



ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH *ABDOMINAL AORTIC ANEURYSM* MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

SKRIPSI

Oleh

Ivan Fajar Humayyun

NIM 160210101064

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020



ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH *ABDOMINAL AORTIC ANEURYSM* MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

SKRIPSI

Oleh

Ivan Fajar Humayyun

NIM 160210101064

Dosen Pembimbing 1 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

Dosen Pembimbing 2 : Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.

Dosen Penguji 1 : Dr. Arika Indah Kristiana, S. Si., M. Pd

Dosen Penguji 2 : Susi Setiawani, S. Si., M. Sc

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadiran Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ayahku Ervandi dan Ibuku Sulastri, yang tidak pernah putus mendoakan dan mengalirkan rasa cinta dan kasih sayang kepadaku semenjak aku lahir di dunia ini sampai aku menjadi seperti sekarang;
2. Adikku Akbar Rafsanjani dan Nisa Nurkamilah Syakib yang senantiasa memberi semangat dan menjadi motivasi tersendiri bagi saya pribadi agar saya senantiasa bisa menjadi contoh serta sosok kakak yang baik bagi mereka;

HALAMAN MOTTO

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴿١١﴾

"Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat. Dan Allah maha mengetahui apa yang kamu kerjakan."

(Q.S. Al-Mujadilah:11)

"Menyesali nasib tidak akan mengubah keadaan.
Terus berkarya dan bekerjalah yang membuat kita berharga"

- KH. Abdurrahman Wahid -

"Pada Prinsipnya kita bisa melakukan apapun yang orang lain bisa,
hanya beda tingkatannya.

Resepnya suka, biasa, bisa"

- Slamini -

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ivan Fajar Humayyun

NIM : 160210101064

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ” *Analisis Numerik Aliran Darah Abdominal Aortic Aneurysm Menggunakan Metode Elemen Hingga*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 10 Januari 2020

Yang menyatakan,

Ivan Fajar Humayyun

NIM. 160210101064

HALAMAN PENGANTAR

ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH *ABDOMINAL AORTIC ANEURYSM* MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

SKRIPSI

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Ivan Fajar Humayyun
NIM : 160210101064
Tempat, tanggal Lahir : Jember, 26 Mei 1998
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / Pendidikan Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Drs.Toto Bara Setiawan, M.Si.
NIP. 19581209 198603 1 003

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Numerik Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm*
Menggunakan Metode Elemen Hingga telah diuji dan disahkan oleh Fakultas
Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jumat

Tanggal : 10 Januari 2020

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP. 19820529 200912 1 003

Drs.Toto Bara Setiawan, M.Si.

NIP. 19581209 198603 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

NIP. 19700307 199512 2 001

Dr. Arika Indah K, S. Si., M.Pd

NIP. 19760502 200604 2 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Numerik Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* Menggunakan Metode Elemen Hingga; Ivan Fajar Humayyun, 160210101064; 2020: 66 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Aneurisma aorta perut adalah penonjolan pembuluh darah utama yang membawa darah dari jantung ke organ dan jaringan di bagian bawah tubuh, yang disebut dengan aorta. Pembuluh ini merupakan arteri terbesar cavitas abdominalis atau rongga perut. Peregangan atau menggembungnya aorta dapat berbahaya karena dapat merusak daerah pada dinding aorta sehingga aorta pecah dan menyebabkan perdarahan jika tidak segera diobati.

Dari latar belakang tersebut, maka dilakukan penelitian yang bertujuan untuk mengetahui model matematika aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm*, model diselesaikan menggunakan metode elemen hingga, menganalisis pengaruh diameter pembengkakan dan kekentalan darah terhadap kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*, untuk mengetahui efektivitas metode elemen hingga dalam menganalisis masalah pembengkakan.

Tahapan kegiatan penelitian meliputi: pertama, melakukan studi pustaka tentang *Abdominal Aortic Aneurysm* kemudian membangun model matematika dari persamaan momentum. Model yang terbentuk dikerjakan dengan pendekatan kuadratik sehingga diperoleh matriks global. Setelah mendapatkan matriks global selanjutnya melakukan komputasi menggunakan MATLAB. Selanjutnya melakukan simulasi dengan FLUENT dan dikombinasikan dengan penampakan aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm* untuk mengetahui pengaruh diameter pembengkakan dan kekentalan darah.

