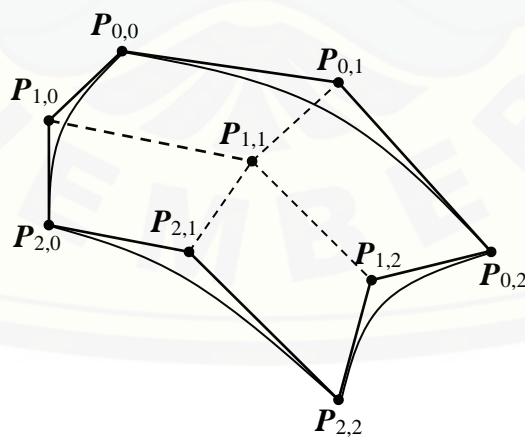
$$S(u,v) = \sum_{i,j=0}^{m,n} P_{ij} B_i^m(u) B_j^n(v), \quad 0 \leq u,v \leq 1 \quad (2.18)$$

dengan:

$$B_i^m(u) = \frac{m!}{i!(m-i)!} (1-u)^{m-1} u^i,$$

$$B_j^n(v) = \frac{n!}{j!(n-j)!} (1-v)^{n-1} v^j,$$

$P_{ij}$  = koefisien geometri / titik kontrol permukaan  $S(u,v)$ .



Gambar 2.15 Permukaan bezier dengan  $m = 2$  dan  $n = 2$

## 2.5 Transformasi Dilatasi

Dilatasi merupakan suatu transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu ( $k$ ) terhadap suatu titik tertentu yang disebut sebagai pusat dilatasi. Dilatasi juga diartikan sebagai teknik transformasi yang mengubah ukuran (memperbesar atau memperkecil) suatu benda.

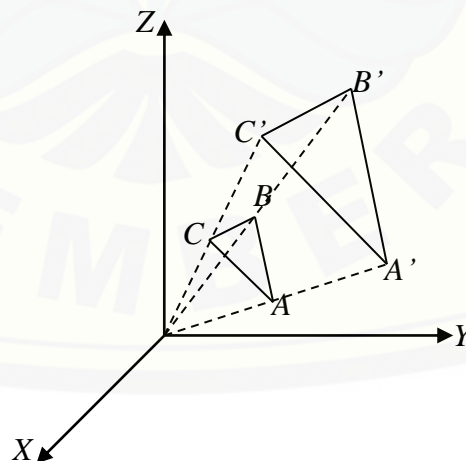
Menurut Kusno (2009), bentuk formula dari transformasi dilatasi yang memetakan titik  $P(x,y,z)$  ke  $P'(x',y',z')$  seperti pada persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1x \\ k_2y \\ k_3z \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

dengan  $k_1, k_2, k_3$  bilangan real.

Persamaan tersebut diperoleh pemilihan harga  $k_1$  memaparkan skala ke arah sumbu  $X$ ,  $k_2$  ke arah sumbu  $Y$  dan  $k_3$  memaparkan skala ke arah sumbu  $Z$ . Jika  $k_1 = k_2 = k_3$ , maka peta obyek yang didapat sebangun dengan obyek aslinya (mungkin diperbesar, diperkecil atau tetap).

Misalkan segitiga  $ABC$  dengan titik-titik sudut  $A(x_1,y_1,z_1)$ ,  $B(x_2,y_2,z_2)$  dan  $C(x_3,y_3,z_3)$  didilatasikan dengan faktor pengali  $k > 1$ , sehingga didapatkan segitiga bayangan  $A'B'C'$  dengan titik-titik sudut  $A'(kx_1,ky_1,kz_1)$ ,  $B'(kx_2,ky_2,kz_2)$  dan  $C'(kx_3,ky_3,kz_3)$  seperti terlihat pada Gambar 2.16.



Gambar 2.16 Dilatasi dengan  $k > 1$

## 2.6 Interpolasi antara Segmen Garis dan Kurva di Ruang

Misalkan dua segmen garis  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$  didefinisikan masing-masing oleh titik  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ ,  $C(x_3, y_3, z_3)$  dan  $D(x_4, y_4, z_4)$  dalam bentuk parametrik  $C_1(u)$  dan  $C_2(u)$ , maka permukaan parametrik hasil interpolasi linier kedua segmen garis tersebut diformulasikan sebagai berikut:

$$S(u, v) = (1 - v)C_1(u) + vC_2(u), \quad (2.20)$$

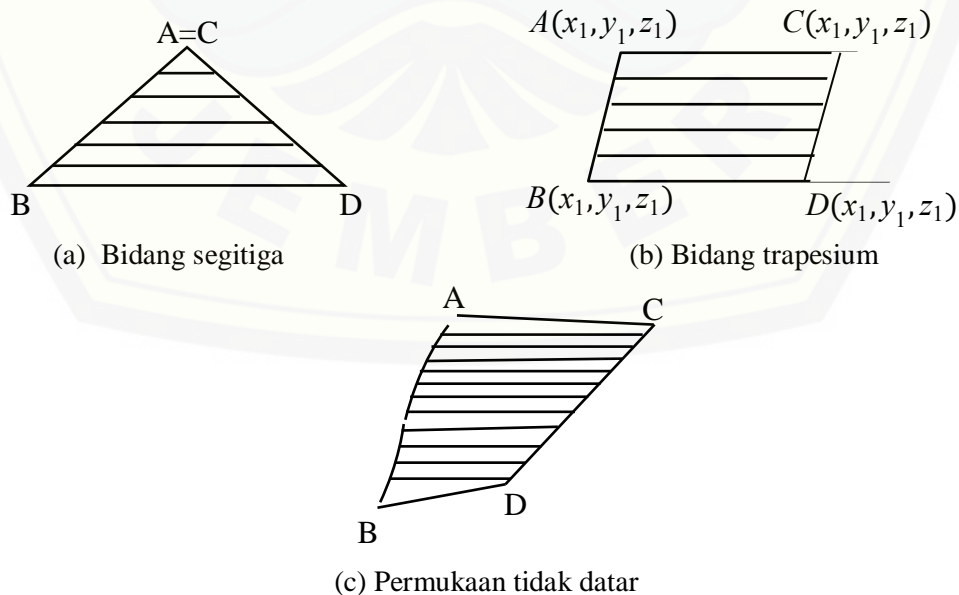
dengan  $0 \leq u \leq 1$  dan  $0 \leq v \leq 1$ .

Menurut Astuti (2014), persamaan (2.20) menimbulkan kasus khusus untuk interpolasi linier kedua garis tersebut. Jika  $A=C$  maka hasil interpolasi persamaan (2.20) akan menghasilkan bidang segitiga (Gambar 2.17a). Sedangkan jika  $\overline{AB} // \overline{CD}$  maka secara umum akan membentuk bidang segi empat (Gambar 2.17b). Jika bidang tersebut dibentuk dari interpolasi dua garis yang bersilangan maka menghasilkan permukaan tidak datar (dapat melengkung ataupun terjadi puntiran di sebagian permukaan tersebut) (Gambar 2.17c).

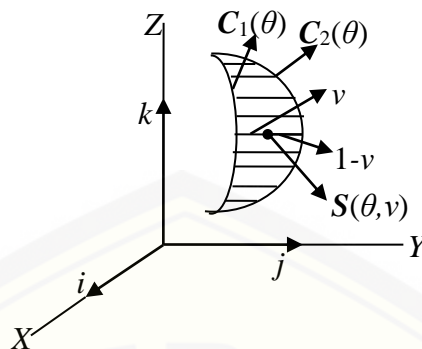
Kasus khusus tersebut dapat membangun permukaan lengkung hasil interpolasi kurva ruang melalui persamaan berikut:

$$S(\theta, v) = (1 - v)C_1(\theta) + vC_2(\theta), \quad (2.20)$$

dengan  $C_1(\theta)$  dan  $C_2(\theta)$  merupakan kurva batas ke arah  $\theta$  permukaan lingkaran atau elips (Gambar 2.18).



