



**VARIASI JENIS PENYERAPAN AKAR TERHADAP
INFILTRASI TANAH HETEROGEN PADA SALURAN IRIGASI
BENTUK *TRAPEZOIDAL* MENGGUNAKAN DRBEM DENGAN
SKEMA PREDIKTOR-KOREKTOR**

SKRIPSI

Oleh

**Anggi Putri Nur Aulia
211810101057**

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS, DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
JEMBER
2025**



**VARIASI JENIS PENYERAPAN AKAR TERHADAP
INFILTRASI TANAH HETEROGEN PADA SALURAN IRIGASI
BENTUK *TRAPEZOIDAL* MENGGUNAKAN DRBEM DENGAN
SKEMA PREDIKTOR-KOREKTOR**

*diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana pada
Program Studi Matematika*

SKRIPSI

Oleh

**Anggi Putri Nur Aulia
211810101057**

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS, DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
JEMBER
2025**

PERSEMBAHAN

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat, berkah, dan karunia-Nya, sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Dengan penuh rasa hormat dan kerendahan hati, penulis mempersembahkan karya ini kepada:

1. Orangtua tercinta, Ibu Ani Zubaidah dan Bapak Ginarto yang senantiasa memberikan dukungan, doa, didikan, dan restu kepada penulis.
2. Adik tercinta, Galih Restu Fadhila yang senantiasa memberikan dukungan dan doa kepada penulis.
3. Keluarga besar yang selalu mendukung dan membantu penulis untuk menyelesaikan studi dengan baik.
4. Guru-guru dan Dosen-dosen yang telah membimbing dan memberikan ilmu tak terhingga kepada penulis.
5. Almamater tercinta, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.
6. Della Dwi Saputri, Reiza Astri Maulita, Revalina Siska Dewi, Windy Nur Laela, dan Siti Isnaeni, yang selalu memberikan bantuan, dukungan, motivasi, dan doa kepada penulis selama menempuh pendidikan Strata Satu (S1).
7. Novia Ayu Putriana dan Della Dwi Saputri, yang telah banyak membantu penulis dalam menyusun dan menyelesaikan Skripsi dengan baik.
8. Hasanatul Lailiyah, Ivani Kartika Cahyani Putri, Lintang Kinanti Noor, Liza Wulandari, dan Nilam Kartika Dewi, yang selalu memberikan motivasi, dukungan, dan bantuan kepada penulis.

MOTTO

”Segala Sesuatu yang Dipaksa Pasti Bisa”

“Surround Yourself With Good People Because You Are Good Person Too”

(Mark Lee)

PERNYATAAN ORISINALITAS

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Anggi Putri Nur Aulia

NIM : 211810101057

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: *Variasi Jenis Penyerapan Akar terhadap Infiltrasi Tanah Heterogen pada Saluran Irigasi Bentuk Trapezoidal Menggunakan DRBEM dengan Skema Prediktor-Korektor* adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2025

Yang menyatakan,

Anggi Putri Nur Aulia

NIM 211810101057

HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi berjudul *Variasi Jenis Penyerapan Akar terhadap Infiltrasi Tanah Heterogen pada Saluran Irigasi Bentuk Trapezoidal Menggunakan DRBEM dengan Skema Prediktor-Korektor* telah diuji dan disetujui pada

Hari :

Tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Anggota I,

Millatuz Zahroh, S.Pd., M.Sc.
NIP 199304152020122003

Drs. Moh. Hasan, M.Sc., Ph.D.
NIP 196404041988021001

Anggota II,

Anggota III,

M. Ziaul Arif, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP 198501112008121002

Kusbudiono, S.Si., M.Si.
NIP 197704302005011001

ABSTRACT

This research discussed the variation of root water uptake in heterogeneous soil infiltration on trapezoidal shape irrigation channels using DRBEM with a predictor-corrector scheme. The problem developed two conditions on the irrigation channel of the water infiltration process. The first condition had an impermeable layer, and the second had a permeable layer. The soil under the irrigation channel was a heterogeneous soil type with two layers. The first layer was Pima Clay Loam, and the second was Touchet Silt Loam. Four types of root water uptake were also involved in this study, namely Root A, Root B, Root C, and Root D. The mathematical model of the infiltration process in the form of the Modified Helmholtz Equation was solved using the DRBEM method with a predictor-corrector scheme. The numerical solution obtained included the suction potential and sink term. The suction potential value of permeable irrigation channels was greater than that of impermeable irrigation channels. The suction potential values in both permeable and impermeable irrigation channels influenced by root absorption of Root C and Root D were smaller than Root A and Root B. This meant that Root C and Root D absorbed more water than Root A and Root B. Based on the sink term value, roots with Root A, Root B, and Root C absorption types absorbed more water in the top layer of soil, while Root D absorbed more water in deeper layers. The results obtained showed that water absorption in areas close to the plant was greater than water absorption in areas far from the plant.

Keywords: infiltration, root water uptake, DRBEM, predictor-corrector scheme

RINGKASAN

Variasi Jenis Penyerapan Akar terhadap Infiltrasi Tanah Heterogen pada Saluran Irigasi Bentuk *Trapezoidal* Menggunakan DRBEM dengan Skema Prediktor-Korektor; Anggi Putri Nur Aulia, 211810101057; 2025; 41 halaman; Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Penelitian ini membahas mengenai variasi jenis penyerapan akar terhadap infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* menggunakan saluran irigasi alur dengan mengembangkan dua kondisi pada proses infiltrasi air. Kondisi pertama, saluran irigasi yang akan digunakan dilengkapi dengan lapisan *impermeable* dan kondisi kedua tanpa lapisan *impermeable* yang memiliki syarat batas yang berbeda. Tanah yang berada di bawah saluran irigasi dipilih jenis tanah heterogen dengan dua lapisan. Lapisan pertama dipilih tanah dengan jenis *Pima Clay Loam* dan lapisan kedua *Touchet Silt Loam*. Empat jenis penyerapan akar tanaman juga dilibatkan dalam penelitian ini yaitu Root A, Root B, Root C, dan Root D.

Model matematika dari proses infiltrasi berupa Persamaan Helmholtz Termodifikasi diselesaikan menggunakan metode DRBEM dengan skema prediktor-korektor. Model persamaan infiltrasi diselesaikan dengan dua tahap utama yaitu pertama tanpa melibatkan faktor penyerapan akar, selanjutnya pada tahap kedua persamaan diselesaikan dengan melibatkan faktor penyerapan akar. Perhitungan solusi numerik Persamaan Helmholtz Termodifikasi dilakukan menggunakan program MATLAB. Solusi numerik yang diperoleh berupa *suction potential* (ψ) dan *sink term* (S^*) beserta grafiknya.

Berdasarkan hasil yang diperoleh, nilai *suction potential* saluran irigasi *permeable* lebih besar dibandingkan dengan saluran irigasi *impermeable*. Nilai *suction potential* yang semakin besar menunjukkan air yang diserap semakin besar, sehingga kandungan air dalam tanah juga semakin besar. Selain itu, terdapat loncatan nilai *suction potential* dikarenakan jenis tanah heterogen, sehingga terdapat perbedaan tekstur tanah serta *hydraulic conductivity* tanah lapisan pertama

dan kedua. Nilai *suction potential* baik pada saluran irigasi *permeable* atau *impermeable* yang dipengaruhi oleh penyerapan akar Root C dan Root D lebih kecil dibandingkan Root A dan Root B. Hal ini berarti Root C dan Root D menyerap air lebih banyak dibandingkan Root A dan Root B.

Berdasarkan nilai *sink term* yang diperoleh, grafik *sink term* Root A dan Root C memiliki bentuk yang hampir sama baik pada saluran *permeable* maupun *impermeable*, sedangkan Root B dan Root D memiliki bentuk yang berbeda. Akar dengan jenis penyerapan Root A, Root B dan Root C lebih banyak menyerap air pada lapisan atas tanah, sedangkan Root D lebih banyak menyerap air pada lapisan yang lebih dalam. Titik maksimum penyerapan akar Root A dan Root B berada pada (95 cm, 0 cm), Root C di titik (75 cm, 0 cm) dan Root D (75 cm, 20 cm). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa penyerapan air pada daerah yang dekat dengan tanaman lebih besar dibandingkan penyerapan air pada daerah yang jauh dari tanaman.

PRAKATA

Puji syukur kepada Allah SWT, yang telah membantu, memberikan rahmat, berkat, serta karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Variasi Jenis Penyerapan Akar Terhadap Infiltrasi Tanah Heterogen pada Saluran Irigasi Bentuk *Trapezoidal* Menggunakan DRBEM dengan Skema Prediktor-Korektor”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat menyelesaikan pendidikan Strata Satu (S1) pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Pada kesempatan ini, penulis juga mengucapkan terimakasih yang mendalam kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan, bimbingan, doa, dan motivasi selama menempuh pendidikan Strata Satu (S1). Ucapan terima kasih ini secara khusus ditujukan kepada:

1. Ibu Millatuz Zahroh, S.Pd., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Drs. Moh. Hasan, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Anggota, yang telah meluangkan waktu untuk membimbing, mencurahkan pemikiran, tenaga, serta panduan kepada penulis selama proses penyusunan skripsi, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan sebaik-baiknya.
2. Bapak M. Ziaul Arif, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji 1 dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji 2 sekaligus Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan saran dan masukan yang membangun untuk menyempurnakan skripsi penulis serta membimbing dan memberikan arahan selama menempuh pendidikan Strata Satu (S1).
3. Seluruh dosen dan staff Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember yang telah memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis selama menempuh pendidikan Strata Satu (S1).
4. Guru-guru SDN 01 Pondok Kelor, SMPN 01 Paiton, dan SMAN 01 Kraksaan yang telah mendidik, mendoakan, dan memberikan ilmu dengan tulus kepada penulis.
5. Orangtua tercinta, Ibu Ani Zubaidah dan Bapak Ginarto yang senantiasa memberikan dukungan, doa, didikan, dan restu tanpa batas kepada penulis.

6. Adik tercinta, Galih Restu Fadhila yang senantiasa memberikan dukungan dan doa kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis menerima segala bentuk kritik dan saran yang membangun untuk memperbaiki dan menyempurnakan skripsi ini. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi segala pihak.

Jember, Januari 2025

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERSEMBAHAN	iii
MOTTO	iv
PERNYATAAN ORISINALITAS	v
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
ABSTRACT	vii
RINGKASAN.....	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR NOTASI.....	xvi
DAFTAR ISTILAH	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xviii
BAB 1. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Penelitian.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Infiltrasi dan Komponennya.....	5
2.2 Model Matematika Infiltrasi.....	7
2.3 Prosedur <i>Dual Reciprocity Boundary Element Method</i> (DRBEM)	9
2.4 Skema Prediktor-Korektor	13
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	14
3.1 Data Penelitian	14
3.2 Desain Masalah	14
3.3 Prosedur Penelitian	15
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	18

4.1	Formulasi Masalah	18
4.2	Masalah Syarat Batas Model Matematika Infiltrasi	19
4.3	Penyelesaian Model Matematika Infiltrasi	22
4.4	Solusi Numerik Model Matematika Infiltrasi	27
BAB 5.	KESIMPULAN DAN SARAN	36
5.1	Kesimpulan	36
5.2	Saran	36
DAFTAR PUSTAKA		37
LAMPIRAN-LAMPIRAN.....		40

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Data penelitian berkaitan dengan tanah di bawah saluran irigasi	14
Tabel 3.2 Data penelitian berkaitan dengan akar	14
Tabel 3.3 Penelitian sebelumnya	16
Tabel 4.1 Parameter <i>dimensionless</i> akar	18
Tabel 4.2 Nilai <i>suction potential</i> pada saluran irigasi <i>permeable</i>	30
Tabel 4.3 Nilai <i>suction potential</i> pada saluran irigasi <i>impermeable</i>	30
Tabel 4.4 Nilai maksimum dan minimum <i>suction potential</i>	31
Tabel 4.5 Nilai <i>sink term</i> pada saluran irigasi <i>permeable</i>	34
Tabel 4.6 Nilai <i>sink term</i> pada saluran irigasi <i>impermeable</i>	35

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Ilustrasi saluran irigasi (Sumber: SolekHUDIN dkk., 2019).....	6
Gambar 2.2 Ilustrasi distribusi penyerapan air (Sumber: Vrugt et al., 2001)	7
Gambar 3.1 Ilustrasi bentuk geometris saluran irigasi	15
Gambar 3.2 Skema penelitian.....	15
Gambar 4.1 Masalah syarat batas saluran irigasi <i>permeable</i>	21
Gambar 4.2 Masalah syarat batas saluran irigasi dengan lapisan <i>impermeable</i> ...	22
Gambar 4.3 Letak nilai <i>suction potential</i> yang dianalisis	27
Gambar 4.4 Perbandingan grafik <i>suction potential</i> saluran irigasi <i>permeable</i> dan <i>impermeable</i>	29
Gambar 4.5 Letak nilai <i>sink term</i> yang dianalisis	32
Gambar 4.6 Perbandingan grafik <i>sink term</i> saluran irigasi <i>permeable</i> dan <i>impermeable</i>	34

DAFTAR NOTASI

R	: Daerah domain
C	: Kurva batas domain
q	: <i>Flux</i>
H	: <i>Hydraulic head</i>
τ	: Distribusi ruang penyerapan akar
S^*	: Kumulatif penyerapan akar/ <i>sink term</i>
$K(\psi)$: Konduktivitas hidrolik tanah tak jenuh
K_0	: Konduktivitas hidrolik tanah jenuh
v_0	: <i>Flux</i> awal masuk saluran
Θ	: <i>Matrix Flux Potential</i>
ψ	: <i>Suction potential</i>
α	: Parameter tanah
Φ	: Solusi fundamental laplace
ϕ	: Solusi yang dicari
Ψ	: Relasi reciprocal fungsi basis radial
ω	: Invers fungsi basis radial
δ	: Fungsi dirac delta

DAFTAR ISTILAH

DRBEM	: <i>Dual Reciprocity Boundary Element Method</i>
BEM	: <i>Boundary Element Method</i>
MFP	: <i>Matrix Flux Potential</i>
PDB	: Persamaan Diferensial Biasa
PDP	: Persamaan Diferensial Parsial
SPL	: Sistem Persamaan Linear
MATLAB	: <i>Matrix Laboratory</i>
PCL	: <i>Pima Clay Loam</i>
TSL	: <i>Touchet Silt Loam</i>

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 2.1 Transformasi Persamaan Richard	40
Lampiran 2.2 Penyelesaian Persamaan Helmholtz dengan DRBEM	40
Lampiran 3.1 Flowchart Skema Prediktor Korektor	40
Lampiran 3.2 Flowchart Konstruksi Program menggunakan MATLAB	40
Lampiran 3.3 Tahapan Transformasi Persamaan Richard dan DRBEM	41
Lampiran 4.1 Syarat Batas	41
Lampiran 4.2 MSB Saluran <i>Permeable</i> dan <i>Impermeable</i>	41
Lampiran 4.3 <i>Script</i> Program MATLAB	41

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Air merupakan salah satu komponen yang memiliki peran penting bagi kehidupan manusia. Penggunaan air dibagi menjadi tiga sektor utama diantaranya pertanian, industri, dan domestik. Sebanyak 8% air digunakan untuk bidang industri, 18% untuk keperluan domestik, serta pertanian sebesar 74% (Eslamian & Eslamian, 2021). Sektor pertanian memiliki persentase penggunaan air paling banyak daripada dua sektor lain. Berdasarkan uraian diatas, maka diperlukan peningkatan efisiensi pengelolaan air dalam sektor pertanian dengan tujuan menjaga ketersediaan air untuk kehidupan manusia.