Adapun hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. model matematika aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm* merupakan persamaan yang dinyatakan pada persamaan momentum. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial U}{\partial x} \quad (1)$$

2. Metode elemen hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis kecepatan aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm* karena didapatkan perhitungan *error* relatif kurang dari 0.0001.
3. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar lebar pembengkakan maka kecepatan aliran darah yang masuk ke daerah pembengkakan akan menjadi semakin lambat. Bisa dilihat pada hasil grafik menggunakan MATLAB dengan ukuran diameter pembengkakan 0.02 m, 0.03 m, dan 0.004 m kecepatan aliran darah meningkat yang semula 0.4m/s menjadi 0.3910m/s, 0.3940m/s, dan 0.3960m/s.
4. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar nilai kekentalan darah maka kecepatan aliran darah akan menjadi semakin kecil. Bisa dilihat hasil grafik menggunakan MATLAB dengan nilai kekentalan cairan darah 0.0042kg/ms, 0.0043kg/ms, dan 0.0044kg/ms kecepatan aliran darah yang semula 0.4 m/s ketika memasuki area pembengkakan menjadi 0.3967m/s, 0.3965m/s, dan 0.3964m/s

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Numerik Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* Menggunakan Metode Elemen Hingga". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Penguji I dan Dosen Penguji II yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMBANG	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Kebaharuan Penelitian	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Model Matematika dan Pemodelan Matematika	6
2.2 Analisis Numerik	8
2.3 Sistem Peredaran Darah Manusia	9
2.3.1 Organ-Organ Peredaran Darah pada Manusia	9
2.3.2 Sistem Sirkulasi Darah.....	12
2.4 <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>	12
2.5 Penyakit Tipe <i>Silent Killer</i>	14
2.6 Penelitian yang Relevan	15
2.7 Persamaan Fisika pada Fluida.....	16

2.7.1	Debit	16
2.7.2	Hukum Poiseuille.....	16
2.7.3	Persamaan Reynold	17
2.8	CFD (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)	17
2.9	Metode Elemen Hingga	19
2.9.1	Teknik Diskritisasi	20
2.9.2	Persamaan Momentum	22
2.10	Algoritma dan Pemrograman <i>MATLAB</i>	23
2.10.1	Metode Eliminasi Gauss-Seidel	24
2.10.2	Galat atau <i>Error</i>	27
2.11	Perangkat Lunak CFD	30
2.11.1	GAMBIT	30
2.11.2	FLUENT.....	31
BAB 3.	METODE PENELITIAN	33
3.1	Jenis Penelitian	33
3.2	Definisi Operasional.....	33
3.3	Prosedur Penelitian	34
3.4	Tempat Penelitian	37
3.5	Metode Pengumpulan Data.....	37
3.6	Data dan Analisis Data	37
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN	39
4.1	Persamaan Momentum Kecepatan Aliran Darah pada <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>	39
4.2	Penurunan Persamaan Elemen	40
4.2.1	Penyusunan Matriks Global	47
4.3	Penyelesaian dalam Waktu	48
4.4	Efektivitas Metode Elemen Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> dalam Analisis Simulasi Kecepatan Aliran Darah <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i> ...	50
4.4.1	Format <i>Programming</i>	50
4.4.2	Penggunaan <i>Error Relatif</i> pada Metode Elemen Hingga...	51

4.4.3 Simulasi Pemodelan	53
4.5 Analisis dan Pembahasan	53
4.5.1 Komputasi MATLAB	54
4.5.2 Visualisasi Simulasi FLUENT	56
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	60
5.1 Kesimpulan	60
5.2 Saran	60
DAFTAR PUSTAKA	62
LAMPIRAN	65
A. Matrik Penelitian	65
B. Format <i>Programming</i> MATLAB	66
C. Hasil Perhitungan <i>Error Relatif</i>	84

DAFTAR GAMBAR


	Halaman
2.1 Tahapan penyusunan model matematika	7
2.2 Jantung.....	10
2.3 <i>Abdominal Aortic</i>	13
2.4 Anatomi <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>	14
2.5 Diskritisasi Elemen Hingga	21
2.6 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum	23
2.7 Tampilan MATLAB 2019a	24
2.8 Tampilan Awal GAMBIT 2.....	31
2.9 Hasil Simulasi FLUENT 6.0	32
3.1 Diagram alir prosedur penelitian	36
4.1 Grafik kecepatan aliran darah dipengaruhi oleh.....	54
4.2 Grafik kecepatan aliran darah yang dipengaruhi oleh kekentalan darah.	55
4.3 Desain aliran darah <i>Abdominal Aortic Anuerysm</i> menggunakan GAMBIT.....	57
4.4 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter pembengkakan 0.02 m, 0.03 m, dan 0.04 m	57
4.5 Simulasi kecepatan aliran darah dengan kekentalan darah 0.0042 kg/m.s	58
4.6 Simulasi kecepatan aliran darah dengan kekentalan darah 0.0043 kg/m.s	58
4.7 Simulasi kecepatan aliran darah dengan kekentalan darah 0.0044s kg/m.s	59