Gambar 2.17 Contoh kasus khusus interpolasi linier dua segmen garis



Gambar 2.18 Interpolasi Linier pada Kurva

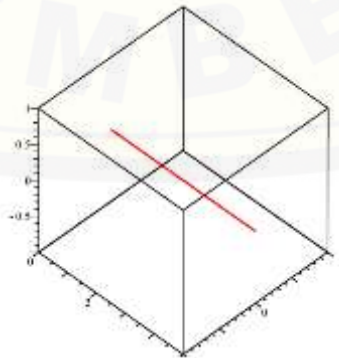
## 2.7 Konstruksi Objek Dasar Geometri pada Program Maple 18

Subbab ini akan disajikan beberapa contoh konstruksi objek-objek dasar geometri dengan menggunakan *software* Maple 18. Berikut adalah contoh pemrogramannya.

### 2.7.1 Penyajian Segmen Garis

Untuk membuat segmen garis menggunakan maple, dapat menggunakan persamaan (2.1) dengan memberikan nilai  $(x_1, y_1, z_1)$  dan  $(x_2, y_2, z_2)$  sebagai posisi titik ujung segmen garis di ruang. Misalkan diketahui titik-titik ujung  $A(0,0,0)$  dan  $B(0,5,0)$  akan dibuat suatu segmen garis  $m$  (Gambar 2.19). Berikut ini contoh *script* program Maple 18.

```
> m := spacecurve([(1-t)*0+t*0, (1-t)*0+t*5, (1-t)*0+t*0], t=0..1,
color=red);
> display(m);
```

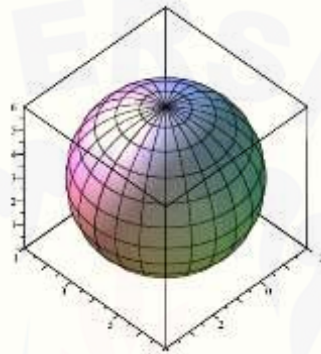


Gambar 2.19 Segmen Garis

### 2.7.2 Penyajian Bola

Untuk membuat bola dapat menentukan jari-jari dan titik pusatnya. Misalkan akan dibentuk bola  $OP$  dengan pusat di  $A(0,0,0)$  dan jari-jari sepanjang 4 satuan (Gambar 2.20). Berikut ini contoh *script* program Maple 18.

```
>OP:=plot3d([3*sin(v)*cos(u)+1,3*sin(v)*sin(u)+4,3*cos(v)+3],u=0..
2*Pi, v=0..2*Pi),
>Axes=framed,scaling=constrained,labels=[x,y,z]:
>display(A);
```

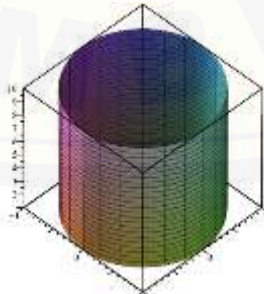


Gambar 2.20 Penyajian Bola

### 2.7.3 Penyajian Tabung

Untuk membangun selimut tabung dengan menentukan jari-jari dan tinggi tabung. Misalkan akan dibentuk tabung dengan jari-jari sepanjang 2 satuan dan tinggi 6 satuan (Gambar 2.21). Berikut ini contoh *script* program Maple 18.

```
>ta:=plot3d([(1-v)+1*v)*cos(u),((1-v)+1*v)*sin(u),((1-v)+10*v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
>Axes= framed, scaling=constrained,labels=[x,y,z]:
>display(ta);
```

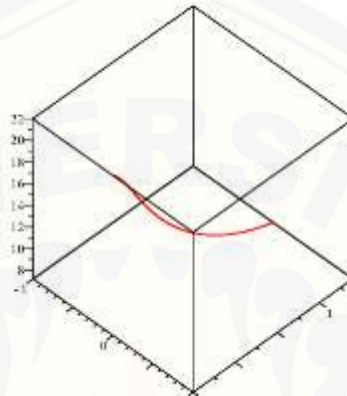


Gambar 2.21 Penyajian Selimut Tabung

### 2.7.4 Penyajian Kurva Bezier

Untuk membangun sebuah kurva Bezier, misalkan diberikan tiga titik yaitu  $P_0(4,0,8)$ ,  $P_1(5,0,7)$ ,  $P_2(5,0,7)$ . Berikut ini contoh *script* program Maple 18.

```
>p:=spacecurve([4*(1-t)^3+5*2*(1-t)*t+t^2*0,0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0,8*(1-t)+7*2*(1-t)^t+t^2*7],t=0..1,color=red);
>display(p);
```



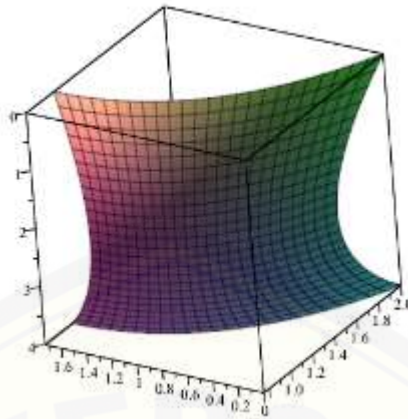
Gambar 2.22 Kurva Bezier

### 2.7.5 Penyajian Permukaan Bezier

Untuk membangun permukaan Bezier misalnya permukaan Bezier  $pq$ , seperti ditunjukkan pada Gambar 2.23. Berikut ini contoh *script* program Maple 18.

```
>pq:=plot3d([(1-v)^2*((1-t)^2*sqrt(3)+(2*(1-t))*t/sqrt(3)
+t^2*0)+(2*(1-v))*v*((1/2)*(1-t)^2*sqrt(3)+(1/6)*(2*(1-
t))*t*sqrt(3)+t^2*0)+v^2*((1-t)^2*sqrt(3)+(2*(1-t))*t/
sqrt(3)+t^2*0),(1-v)^2*((1-t)^2+(2*(1-t))*t+2*t^2)+(2*(1-
v))*v*((1/2)*(1-t)^2+(1/2)*(2*(1-t))*t+t^2)+v^2*((1-t)^2+(2*(1-
t))*t+2*t^2),(1-v)*((1-t)^2*0+(2*(1-t))*t*0+t^2*0)+(2*(1-
v))*v*(2*(1-t)^2+2*(2*(1-t))*t+2*t^2)+v^2*(4*(1-t)^2+4*(2*(1-
t))*t+4*t^2)],t=0..1,v=0..1):
>Axes=framed, scaling=constrained, labels=[x,y,z]:
>display(pq);
```