Irigasi merupakan salah satu cara untuk memenuhi kebutuhan air pada tanaman dalam sektor pertanian dengan proses infiltrasi (Mardizal & Andayono, 2023). Proses infiltrasi merupakan suatu proses peresapan air kedalam tanah yang dimulai dengan aliran air melalui saluran irigasi. Terdapat beberapa bentuk saluran yang lazim digunakan pada sistem irigasi diantaranya yaitu *triangular*, *rectangular*, *semi-circle*, dan *trapezoidal*. Berdasarkan keempat bentuk saluran tersebut, bentuk *trapezoidal* merupakan bentuk yang paling banyak digunakan karena pembuatannya lebih mudah, ekonomis, serta efisien (Samani, 2022).

Tanah sebagai elemen yang berhubungan langsung dengan air dalam saluran irigasi memiliki pengaruh yang sangat penting. Penelitian mengenai proses infiltrasi dalam tanah homogen telah dilakukan oleh beberapa peneliti diantaranya yaitu Solekhudin (2016), Munadi dkk. (2022), serta Zahroh & Solekhudin (2022). Menurut Kodoatie (2021), tanah terdiri dari beberapa lapisan dengan tekstur yang berbeda-beda, sehingga tanah dengan jenis heterogen lebih mencerminkan kondisi tanah pada kehidupan nyata daripada tanah dengan jenis homogen.

Terdapat beberapa penelitian yang telah dilakukan mengenai proses infiltrasi menggunakan model matematika. Beberapa diantaranya adalah Solekhudin (2016) yang meneliti tentang proses infiltrasi air saluran periodik berbentuk *trapezoidal* dengan penyerapan akar yang berbeda pada tanah homogen.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Solekhudin dkk. (2018) dimana di dalam penelitiannya membahas mengenai masalah infiltrasi air saluran periodik berbentuk *trapezoidal* dalam tanah heterogen. Penelitian terbaru mengenai infiltrasi dalam tanah heterogen kemudian dilakukan oleh Rosiyanti (2024) mengenai pengaruh bentuk saluran irigasi terhadap proses infiltrasi. Selanjutnya, penelitian lain dilakukan oleh Pramadhani (2024) yang membahas infiltrasi air pada tanah heterogen dengan satu jenis penyerapan akar. Penelitian-penelitian mengenai proses infiltrasi tersebut diselesaikan menggunakan metode *Dual Reciprocity Boundary Element Method* (DRBEM).

Dual Reciprocity Boundary Element Method merupakan pengembangan dari *Boundary Element Method* (BEM). *Boundary Element Method* merupakan salah satu metode numerik penyelesaian persamaan diferensial parsial yang sering ditemukan pada bidang fisika, teknik, dan matematika yang memberikan solusi PDP dalam bentuk integral batas dengan solusi fundamental. Beberapa persamaan sulit dicari solusi fundamentalnya. Salah satu persamaan tersebut adalah Persamaan Helmholtz, sehingga dikembangkan DRBEM untuk mencari solusi persamaan yang sulit dicari dengan BEM (Manaqib, 2018). *Dual Reciprocity Boundary Element Method* dipandang lebih baik dan fleksibel dibanding BEM karena untuk mencari solusi Persamaan Helmholtz hanya diperlukan solusi fundamental Persamaan Laplace (Solekhudin & Ang, 2013).

Berdasarkan uraian diatas, penelitian ini akan membahas mengenai variasi jenis penyerapan akar terhadap infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* menggunakan DRBEM dengan skema prediktor-korektor yang mengembangkan dua kondisi pada proses infiltrasi air. Kondisi pertama, saluran irigasi yang akan digunakan dilengkapi dengan lapisan *impermeable* dan kondisi kedua tanpa lapisan *impermeable*. Tanah yang berada di bawah saluran irigasi dipilih jenis tanah heterogen dengan dua lapisan. Empat jenis penyerapan akar tanaman juga dilibatkan dalam penelitian ini, karena pada kondisi nyata saat proses infiltrasi berlangsung terdapat akar tanaman yang melakukan penyerapan air. Model matematika dari proses infiltrasi berupa Persamaan Helmholtz Termodifikasi akan diselesaikan menggunakan metode DRBEM dengan skema

prediktor-korektor. Skema prediktor-korektor merupakan metode iteratif yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial dengan cara mengestimasi nilai dengan iterasi untuk mendapatkan solusi yang akurat (Rana dkk., 2022).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka permasalahan dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana pengaruh variasi empat jenis penyerapan akar terhadap infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*?
2. Bagaimana perbedaan penyerapan empat jenis penyerapan akar tanaman dalam tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*?

1.3 Batasan Penelitian

Dalam penelitian ini, agar pembahasan tidak meluas maka penulis membatasi objek kajian yaitu:

1. Masalah infiltrasi diasumsikan stasioner, tidak bergantung waktu.
2. Empat jenis penyerapan akar tanaman yang diamati memiliki distribusi akar yang berbeda.
3. Tanah yang berada di bawah saluran irigasi merupakan tanah heterogen dengan dua lapisan.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa tujuan yang ingin dicapai yaitu:

1. Mengkaji pengaruh variasi empat jenis penyerapan akar terhadap infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*.

2. Mengkaji perbedaan penyerapan empat jenis penyerapan akar tanaman dalam tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin diberikan dalam penelitian ini yaitu:

1. Secara umum, diharapkan dapat memberikan sumbangsih terhadap perkembangan ilmu pengetahuan dalam matematika terapan pada bidang infiltrasi air, serta membantu peneliti mengembangkan metode DRBEM dengan skema prediktor-korektor untuk memodelkan serta mendapatkan solusi numerik infiltrasi air pada saluran irigasi alur.
2. Secara khusus, penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman tentang pengaruh variasi empat jenis penyerapan akar terhadap infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable* serta perbedaan penyerapan empat jenis penyerapan akar tanaman dalam tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Infiltrasi dan Komponennya

Infiltrasi merupakan suatu proses peresapan air kedalam tanah melalui permukaan tanah dalam beberapa tingkatan proses, pertama imbibisi yaitu proses masuknya air kedalam tanah melalui permukaan tanah, proses kedua yaitu filtrasi merupakan Bergeraknya air kedalam tanah saat proses imbibisi sedang berlangsung, dan ketiga redistribusi air setelah proses imbibisi selesai (Mardizal & Andayono, 2023). Proses infiltrasi dipengaruhi oleh gaya gravitasi dan gaya kapiler. Gaya gravitasi pada proses infiltrasi selalu menyebabkan air mengalir ke daerah yang lebih rendah, sedangkan gaya kapiler menyebabkan air berpindah dari tempat yang lembab menuju tempat kering. Tanah kering memiliki kapilaritas lebih besar daripada tanah lembab (Nanda & Nurnawaty, 2022).

Proses berlangsungnya infiltrasi tidak lepas dari Hukum Darcy yang merupakan rujukan dasar dalam infiltrasi (Manaqib, 2017). Hukum Darcy secara matematis dapat dirumuskan sebagai:

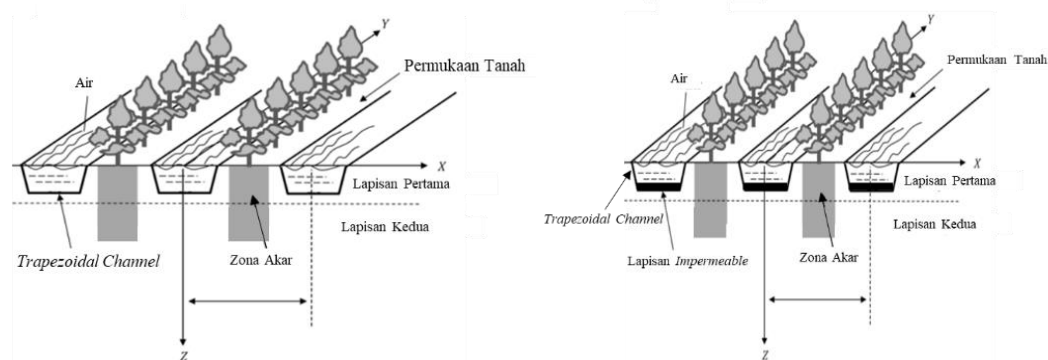
$$q = -K \nabla H \quad (2.1)$$

dengan q merupakan *flux*, H merupakan *hydraulic head*, dan K merupakan *hydraulic conductivity* (Hillel, 2003).

Tanah sebagai elemen yang berhubungan langsung dengan air dalam saluran irigasi, memiliki pengaruh yang sangat penting untuk diperhatikan. Dalam kehidupan sehari-hari, jenis tanah yang ada adalah tanah heterogen dengan beberapa lapisan. Tanah heterogen dapat dibagi menjadi 6 lapisan yang disebut dengan horizon yaitu horizon O (*organic*), horizon A (*topsoil*), horizon E (*eluviated*), horizon B (*subsoil*), horizon C (*parent material*), dan horizon R (*bedrock*) (Kodoatie, 2021). Kemampuan tanah dengan tekstur halus untuk menahan air lebih besar daripada tanah dengan tekstur kasar, sehingga tanah dengan tekstur kasar lebih mudah menyerap air (Singh & Su, 2022).

Mengacu pada lapisan tanah yang telah diuraikan serta penelitian yang menggunakan dua lapis tanah heterogen, maka horizon pertama O dikategorikan

sebagai *Pima Clay Loam* dan horizon kedua A dikategorikan sebagai *Touchet Silt Loam*. Adapun bentuk saluran yang dipilih adalah *trapezoidal* dengan mempertimbangkan ada tidaknya lapisan *impermeable* pada saluran. Lapisan *impermeable* adalah lapisan pada tanah yang tidak dapat ditembus air (kedap air). Sebaliknya, *permeable* merupakan lapisan pada tanah yang dapat ditembus oleh air, biasanya berupa endapan kerikil ataupun kerikil (Angrianto dkk., 2021). Infiltrasi yang diteliti juga mempertimbangkan adanya *root water uptake* dalam proses penyerapan air.

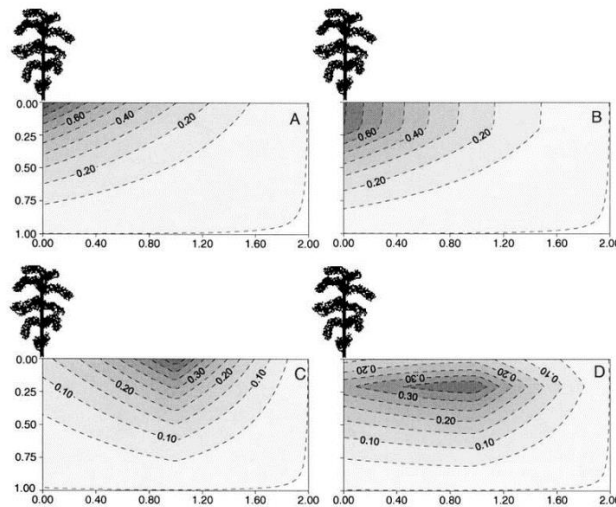


Gambar 2.1 Ilustrasi saluran irigasi (Sumber: Solekhudin dkk., 2019)

Tanaman dapat memenuhi kebutuhan air dengan adanya penyerapan air oleh akar. Adanya penyerapan air oleh akar tentunya juga akan mempengaruhi proses infiltrasi, sehingga proses penyerapan air oleh akar atau *root water uptake* saat proses infiltrasi sedang berlangsung perlu diperhatikan. Penelitian yang dilakukan melibatkan empat jenis penyerapan akar dengan distribusi yang berbeda dalam zona akar. *Root water uptake* dirumuskan pada persamaan (2.2):

$$\tau(X, Z) = \left(1 - \frac{L + D - X}{X_m}\right) \left(1 - \frac{Z}{Z_m}\right) e^{\left(-\frac{P_X}{X_m}|X^* - (L+D-X)| - \frac{P_Z}{Z_m}|Z^* - Z|\right)} \quad (2.2)$$

dengan τ merupakan distribusi ruang penyerapan akar, L adalah setengah lebar saluran, D adalah setengah lebar permukaan tanah di luar saluran, X_m adalah lebar zona akar, Z_m adalah kedalaman zona akar, X^* dan Z^* adalah koordinat posisi akar serta P_X dan P_Z adalah parameter empiris konstanta akar (Vrugt dkk., 2001). Model distribusi penyerapan akar dua dimensi ditunjukkan pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Ilustrasi distribusi penyerapan air (Sumber: Vrugt et al., 2001)

2.2 Model Matematika Infiltrasi

Proses infiltrasi merupakan masalah yang cukup kompleks karena melibatkan perubahan keadaan serta kandungan air dalam tanah. Kekompleksan proses infiltrasi dalam tanah membuat analisis proses infiltrasi dengan percobaan laboratorium sangatlah sulit. Analisis proses infiltrasi dapat dilakukan menggunakan pendekatan model matematika.

Persamaan Infiltrasi melibatkan Hukum Darcy pada persamaan (2.1) sebagai persamaan awal yang memodelkan persamaan infiltrasi. Model tersebut kemudian dikembangkan menjadi Persamaan Richard dengan jenis persamaan diferensial parsial non linier pada persamaan (2.3).

$$\frac{\partial}{\partial X} \cdot \left(K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \cdot \left(K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right) - \frac{\partial K(\psi)}{\partial Z} = S(X, Z, \psi) \quad (2.3)$$

dimana K adalah *hydraulic conductivity*, ψ adalah *suction potential*, dan S adalah penyerapan akar (Richards, 1931).