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Tabel Penelitian yang Relevan.....	15



DAFTAR LAMBANG



ϕ_e	= kontrol permukaan <i>east</i> atau timur
ϕ_w	= kontrol permukaan <i>west</i> atau barat
ϕ_n	= kontrol permukaan <i>north</i> atau utara
ϕ_s	= kontrol permukaan <i>south</i> atau selatan
P	= tekanan(Pa)
t	= waktu(s)
u	= kecepatan aliran darah arah sumbu x(m/s)
v	= kecepatan aliran darah arah sumbu y(m/s)
x	= sumbu x
y	= sumbu y
ΣF	= resultan gaya
μ	= kekentalan fluida($Pa.s$)
$\frac{\partial}{\partial x}$	= derivatif terhadap x
$\frac{\partial}{\partial y}$	= derivatif terhadap y
$\frac{\partial}{\partial t}$	= derivatif terhadap t
ρ	= massa jenis(kg/m^3)

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang menjadi dasar dalam perkembangan disiplin ilmu lainnya dan teknologi modern. Seiring dengan berkembangnya zaman, ilmu matematika menjadi satu hal yang penting untuk terus dikaji guna menjawab semua permasalahan yang ada di dunia nyata. Permasalahan-permasalahan yang munculpun dari berbagai bidang, baik dari bidang ekonomi, industri, teknik, dan juga bidang medis atau kedokteran. Matematika terapan merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain. Medis atau kedokteran menjadi salah satu bidang yang perlu terus dikaji seiring dengan berkembangnya tipe penyakit saat ini.

Kedokteran adalah ilmu dan praktik dari diagnosis, pengobatan, dan pencegahan penyakit. Kedokteran juga adalah suatu ilmu dan seni yang mempelajari tentang penyakit dan cara-cara penyembuhannya. Ilmu kedokteran adalah ilmu dimana kita mempelajari cara mempertahankan kesehatan manusia, dan mengembalikan manusia pada keadaan sehat dengan memberi pengobatan pada penyakit dan cedera. Hal yang dipelajari seputar ilmu kedokteran adalah tentang struktur organ, fungsi organ, dan penyakit organ tubuh manusia. Organ tubuh sangatlah penting karena menjadi kunci kelangsungan hidup manusia. Apabila organ tubuh tidak bekerja secara optimal, maka akan menghambat kelangsungan hidup manusia atau bisa saja menimbulkan kematian. Salah satu organ yang penting dalam tubuh manusia adalah lambung.

Sistem peredaran darah atau sistem kardiovaskular adalah suatu sistem organ yang terdiri dari jantung, yang memompa darah dan pembuluh darah (arteri, kapiler, dan vena) yang mendistribusikan darah ke semua organ (Pappano dan Wier, 2012). Menurut Sumit dan Deoghare, dalam jurnal *Modelling of Human Abdominal Artery for Blood flow Analysis* aorta perut adalah arteri terbesar didalam tubuh yang berasal dari jantung yang dimulai dari ventrikel bagian atas dan memasok darah beroksigen ke semua organ perut, panggul, dan juga kaki.

Maka apabila Aorta pada perut ini mengalami penyumbatan atau pembengkakan akan sangat membahayakan tubuh manusia.

Aneurisma aorta perut adalah penonjolan pembuluh darah utama yang membawa darah dari jantung ke organ dan jaringan di bagian bawah tubuh, yang disebut dengan aorta. Pembuluh ini merupakan arteri terbesar cavitas abdominalis atau rongga perut. Peregangan atau mengembunginya aorta dapat berbahaya karena dapat merusak daerah pada dinding aorta sehingga aorta pecah dan menyebabkan perdarahan jika tidak segera diobati. Menurut Ryou dkk, dalam jurnal yang berjudul *Construction of healthy arteries using computed tomography and visual histology intravascular ultrasoung* untuk memperdiksi sisi mana yang mengalami disfungsi maka harus memahami perkembangan luka yang bisa terjadi, bagaimanapun juga jangan hanya mempertimbangkan arteri yang terluka tapi juga karakteristik aliran darah arteri yang sehat.