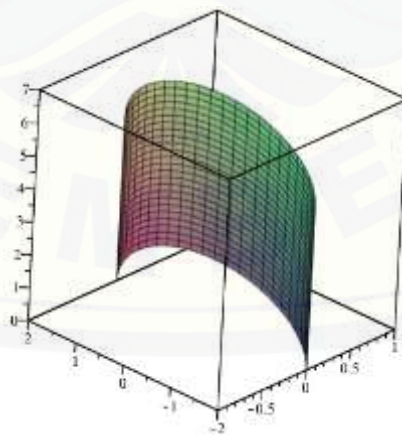


Gambar 2.23 Permukaan Bezier

### 2.7.6 Penyajian Interpolasi antara Dua Kurva

Untuk membuat interpolasi antara dua kurva, misalkan diberi nama  $kl$  seperti ditunjukkan pada Gambar 2.24. Kurva pertama berupa setengah lingkaran berpusat di  $(0,0,0)$  sedangkan kurva kedua berupa lingkaran berpusat di  $(0,5,0)$  dengan jari-jari masing-masing 2 satuan. Berikut ini contoh *script* program Maple 18.

```
>kl:=plot3d([(1-v)*2*cos(t)+v*(2*cos(-t)),(1-v)*2*sin(t)+v*(2*sin(t)+5),0],v=0..1,t=0..Pi):
>Axes=framed, scaling=constrained,labels=[x,y,z]:
>display(r);
```

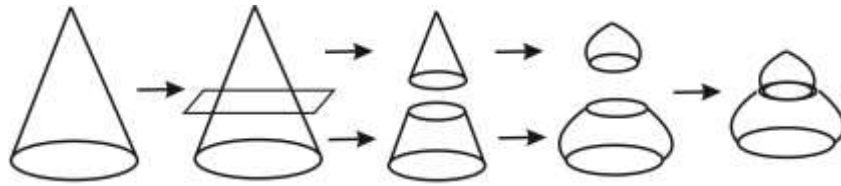


Gambar 2.24 Interpolasi antara Dua Kurva

### BAB 3. METODE PENELITIAN

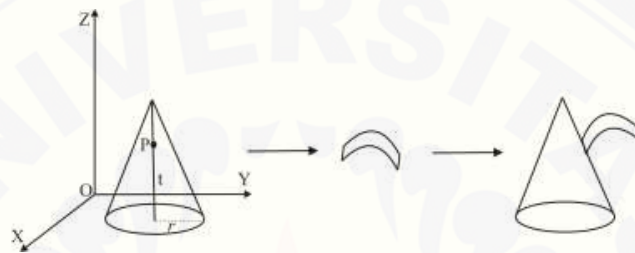
Berdasarkan rumusan masalah pada Subbab 1.2 dan hasil kajian tinjauan pustaka pada Bab 2, untuk menyelesaikan permasalahan tersebut diuraikan beberapa metode penelitian sebagai berikut.

- a. Menentukan data awal berupa kerucut, tabung, bola, prisma segidelapan, balok, dan torus, untuk model *end cup* dan *hook* dengan ketentuan sebagai berikut:
  1. Kerucut bagian bawah dengan jari-jari  $r_1 = 1$  cm dan tinggi  $t_1 = 2$  cm dengan interval  $0,5 \leq t_1 \leq 1,5$  cm, untuk bagian atas dengan jari-jari  $r_2 = 0,5$  cm dan tinggi  $t_2 = 1$  cm dengan interval  $0,5 \leq t_2 \leq 1$  cm.
  2. Tabung bagian mahkota *end cup* dengan tinggi  $t = 2$  cm dan jari-jari  $r = 1,5$  cm dengan interval  $0,5 \leq r \leq 1,5$  cm, bagian kepala *end cup* dengan jari-jari  $r = 4$  cm dan tinggi  $t = 6$  cm dengan interval  $5 \leq t \leq 7$  cm, bagian leher *end cup* dengan jari-jari  $r = 1,5$  cm dan tinggi  $t = 3$  cm dengan interval  $1,5 \leq t \leq 4$  cm, untuk bagian pengait *hook* dengan jari-jari  $r = 0,5$  cm dan tinggi  $t = 4$  cm dengan interval  $2 \leq t \leq 4$  cm.
  3. Bola bagian mahkota *end cup* dengan jari-jari  $r = 1$  cm, bagian kepala *end cup* dengan jari-jari  $r = 4$  cm.
  4. Prisma segidelapan dengan panjang  $p = 8$  cm dan tinggi  $t = 6$  cm dengan interval  $5 \leq t \leq 7$  cm.
  5. Balok bagian dudukan layer pertama  $p = 4$  cm,  $l = 1$  cm,  $t = 6$  cm dengan interval  $5 \leq t \leq 7$  cm dan bagian layer kedua  $p = 2$  cm,  $l = 1$  cm,  $t = 4$  cm dengan interval  $3 \leq t \leq 5$  cm.
  6. Torus dengan jari-jari luar  $R = 1$  cm dan jari-jari dalam  $r = 0,5$  cm.
- b. Memodelkan data sehingga menjadi bentuk komponen *end cup*.
  1. Modelisasi bagian mahkota *end cup* dengan menggunakan benda geometri kerucut, tabung, dan bola sebagai berikut:
    - (i) Memotong kerucut menjadi dua bagian dengan bidang yang sejajar alas dan mendeformasi dengan kurva Bezier (Gambar 3.1).



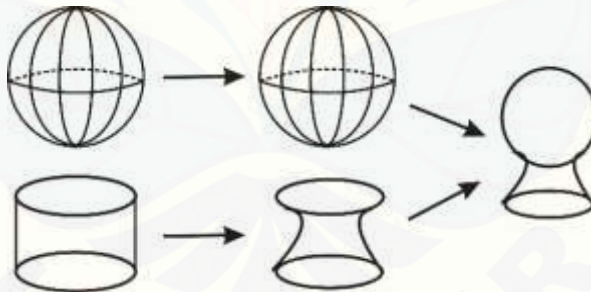
Gambar 3.1 Deformasi kerucut

- (ii) Menggabungkan kurva Bezier dengan bangun kerucut pada  $\frac{3}{4}t$  (Gambar 3.2).



Gambar 3.2 Deformasi penggabungan kurva Bezier dan kerucut

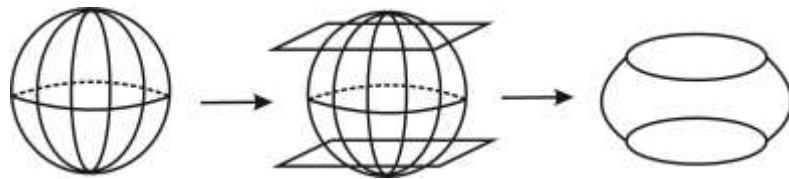
- (iii) Mendeformasi tabung dengan kurva Bezier dan menggabungkan bola dengan deformasi tabung (Gambar 3.3):



Gambar 3.3 Deformasi tabung dan bola

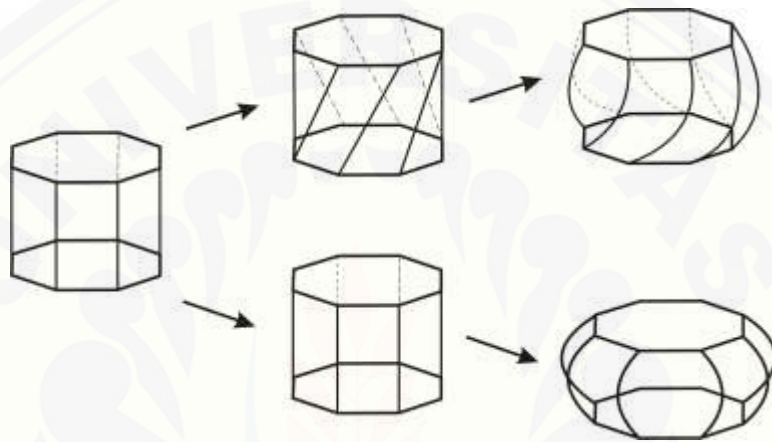
2. Modelisasi bagian kepala *end cup* dengan menggunakan benda geometri bola, prisma segidelapan beraturan, dan tabung sebagai berikut:

- (i) Memotong bola dibagian atas dan bawah dengan menggunakan bidang datar dan mendeformasi dengan kurva Bezier (Gambar 3.4).