Persamaan yang telah didapatkan pada persamaan (2.3) merupakan persamaan diferensial parsial non linier yang sulit dikerjakan secara analitik. Persamaan Richard (2.3) dapat diselesaikan lebih mudah dengan mentransformasi persamaan tersebut menjadi Persamaan Helmholtz Termodifikasi. Tahapan transformasi Persamaan Richard menjadi Persamaan Helmholtz Termodifikasi dibagi menjadi empat tahap sebagai berikut:

1) Transformasi Kirchoff dan Model Eksponensial untuk *Hydraulic Conductivity*

Transformasi kirchoff memiliki bentuk:

$$\theta = \int_{-\infty}^{\psi} K(s) ds \quad (2.4)$$

dengan: θ adalah *Matrix Flux Potential* (MFP). Sedangkan model eksponensial *hydraulic conductivity* $K(\psi)$ memiliki bentuk:

$$K(\psi) = K_0 e^{\alpha\psi}, \alpha > 0 \quad (2.5)$$

dengan (K_0) merupakan *hydraulic conductivity* tanah jenuh dan α adalah parameter tanah (Gardener, 1958).

2) Transformasi Variabel *Dimensionless*

Variabel *dimensionless* dalam penelitian didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Phi(x, z) &= \frac{\pi\theta}{v_0 L}, \quad x = \frac{\alpha^*}{2} X, \quad z = \frac{\alpha^*}{2} Z, \\ u &= \frac{2\pi}{v_0 \alpha^* L} U, \quad v = \frac{2\pi}{v_0 \alpha^* L} V, \quad f = \frac{2\pi}{v_0 \alpha^* L} F \end{aligned} \quad (2.6)$$

dengan Φ adalah MFP tak berdimensi, v_0 adalah *flux* awal, U dan V masing-masing adalah komponen *flux* horizontal dan vertikal, dan F adalah *flux* normal (Batu, 1978).

3) Transformasi Konstanta *Dimensionless*

Konstanta *dimensionless* dalam penelitian didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l_t &= \frac{\alpha^*}{2} L_t, \quad x_m = \frac{\alpha^*}{2} X_m, \quad z_m = \frac{\alpha^*}{2} Z_m, \quad x^* = \frac{\alpha^*}{2} X^*, \\ z^* &= \frac{\alpha^*}{2} Z^*, \quad p_x = \frac{\alpha^*}{2} P_x, \quad p_z = \frac{\alpha^*}{2} P_z, \quad a = \frac{\alpha^*}{2} L, \quad b = \frac{\alpha^*}{2} (L + D) \end{aligned} \quad (2.7)$$

dengan L_t adalah lebar permukaan tanah yang berhubungan dengan proses transpirasi, a adalah setengah lebar saluran dalam bentuk tak berdimensi, dan b adalah setengah lebar saluran ditambah setengah lebar permukaan tanah di luar saluran dalam bentuk tak berdimensi (Batu, 1978).

4) Transformasi Eksponensial

Transformasi eksponensial memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\Phi = \phi e^z \quad (2.8)$$

dengan nilai $z \neq 0$ (Clements & Lobo, 2010).

Solusi dari suatu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) maupun Persamaan Diferensial Parsial (PDP) tidak tunggal. Solusi ketidaktunggalan dalam PDB dinyatakan dalam bentuk konstanta, sedangkan dalam PDP solusi ketidaktunggalan memiliki bentuk fungsi. Persamaan diferensial dapat memiliki penyelesaian tunggal apabila persamaan tersebut dilengkapi dengan syarat awal dan atau syarat batas (Manaqib, 2018). Syarat batas persamaan diferensial dapat diklasifikasikan sebagai berikut:

1. Dirichlet: $\phi = \bar{\phi}$, pada C
2. Neumann: $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \bar{\phi}_n$, pada C
3. Campuran: $\phi = \bar{\phi}$, pada C_1 dan $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \bar{\phi}_n$, pada C_2 dengan $C_1 \cup C_2 = C$ dan $C_1 \cap C_2 = \{\emptyset\}$
4. Robin: $\phi + k(s) \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$, pada C dengan $\bar{\phi}, \bar{\phi}_n$, dan $k(s)$ merupakan fungsi yang telah diketahui dan terdefinisi pada kurva C

(Jeffrey, 2014).

2.3 Prosedur *Dual Reciprocity Boundary Element Method (DRBEM)*

Salah satu alternatif untuk menyelesaikan Persamaan Helmholtz adalah menggunakan metode DRBEM. Diberikan Persamaan Helmholtz (2.9) yaitu

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = g(x, y) - h(x, y)^2 \phi \quad (2.9)$$

dimana $g(x, y)$ dan $h(x, y)$ merupakan fungsi yang bergantung pada variabel bebas, dengan syarat batas:

$$\phi = f_1(x, y) \text{ untuk } (x, y) \in C_1, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = f_2(x, y) \text{ untuk } (x, y) \in C_2, \quad (2.11)$$

dengan C_1 dan C_2 merupakan dua buah kurva yang tidak berpotongan sedemikian hingga $C_1 \cup C_2 = C$. Prosedur penyelesaian Persamaan Helmholtz dengan batas campuran adalah sebagai berikut:

1) Relasi *Reciprocal*

Relasi *reciprocal* $\Phi(x, y; \xi, \eta)$ solusi fundamental laplace dan $\phi(x, y)$ solusi Persamaan Helmholtz yang akan dicari pada domain R yaitu:

$$\begin{aligned} & \int_C \left(\Phi(x, y; \xi, \eta) \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial n} - \phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} \right) ds \\ &= \iint_R \Phi(x, y; \xi, \eta) (g(x, y) - h^2 \phi(x, y)) dx dy \end{aligned} \quad (2.12)$$

dengan $(\xi, \eta) \neq (x, y)$.

2) Persamaan Integral dari Persamaan Helmholtz

Menggunakan relasi *reciprocal* persamaan (2.12) dan modifikasi domain diperoleh persamaan integral dari Persamaan Helmholtz:

$$\begin{aligned} \lambda(\xi, \eta) \phi(\xi, \eta) &= \int_C \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} - \Phi(x, y; \xi, \eta) \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial n} \right) ds \\ &+ \iint_R \Phi(x, y; \xi, \eta) (g(x, y) - h^2 \phi(x, y)) dx dy \end{aligned} \quad (2.13)$$

dengan

$$\lambda(\xi, \eta) = \begin{cases} 0, & \text{jika } (\xi, \eta) \notin R \cup C \\ \frac{1}{2}, & \text{jika } (\xi, \eta) \text{ pada bagian } \textit{smooth} C \\ 1, & \text{jika } (\xi, \eta) \in R \end{cases}$$

dimana λ = konstanta yang bersesuaian dengan lokasi titik kolokasi.

3) Pendekatan Integral Domain

Menggunakan pendekatan fungsi basis radial, diperoleh pendekatan integral domain:

$$\begin{aligned} & \iint_R \Phi(x, y; \xi, \eta) (g(x, y) - h^2 \phi(x, y)) dx dy \\ &= \sum_{j=1}^{N+M} \left[\sum_{m=1}^{N+M} \omega(a^{(j)}, b^{(j)}; a^{(m)}, b^{(m)}) \Psi(\xi, \eta; a^{(m)}, b^{(m)}) \right] \\ & [g(a^{(j)}, b^{(j)}) - h^2 \phi(a^{(j)}, b^{(j)})] \end{aligned} \quad (2.14)$$

dengan

$$\begin{aligned} \Psi(\xi, \eta; a^{(m)}, b^{(m)}) &= \lambda(\xi, \eta) \chi(x, y; a^{(m)}, b^{(m)}) \\ &+ \int_C \left(\Phi(x, y; \xi, \eta) \frac{\partial \chi(x, y; a^{(m)}, b^{(m)})}{\partial n} \right. \\ &\left. - \chi(x, y; a^{(m)}, b^{(m)}) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} \right) ds \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \chi(x, y; a^{(m)}, b^{(m)}) &= \frac{1}{4} r^2(x, y; a^{(m)}, b^{(m)}) + \frac{1}{16} r^4(x, y; a^{(m)}, b^{(m)}) \\ &+ \frac{1}{25} r^5(x, y; a^{(m)}, b^{(m)}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

untuk $m = 1, 2, 3, \dots, N + M$ dimana $\omega =$ invers fungsi basis radial dan $\Psi =$ relasi resiprokal fungsi basis radial.

4) Persamaan Integral Batas

Persamaan integral batas dari persamaan (2.13) akan dibentuk menjadi integral garis yang diperoleh dari pendiskritisasian batas domain C dengan cara membuat N segmen garis yang saling berhubungan pada node yang ada di batas domain C .

$$\begin{aligned} &\int_C \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} - \Phi(x, y; \xi, \eta) \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial n} \right) ds \\ &= \sum_{k=1}^N \left(\phi^{(k)} F_2^{(k)}(\xi, \eta) - p^{(k)} F_1^{(k)}(\xi, \eta) \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

dengan

$$\begin{aligned} F_1^{(k)} &= \int_{C^{(k)}} \Phi(x, y; \xi, \eta) ds = \frac{1}{4\pi} \int_{C^{(k)}} \ln((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2) ds \\ F_2^{(k)} &= \int_{C^{(k)}} \left(\frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} \right) ds = \frac{1}{4\pi} \int_{C^{(k)}} \frac{\partial}{\partial n} [\ln((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2)] ds \end{aligned} \quad (2.18)$$

dimana $F_1^{(k)}$ merupakan persamaan integral garis di ruas garis- k pada solusi fundamental Persamaan Laplace dan $F_2^{(k)}$ merupakan persamaan integral garis di ruas garis- k pada turunan parsial vektor normal atas solusi fundamental Persamaan Laplace.

5) Penyelesaian Persamaan Integral Batas dan Integral Domain

Menggunakan persamaan integral batas pada persamaan (2.17) serta pendekatan integral domain pada persamaan (2.14) yang disubstitusikan ke dalam persamaan (2.13), diperoleh:

$$\begin{aligned} \lambda(\xi, \eta)\phi(\xi, \eta) = & \sum_{k=1}^N \left(\phi^{(k)} F_2^{(k)}(\xi, \eta) - p^{(k)} F_1^{(k)}(\xi, \eta) \right) \\ & + \sum_{j=1}^{N+M} \left[\sum_{m=1}^{N+M} \omega(a^{(j)}, b^{(j)}; a^{(m)}, b^{(m)}) \Psi(\xi, \eta; a^{(m)}, b^{(m)}) \right] \\ & [g(a^{(j)}, b^{(j)}) - h^2 \phi(a^{(j)}, b^{(j)})] \end{aligned} \quad (2.19)$$

dengan $(\xi, \eta) \in R \cup C$. Selanjutnya, substitusikan $(\xi, \eta) = (a^{(n)}, b^{(n)})$, $n = 1, 2, \dots, N + M$ kedalam persamaan (2.19), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \lambda(a^{(n)}, b^{(n)})\phi(a^{(n)}, b^{(n)}) = & \sum_{k=1}^N \left(\phi^{(k)} F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - p^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \right) \\ & + \sum_{j=1}^{N+M} \mu^{(nj)} [g(a^{(j)}, b^{(j)}) - h^2 \phi(a^{(j)}, b^{(j)})] \end{aligned} \quad (2.20)$$

dengan

$$\mu^{(nj)} = \sum_{m=1}^{N+M} \omega(a^{(j)}, b^{(j)}; a^{(m)}, b^{(m)}) \Psi(a^{(n)}, b^{(n)}; a^{(m)}, b^{(m)})$$

untuk $n = 1, 2, \dots, N + M$.

6) SPL untuk Mengevaluasi Solusi Persamaan Helmholtz dengan DRBEM

Solusi diperoleh dari substitusi titik kolokasi sebanyak $N + M$ persamaan, sehingga didapat:

$$\sum_{k=1}^{N+M} a^{(nk)} z^{(k)} = \sum_{k=1}^N b^{(nk)} - \sum_{k=1}^{N+M} \mu^{(nk)} g(a^{(k)}, b^{(k)}), \quad (2.21)$$

untuk $n = 1, 2, \dots, N + M$. Koefisien $a^{(nk)}$, $b^{(nk)}$, dan $z^{(k)}$ untuk $k = 1, 2, \dots, N$ adalah sebagai berikut:

$$a^{(nk)} = \begin{cases} -F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}), & \text{jika } \phi \text{ diketahui pada } C^{(k)} \\ F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - \frac{1}{2} \delta^{(nk)} - \mu^{(nk)} h^2, & \text{jika } \frac{\partial \phi}{\partial n} \text{ diketahui pada } C^{(k)} \end{cases}$$

$$b^{(nk)} = \begin{cases} \phi^{(k)}(-F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)})\frac{1}{2}\delta^{(nk)} - \mu^{(nk)}h^2, & \text{jika } \phi \text{ diketahui pada } C^{(k)} \\ p^{(k)}F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}), & \text{jika } \frac{\partial\phi}{\partial n} \text{ diketahui pada } C^{(k)} \end{cases}$$

$$z^{(k)} = \begin{cases} p^{(k)}, & \text{jika } \phi \text{ diketahui pada } C^{(k)} \\ \phi^{(k)}, & \text{jika } \frac{\partial\phi}{\partial n} \text{ diketahui pada } C^{(k)} \end{cases}$$

Sedangkan untuk $k = N + 1, N + 2, \dots, N + M$, koefisien $a^{(nk)}$ dan $z^{(k)}$ adalah sebagai berikut:

$$a^{(nk)} = -\delta^{(nk)} - h^2\mu^{(nk)}$$

$$z^{(k)} = \phi^{(k)}.$$

Koefisien $\delta^{(nk)}$ untuk $k = 1, 2, \dots, N + M$ dan $n = 1, 2, \dots, N + M$ adalah

$$\delta^{(nk)} = \begin{cases} 0, & \text{jika } n \neq k \\ 1, & \text{jika } n = k \end{cases}$$

(Ang, 2007).

2.4 Skema Prediktor-Korektor

Skema prediktor-korektor merupakan metode iteratif yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial dengan cara mengestimasi nilai menggunakan iterasi untuk mendapatkan solusi yang akurat (Rana dkk., 2022). Skema prediktor-korektor memiliki dua bagian yaitu bagian prediktor dan korektor. Bagian prediktor berfungsi untuk menghitung estimasi nilai awal yang kemudian digunakan untuk mengestimasi nilai selanjutnya. Bagian kedua yakni korektor berfungsi untuk meningkatkan estimasi nilai yang diperoleh dari bagian prediktor sehingga perkiraan solusi yang didapat lebih akurat (Ayyub & McCuen, 2015).