Abdominal Aortic Aneurysm atau pembengkakan pada aorta abdominalis tergolong dalam penyakit tipe *silent killer*. Penyakit tipe ini bisa datang secara tiba tiba dan bisa menyebabkan kematian secara mendadak. Ketika terjadi luka atau pembengkakan di arteri tersebut maka aliran darah yang ada pada arteri tersebut secara otomatis akan terganggu. Jika terjadi secara terus menerus tanpa kita obati maka arteri tersebut akan terus membengkak dan pecah. Jika pecah, maka sistem peredaran darah pada tubuh akan terganggu dan terjadi pendarahan sehingga menimbulkan kematian. Sebenarnya, pembengkakan di area perut ini bisa kita ketahui karena akan timbul tonjolan di area perut kita. Namun akan sulit terlihat atau kita rasakan tonjolannya jika badan kita terlalu gemuk.

Pada penelitian ini, peneliti menyelesaikan model matematika menggunakan metode elemen hingga. Metode elemen hingga merupakan metode yang memiliki tingkat ketelitian yang paling tinggi dan bisa digunakan pada berbagai macam kasus aliran fluida sehingga dalam penelitian ini menggunakan metode tersebut. Beberapa alat bantu juga diperlukan untuk menyelesaikan model matematika yaitu Matlab dan FLUENT. Matlab adalah software aplikasi yang dilengkapi oleh fungsi fungsi khusus hingga mudah dan cepat menyelesaikan beberapa masalah sains dan teknologi (Dafik, 1999:1). Gambit

merupakan salah satu program dalam *software* CFD yang dibuat untuk memudahkan dalam membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk dianalisis pada ANSYS Fluent. ANSYS Fluent merupakan salah satu jenis program CFD yang menggunakan metode elemen hingga

Dari uraian di atas, dilakukan penelitian dengan memodelkan dan mensimulasikan proses aliran darah pada aorta abdominalis akibat pembengkakan menggunakan *software* MATLAB dan FLUENT serta persamaan matematika diselesaikan dengan metode numerik elemen hingga. Pada penelitian ini penulis memilih judul "ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH ABDOMINAL AORTIC ANEURYSM MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. bagaimana model matematika aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*?
2. bagaimana efektifitas metode elemen hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm* akibat pembengkakan?
3. bagaimana pengaruh diameter pembengkakan terhadap kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*?
4. bagaimana pengaruh kekentalan darah terhadap kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

1. pemodelan mengenai aliran darah pada *Abdominal Aortic*;
2. mengabaikan volume pembengkakan dan menggunakan diameter pembengkakan;
3. menganalisis pembengkakan di dua sisi *Abdominal Aortic Aneurysm*;

4. metode penyelesaian yang digunakan adalah metode elemen hingga dengan pendekatan kuadratik;
5. analisis numerik berbantuan *software* MATLAB 2019a;
6. model matematika disimulasikan menggunakan FLUENT 6.0.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. untuk mengetahui model matematika aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*;
2. untuk mengetahui efektifitas metode elemen hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*;
3. untuk mengetahui pengaruh pembengkakan terhadap kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*;
4. untuk mengetahui pengaruh kekentalan darah akibat pembengkakan terhadap kecepatan aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm*;

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. sebagai sumber bacaan bagi peneliti lain yang ingin melakukan penelitian sejenis atau penelitian lebih lanjut;
2. memberikan informasi kepada masyarakat dan pihak terkait tentang pembengkakan pada *Abdominal Aortic*;
3. memberikan informasi sebagai bahan penelitian dibidang kesehatan.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Adapun kebaruan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. mengembangkan model matematika pada literatur sebelumnya;
2. mengembangkan variabel dengan meneliti pengaruh pembengkakan;
3. model matematika aliran darah pada arteri diselesaikan menggunakan metode elemen hingga;

4. mensimulasikan aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm* dengan tampilan 3D ;
5. solusi numerik dari model matematika diselesaikan dengan *software* MATLAB 2019a dengan metode iterasi Gauss-Seidel;
6. model matematika disimulasikan menggunakan FLUENT 6.0;