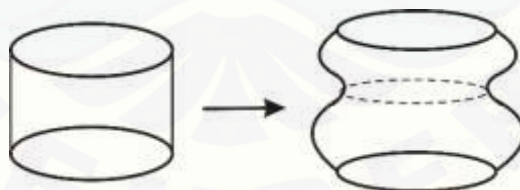
Gambar 3.4 Deformasi bola

- (ii) Memutar prisma segidelapan dan memberikan kelengkungan oleh kurva Bezier pada sisi tegak prisma (Gambar 3.5).



Gambar 3.5 Deformasi prisma segidelapan

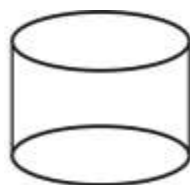
- (iii) Membagi tabung menjadi tiga bagian dan memberikan kelengkungan dengan menggunakan kurva Bezier (Gambar 3.6).



Gambar 3.6 Deformasi tabung

### 3. Modelisasi bagian leher *end cup*.

Membuat desain leher *end cup* dengan menggunakan benda dasar tabung (Gambar 3.7).



Gambar 3.7 Tabung

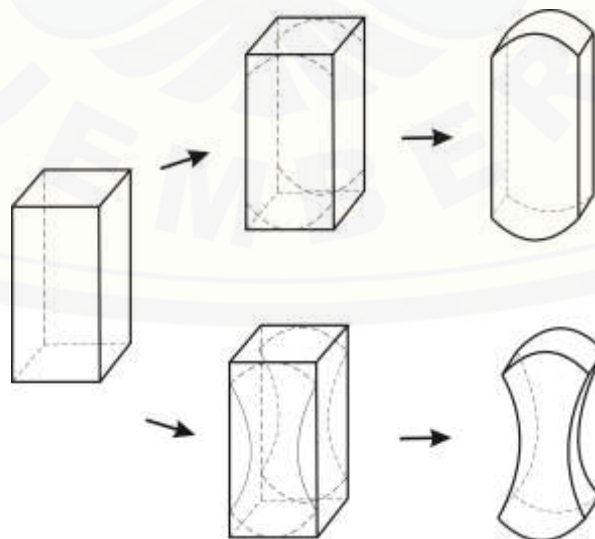
- c. Penggabungan seluruh komponen *end cup*.
1. Membangun satu sumbu pemodelan sejajar sumbu Z untuk merangkai hasil modelisasi komponen mahkota, kepala, dan leher *end cup*.
  2. Membagi sumbu pemodelan menjadi tiga bagian yaitu a:b:c dengan perbandingan 1:2:1.
  3. Mengisi setiap bagian dengan benda-benda hasil deformasi yang bersesuaian (Gambar 3.8).



Gambar 3.8 Hasil penggabungan membentuk variasi *end cup*

- d. Memodelkan data sehingga menjadi bentuk komponen *hook*.
1. Modelisasi dudukan *hook*

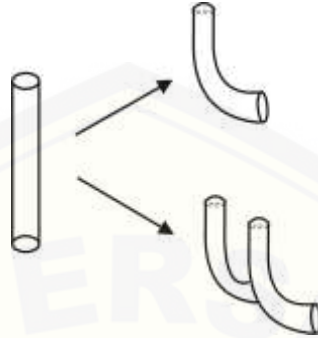
Membuat desain dudukan *hook* dengan menggunakan benda dasar balok kemudian dideformasi dengan teknik Kurva Bezier dan Interpolasi (Gambar 3.9).



Gambar 3.9 Deformasi balok

2. Modelisasi bagian pengait *hook*.

Membuat desain pengait *hook* dengan menggunakan benda dasar seperempat torus, tabung, dan bola (Gambar 3.10).



Gambar 3.10 Deformasi seperempat torus, tabung, dan bola

e. Penggabungan seluruh komponen *hook*.

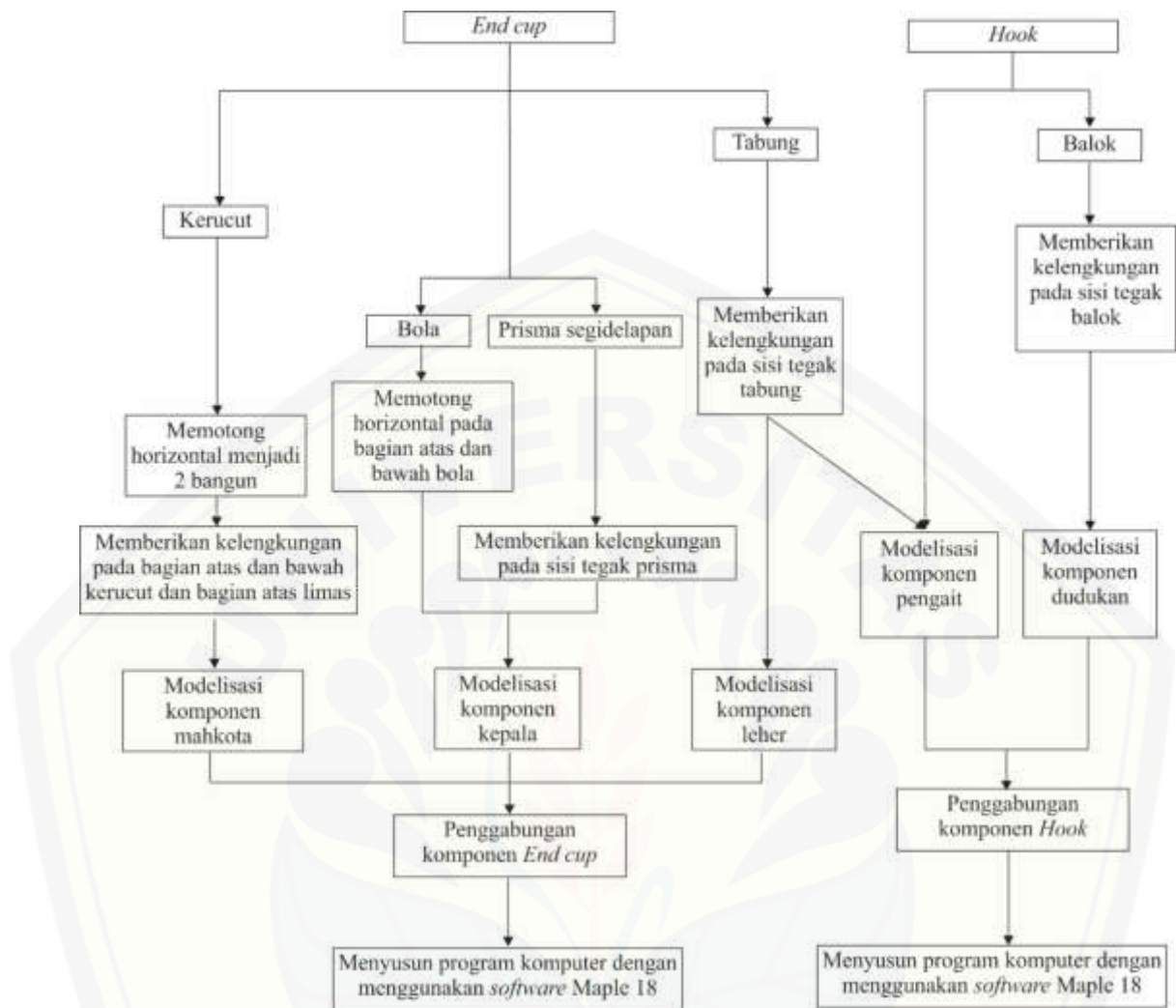
1. Membangun satu sumbu pemodelan sejajar sumbu  $Y$  untuk merangkai hasil modelisasi komponen dudukan dan pengait *hook*.
2. Mengisi setiap bagian dengan benda-benda hasil deformasi yang bersesuaian (Gambar 3.11).