Seperti halnya metode lain untuk menyelesaikan persamaan diferensial, estimasi kesalahan dalam skema prediktor-korektor sangat penting untuk diperhatikan. Nilai error atau perkiraan kesalahan pada skema prediktor-korektor didapat dari hasil pengurangan nilai setelah dengan nilai sebelumnya (Dormand, 2018). Skema prediktor-korektor dalam penelitian ini digunakan untuk menentukan ϕ (solusi yang dicari nilainya) dari model persamaan infiltrasi.

BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini dibagi menjadi dua kategori yaitu data yang berhubungan dengan tanah serta data yang berhubungan dengan akar tanaman. Data yang berhubungan dengan tanah dibawah saluran irigasi berupa parameter tanah (α) dan *hydraulic conductivity* (K_0). Parameter tanah dan *hydraulic conductivity* diambil berdasarkan literatur dari Ayars et al. (2023). Detail parameter tanah dan *hydraulic conductivity* tanah disajikan dalam Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1 Data penelitian berkaitan dengan tanah di bawah saluran irigasi

Tekstur Tanah	$\alpha(cm^{-1})$	$K_0(cm/day)$
<i>Pima Clay Loam</i>	$1,40(10)^{-2}$	9,9
<i>Touchet Silt Loam</i>	$1,56(10)^{-2}$	41

Sementara itu, data penelitian yang berhubungan dengan akar dirujuk dari Solekhudin (2016). Detail data penelitian yang berhubungan dengan akar disajikan dalam Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2 Data penelitian berkaitan dengan akar

Tipe Akar	Parameter					
	Z_m	X_m	Z^*	X^*	P_z	P_x
<i>Root A</i>	100 cm	50 cm	0 cm	0 cm	1,0	1,0
<i>Root B</i>	100 cm	50 cm	20 cm	0 cm	1,0	1,0
<i>Root C</i>	100 cm	50 cm	0 cm	25 cm	1,0	4,0
<i>Root D</i>	100 cm	50 cm	20 cm	25 cm	5,0	2,0

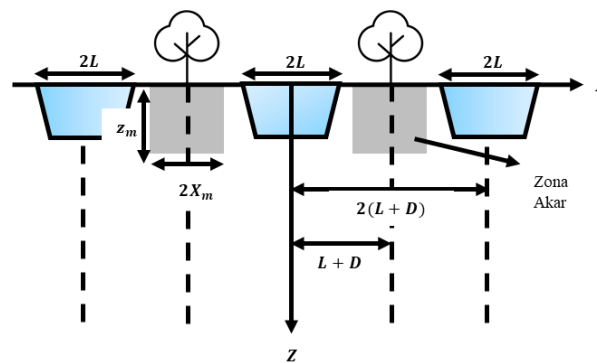
3.2 Desain Masalah

Penelitian yang dilakukan menggunakan saluran irigasi alur berbentuk *trapezoidal* dengan beberapa asumsi yang digunakan pada saluran yaitu:

1. Tiap saluran memiliki lebar yang sama serta sangat panjang, sehingga panjang saluran irigasi dalam model ini diabaikan.
2. Saluran irigasi dengan bentuk *trapezoidal* memiliki panjang penampang basah permukaan tiap saluran sama yaitu $2L$.
3. Jarak antara titik tengah dua saluran yang berdekatan adalah $2(L + D)$.

4. Satu baris tumbuhan ditanam tepat ditengah permukaan antara dua buah saluran yang berdekatan dengan jarak yang sama. Tumbuhan tersebut memiliki kedalaman zona akar Z_m dan lebar $2X_m$.
5. Tumbuhan ditanam teratur disepanjang permukaan dengan panjang yang sama dengan saluran, sehingga panjang zona akar dalam penelitian ini diabaikan.
6. Saluran selalu dipenuhi dengan air.
7. Besar *flux* masuk pada permukaan saluran irigasi konstan, yakni sebesar v_0 .
8. Tidak ada infiltrasi pada permukaan tanah selain di permukaan saluran irigasi.

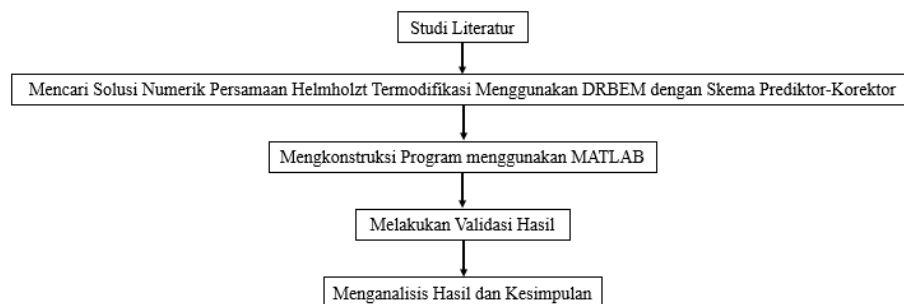
Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, secara geometris dapat diilustrasikan saluran irigasi alur *trapezoidal* dengan tumbuhan dan zona akar dari tanaman yang ditanam antar dua saluran berurutan berikut:



Gambar 3.1 Ilustrasi bentuk geometris saluran irigasi

3.3 Prosedur Penelitian

Skema pemecahan masalah dari penelitian yang berjudul Variasi Jenis Penyerapan Akar terhadap Infiltrasi Tanah Heterogen pada Saluran Irigasi Bentuk *Trapezoidal* menggunakan DRBEM dengan Skema Prediktor Korektor, ditunjukkan pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Skema penelitian

Berdasarkan Gambar 3.2, skema penelitian dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pada tahap ini penulis akan melakukan kajian serta mengumpulkan informasi dari berbagai referensi meliputi buku, jurnal ilmiah, tugas akhir atau tesis, dan penelitian terdahulu. Referensi yang dicari berkaitan dengan infiltrasi, jenis tanah dan penyerapan akar, bentuk saluran irigasi, serta metode penyelesaian model persamaan infiltrasi. Referensi mengenai penelitian terdahulu disajikan dalam Tabel 3.3 berikut.

Tabel 3.3 Penelitian sebelumnya

Penulis	Hasil
Solekhudin (2016)	Terdapat perbedaan jumlah air yang diserap oleh akar tanaman. <i>Root C</i> dan <i>Root D</i> menyerap air lebih banyak dibandingkan <i>Root A</i> dan <i>Root B</i> pada tanah homogen.
Solekhudin dkk. (2018)	Nilai <i>suction potential</i> dari tanah heterogen dengan dua lapisan memiliki loncatan nilai yang signifikan akibat nilai <i>flux awal</i> (v_0) yang berbeda.
Pramadhani (2024)	Nilai <i>suction potential</i> pada saluran <i>permeable</i> lebih besar dibandingkan saluran <i>impermeable</i> dengan penyerapan akar <i>Root D</i> dalam tanah heterogen empat lapisan.

2. Mencari Solusi Numerik Persamaan Helmholtz Termodifikasi Menggunakan DRBEM dengan Skema Prediktor-Korektor

Persamaan Helmholtz Termodifikasi diperoleh dari transformasi persamaan (2.3) dengan beberapa tahapan transformasi yaitu transformasi kirchoff (2.4), transformasi variabel *dimensionless* (2.6), transformasi konstanta *dimensionless* (2.7), dan transformasi eksponensial (2.8). Hasil transformasi yang diperoleh merupakan model dari permasalahan infiltrasi. Solusi dari Persamaan Helmholtz Termodifikasi dicari menggunakan DRBEM dengan langkah-langkah penyelesaian yang dilampirkan pada Lampiran 2.2, mengacu pada Subbab 2.3 yaitu membentuk relasi *reciprocal* (2.12), persamaan integral batas dari Persamaan Helmholtz (2.13), mencari pendekatan integral domain (2.14) dan persamaan integral batas (2.17), selanjutnya penyelesaian persamaan integral batas dan integral domain (2.19), serta SPL untuk mengevaluasi solusi Persamaan Helmholtz menggunakan DRBEM (2.21) dengan memanfaatkan skema prediktor-korektor pada Subbab 2.4. Skema prediktor-korektor digunakan untuk menentukan ϕ . Prosedur dari skema prediktor korektor

disajikan pada Lampiran 3.1, sedangkan tahapan dari transformasi persamaan helmholtz termodifikasi dan perosedur DRBEM disajikan pada Lampiran 3.3.

3. Mengkonstruksi Program menggunakan MATLAB

Perhitungan solusi numerik Persamaan Helmholtz Termodifikasi dilakukan menggunakan bantuan program komputer. Program dikonstruksi menggunakan MATLAB sebagai bahasa pemrograman. Terdapat beberapa *input* yang digunakan dalam menjalankan program yaitu titik ujung segmen garis, *flux* pada segmen garis, jenis syarat batas, dan titik kolokasi interior. Sedangkan output yang diperoleh berupa solusi numerik *suction potential* (ψ) dan *sink term* (S) beserta grafiknya.

4. Melakukan Validasi Hasil

Solusi numerik yang diperoleh dari program MATLAB berupa *suction potential* (ψ) dan *sink term* (S) beserta grafiknya selanjutnya divalidasi dengan teori dan hasil dari penelitian sebelumnya yang diberikan pada Tabel 3.3.

5. Menganalisis Hasil dan Kesimpulan

Berdasarkan nilai *suction potential* (ψ) dan *sink term* (S) serta grafik yang telah didapatkan dari program MATLAB, selanjutnya akan dilakukan analisis hasil setelah divalidasi. Analisis dilakukan untuk mengetahui pengaruh variasi empat jenis penyerapan akar terhadap infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*, serta perbedaan penyerapan empat jenis penyerapan akar tanaman dalam tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable*. Analisis nilai *suction potential* (ψ) dan *sink term* (S) dilakukan pada beberapa titik pengamatan. Berdasarkan hasil dan analisis, selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan.

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Formulasi Masalah

Penelitian yang dilakukan menggunakan tanah heterogen dengan dua lapisan, dimana lapisan pertama dikategorikan sebagai *Pima Clay Loam* sedangkan jenis tanah pada lapisan kedua adalah *Touchet Silt Loam*. Setiap lapisan tanah yang digunakan memiliki nilai parameter tanah (α) dan *hydraulic conductivity* (K_0) yang berbeda. Nilai α dan K_0 yang digunakan disajikan pada Tabel 3.1.

Tanah yang digunakan adalah tanah heterogen, sehingga diperlukan nilai rata-rata parameter tanah yang disimbolkan dengan α^* . Misalkan parameter tanah pada lapisan 1 adalah α_1 dan pada lapisan 2 adalah α_2 , maka nilai α^* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\alpha^* = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \frac{(1,40 \times 10^{-2}) + (1,56 \times 10^{-2})}{2} = 1,48 \times 10^{-2} \quad (4.1)$$

Selain diperlukan nilai parameter tanah pada tanah heterogen, nilai rata-rata *hydraulic conductivity* yang disimbolkan dengan K_0^* juga diperlukan. Misalkan *hydraulic conductivity* tanah pada lapisan 1 adalah $(K_0)_1$ dan pada lapisan 2 adalah $(K_0)_2$, maka nilai K_0^* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$K_0^* = \frac{(K_0)_1 + (K_0)_2}{2} = \frac{9,9 + 41}{2} = 25,45 \quad (4.2)$$

Tanaman dapat memenuhi kebutuhan air dengan adanya penyerapan air oleh akar saat proses infiltrasi berlangsung. Penyerapan air oleh akar dibedakan menjadi empat jenis, yang parameternya telah disajikan pada Tabel 3.2. Parameter-parameter tersebut ditransformasi menjadi parameter *dimensionless* dengan tujuan untuk menghilangkan dimensi-dimensi yang ada. Berdasarkan transformasi konstanta *dimensionless* pada persamaan (2.7) maka diperoleh parameter *dimensionless* akar pada Tabel 4.1 adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Parameter *dimensionless* akar

Type Akar	Parameter Dimensionless					
	z_m	x_m	z^*	x^*	p_z	p_x
<i>Root A</i>	0.74	0.37	0	0	0.0074	0.0074
<i>Root B</i>	0.74	0.37	0.148	0	0.0074	0.0074

Tipe Akar	Parameter Dimensionless					
	z_m	x_m	z^*	x^*	p_z	p_x
Root C	0.74	0.37	0	0.185	0.0074	0.0296
Root D	0.74	0.37	0.148	0.185	0.037	0.0148

Selain parameter *dimensionless* akar, dapat ditentukan pula nilai l_t , a , dan b yaitu:

$$l_t = \frac{\alpha^*}{2} L_t = \frac{1,48 \times 10^{-2}}{2} 50 = 0,37 \quad (4.3)$$

$$a = \frac{\alpha^*}{2} L = \frac{1,48 \times 10^{-2}}{2} 50 = 0,37 \quad (4.4)$$

$$b = \frac{\alpha^*}{2} (L + D) = \frac{1,48 \times 10^{-2}}{2} (50 + 50) = 0,74 \quad (4.5)$$

Infiltrasi merupakan proses peresapan air kedalam tanah yang dipengaruhi oleh berbagai faktor, salah satunya adalah transpirasi. Transpirasi merupakan proses penguapan air dari jaringan tumbuhan di atas permukaan tanah melalui stomata, lubang kutikula, dan lentisel (Silaen, 2021). Nilai potensial transpirasi (T_{pot}) dari tanaman yang digunakan pada penelitian diasumsikan sama dengan penelitian yang dilakukan oleh Solekhudin dkk. (2019) yaitu $0,4 \text{ cm/hari}$.

4.2 Masalah Syarat Batas Model Matematika Infiltrasi

Model matematika persamaan infiltrasi berbentuk Persamaan Helmholtz Termodifikasi yang diperoleh dari transformasi persamaan (2.3) dengan beberapa tahapan transformasi yang dilampirkan pada Lampiran 2.1 yaitu transformasi kirchoff (2.4), transformasi variabel *dimensionless* (2.6), transformasi konstanta *dimensionless* (2.7), dan transformasi eksponensial (2.8), sehingga diperoleh Persamaan Helmholtz Termodifikasi berikut:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \phi = S^* \quad (4.6)$$

Dimana $S^* = \gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-z}$ dengan γ^* adalah fungsi respon tekanan air dan s_m^* merupakan *normalized root-water uptake*, yang dirumuskan sebagai:

$$\gamma^*(\phi) = \gamma \left(\frac{1}{\alpha^*} \ln \left(\frac{\alpha^* v_0 L \phi e^z}{\pi K_0} \right) \right) \quad (4.7)$$

$$s_m^*(x, z) = \frac{2\pi}{v_0 L \alpha^*} \frac{l_t \tau^*(x, z) T_{pot}}{\int_0^{z_m} \int_{b-x_m}^b \tau^*(x, z) dx dz} \quad (4.8)$$

$$\tau^*(x, z) = \left(1 - \frac{b-x}{x_m}\right) \left(1 - \frac{z}{z_m}\right) e^{-\frac{2}{\alpha^*} \left(-\frac{px}{x_m}|x^*-(b-x)| + \frac{pz}{z_m}|z^*-z|\right)} \quad (4.9)$$

untuk $b - x_m \leq x \leq b$, $0 \leq z \leq z_m$.