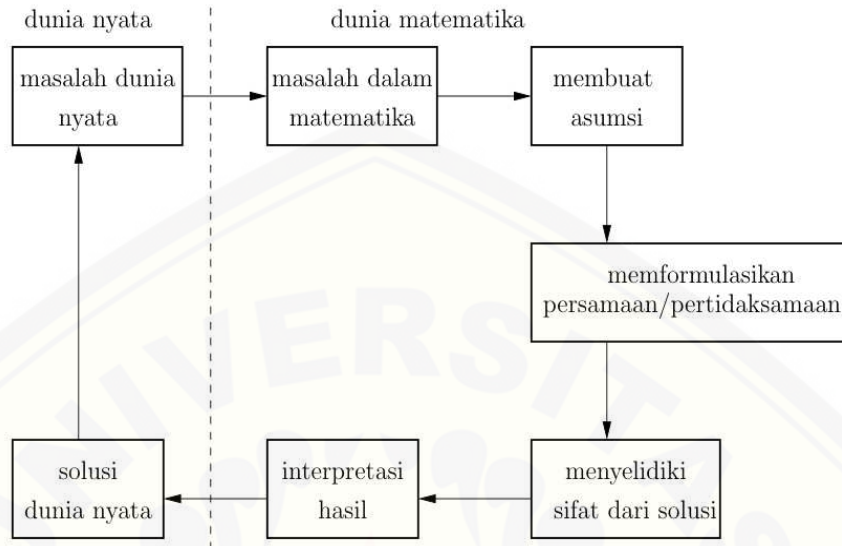
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Matematika dan Pemodelan Matematika

Model matematika merupakan suatu model yang dihasilkan dari suatu proses yang terdiri dari konsep-konsep matematika seperti konstanta, variabel, fungsi, persamaan, ketaksamaan dan sebagainya. Model matematika dikatakan sebagai deskripsi dari suatu fenomena yang di uji coba atau diperoleh dengan menggunakan bahasa matematika. Model matematika terdiri dari himpunan besaran kuantitatif dan relasi-relasi yang terdapat dalam suatu fenomena. Dalam model matematika terdapat dua besaran kuantitatif yaitu variabel dan parameter yang berkaitan dengan suatu relasi matematika. Dengan kata lain model matematika merepresentasikan sebuah sistem dalam bentuk hubungan kuantitatif dan logika, berupa suatu persamaan matematika (Manonama dan Soetopo, 2008).

Pemodelan matematika merupakan penurunan suatu studi tentang konsep dan operasi matematika dalam konteks dunia real dan pembentukan model-model dalam menggali dan memahami situasi masalah kompleks yang sesungguhnya (Brahmanto dkk, 2017). Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika (Fatahillah dkk, 2019). Menurut Yusup (2013) pemodelan Matematika merupakan proses merepresentasikan suatu masalah dari situasi dunia nyata ke dalam bahasa matematika untuk menemukan pemecahan dari masalah tersebut. Model matematika menyatakan permasalahan dalam bentuk persamaan matematika. Pemodelan matematika ditandai oleh dua ciri utama, yaitu (1) pemodelan bermula dan berakhir dengan dunia nyata, (2) pemodelan membentuk suatu siklus. Oleh karena itu, dalam penelitian pemodelan matematika aliran darah pada *Abdominal Aortic* pembengkakan ini merujuk pada permasalahan berdasarkan data-data yang diperoleh, kemudian dimodelkan dalam suatu persamaan matematika. Penelitian ini menggunakan model simulasi berbantuan *software* MATLAB dan FLUENT.

Proses penyusunan pemodelan matematika dapat dinyatakan dalam diagram alur pada gambar 2.1 berikut ini:



Gambar 2.1 Tahapan penyusunan model matematika

Berdasarkan Gambar (2.1) dapat diperoleh tahapan penyusunan model matematika sebagai berikut:

1. Menyatakan permasalahan dunia nyata ke dalam pengertian matematika. Langkah ini meliputi identifikasi variabel-variabel pada permasalahan dan membentuk beberapa hubungan antar variabel. Menjabarkan variabel-variabel dan sistem menjadi sebuah model.
2. Membuat asumsi, pembuatan asumsi digunakan sebagai langkah untuk mengkonstruksi kerangka dasar dari sebuah model. Asumsi dalam pemodelan matematika mencerminkan bagaimana proses berpikir sehingga model dapat berjalan.
3. Selanjutnya yaitu memformulasikan persamaan atau sistem persamaan dengan pemahaman hubungan antar variabel. Formulasi model merupakan langkah yang paling penting, sehingga terkadang diperlukan adanya pengujian kembali asumsi-asumsi agar dalam proses pembentukan formulasi

dapat sesuai dan realistik. Jika pada proses pengujian kembali ditemukan ketidaksesuaian model, maka perlu dilakukan pengkajian ulang asumsi dan membentuk asumsi baru.