Gambar 3.11 Hasil penggabungan membentuk variasi *hook*

f. Penyusunan program dengan menggunakan *software* Maple 18.

Untuk lebih jelasnya mengenai metode penelitian tersebut dapat dilihat pada skema (Gambar 3.12).

Gambar 3.12 Skema metode penelitian *end cup* dan *hook*

## BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan pada Bab 4, maka didapatkan kesimpulan untuk membangun pola atau model *end cup* dan *hook* sebagai berikut.

- a. Bagian mahkota *end cup* dimodelisasi dengan teknik deformasi memotong, memutar kurva, dan interpolasi, bagian kepala menggunakan teknik memotong, memuntir, dan interpolasi, sedangkan bagian leher menggunakan tabung. Variasi *end cup* yang diperoleh yaitu 160 model.
- b. Bagian dudukan *hook* dimodelisasi dengan teknik deformasi memotong dan interpolasi, sedangkan bagian pengait menggunakan teknik memotong. Variasi *hook* yang diperoleh yaitu delapan model.
- c. Model *end cup* dan *hook* dapat divisualisasikan dengan *software* Maple 18.

### 5.2 Saran

Pada skripsi ini telah mendapatkan pola atau model modelisasi komponen penyusun *end cup* dan *hook* maupun perangkaian komponen penyusun pada satu sumbu pemodelan untuk menghasilkan bentuk yang utuh. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya metode ini dapat dikembangkan lagi dengan menggunakan lebih dari satu sumbu pemodelan dan menggunakan kurva Hermit agar diperoleh hasil kontinu. Selain itu, dapat ditawarkan pemilihan variasi *end cup* dan *hook* yang berpasangan agar terlihat selaras dan relief yang lebih bervariasi untuk modifikasi pada permukaan putar kurva.



**DAFTAR PUSTAKA**

- Astuti, P., dan Kusno. 2012. Desain Komponen Rak Penataan Barang dengan Kurva dan Permukaan Parametrik. *Jurnal ILMU DASAR*. 13(1): 31-40.
- Astuti, P. 2014. Desain Rak Penataan Barang dengan Kurva dan Permukaan Tipe Natural, Hermit, dan Bezier Kuadratik. *Tesis*. Jember : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Emeralda, M. H. 2018. Modelisasi Tugu Dengan Penggabungan Benda Geometri Dan Kurva Bezier. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Juhari dan E. Octafiatiningsih. 2015. Penerapan Kurva Bezier Karakter Simetrik dan Putar pada Model Kap Lampu Duduk Mengguakan Maple. *Cauchy*. 4(1): 28-34.
- Kusno. 2002. *Geometri Rancang Bangun Studi Aljabar Vektor Garis, Lingkaran dan Ellips*. Jember: Jurusan matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Kusno. 2009. *Geometri Rancang Bangun Studi Tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Kusno. 2010. *Geometri Rancang Bangun Studi Tentang Desain dan pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Jember University Press.
- Kusno. 2014. *Geometri*. Jember: Jember University Press.
- Kusno. 2019. Construction of Regular Developable Bezier Patches. *Journal Mathematical and Computational Applications*. 4(24): 1-13.
- Kusno, I. H. Agustin, dan I. Halikin. 2019. On The Modeling of The Object Surface Reliefs of Marble Handicrafts Using Quartic Curves and Circles. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 243012017.

Triadi, M. B. F., Bagus, J., dan Firdaus, U. 2020. Aplikasi Kurva Bezier pada Desain Botol Minuman. *Jurnal MIMS*. 20(1): 1-8.



## LAMPIRAN

Lampiran A. Nilai-nilai untuk  $B_i^n$ A.1 Kurva Bezier  $n = 2$ 

$$\begin{aligned} B_0^2(u) &= C_0^2(1-u)^{2-0} \cdot u^0 \\ &= \frac{2!}{0!(2-0)!} (1-u)^2 \\ &= (1-u)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1^2(u) &= C_1^2(1-u)^{2-1} \cdot u^1 \\ &= \frac{2!}{1!(2-1)!} (1-u) \cdot u \\ &= 2t(1-t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_2^2(u) &= C_2^2(1-u)^{2-2} \cdot u^2 \\ &= \frac{2!}{2!(2-2)!} u^2 \\ &= u^2 \end{aligned}$$

A.2 Kurva Bezier  $n = 3$ 

$$\begin{aligned} B_0^3(u) &= C_0^3(1-u)^{3-0} \cdot u^0 \\ &= \frac{3!}{0!(3-0)!} (1-u)^3 \\ &= (1-u)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1^3(u) &= C_1^3(1-u)^{3-1} \cdot u^1 \\ &= \frac{3!}{1!(3-1)!} (1-u)^2 \cdot u \\ &= 3t(1-u)^2 \end{aligned}$$

$$B_2^3(u) = C_2^3(1-u)^{3-2} \cdot u^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3!}{2!(3-2)!} (1-u).u^2 \\
 &= 3u^2(1-u) \\
 B_3^3(u) &= C_3^3(1-u)^{3-3}.u^3 \\
 &= \frac{3!}{3!(3-3)!} u^3 \\
 &= u^3
 \end{aligned}$$

### Lampiran B. Modelisasi Komponen Penyusun *End cup* dan *Hook*

```

> restart; with(plots):
# Fungsi Bezier
> Bezier1 := (p0,p1,t) -> t*p0 + (1-t)*p1;
Bezier2 := (p0,p1,p2,t) -> t^2*p0 + 2*t*(1-t)*p1 + (1-t)^2*p2;

# Ukuran Prisma Poli-8
> s := 2;
pa := s/2;
pd := sqrt(s^2/2);
pb := pa + pd;
pc := sqrt(pa^2 + pb^2);
pf := pa + 3*pd/4;
pg := pb * pf / pa;
ph := sqrt(pf^2 + pg^2);

```

#### B.1 Variasi Bentuk Potongan Kerucut

```

# Deformasi Pola Cembung Kerucut (Variasi 1)
> dm1a := plot3d([Bezier2(1,1.5,0.5,v)*cos(u),
Bezier2(1,1.5,0.5,v)*sin(u), Bezier2(6,6.5,7.5,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> dm1b := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,0,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,0,v)*sin(u), Bezier2(7.5,8,9,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> dm1 := dm1a,dm1b:
> display([dm1], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

```
# Deformasi Pola Cembung Kerucut (Variasi 2)
```

```
> dm1c := plot3d([Bezier2(2,2.5,0.5,v)*cos(u),  
Bezier2(2,2.5,0.5,v)*sin(u), Bezier2(8,8.5,7.5,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1d := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,0,v)*cos(u),  
Bezier2(0.5,0.75,0,v)*sin(u), Bezier2(7.5,8,9,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1 := dm1c,dm1d:  
> display([dm1], style=surface, lightmodel=light2,  
scaling=constrained, axes=boxed);
```