Nilai ϕ diperoleh dari implementasi DRBEM dengan skema prediktor-korektor. Pada tanah heterogen, nilai *suction potential* (ψ) dapat diperoleh menggunakan persamaan (4.10) dengan memanfaatkan nilai ϕ , yang dirumuskan sebagai:

$$\psi = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_1} \ln \left(\frac{0,75\alpha_1 L \phi e^z}{\pi} \right), \text{ pada lapisan 1} \\ \frac{1}{\alpha_2} \ln \left(\frac{0,75(K_0)_1 \alpha_1 L \phi e^z}{\pi(K_0)_2} \right), \text{ pada lapisan 2} \end{cases} \quad (4.10)$$

Persamaan (4.6) merupakan modifikasi Persamaan Helmholtz dengan penyerapan air oleh akar tanaman. Komponen *flux* horizontal yang diasumsikan dengan u serta v untuk komponen *flux* vertikal dan *flux* normal yang bersesuaian dengan persamaan (4.6) adalah sebagai berikut:

$$u = -e^z \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad v = 2\phi e^z - e^z \left(\phi + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (4.11)$$

serta,

$$f = un_1 + vn_2 = -e^z \frac{\partial \phi}{\partial x} n_1 + \left(2\phi e^z - e^z \left(\phi + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right) n_2 \quad (4.12)$$

Berdasarkan persamaan (4.12) maka diperoleh definisi turunan normal yaitu:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \phi n_2 - e^{-z} f. \quad (4.13)$$

Masalah infiltrasi ditinjau pada daerah dengan batas $0 \leq X \leq L + D$ dan $Z \geq 0$ sehingga dapat didefinisikan sebuah domain pada model matematika infiltrasi adalah sebuah daerah semi tak terbatas $0 \leq X \leq L + D, Z \geq 0$. Daerah ini disebut domain R yang tertutup oleh kurva C . Berdasarkan asumsi yang digunakan pada Subbab 3.2, panjang permukaan saluran adalah $2L$, maka lebar dan kedalaman saluran berturut-turut adalah $\frac{2L}{\pi}$ dan $\frac{3L}{2\pi}$. Nilai L dan D berturut turut ditetapkan sebesar 50 cm , sehingga didapatkan lebar saluran adalah $\frac{100}{\pi}$ dan kedalaman saluran adalah $\frac{75}{\pi}$. Nilai *flux* awal yang masuk bergantung pada *hydraulic conductivity* tanah jenuh sehingga $v_0 = 0,75 \times K_0$. Penelitian ini membahas mengenai infiltrasi pada

tanah heterogen dengan dua lapisan, dimana saluran yang digunakan berbentuk *trapezoidal* yang memiliki lapisan *impermeable* dan tanpa lapisan *impermeable*. Perbedaan antara saluran irigasi dengan lapisan *impermeable* dan tanpa lapisan *impermeable* terdapat pada syarat batas sebagai berikut:

1. Syarat Batas Saluran Irigasi *Permeable*

Syarat batas saluran irigasi bentuk *trapezoidal permeable* (tanpa lapisan *impermeable*) diperoleh dengan langkah-langkah pada Lampiran 4.1, sebagai berikut:

$$C_1: \frac{\partial \phi}{\partial n} = \phi n_2 + \frac{2\pi}{\alpha^* L} e^{-z}, \text{ pada permukaan saluran} \quad (4.14)$$

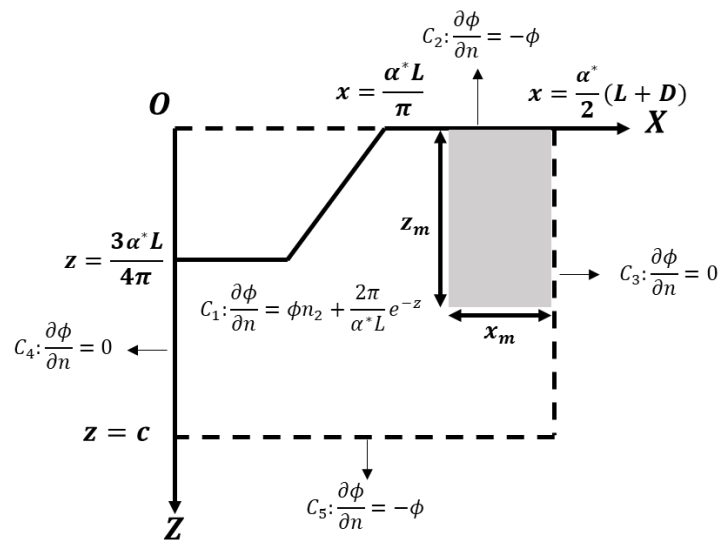
$$C_2: \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\phi, \text{ untuk } \frac{\alpha^* L}{\pi} \leq x \leq \frac{\alpha^*}{2}(L + D) \text{ dan } z = 0 \quad (4.15)$$

$$C_3: \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ untuk } x = \frac{\alpha^*}{2}(L + D) \text{ dan } z \geq 0 \quad (4.16)$$

$$C_4: \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ untuk } x = 0 \text{ dan } z \geq \frac{3\alpha^* L}{4\pi} \quad (4.17)$$

$$C_5: \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\phi, \text{ untuk } 0 \leq x \leq \frac{\alpha^*}{2}(L + D), \text{ dan } z = c \quad (4.18)$$

Masalah Syarat Batas (MSB) infiltrasi dengan penyerapan air oleh akar tanaman pada saluran irigasi alur bentuk *trapezoidal* dapat diilustrasikan dalam Gambar 4.1 berikut:



Gambar 4.1 Masalah syarat batas saluran irigasi *permeable*

2. Syarat Batas Saluran Irigasi *Impermeable*

Syarat batas saluran irigasi bentuk *trapezoidal impermeable* diperoleh dengan langkah-langkah pada Lampiran 4.1, sebagai berikut:

$$C_1: \frac{\partial \phi}{\partial n} = \phi n_2 + \frac{2\pi}{\alpha^* L} e^{-z}, \text{ pada permukaan saluran } permeable \quad (4.19)$$

$$C_2: \frac{\partial \phi}{\partial n} = \phi n_2, \text{ pada permukaan saluran } impermeable \quad (4.20)$$

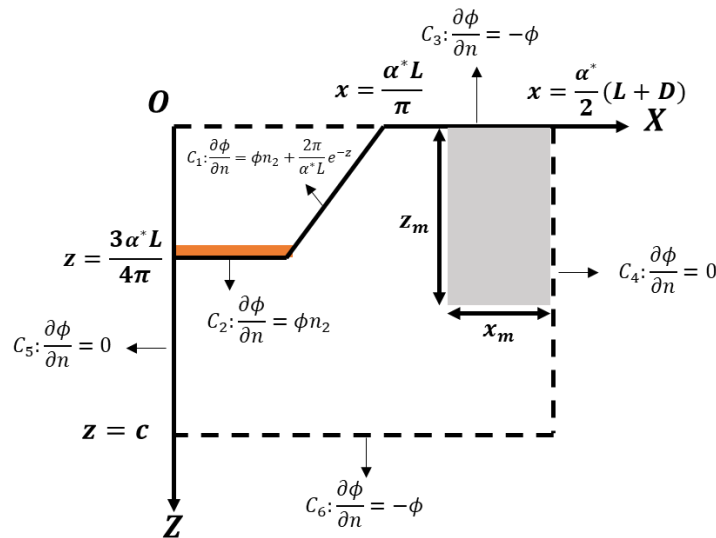
$$C_3: \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\phi, \text{ untuk } \frac{\alpha^* L}{\pi} \leq x \leq \frac{\alpha^*}{2}(L + D) \text{ dan } z = 0 \quad (4.21)$$

$$C_4: \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ untuk } x = \frac{\alpha^*}{2}(L + D) \text{ dan } z \geq 0 \quad (4.22)$$

$$C_5: \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ untuk } x = 0 \text{ dan } z \geq \frac{3\alpha^* L}{4\pi} \quad (4.23)$$

$$C_6: \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\phi, \text{ untuk } 0 \leq x \leq \frac{\alpha^*}{2}(L + D), \text{ dan } z = c \quad (4.24)$$

Masalah Syarat Batas (MSB) infiltrasi dengan penyerapan air oleh akar tanaman pada saluran irigasi alur bentuk *trapezoidal* dengan lapisan *impermeable* dapat diilustrasikan dalam Gambar 4.2 berikut:



Gambar 4.2 Masalah syarat batas saluran irigasi dengan lapisan *impermeable*

4.3 Penyelesaian Model Matematika Infiltrasi

Proses terjadinya infiltrasi dimodelkan secara matematika berupa Persamaan Helmholtz Termodifikasi (4.6). Persamaan (4.6) dapat diselesaikan

menggunakan DRBEM dengan syarat batas pada Subbab 4.2. Langkah-langkah penyelesaian dilampirkan pada Lampiran 2.2, yang mengacu pada Subbab 2.3 yaitu membentuk relasi *reciprocal* (2.12), persamaan integral batas dari Persamaan Helmholtz (2.13), mencari pendekatan integral domain (2.14), dan persamaan integral batas (2.17), selanjutnya penyelesaian persamaan integral batas dan integral domain (2.19), serta SPL untuk mengevaluasi solusi Persamaan Helmholtz dengan DRBEM (2.21), dengan memanfaatkan skema prediktor-korektor Subbab 2.4 pada Lampiran 3.1.

1. Penyelesaian MSB Saluran Irigasi *Permeable*

Model matematika infiltrasi air (4.6) dengan syarat batas (4.14) sampai (4.18) pada saluran irigasi *permeable* dapat diselesaikan menggunakan DRBEM pada Subbab 2.3. Proses penyelesaian MSB saluran irigasi *permeable* dimulai dengan mensubstitusikan syarat batas (4.14) sampai (4.18) pada persamaan integral dari Persamaan Helmholtz Termodifikasi (4.25):

$$\begin{aligned} \lambda(\xi, \eta)\phi(\xi, \eta) = & \int_C \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} - \Phi(x, y; \xi, \eta) \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial n} \right) ds \\ & + \iint_R \Phi(x, y; \xi, \eta) (\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-z} + \phi(x, y)) dx dy \end{aligned} \quad (4.25)$$

dengan

$$\lambda(\xi, \eta) = \begin{cases} 0, & \text{jika } (\xi, \eta) \notin R \cup C \\ \frac{1}{2}, & \text{jika } (\xi, \eta) \text{ pada bagian } \textit{smooth} C \\ 1, & \text{jika } (\xi, \eta) \in R \end{cases}$$

dimana λ adalah konstanta yang bersesuaian dengan lokasi titik kolokasi. Substitusikan syarat batas (4.14) sampai (4.18) pada persamaan (4.25) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \lambda(\xi, \eta)\phi(\xi, \eta) = & \int_{C_1} \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} - \Phi(x, y; \xi, \eta) \left(\phi n_2 + \frac{2\pi}{\alpha^* L} e^{-z} \right) \right) ds \\ & + \int_{C_2 \cup C_5} \phi(x, y) \left(\frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} + \Phi(x, y; \xi, \eta) \right) ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{C_3 \cup C_4} \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} \right) ds \\
& + \iint_R \Phi(x, y; \xi, \eta) (\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-z} + \phi(x, y)) dx dy \quad (4.26)
\end{aligned}$$

Persamaan integral batas (4.26) selanjutnya diubah menjadi SPL pada persamaan (4.27) dengan memanfaatkan persamaan (2.14) dan (2.17) berdasarkan Lampiran 4.2 berikut:

$$\begin{aligned}
\lambda(a^{(n)}, b^{(n)}) \phi^{(n)} & = \sum_{k=1}^N \phi^{(k)} \left(F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - v^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \right) \\
& - \sum_{k=1}^N fl^{(k)} e^{-b^{(k)}} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \\
& + \sum_{j=1}^{N+M} \mu^{(nj)} \left[\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-b^{(j)}} + \phi^{(j)} \right] \quad (4.27)
\end{aligned}$$

untuk $n = 1, 2, \dots, N + M$ nilai

$$v^{(k)} = \begin{cases} n_2, C^{(k)} \in C_1 \\ 1, C^{(k)} \in C_2 \cup C_5 \\ 0, C^{(k)} \in C_3 \cup C_4 \end{cases}$$

dengan $\phi^{(n)}$ merupakan nilai ϕ yang dievaluasi pada $(a^{(n)}, b^{(n)})$, $fl^{(k)}$ adalah *flux* di titik kolokasi $(a^{(k)}, b^{(k)})$, dan $n_2^{(k)}$ adalah komponen vektor normal pada sumbu Z di titik kolokasi $(a^{(k)}, b^{(k)})$.