4. Setelah membentuk formulasi model, langkah selanjutnya adalah menyelidiki sifat dari solusi yang diperoleh yaitu menyelidiki apakah solusi sistem stabil atau tidak stabil.
5. Interpretasi hasil merupakan suatu langkah yang menghubungkan formula matematika dengan kembali ke permasalahan dunia nyata. Interpretasi ini dapat diwujudkan dalam bentuk grafik yang digambarkan berdasarkan solusi yang diperoleh dan selanjutnya diinterpretasikan sebagai solusi dalam situasi nyata.

2.2 Analisis Numerik

Analisis numerik adalah terapan matematika untuk menganalisis sebuah metode numerik. Metode numerik merupakan teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Terdapat dua macam penyelesaian dalam persoalan matematika, yaitu: 1) secara analisis, dengan menggunakan kaidah-kaidah operasi matematika dengan cara yang formal yang memberikan solusi sejati (*exact sollution*) atau solusi sesungguhnya dan 2) secara numeris, yaitu dengan menggunakan metode numerik untuk memperoleh nilai solusi hampiran (*approxomation*) atau solusi pendekatan.

Seiring dengan perkembangan teknologi, metode numerik dapat diselesaikan dengan mudah menggunakan komputer. Dalam penyelesaian metode numerik, umumnya menggunakan operasi aritmatika yang banyak dan berulang, sehingga perhitungan secara manual sering menjemukan dan dapat membuat kesalahan dalam perhitungannya. Suatu perhitungan model matematika terhadap suatu permasalahan yang ada dengan menggunakan suatu alat atau *software* pada komputer dikenal dengan komputasi numerik. Komputasi numerik digunakan dalam *modelling system*. Banyak permasalahan yang mustahil dapat diselesaikan secara analitik akan tetapi dapat diselesaikan dengan metode numerik.

Metode Numerik erat kaitannya dengan analisis numerik karena tujuan dari analisis numerik adalah mengembangkan dan menganalisis metode numerik. Menurut Munir (2015) tingkat ketelitian model matematika, sistem aritmetik komputer, dan kondisi yang digunakan untuk menghentikan proses pencarian solusi. Semua itu harus dipertimbangkan untuk menjamin ketelitian solusi akhir yang dihitung.

2.3 Sistem Peredaran Darah Manusia

Sistem peredaran darah atau sistem kardiovaskular adalah suatu sistem organ yang terdiri dari jantung, yang memompa darah, dan pembuluh darah (arteri, kapiler, vena) yang mendistribusikan darah ke semua organ (Pappano dan Wier, 2012). Jantung adalah organ pemompa besar yang berfungsi untuk mengedarkan darah keseluruh tubuh. Arteri berfungsi membawa darah dari jantung sedangkan vena membawa darah ke jantung. Pembuluh kapiler berfungsi menggabungkan arteri dan vena, terentang di antaranya dan merupakan jalan lalu lintas antara makanan dan bahan buangan. Pertukaran gas terjadi di sini, di dalam cairan ekstraseluler atau interstisiil.

Pada prinsipnya, sistem peredaran darah memiliki empat komponen utama sebagai berikut:

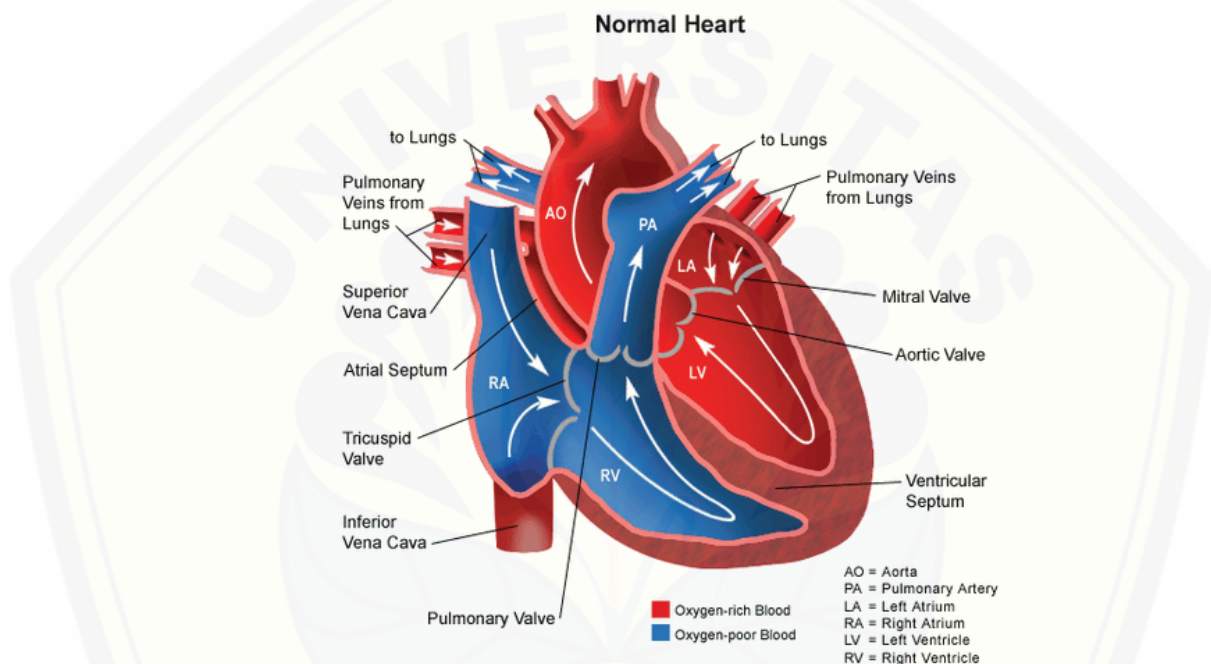
1. Darah, berfungsi sebagai medium pengangkut untuk nutrisi, udara, dan zat buangan.
2. Jantung, berfungsi memompa darah sehingga dapat beredar ke seluruh tubuh.
3. Pembuluh darah, merupakan saluran tempat darah beredar ke seluruh tubuh.
4. Sistem lain yang dapat menambah atau mengurangi kandungan dalam darah. Misalnya, usus halus dalam sistem pencernaan tempat darah mendapatkan nutrisi yang akan dibawa ke seluruh tubuh, atau ginjal tempat darah mengurangi konsentrasi urea yang dikandungnya.

2.3.1 Organ-Organ Peredaran Darah pada Manusia

Organ-organ dalam peredaran darah manusia terdiri dari jantung dan pembuluh darah.

1. Jantung

Jantung adalah organ pemompa berupa otot yang terletak di medial ke paru-paru dan belakang sternum di sepanjang garis tengah tubuh di dalam toraks. Ujung bawah jantung, yang dikenal sebagai puncaknya, diputar ke kiri, sehingga sekitar 2/3 jantung terletak di sisi kiri tubuh dengan 1/3 yang lain di sebelah kanan. Bagian atas jantung, yang dikenal sebagai dasar jantung, terhubung ke pembuluh darah besar tubuh: *aorta*, *vena cava*, *pulmonary trunk*, dan *pulmonary veins*.



Gambar 2.2 Jantung
(sumber: hexanatomy.weebly.com)

Jantung sebagai organ otot mempunyai ciri-ciri yang khas yaitu: kemampuan berkontraksi, konduktivitas, dan ritme. Kemampuan berkontraksi merupakan bentuk otot jantung yang memompa darah, yang masuk sewaktu diastole, keluar dari ruang-ruangnya. Konduktivitas (daya antar) merupakan bentuk kontraksi yang diantarkan melalui setiap serabut otot jantung secara halus. Ritme merupakan bentuk kekuatan otot jantung dari kontraksi ritmik secara otomatis, tanpa tergantung pada rangsangan saraf.

2. Pembuluh Darah

Pembuluh darah manusia terdiri dari arteri (pembuluh nadi), vena (pembuluh balik) dan kapiler.

(a) Arteri (Pembuluh Nadi)

Arteri adalah pembuluh darah yang aliran darahnya mengalir meninggalkan jantung. Arteri terdiri dari beberapa lapisan, di antaranya jaringan ikat yang kuat dan elastis, jaringan otot polos, dan jaringan endotelium. Arteri dapat dirasakan denyut nadinya meskipun tidak terlihat di atas kulit. Pembuluh nadi dapat dibedakan menjadi aorta. Aorta adalah pembuluh nadi besar dalam tubuh yang menyalurkan darah yang baru keluar dari ventrikel jantung menuju arteri-arteri. Arteri bercabang-cabang hingga membentuk saluran pembuluh dengan diameter yang lebih kecil yang disebut arteriol. Arteriol kemudian bercabang-cabang lagi hingga membentuk saluran halus yang berhubungan langsung dengan jaringan, disebut kapiler.