```
# Deformasi Pola Cembung Kerucut (Variasi 3)
```

```
> dm1e := plot3d([Bezier2(2,2.5,0.5,v)*cos(u),  
Bezier2(2,2.5,0.5,v)*sin(u), Bezier2(8,8.5,7.5,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1f := plot3d([Bezier2(0.5,1.75,0,v)*cos(u),  
Bezier2(0.5,1.75,0,v)*sin(u), Bezier2(7.5,8,9,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1 := dm1e,dm1f:  
> display([dm1], style=surface, lightmodel=light2,  
scaling=constrained, axes=boxed);
```

```
# Deformasi Pola Cembung Kerucut (Variasi 4)
```

```
> dm1g := plot3d([Bezier2(1,1.5,0.5,v)*cos(u),  
Bezier2(1,1.5,0.5,v)*sin(u), Bezier2(6,6.5,7.5,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1h := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,0,v)*cos(u),  
Bezier2(0.5,0.75,0,v)*sin(u), Bezier2(7.5,6.5,8,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1 := dm1g,dm1h:  
> display([dm1], style=surface, lightmodel=light2,  
scaling=constrained, axes=boxed);
```

```
# Deformasi Pola Cembung Kerucut (Variasi 5)
```

```
> dm1i := plot3d([Bezier2(1,1.5,0.5,v)*cos(u),  
Bezier2(1,1.5,0.5,v)*sin(u), Bezier2(6,6.5,7.5,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1j := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,0,v)*cos(u),  
Bezier2(0.5,0.75,0,v)*sin(u), Bezier2(7.5,8,8,v)],  
u=0..2*Pi, v=0..1):  
> dm1 := dm1i,dm1j:  
> display([dm1], style=surface, lightmodel=light2,  
scaling=constrained, axes=boxed);
```

## B.2 Variasi Pola Perputaran Bezier Kerucut

# Pola Perputaran Bezier Kerucut (Variasi 1)

```
> dm3a := plot3d([Bezier1(1,0,v)*cos(u),
Bezier1(1,0,v)*sin(u), Bezier1(6,8,v)], u=0..2*Pi,
v=0..1):
> dm3b := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(7,8,7,v)],
u=0..Pi/6, v=0..1):
> dm3c := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(7,8,7,v)],
u=2*Pi/6..3*Pi/6, v=0..1):
> dm3d := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(7,8,7,v)],
u=4*Pi/6..5*Pi/6, v=0..1):
> dm3e := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(7,8,7,v)],
u=Pi..7*Pi/6, v=0..1):
> dm3f := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(7,8,7,v)],
u=8*Pi/6..9*Pi/6, v=0..1):
> dm3g := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(7,8,7,v)],
u=10*Pi/6..11*Pi/6, v=0..1):
> dm3 := dm3a,dm3b,dm3c,dm3d,dm3e,dm3f,dm3g:
> display([dm3], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Pola Perputaran Bezier Kerucut (Variasi 2)

```
> dm3h := plot3d([Bezier1(1,0,v)*cos(u),
Bezier1(1,0,v)*sin(u), Bezier1(6,8,v)], u=0..2*Pi,
v=0..1):
> dm3i := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(6,8,6,v)],
u=0..Pi/6, v=0..1):
> dm3j := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(6,8,6,v)],
u=2*Pi/6..3*Pi/6, v=0..1):
> dm3k := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(6,8,6,v)],
u=4*Pi/6..5*Pi/6, v=0..1):
> dm3l := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(6,8,6,v)],
u=Pi..7*Pi/6, v=0..1):
```

```

> dm3m := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(6,8,6,v)],
u=8*Pi/6..9*Pi/6, v=0..1):
> dm3n := plot3d([Bezier2(0.5,0.75,1,v)*cos(u),
Bezier2(0.5,0.75,1,v)*sin(u), Bezier2(6,8,6,v)],
u=10*Pi/6..11*Pi/6, v=0..1):
> dm3 := dm3h,dm3i,dm3j,dm3k,dm3l,dm3m,dm3n:
> display([dm3], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

### B.3 Variasi Deformasi Tabung dan Bola

# Pola Pengabungan Deformasi Tabung dan Bola (Variasi 1)

```

> dm2a := plot3d([Bezier2(1,0,1.5,v)*cos(u),
Bezier2(1,0,1.5,v)*sin(u), Bezier2(6,7.5,7.5,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> dm2b := plot3d([sin(v)*cos(u), sin(v)*sin(u),
cos(v)+8], u=0..2*Pi, v=0..2*Pi):
> dm2 := dm2a,dm2b:
> display([dm2], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Pola Pengabungan Deformasi Tabung dan Bola (Variasi 2)

```

> dm2e := plot3d([Bezier2(2,-1,1.5,v)*cos(u),
Bezier2(2,-1,1.5,v)*sin(u), Bezier2(6,7.5,7.5,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> dm2f := plot3d([sin(v)*cos(u), sin(v)*sin(u),
cos(v)+8], u=0..2*Pi, v=0..2*Pi):
> dm2 := dm2e,dm2f:
> display([dm2], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Pola Pengabungan Deformasi Tabung dan Bola (Variasi 3)

```

> dm2g := plot3d([Bezier2(1,0,1.5,v)*cos(u),
Bezier2(1,0,1.5,v)*sin(u), Bezier2(6,7,8,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> dm2h := plot3d([sin(v)*cos(u), sin(v)*sin(u),
cos(v)+8], u=0..2*Pi, v=0..2*Pi):
> dm2 := dm2g,dm2h:
> display([dm2], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Pola Pengabungan Deformasi Tabung dan Bola (Variasi 4)

```

> dm2i := plot3d([Bezier2(1,0,1.5,v)*cos(u),
Bezier2(1,0,1.5,v)*sin(u), Bezier2(6,7.5,8,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):

```

```

> dm2j := plot3d([sin(v)*cos(u), sin(v)*sin(u),
cos(v)+8], u=0..2*Pi, v=0..2*Pi):
> dm2 := dm2i,dm2j:
> display([dm2], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

#### B.4 Variasi Bentuk Bola

# Deformasi Bola pada Kepala

```

> du3a := plot3d([Bezier2(pc,ph,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,ph,pc,v)*sin(u), Bezier2(0,3,6,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du3b := plot3d([pc*v*cos(u), pc*v*sin(u), 0],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du3c := plot3d([pc*v*cos(u), pc*v*sin(u), 6],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du3 := du3a,du3b,du3c:
> display([du3], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

#### B.5 Variasi Bentuk Puntiran Prisma Cembung

# Deformasi Puntiran Prisma Cembung

```

> du2a := plot3d([Bezier1(Bezier2(-
pa,pf,pa,v),Bezier2(pa,pg,pb,v),u), Bezier1(Bezier2(-
pb,-pg,-pb,v),Bezier2(-pb,-pf,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2b :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(pa,pg,pb,v),Bezier2(pb,pg,pb,v),
u), Bezier1(Bezier2(-pb,-pf,-pa,v),Bezier2(-
pa,pf,pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2c :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(pb,pg,pb,v),Bezier2(pb,pf,pa,v),
u), Bezier1(Bezier2(-
pa,pf,pa,v),Bezier2(pa,pg,pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2d :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(pb,pf,pa,v),Bezier2(pa,-pf,-
pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(pa,pg,pb,v),Bezier2(pb,pg,pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):