2. Penyelesaian MSB Saluran Irigasi *Impermeable*

Model matematika infiltrasi air (4.6) dengan syarat batas (4.19) sampai (4.24) pada saluran irigasi *impermeable* dapat diselesaikan dengan DRBEM pada Subbab 2.3. Tidak jauh berbeda dengan saluran irigasi *permeable*, penyelesaian MSB saluran irigasi *permeable* dimulai dengan mensubstitusikan syarat batas (4.19) sampai (4.24) pada persamaan integral (4.25) sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\lambda(\xi, \eta) \phi(\xi, \eta) & = \int_{C_1} \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} - \Phi(x, y; \xi, \eta) \left(\phi n_2 + \frac{2\pi}{\alpha^* L} e^{-z} \right) \right) ds \\
& + \int_{C_2} \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} - \Phi(x, y; \xi, \eta) (\phi n_2) \right) ds
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{C_3 \cup C_6} \phi(x, y) \left(\frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} + \Phi(x, y; \xi, \eta) \right) ds \\
& + \int_{C_4 \cup C_5} \left(\phi(x, y) \frac{\partial \Phi(x, y; \xi, \eta)}{\partial n} \right) ds \\
& + \iint_R \Phi(x, y; \xi, \eta) (\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-z} + \phi(x, y)) dx dy \quad (4.28)
\end{aligned}$$

Persamaan integral batas (4.28) selanjutnya diubah menjadi SPL persamaan (4.29) dengan memanfaatkan persamaan (2.14) dan (2.17) berdasarkan Lampiran 4.2 berikut:

$$\begin{aligned}
\lambda(a^{(n)}, b^{(n)}) \phi^{(n)} &= \sum_{k=1}^N \phi^{(k)} \left(F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - v^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \right) \\
& - \sum_{k=1}^N f l^{(k)} e^{-b^{(k)}} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \\
& + \sum_{j=1}^{N+M} \mu^{(nj)} \left[\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-b^{(l)}} + \phi^{(j)} \right] \quad (4.29)
\end{aligned}$$

untuk $n = 1, 2, \dots, N + M$ nilai

$$v^{(k)} = \begin{cases} n_2, C^{(k)} \in C_1 \cup C_2 \\ 1, C^{(k)} \in C_3 \cup C_6 \\ 0, C^{(k)} \in C_4 \cup C_5. \end{cases}$$

Persamaan (4.27) dan (4.29) mengandung $\phi^{(k)}$ dengan $k = 1, 2, 3, \dots, N + M$. Bagian persamaan (4.27) dan (4.29) yang mengandung $\phi^{(k)}$ dipindah ke ruas kiri karena syarat batas infiltrasi yang diketahui adalah $\frac{\partial \phi}{\partial n}$, sehingga persamaan (4.27) dan (4.29) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^N \left\{ \left[\phi^{(k)} \left(F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - v^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \right) \right] + \mu^{(nj)} \phi^{(j)} \right\} + \sum_{j=N+1}^{N+M} \mu^{(nj)} \phi^{(j)} \\
- \lambda(a^{(n)}, b^{(n)}) \phi^{(n)} = \sum_{k=1}^N f l^{(k)} e^{-b^{(k)}} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - \sum_{j=1}^{N+M} \mu^{(nj)} \left[\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-b^{(l)}} \right] \quad (4.30)
\end{aligned}$$

untuk $n = 1, 2, \dots, N + M$.

Persamaan (4.30) memiliki bentuk nonlinier sehingga dibutuhkan skema prediktor-korektor dalam penyelesaian persamaan tersebut. Skema prediktor-

korektor pada Subbab 2.4 digunakan untuk menghasilkan nilai $\gamma^*(\phi)$ baik pada saluran irigasi *permeable* maupun *impermeable*. Prosedur skema prediktor-korektor disajikan pada Lampiran 3.1 digunakan untuk mendapatkan nilai dari ϕ . Persamaan (4.30) diselesaikan dengan dua tahap utama yaitu pertama tanpa melibatkan faktor penyerapan akar untuk memperoleh nilai ϕ_0 , selanjutnya pada tahap kedua persamaan (4.30) diselesaikan dengan melibatkan penyerapan akar dan memanfaatkan nilai ϕ_0 yang diperoleh pada tahap sebelumnya. Nilai ϕ_0 digunakan sebagai prediktor dan $\sum_{i=1}^{N+M} |\gamma_j^{*(i)} - \gamma_{j-1}^{*(i)}| < \varepsilon$ sebagai korektor. Berdasarkan uraian tersebut maka persamaan (4.30) dapat diubah kedalam dua bentuk persamaan yaitu persamaan (4.31) dan (4.32):

$$\sum_{k=1}^{N+M} A_{nk} \phi^{(k)} = b_n \quad (4.31)$$

dan

$$\sum_{k=1}^{N+M} A_{nk} \phi^{(k)} = c_n \quad (4.32)$$

dengan

$$b_n = \sum_{k=1}^N f l^{(k)} e^{-b^{(k)}} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) \quad (4.33)$$

$$c_n = b_n - \sum_{j=1}^{N+M} \mu^{(nj)} [\gamma^*(\phi) s_m^*(x, z) e^{-z}] \quad (4.34)$$

untuk $n = 1, 2, \dots, N + M$, serta:

$$A_{nk} = F_2^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) - v^{(k)} F_1^{(k)}(a^{(n)}, b^{(n)}) + \mu(a^{(n)}, b^{(n)}; a^{(k)}, b^{(k)}) - \frac{1}{2} \delta^{(nk)}, \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4.35)$$

$$A_{nk} = \mu(a^{(n)}, b^{(n)}; a^{(k)}, b^{(k)}) - \delta^{(nk)}, \text{ untuk } k = N + 1, \dots, N + M \quad (4.36)$$

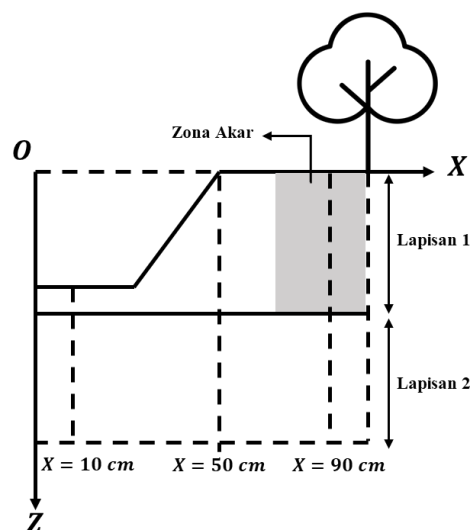
dengan

$$\delta^{(nk)} = \begin{cases} 0, & \text{jika } k \neq n \\ 1, & \text{jika } k = n. \end{cases}$$

4.4 Solusi Numerik Model Matematika Infiltrasi

Sistem Persamaan Linier (SPL) persamaan (4.31) dan (4.32) selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode DRBEM dengan kombinasi skema prediktor-korektor yang diimplementasikan dalam program MATLAB. Implementasi program MATLAB yang dilampirkan pada Lampiran 4.3 dijalankan dengan menyesuaikan nilai parameter distribusi akar pada tiap jenis penyerapan akar yang merujuk pada Tabel 3.2. Metode DRBEM dapat diselesaikan apabila kurva C tertutup dan terbatas, sehingga pada kedalaman $z = \infty$ nilai z dibatasi menjadi $z = c$. Berdasarkan penelitian yang dilakukan Batu (1978), nilai $z = 4$ memberikan pendekatan numerik yang baik serta tidak memberikan efek signifikan pada nilai ϕ , sehingga dalam penelitian ini digunakan nilai $z = 4$. Kurva C didiskritisasi menjadi beberapa elemen dan titik kolokasi dipilih pada domain \mathbf{R} dengan diskritisasi sebanyak 287 titik batas dan 619 titik kolokasi *interior*. Hasil dari perhitungan numerik digunakan untuk memperoleh nilai *suction potential* dan *sink term* dari tiap jenis penyerapan akar yang kemudian dibandingkan solusinya.

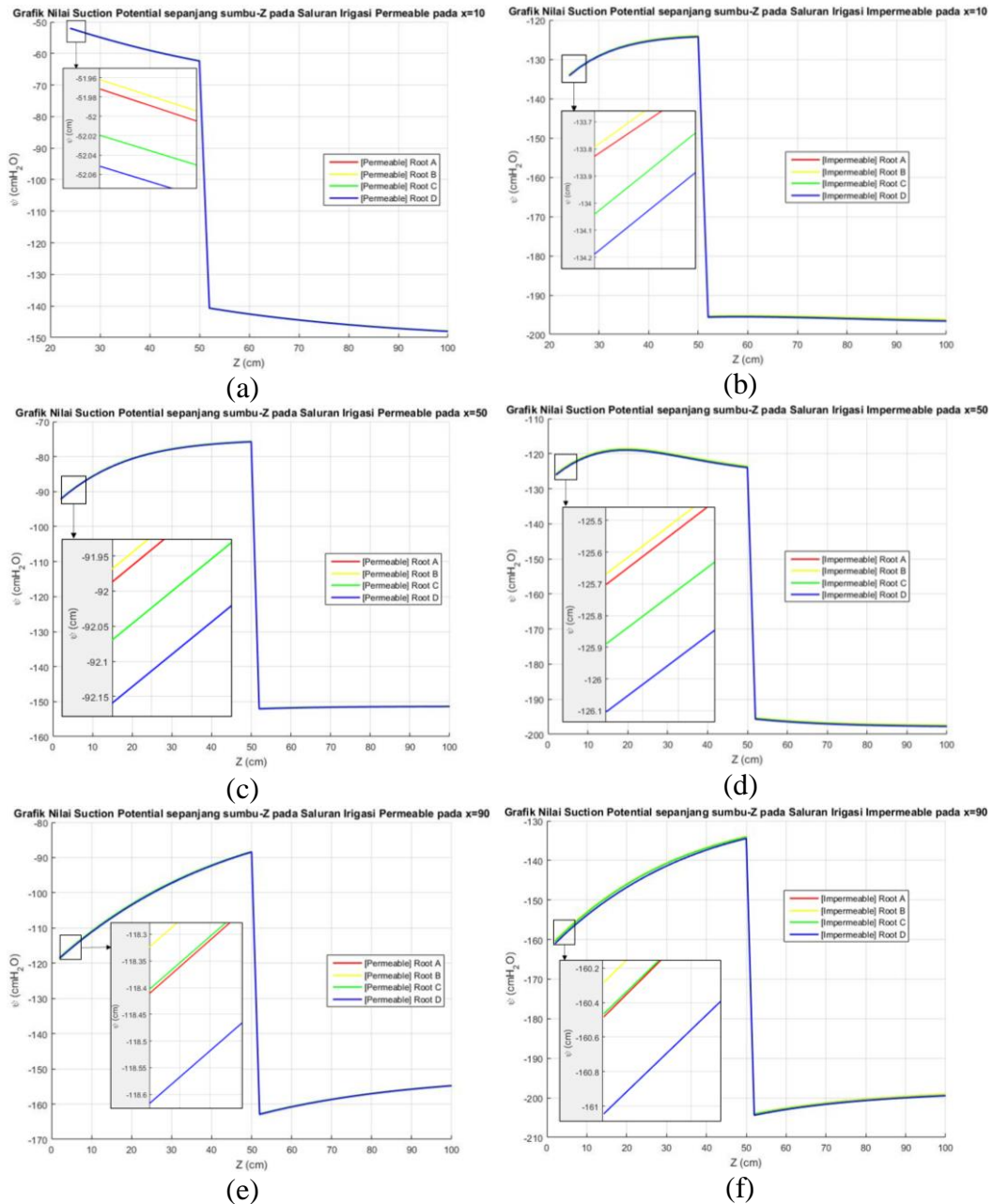
Nilai *suction potential* yang dianalisis berada pada $X = 10 \text{ cm}$ yang merupakan titik di bawah saluran, $X = 50 \text{ cm}$ merupakan titik yang terletak tidak jauh dari saluran, dan $X = 90 \text{ cm}$ merupakan titik yang letaknya jauh dari saluran. Letak nilai *suction potential* yang dianalisis diilustrasikan dalam Gambar 4.3 berikut:



Gambar 4.3 Letak nilai *suction potential* yang dianalisis

Gambar 4.4 menggambarkan perbandingan grafik 2 dimensi dari *suction potential* saluran irigasi *permeable* dan *impermeable* sepanjang sumbu Z pada $X = 10$, $X = 50$, dan $X = 90$ cm. Untuk $X = 10$ cm, nilai *suction potential* saluran *permeable* menurun, sedangkan pada saluran *impermeable* meningkat pada kedalaman $Z = 20$ cm sampai $Z = 50$ cm dan mencapai nilai tertinggi pada $Z = 50$ cm. Selanjutnya, pada kedalaman $Z = 50$ cm sampai $Z = 52$ cm nilai *suction potential* menurun signifikan, dan menurun kembali pada kedalaman $Z = 52$ cm sampai $Z = 100$ cm baik pada saluran *permeable* atau *impermeable*. Untuk $X = 50$ cm, nilai *suction potential* saluran *permeable* meningkat dan mencapai nilai tertinggi sampai kedalaman $Z = 50$ cm, sedangkan pada saluran *impermeable* meningkat dan mencapai nilai tertinggi sampai kedalaman $Z = 20$ cm kemudian menurun sampai pada kedalaman 50 cm. Selanjutnya, pada kedalaman $Z = 50$ cm sampai $Z = 52$ cm nilai *suction potential* menurun signifikan, kemudian menurun kembali pada kedalaman $Z = 52$ cm sampai $Z = 100$ cm pada saluran *impermeable*, sedangkan pada saluran *permeable* sedikit meningkat. Untuk $X = 90$ cm, nilai *suction potential* saluran *permeable* dan *impermeable* meningkat sampai kedalaman $Z = 50$ cm dan mencapai nilai tertinggi pada $Z = 50$ cm. Selanjutnya, pada kedalaman $Z = 50$ cm sampai $Z = 52$ cm nilai *suction potential* menurun signifikan, dan kembali meningkat pada kedalaman $Z = 52$ cm sampai $Z = 100$ cm baik pada saluran *permeable* atau *impermeable*. Berdasarkan grafik yang diperoleh pada beberapa titik pengamatan, nilai *suction potential* pada titik dibawah saluran irigasi cenderung menurun seiring bertambahnya kedalaman tanah. Sedangkan nilai *suction potential* pada titik yang tidak berada dibawah saluran cenderung naik seiring bertambahnya kedalaman.

Berdasarkan grafik pada Gambar 4.4 diketahui bahwa terdapat loncatan nilai *suction potential* pada tanah lapisan 1 ke lapisan 2. Loncatan nilai *suction potential* dikarenakan tanah yang digunakan dalam penelitian merupakan tanah heterogen yang memiliki perbedaan tekstur tanah (α) dan *hydraulic conductivity* (K_0).