```



```

> du2e := plot3d([Bezier1(Bezier2(pa,-pf,-
pa,v),Bezier2(-pa,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(pb,pg,pb,v),Bezier2(pb,pf,pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2f := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pa,-pg,-
pb,v),Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(pb,pf,pa,v),Bezier2(pa,-pf,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2g := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pb,-pg,-
pb,v),Bezier2(-pb,-pf,-pa,v),u), Bezier1(Bezier2(pa,-
pf,-pa,v),Bezier2(-pa,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2h := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pb,-pf,-
pa,v),Bezier2(-pa,pf,pa,v),u), Bezier1(Bezier2(-pa,-
pg,-pb,v),Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2i := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pa,-
pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(-pb,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(0,0,v),Bezier1(0,0,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2j := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pb,v),Bezier1(pb,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-
pa,pa,v),Bezier1(-pa,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(0,0,v),Bezier1(0,0,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2k := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(pb,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(pa,pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u),
Bezier1(Bezier1(0,0,v),Bezier1(0,0,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2l := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pa,-
pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(-pb,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(6,6,v),Bezier1(6,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2m := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pb,v),Bezier1(pb,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-
pa,pa,v),Bezier1(-pa,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(6,6,v),Bezier1(6,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):

```

```

> du2n := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(pb,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(pa,pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u),
Bezier1(Bezier1(6,6,v),Bezier1(6,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> du2 :=
du2a,du2b,du2c,du2d,du2e,du2f,du2g,du2h,du2i,du2j,du2k,
du2l,du2m,du2n:
> display([du2], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed)

```

### B.6 Variasi Bentuk Prisma Cembung

# Deformasi Prisma Cembung

```

> dula := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pa,-pf,-
pa,v),Bezier2(pa,pf,pa,v),u), Bezier1(Bezier2(-pb,-pg,-
pb,v),Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulb :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(pa,pf,pa,v),Bezier2(pb,pg,pb,v),
,u), Bezier1(Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),Bezier2(-pa,-pf,-
pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulc :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(pb,pg,pb,v),Bezier2(pb,pg,pb,v),
,u), Bezier1(Bezier2(-pa,-pf,-
pa,v),Bezier2(pa,pf,pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> duld :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(pb,pg,pb,v),Bezier2(pa,pf,pa,v),
,u),
Bezier1(Bezier2(pa,pf,pa,v),Bezier2(pb,pg,pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dule := plot3d([Bezier1(Bezier2(pa,pf,pa,v),Bezier2(-
pa,-pf,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(pb,pg,pb,v),Bezier2(pb,pg,pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulf := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pa,-pf,-
pa,v),Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(pb,pg,pb,v),Bezier2(pa,pf,pa,v),u),

```

```

Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulg := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pb,-pg,-
pb,v),Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(pa,pf,pa,v),Bezier2(-pa,-pf,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulh := plot3d([Bezier1(Bezier2(-pb,-pg,-
pb,v),Bezier2(-pa,-pf,-pa,v),u), Bezier1(Bezier2(-pa,-
pf,-pa,v),Bezier2(-pb,-pg,-pb,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,3,6,v),Bezier2(0,3,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> duli := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pa,-
pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(-pb,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(0,0,v),Bezier1(0,0,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulj := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pb,v),Bezier1(pb,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-
pa,pa,v),Bezier1(-pa,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(0,0,v),Bezier1(0,0,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulk := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(pb,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(pa,pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u),
Bezier1(Bezier1(0,0,v),Bezier1(0,0,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dull := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pa,-
pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(-pb,-pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(6,6,v),Bezier1(6,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dulm := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pb,v),Bezier1(pb,pb,v),u), Bezier1(Bezier1(-
pa,pa,v),Bezier1(-pa,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(6,6,v),Bezier1(6,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> duln := plot3d([Bezier1(Bezier1(-pb,-
pa,v),Bezier1(pb,pa,v),u),
Bezier1(Bezier1(pa,pb,v),Bezier1(pa,pb,v),u),
Bezier1(Bezier1(6,6,v),Bezier1(6,6,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> dul :=
dula,dulb,dulc,duld,dule,dulf,dulg,dulh,duli,dulj,dulk,
dull,dulm,duln:

```

```
> display([du1], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);
```

### B.7 Variasi Bentuk Pola Lengkung Cembung

# Deformasi Tabung Pola Lengkung Cembung

```
> du4a := plot3d([Bezier2(pc,ph,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,ph,pc,v)*sin(u), Bezier2(0,1.25,2.5,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du4b := plot3d([Bezier2(pc,0.8*ph,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,0.8*ph,pc,v)*sin(u), Bezier2(2.5,3,3.5,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du4c := plot3d([Bezier2(pc,ph,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,ph,pc,v)*sin(u), Bezier2(3.5,4.75,6,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du4d := plot3d([pc*v*cos(u), pc*v*sin(u), 0],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du4e := plot3d([pc*v*cos(u), pc*v*sin(u), 6],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du4 := du4a,du4b,du4c,du4d,du4e:
> display([du4], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);
```

### B.8 Variasi Bentuk Pola Lengkung Campuran

# Deformasi Tabung Pola Lengkung Campuran

```
> du5a := plot3d([Bezier2(pc,ph,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,ph,pc,v)*sin(u), Bezier2(0,1.5,3,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du5b := plot3d([Bezier2(pc,0.8*pc,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,0.8*pc,pc,v)*sin(u), Bezier2(3,3.5,4,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du5c := plot3d([Bezier2(pc,0.8*ph,pc,v)*cos(u),
Bezier2(pc,0.8*ph,pc,v)*sin(u), Bezier2(4,5,6,v)],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du5d := plot3d([pc*v*cos(u), pc*v*sin(u), 0],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du5e := plot3d([pc*v*cos(u), pc*v*sin(u), 6],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> du5 := du5a,du5b,du5c,du5d,du5e:
> display([du5], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);
```

### B.9 Variasi Bentuk Tabung

# Desain Leher *End cup*

```
> le1 := plot3d([1.5*cos(u), 1.5*sin(u), 3*(v-1)],
```

```

u=0..2*Pi, v=0..1):
> display([le1], style=surface, lightmodel=light2,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

### B.10 Variasi Bentuk Balok sebagai Dudukan *Hook*

# Variasi 1

```

> ld11a := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
2,0,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0,0,0,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,-4,-3,v),Bezier2(3,4,3,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld11b := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
2,0,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u
), Bezier1(Bezier2(-2.5,-3.5,-
2.5,v),Bezier2(2.5,3.5,2.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld11c := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
2,0,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,-4,-3,v),Bezier2(-2.5,-3.5,-
2.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld11d := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
2,0,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(3,4,3,v),Bezier2(2.5,3.5,2.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld11e := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,-2,-
2,v),Bezier2(-2,-2,-2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,0,3,v),Bezier2(-2.5,0,2.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld11f :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(2,2,2,v),Bezier2(2,2,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,0,3,v),Bezier2(-2.5,0,2.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld11 := ld11a,ld11b,ld11c,ld11d,ld11e,ld11f:
> display(ld11, style=surface, lightmodel=light1,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Variasi 2

```

> ld12a := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,-1.5,-
2,v),Bezier2(2,1.5,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0,0,0,v),u),