(a) Permeable $X = 10$ cm; (b) Impermeable $X = 10$ cm; (c) Permeable $X = 50$ cm; (d) Impermeable $X = 50$ cm; (e) Permeable $X = 90$ cm; (f) Impermeable $X = 90$ cm
 Gambar 4.4 Perbandingan grafik suction potential saluran irigasi permeable dan impermeable

Berikut merupakan nilai *suction potential* (ψ) pada beberapa titik dari setiap jenis penyerapan akar saluran irigasi *permeable*:

Tabel 4.2 Nilai *suction potential* pada saluran irigasi *permeable*

Jenis		<i>Suction Potential</i> (ψ)				
Tanah	$X(cm)$	$Z(cm)$	Root A	Root B	Root C	Root D
PCL	10	30	-54.88947647	-54.85374675	-54.86602029	-54.90090626
	10	40	-58.97757736	-58.95445984	-58.99957845	-59.03989019
	50	30	-77.72904595	-77.71695214	-77.81432577	-77.90524003
	50	40	-76.33367604	-76.32298940	-76.41837913	-76.50195334
	90	30	-96.99021467	-96.98437533	-97.03612905	-97.27129740
	90	40	-92.08783707	-92.08898181	-92.14480233	-92.31817274
TSL	10	60	-142.44376311	-142.43338851	-142.50829114	-142.54924062
	10	90	-146.96971211	-146.96473771	-147.07099876	-147.11021499
	50	60	-151.66805568	-151.66104523	-151.74917723	-151.80825550
	50	90	-151.29789421	-151.29376209	-151.39743924	-151.44134880
	90	60	-160.64492331	-160.64871786	-160.71724284	-160.79362492
	90	90	-155.62750553	-155.62882492	-155.73019143	-155.77180845

Tabel 4.2 memberikan nilai *suction potential* pada tanah heterogen dengan dua lapisan dimana lapisan pertama (0 cm – 50 cm) adalah *Pima Clay Loam* (PCL) dan lapisan kedua (51 cm – 100 cm) adalah *Touchet Silt Loam* (TSL) dengan empat jenis penyerapan akar berbeda pada beberapa titik kedalaman tanah.

Berdasarkan Tabel 4.2, dapat diketahui bahwa nilai *suction potential* pada tanah dibawah saluran ($X = 10\text{ cm}$) mengalami penurunan seiring bertambahnya kedalaman tanah. Penurunan nilai *suction potential* pada lapisan pertama *Pima Clay Loam* lebih besar dibanding dengan lapisan kedua *Touchet Silt Loam*. Pada tanah yang letaknya jauh dari saluran ($X = 50\text{ cm}$ dan $X = 90\text{ cm}$) nilai *suction potential* mengalami peningkatan seiring bertambahnya kedalaman tanah. Peningkatan nilai *suction potential* pada lapisan pertama *Pima Clay Loam* lebih besar dibanding dengan lapisan kedua *Touchet Silt Loam*.

Selanjutnya, diberikan nilai *suction potential* (ψ) pada beberapa titik dari setiap jenis penyerapan akar saluran irigasi *impermeable* sebagai berikut:

Tabel 4.3 Nilai *suction potential* pada saluran irigasi *impermeable*

Jenis		<i>Suction Potential</i> (ψ)				
Tanah	$X(cm)$	$Z(cm)$	Root A	Root B	Root C	Root D
PCL	10	30	-129.11566098	-128.98435725	-129.03390840	-129.17652858
	10	40	-125.18300822	-125.11098880	-125.26692392	-125.41473927
	50	30	-119.80065503	-119.78024909	-120.01860431	-120.25918455
	50	40	-121.84529610	-121.82810376	-122.07293242	-122.30296393
	90	30	-140.66028236	-140.66356299	-140.77275027	-141.40741814

Jenis Tanah		<i>Suction Potential</i> (ψ)				
<i>X(cm)</i>	<i>Z(cm)</i>	Root A	Root B	Root C	Root D	
TSL	90	40	-136.76416740	-136.78555925	-136.90657649	-137.37696110
	10	60	-195.18078639	-195.15708476	-195.38872177	-195.52351748
	10	90	-195.89526844	-195.89090463	-196.19987112	-196.32021001
	50	60	-196.01955301	-196.01126153	-196.24944243	-196.41738626
	50	90	-197.19377937	-197.19407244	-197.48012572	-197.60495430
	90	60	-202.56368995	-202.59005684	-202.75293258	-202.95734859
	90	90	-199.59050466	-199.60874390	-199.87301283	-199.98222536

Berdasarkan Tabel 4.3, dapat diketahui bahwa nilai *suction potential* pada tanah dibawah saluran ($X = 10 \text{ cm}$) dan tanah yang terletak jauh dari saluran ($X = 90 \text{ cm}$) mengalami peningkatan seiring bertambahnya kedalaman tanah. Peningkatan nilai *suction potential* pada lapisan pertama *Pima Clay Loam* lebih besar dibanding dengan lapisan kedua *Touchet Silt Loam*. Pada tanah yang letaknya tidak jauh dari saluran ($X = 50 \text{ cm}$), nilai *suction potential* mengalami peningkatan sampai kedalaman $Z = 20 \text{ cm}$, kemudian menurun seiring bertambahnya kedalaman tanah. Penurunan nilai *suction potential* pada lapisan pertama *Pima Clay Loam* lebih besar dibanding dengan lapisan kedua *Touchet Silt Loam*.

Nilai maksimum dan minimum *suction potential* pada saluran irigasi *permeable* dan *impermeable* dipengaruhi oleh jenis penyerapan akar masing masing. Nilai maksimum dan minimum *suction potential* ditunjukkan pada Tabel 4.4 berikut:

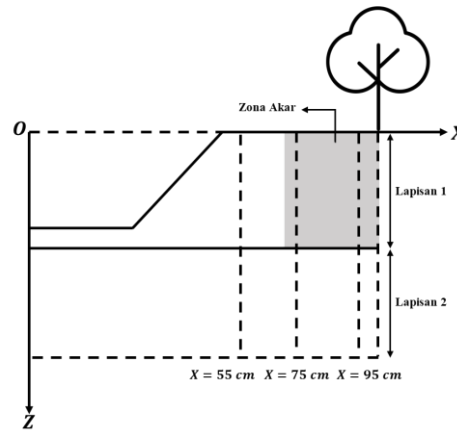
Tabel 4.4 Nilai maksimum dan minimum *suction potential*

Jenis Saluran Irigasi	Jenis Penyerapan	<i>Suction Potential</i>	
		Maksimum	Minimum
<i>Permeable</i>	Root A	-51.97186103	-162.74920188
	Root B	-51.96224943	-162.75270562
	Root C	-52.01978195	-162.81336809
	Root D	-52.05176531	-162.91291928
<i>Impermeable</i>	Root A	-85.31055629	-203.96227009
	Root B	-85.22968322	-203.98797654
	Root C	-85.24085044	-204.12723696
	Root D	-85.34801704	-204.39633989

Berdasarkan Tabel 4.4 nilai *suction potential* saluran irigasi *permeable* lebih besar dibandingkan dengan saluran irigasi *impermeable*. Nilai *suction potential* yang semakin besar menunjukkan air yang diserap semakin besar, sehingga kandungan air dalam tanah juga semakin besar. Nilai *suction potential* yang dipengaruhi oleh penyerapan akar Root C dan Root D lebih kecil dibandingkan

Root A dan Root B. Hal ini berarti Root C dan Root D menyerap air lebih banyak dibandingkan Root A dan Root B sehingga nilai *suction potential* menjadi lebih kecil. Atau dengan kata lain, semakin kecil nilai *suction potential* maka semakin tinggi penyerapan air oleh akar.

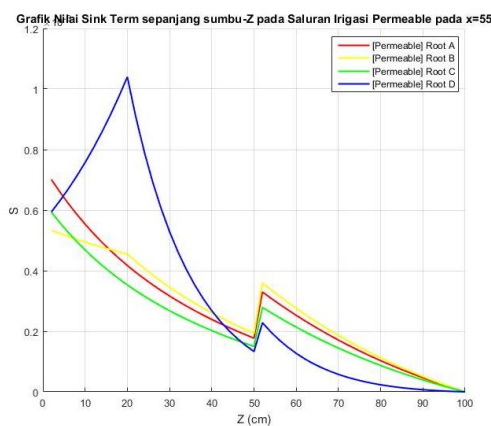
Nilai *sink term* yang dianalisis berada pada $X = 55 \text{ cm}$, $X = 75 \text{ cm}$, dan $X = 95 \text{ cm}$. Titik $X = 55 \text{ cm}$ dipilih karena merupakan zona akar yang letaknya paling jauh dengan lokasi tanaman, $X = 75 \text{ cm}$ berada diantara zona akar paling jauh dengan lokasi tanaman, sedangkan $X = 95 \text{ cm}$ dipilih karena merupakan lokasi yang paling dekat dengan tanaman. Letak nilai *sink term* yang dianalisis diilustrasikan dalam Gambar 4.5 berikut:



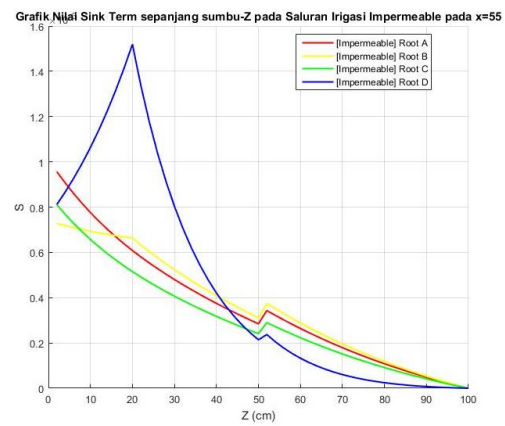
Gambar 4.5 Letak nilai *sink term* yang dianalisis

Gambar 4.6 menunjukkan grafik nilai *sink term* dari saluran irigasi *permeable* dan *impermeable*. Diketahui bahwa setiap jenis penyerapan akar memiliki karakteristik berbeda-beda. Keempat posisi akar yang berbeda menyebabkan persebaran titik maksimum penyerapan air yang berbeda. Grafik yang dihasilkan Root A dan Root C memiliki bentuk yang hampir sama baik pada saluran *permeable* maupun *impermeable*, cenderung menurun seiring bertambahnya kedalaman tanah sampai $Z = 50 \text{ cm}$. Selanjutnya, meningkat pada kedalaman $Z = 50 \text{ cm}$ sampai 52 cm , dan menurun kembali pada kedalaman $Z = 52 \text{ cm}$ sampai $Z = 100 \text{ cm}$. Akar dengan jenis penyerapan Root A dan Root C lebih banyak menyerap air pada lapisan atas tanah, ditunjukkan dengan titik maksimum penyerapan Root A berada di titik $(95 \text{ cm}, 0 \text{ cm})$ dan Root C berada di titik $(75 \text{ cm}, 0 \text{ cm})$. Selanjutnya, pada Root B grafik yang dihasilkan sedikit

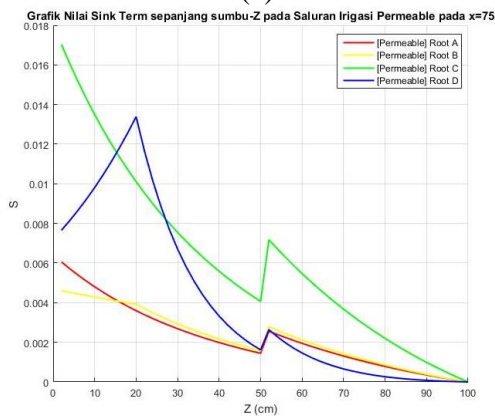
menurun sampai kedalaman $Z = 20 \text{ cm}$, kemudian kembali menurun sampai $Z = 50 \text{ cm}$ baik pada saluran *permeable* maupun *impermeable*. Pada kedalaman $Z = 50 \text{ cm}$ sampai $Z = 52 \text{ cm}$, nilai *suction potential* meningkat, kemudian menurun kembali pada kedalaman $Z = 52 \text{ cm}$ sampai $Z = 100 \text{ cm}$. Akar jenis Root B lebih banyak menyerap air pada lapisan atas tanah sampai kedalaman $Z = 20 \text{ cm}$, ditunjukkan dengan titik maksimum penyerapan Root B berada di titik $(95 \text{ cm}, 0 \text{ cm})$. Berikutnya, pada Root D dapat dilihat bahwa grafik yang dihasilkan cenderung naik pada kedalaman sampai kedalaman $Z = 20 \text{ cm}$ kemudian mengalami penurunan drastis sampai $Z = 50 \text{ cm}$. Pada kedalaman $Z = 50 \text{ cm}$ sampai $Z = 52 \text{ cm}$, nilai *suction potential* meningkat, kemudian menurun kembali pada $Z = 52 \text{ cm}$ sampai $Z = 100 \text{ cm}$ baik pada saluran *permeable* maupun *impermeable*. Hal ini dikarenakan posisi penyerapan maksimal dari Root D berada di titik $(75 \text{ cm}, 20 \text{ cm})$, sehingga akar lebih banyak menyerap air pada lapisan tanah lebih dalam dibanding ketiga jenis akar lainnya.



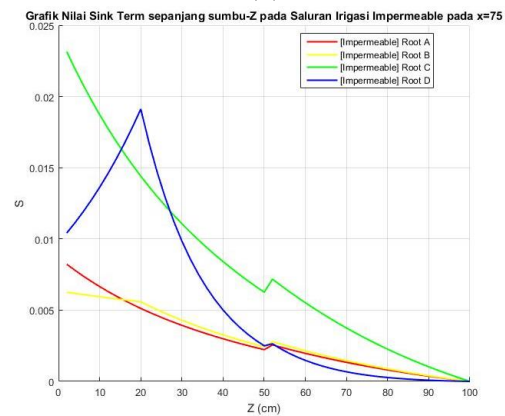
(a)



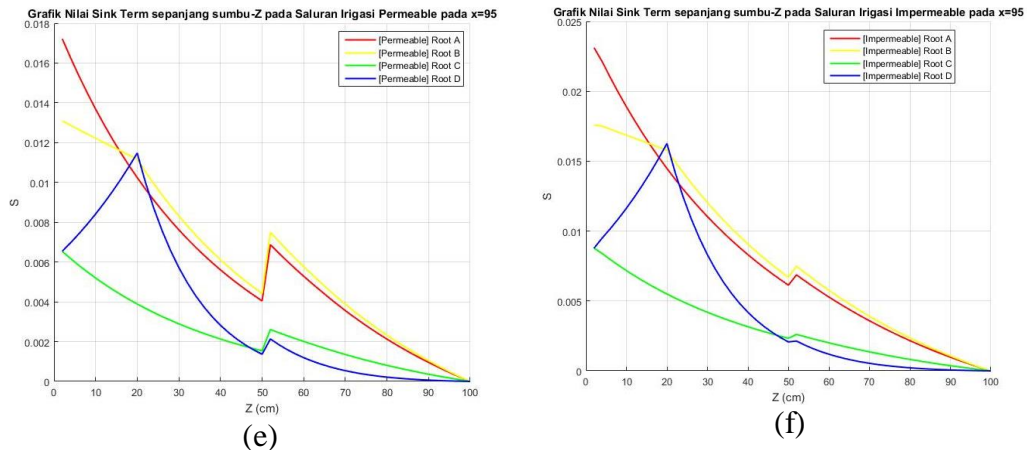
(b)



(c)



(d)