```

```

Bezier1(Bezier2(-3,0,3,v),Bezier2(-3,0,3,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld12b := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1.75,-1,-
1.75,v),Bezier2(1.75,1,1.75,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u
), Bezier1(Bezier2(-2.5,0,2.5,v),Bezier2(-
2.5,0,2.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld12c := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
2,0,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0,0,0,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,-3,-3,v),Bezier2(-3,-4,-3,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld12d := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
2,0,2,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0,0,0,v),u),
Bezier1(Bezier2(3,3,3,v),Bezier2(3,4,3,v),u)], u=0..1,
v=0..1):
> ld12e := plot3d([Bezier1(Bezier2(-
1.75,0,1.75,v),Bezier2(-1.75,0,1.75,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u
), Bezier1(Bezier2(-2.5,-2.5,-2.5,v),Bezier2(-2.5,-
3.5,-2.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld12f := plot3d([Bezier1(Bezier2(-
1.75,0,1.75,v),Bezier2(-1.75,0,1.75,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u
),
Bezier1(Bezier2(2.5,2.5,2.5,v),Bezier2(2.5,3.5,2.5,v),u
)], u=0..1, v=0..1):
> ld12g := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,-1.5,-
2,v),Bezier2(-1.75,-1,-1.75,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,0,3,v),Bezier2(-2.5,0,2.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld12h :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(2,1.5,2,v),Bezier2(1.75,1,1.75,
v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,0,3,v),Bezier2(-2.5,0,2.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld12i := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
1.75,0,1.75,v),u),
Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-3,-4,-3,v),Bezier2(-2.5,-3.5,-
2.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld12j := plot3d([Bezier1(Bezier2(-2,0,2,v),Bezier2(-
1.75,0,1.75,v),u),

```

```

Bezier1(Bezier2(0,0,0,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(3,4,3,v),Bezier2(2.5,3.5,2.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld12 :=
ld12a,ld12b,ld12c,ld12d,ld12e,ld12f,ld12g,ld12h,ld12i,ld12j:
> display(ld12, style=surface, lightmodel=light1,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Variasi 3

```

> ld21a := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),
Bezier1(Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),Bezier2(1.5,2,1.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld21b := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(1,1,1,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),Bezier2(1.5,2,1.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld21c := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld21d := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(1.5,2,1.5,v),Bezier2(1.5,2,1.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld21e := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,-1,-1,v),Bezier2(-1,-1,-1,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(-1.5,0,1.5,v),Bezier2(-1.5,0,1.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld21f :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(1,1,1,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(-1.5,0,1.5,v),Bezier2(-1.5,0,1.5,v),u)], u=0..1, v=0..1):
> ld21 := ld21a,ld21b,ld21c,ld21d,ld21e,ld21f:
> display(ld21, style=surface, lightmodel=light1,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Variasi 4

```

> ld22a := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,-0.75,-1,v),

```

```

Bezier2(1,0.75,1,v),u),Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,0,1.5,v),Bezier2(-1.5,0,1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22b := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,-0.75,-1,v),Bezier2(1,0.75,1,v),u),Bezier1(Bezier2(1,1,1,v),Bezier2(1,1,1,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,0,1.5,v),Bezier2(-1.5,0,1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22c := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,-1.5,-1.5,v),Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22d := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),u),Bezier1(Bezier2(1.5,1.5,1.5,v),Bezier2(1.5,2,1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22e := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),Bezier1(Bezier2(1,1,1,v),Bezier2(1,1,1,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,-1.5,-1.5,v),Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22f := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),Bezier1(Bezier2(1,1,1,v),Bezier2(1,1,1,v),u),Bezier1(Bezier2(1.5,1.5,1.5,v),Bezier2(1.5,2,1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22g := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,-0.75,-1,v),Bezier2(-1,-0.75,-1,v),u),Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,0,1.5,v),Bezier2(-1.5,0,1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22h :=
plot3d([Bezier1(Bezier2(1,0.75,1,v),Bezier2(1,0.75,1,v),u),Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,0,1.5,v),Bezier2(-1.5,0,1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):
> ld22i := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),Bezier1(Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),Bezier2(-1.5,-2,-1.5,v),u)],u=0..1,v=0..1):

```



```

> ld22j := plot3d([Bezier1(Bezier2(-1,0,1,v),Bezier2(-1,0,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(0.5,0.5,0.5,v),Bezier2(1,1,1,v),u),
Bezier1(Bezier2(1.5,2,1.5,v),Bezier2(1.5,2,1.5,v),u)],
u=0..1, v=0..1):
> ld22 :=
ld22a,ld22b,ld22c,ld22d,ld22e,ld22f,ld22g,ld22h,ld22i,ld22j:
> display(ld22, style=surface, lightmodel=light1,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

### B.11 Variasi Bentuk Deformasi Torus, Tabung dan Setengah Bola

# Pengait 1

```

> kala := plot3d([0.25*sin(u),
(0.25*cos(u)+1)*cos(v)+1, (0.25*cos(u)+1)*sin(v)+1],
u=0..2*Pi, v=-Pi/2..0):
> kalb := plot3d([0.25*cos(u), 0.25*sin(u)+2, v+1],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> kalc := plot3d([0.25*sin(v)*cos(u),
0.25*sin(v)*sin(u)+2, 0.25*cos(v)+2], u=0..2*Pi,
v=0..Pi):
> kait1 := kala,kalb,kalc:
> display(kait1, style=surface, lightmodel=light1,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

# Pengait 2

```

> ka2a := plot3d([0.25*sin(u)-cos(v),
(0.25*cos(u)+1)*cos(v)+1, (0.25*cos(u)+1)*sin(v)+1],
u=0..2*Pi, v=-Pi/2..0):
> ka2b := plot3d([0.25*sin(u)+cos(v),
(0.25*cos(u)+1)*cos(v)+1, (0.25*cos(u)+1)*sin(v)+1],
u=0..2*Pi, v=-Pi/2..0):
> ka2c := plot3d([0.25*cos(u)-1, 0.25*sin(u)+2, v+1],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> ka2d := plot3d([0.25*cos(u)+1, 0.25*sin(u)+2, v+1],
u=0..2*Pi, v=0..1):
> ka2e := plot3d([0.25*sin(v)*cos(u)-1,
0.25*sin(v)*sin(u)+2, 0.25*cos(v)+2], u=0..2*Pi,
v=0..Pi):
> ka2f := plot3d([0.25*sin(v)*cos(u)+1,
0.25*sin(v)*sin(u)+2, 0.25*cos(v)+2], u=0..2*Pi,
v=0..Pi):
> kait2 := ka2a,ka2b,ka2c,ka2d,ka2e,ka2f:
> display(kait2, style=surface, lightmodel=light1,
scaling=constrained, axes=boxed);

```

**Lampiran C. Rangkaian *End cup* dan *Hook*****C.1 Variasi Rangkaian *End cup***

# Model 1

```
> display([du1,le1,dm1], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

#Model 2

```
> display([du1,le1,dm2], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

#Model 3

```
> display([du1,le1,dm3], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

#Model 4

```
> display([du2,le1,dm1], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 5

```
> display([du2,le1,dm2], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 6

```
> display([du2,le1,dm3], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 7

```
> display([du3,le1,dm1], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 8

```
> display([du3,le1,dm2], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 9

```
> display([du3,le1,dm3], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 10

```
> display([du4,le1,dm1], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 11

```
> display([du4,le1,dm2], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 12

```
> display([du4,le1,dm3], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 13

```
> display([du5,le1,dm1], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 14

```
> display([du5,le1,dm2], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 15

```
> display([du5,le1,dm3], style=surface,  
lightmodel=light2, scaling=constrained, axes=boxed);
```

## C.2 Variasi Rangkaian *Hook*

# Model 1

```
> display([ld11,ld21,kait1], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 2

```
> display([ld11,ld21,kait2], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 3

```
> display([ld11,ld22,kait1], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 4

```
> display([ld11,ld22,kait2], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 5

```
> display([ld12,ld21,kait2], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 6

```
> display([ld12,ld21,kait2], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 7

```
> display([ld12,ld22,kait1], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

# Model 8

```
> display([ld12,ld22,kait2], style=surface,  
lightmodel=light1, scaling=constrained, axes=boxed);
```