(a) *Permeable* $X = 55$ cm; (b) *Impermeable* $X = 55$ cm; (c) *Permeable* $X = 75$ cm; (d) *Impermeable* $X = 75$ cm; (e) *Permeable* $X = 95$ cm; (f) *Impermeable* $X = 95$ cm; Gambar 4.6 Perbandingan grafik *sink term* saluran irigasi *permeable* dan *impermeable*

Selanjutnya, dilakukan analisis nilai *sink term* pada empat jenis penyerapan akar. Berikut merupakan nilai *sink term* pada beberapa titik dari setiap jenis penyerapan akar saluran irigasi *permeable*:

Tabel 4.5 Nilai *sink term* pada saluran irigasi *permeable*

Jenis Tanah		<i>Sink term</i>				
$X(cm)$	$Z(cm)$	Root A	Root B	Root C	Root D	
PCL	55	10	0.00055357	0.00049436	0.00046839	0.00075725
	55	40	0.00023896	0.00026067	0.00020219	0.00026763
	75	10	0.00480296	0.00428861	0.01349758	0.00980832
	75	40	0.00198893	0.00216972	0.00558750	0.00332437
	95	10	0.01368713	0.01221930	0.00519713	0.00841221
	95	40	0.00560579	0.00611581	0.00212960	0.00282107
TSL	55	60	0.00025254	0.00027550	0.00021354	0.00012691
	55	90	0.00004642	0.00005064	0.00003925	0.00000703
	75	60	0.00194781	0.00212497	0.00546850	0.00146029
	75	90	0.00035194	0.00038395	0.00098815	0.00007947
	95	60	0.00528379	0.00576438	0.00200642	0.00119194
	95	90	0.00095285	0.00103953	0.00036207	0.00006480

Tabel 4.5 memberikan nilai *sink term* pada $X = 55$, $X = 75$, dan $X = 95$ cm. Berdasarkan Tabel 4.5 diketahui bahwa untuk kedalaman tanah (Z) yang sama pada saluran irigasi *permeable*, nilai *sink term* pada $X = 55$ cm baik pada Root A, Root B, Root C, dan Root D memiliki nilai terkecil dibandingkan nilai X lainnya. Hasil yang diperoleh pada saluran irigasi *permeable* menunjukkan bahwa penyerapan air pada daerah yang dekat dengan zona akar lebih besar dibandingkan penyerapan air pada daerah yang jauh dari zona akar.

Selanjutnya, diberikan nilai *sink term* pada beberapa titik dari setiap jenis penyerapan akar saluran irigasi *impermeable* sebagai berikut:

Tabel 4.6 Nilai *sink term* pada saluran irigasi *impermeable*

Jenis Tanah			<i>Sink term</i>			
	$X(cm)$	$Z(cm)$	Root A	Root B	Root C	Root D
PCL	55	10	0.00077601	0.00069298	0.00065712	0.00106334
	55	40	0.00037472	0.00040876	0.00031731	0.00042037
	75	10	0.00665377	0.00065712	0.01872167	0.01362341
	75	40	0.00299031	0.00031731	0.00840854	0.00500879
	95	10	0.01889043	0.00717239	0.00717239	0.01163521
	95	40	0.00831231	0.00315859	0.00315859	0.00419095
TSL	55	60	0.00026380	0.00028779	0.00022294	0.00013244
	55	90	0.00004886	0.00005330	0.00004129	0.00000739
	75	60	0.00196768	0.00214665	0.00552103	0.00147373
	75	90	0.00036442	0.00004129	0.00102252	0.00008221
	95	60	0.00528379	0.00576438	0.00200642	0.00119194
	95	90	0.00097858	0.00037160	0.00037160	0.00006649

Tabel 4.6 memberikan nilai *sink term* pada $X = 55, X = 75$, dan $X = 95 cm$. Berdasarkan Tabel 4.6 diketahui bahwa untuk kedalaman tanah (Z) yang sama pada saluran irigasi *impermeable*, nilai *sink term* pada $X = 55 cm$ baik pada Root A, Root B, Root C, dan Root D memiliki nilai terkecil dibandingkan nilai X lainnya. Hasil yang diperoleh pada saluran irigasi *impermeable* sama dengan saluran irigasi *permeable*, menunjukkan bahwa penyerapan air pada daerah yang dekat dengan zona akar lebih besar dibandingkan penyerapan air pada daerah yang jauh dari zona akar, namun *sink term* pada saluran irigasi *impermeable* lebih besar dibandingkan pada saluran irigasi *permeable*.

Saluran irigasi *permeable* memiliki lonjakan nilai *sink term* pada $Z = 50 cm$ lebih tinggi dibandingkan pada saluran irigasi *impermeable*. Hal ini dikarenakan terdapat loncatan nilai *suction potential* pada $Z = 50 cm$ yang menyebabkan nilai *sink term* meningkat. Selain itu tekstur tanah yang lebih kasar dibanding lapisan tanah pertama juga menyebabkan kenaikan nilai *sink term* pada lapisan tanah kedua.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Model matematika infiltrasi tanah heterogen pada saluran irigasi bentuk *trapezoidal* dengan variasi jenis penyerapan akar telah diselesaikan menggunakan DRBEM dengan skema prediktor-korektor memanfaatkan MATLAB. Solusi numerik permasalahan infiltrasi berupa nilai *suction potential* pada saluran irigasi *permeable* dan *impermeable*. Nilai *suction potential* saluran irigasi *permeable* lebih besar dibandingkan dengan saluran irigasi *impermeable*. Nilai *suction potential* yang semakin besar menunjukkan air yang diserap semakin besar, sehingga kandungan air dalam tanah juga semakin besar. Nilai *suction potential* baik pada saluran irigasi *permeable* atau *impermeable* yang dipengaruhi oleh penyerapan akar Root C dan Root D lebih kecil dibandingkan Root A dan Root B.

Perbedaan penyerapan empat jenis akar tanaman dalam tanah heterogen saluran irigasi bentuk *trapezoidal* yang *permeable* dan *impermeable* dapat diperoleh melalui nilai *sink term*. Berdasarkan nilai *sink term* yang diperoleh, grafik *sink term* Root A dan Root C memiliki bentuk yang hampir sama baik pada saluran *permeable* maupun *impermeable*. Akar dengan jenis penyerapan Root A, Root B dan Root C lebih banyak menyerap air pada lapisan atas tanah, sedangkan Root D lebih banyak menyerap air pada lapisan yang lebih dalam. Titik maksimum penyerapan akar Root A dan Root B berada pada (95 cm, 0 cm), Root C pada (75 cm, 0 cm) dan Root D (75 cm, 20 cm). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa penyerapan air pada daerah yang dekat dengan tanaman lebih besar dibandingkan penyerapan air pada daerah yang jauh dari tanaman.

5.2 Saran

Permasalahan dalam penelitian ini dapat dikembangkan untuk penelitian selanjutnya. Masalah infiltrasi yang diteliti dalam penelitian ini tidak bergantung waktu dengan jenis tanah yang digunakan tanah heterogen dua lapisan. Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan masalah infiltrasi dengan menambahkan faktor waktu dan jumlah lapisan tanah.

DAFTAR PUSTAKA

- Ang, W. T. (2007). *A Beginner's Course in Boundary Element Methods*. Universal Publishers. <https://books.google.co.id/books?id=c46cVdAJKZ0C>
- Angrianto, N. L., Manusawai, J., & Sinery, A. S. (2021). Analisis Kualitas Air Lindi dan Permukaan pada areal TPA Sowi Gunung dan Sekitarnya di Kabupaten Manokwari Papua Barat. *Cassowary*, 4(2). <https://doi.org/10.30862/cassowary.cs.v4.i2.79>
- Ayars, J. E., Zaccaria, D., & Bali, K. M. (2023). *Microirrigation for Crop Production: Design, Operation, and Management*. Elsevier Science. <https://books.google.co.id/books?id=AC6gEAAAQBAJ>
- Ayyub, B., & McCuen, R. H. (2015). *Numerical Analysis for Engineers: Methods and Applications, Second Edition*. CRC Press. <https://books.google.co.id/books?id=c6nODwAAQBAJ>
- Batu, V. (1978). Steady Infiltration from Single and Periodic Strip Sources. *Soil Science Society of America Journal*, 42(4), 544–549. <https://doi.org/https://doi.org/10.2136/sssaj1978.03615995004200040002x>
- Clements, D. L., & Lobo, M. (2010). A BEM for time dependent infiltration from an irrigation channel. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 34(12), 1100–1104. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2010.06.013>
- Dormand, J. R. (2018). *Numerical Methods for Differential Equations: A Computational Approach*. CRC Press. <https://books.google.co.id/books?id=60paDwAAQBAJ>
- Eslamian, S., & Eslamian, F. (2021). *Handbook of Water Harvesting and Conservation: Case Studies and Application Examples*. Wiley. <https://books.google.co.id/books?id=xiQqEAAAQBAJ>
- Gardener, W. R. (1958). Some Steady-State Solutions Of The Unsaturated Moisture Flow Equation With Application To Evaporation From A Water Table. *Soil Science*, 85(4). https://journals.lww.com/soilsci/fulltext/1958/04000/some_steady_state_solutions_of_the_unsaturated.6.aspx
- Hillel, D. (2003). *Introduction to Environmental Soil Physics*. Academic Press. <https://books.google.co.id/books?id=qK7zzLIUEloC>
- Jeffrey, A. (2014). *Handbook of Mathematical Formulas and Integrals*. Elsevier Science. <https://books.google.co.id/books?id=dMnNBQAAQBAJ>

- Kodoatie, R. J. (2021). *Tata Ruang Air Tanah*. Andi.
<https://books.google.co.id/books?id=eDMhEAAAQBAJ>
- Manaqib, M. (2017). Pemodelan Matematika Infiltrasi Air pada Saluran Irigasi Alur. *J. Mat. "MANTIK"*, 3(1), 25.
<https://doi.org/10.15642/mantik.2017.3.1.23-29>
- Manaqib, M. (2018). Penyelesaian Masalah Syarat Batas Persamaan Helmholtz menggunakan Dual Reciprocity Boundary Element Method. *Logik@*, 8(2), 115–132. <https://journal.uinjkt.ac.id/index.php/logika/article/view/9353>
- Mardizal, J., & Andayono, T. (2023). *Manajemen Irigasi dan Bangunan Air*. Eureka Medika Aksara, Mardizal.
<https://books.google.co.id/books?id=0TnOEAAAQBAJ>
- Munadi, M., Isnani, I., Oktaviani, D. N., Utami, W. B., & Ariwibowo, M. D. (2022). Matrix Flux Potential Beberapa Jenis Tanah Homogen pada Masalah Infiltrasi Stasioner dari Suatu Saluran Irigasi Tunggal. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)*, 14(1), 31–44.
<https://doi.org/10.20884/1.jmp.2022.14.1.5688>
- Nanda, A. R., & Nurnawaty. (2022). *Substitusi Konstanta Horton Untuk Analisis Kapasitas Infiltrasi*. Nas Media Pustaka.
<https://books.google.co.id/books?id=BpZpEAAAQBAJ>
- Pramadhani, D. (2024). *Implementasi Drbem Dengan Skema Prediktor-Korektor Untuk Masalah Infiltrasi Dengan Penyerapan Akar Pada Tanah Heterogen Saluran Irigasi Alur Bentuk Rectangular*. Universitas Jember.
- Rana, M. M., Xu, W., & Guo, Y. (2022). *Fundamentals of Computational Methods for Engineers*. Bentham Science Publishers.
<https://books.google.co.id/books?id=VgN8EAAAQBAJ>
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *physics*, 1(5), 318–333.
- Rosiyanti, M. R. (2024). *Pengaruh Bentuk Saluran Irigasi Terhadap Infiltrasi Tanah Heterogen Menggunakan Dual Reciprocity Boundary Element Method*. Universitas Jember.
- Samani, Z. A. (2022). *Hydraulic & Hydrologic Engineering: Fundamentals and Applications*. CRC Press.
<https://books.google.co.id/books?id=moNnEAAAQBAJ>
- Silaen, S. (2021). Pengaruh transpirasi tumbuhan dan komponen didalamnya. *Agroprimatech*, 5(2), 14–20.

- Singh, V. P., & Su, Q. (2022). *Irrigation Engineering: Principles, Processes, Procedures, Design, and Management*. Cambridge University Press. <https://books.google.co.id/books?id=zeZwEAAAQBAJ>
- Solekhuudin, I. (2016). Water Infiltration from Periodic Trapezoidal Channels with Different Types of Root-Water Uptake. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 100(12), 2029. <https://doi.org/10.17654/MS100122029>
- Solekhuudin, I., & Ang, K. C. (2013). A dual-reciprocity boundary element method for steady infiltration problems. *The ANZIAM Journal*, 54(3), 171–180.
- Solekhuudin, I., Malysa, N. H., & Zulijanto, A. (2019). A Numerical Study of Steady Water Absorption by Plant Roots in Heterogeneous Soils. *International Journal of Mathematical and Computational Methods*, 4. <https://www.iaras.org/home/caijmcm/a-numerical-study-of-steady-water-absorption-by-plant-roots-in-heterogeneous-soils>
- Solekhuudin, I., Purnama, D., Malysa, N. H., & Sumardi. (2018). Characteristics Of Water Flow In Heterogeneous Soils. *JP Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(3), 597–608. <https://doi.org/10.17654/HM015030597>
- Vrugt, J. A., van Wijk, M. T., Hopmans, J. W., & Šimunek, J. (2001). One-, two-, and three-dimensional root water uptake functions for transient modeling. *Water Resources Research*, 37(10), 2457–2470. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/2000WR000027>
- Zahroh, M., & Solekhuudin, I. (2022). Root Water Uptake Process for Different Types of Soil in Unsteady Infiltration from Periodic Trapezoidal Channels. *Proceedings of the International Conference on Mathematics, Geometry, Statistics, and Computation (IC-MaGeStiC 2021)*, 113–119. <https://doi.org/10.2991/acsr.k.220202.023>

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 2.1 [Transformasi Persamaan Richard](#)

QR Code:



Lampiran 2.2 [Penyelesaian Persamaan Helmholtz dengan DRBEM](#)

QR Code:



Lampiran 3.1 [Flowchart Skema Prediktor Korektor](#)

QR Code:



Lampiran 3.2 [Flowchart Konstruksi Program menggunakan MATLAB](#)

QR Code:



Lampiran 3.3 [Tahapan Transformasi Persamaan Richard dan DRBEM](#)

QR Code:



Lampiran 4.1 [Syarat Batas](#)

QR Code



Lampiran 4.2 [MSB Saluran *Permeable* dan *Impermeable*](#)

QR Code



Lampiran 4.3 [Script Program MATLAB](#)

QR Code