(b) Vena (Pembuluh Balik)

Vena adalah pembuluh darah yang aliran darahnya menuju jantung. Saluran ini lebih mudah dilihat mata. Karena vena berada di lapisan atas dekat dengan permukaan kulit dan berwarna kebiruan. Darah yang berada pada seluruh tubuh bermuara menjadi satu di pembuluh darah balik besar (vena cava). Pembuluh darah ini masuk ke jantung melalui serambi kanan. Setelah terjadi pertukaran gas di paru-paru, darah mengalir ke jantung lagi melalui vena paru-paru. Pembuluh vena ini membawa darah yang kaya oksigen. Jadi, darah dalam semua pembuluh vena banyak mengandung karbon dioksida kecuali vena pulmonalis.

(c) Kapiler

Pembuluh kapiler merupakan bukan pembuluh nadi yang sesungguhnya. Akan tetapi, di pembuluh ini fungsi utama dalam sistem sirkulasi terjadi berupa pertukaran zat. Pembuluh kapiler adalah pembuluh yang menghubungkan cabang-cabang arteri dan vena yang ukurannya kecil dengan sel-sel tubuh.

2.3.2 Sistem Sirkulasi Darah

Organ utama dalam sirkulasi darah adalah jantung. Oleh karena itu, terdapat tiga peredaran darah dalam sistem sirkulasi darah. Peredaran darah tersebut yaitu peredaran darah besar, peredaran darah kecil dan sirkulasi portal.

1. Peredaran Darah Besar

Darah meninggalkan ventrikel kiri jantung melalui aorta ke seluruh tubuh. Setelah ke seluruh tubuh darah akhirnya kembali melalui vena kava ke atrium kanan jantung.

2. Peredaran Darah Kecil

Darah di ventrikel kanan jantung menuju paru-paru melewati arteri *pulmonalis* dan melewati vena *pulmonalis* untuk kembali ke atrium kiri jantung.

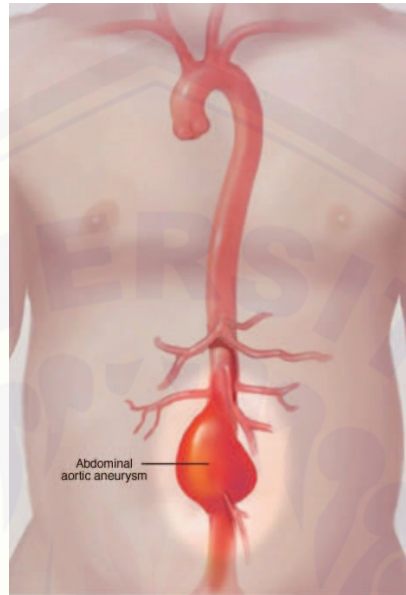
3. Sirkulasi Portal

Darah dari lambung, usus, pankreas, dan limpa dikumpulkan vena portal (pembuluh gerbang). Setelah itu, darah akan melewati hati (liver) yang sebelumnya dari aorta *hepatika*, untuk dibersihkan dari racun-racun yang diserap. Selanjutnya, darah kembali ke jantung melalui pembuluh balik (vena).

2.4 *Abdominal Aortic Aneurysm*

Aorta adalah arteri yang paling besar yang berasal dari jantung melewati daerah dada dan perut yang membawa darah teroksigenasi ke seluruh tubuh. Bagian dari aorta yang melalui perut dikenal sebagai aorta abdominalis atau *Abdominal Aortic*. Jalur anatomis aorta abdominalis bermula dari otot diafragma, melewati *hiatus aorticus* pada tingkat vertebra T12. Kemudian aorta terus menuju ke dinding posterior dari abdomen di depan *kolumna vertebralis*. Aorta akan mengikuti kurvatura dari vertebra lumbal dan bentuknya kemudian agak membesar. Pembesaran ini memuncak pada tingkat vertebra lumbal L3. Posisi aorta abdominalis kemudian paralel terhadap vena cava inferior, yang berada tepat di sebelah kanan dari aorta abdominalis. Bentuk aorta abdominalis akan mengecil diameternya dengan semakin banyak memberikan

cabang. Sedangkan *Abdominal Aortic Aneurysm* adalah penonjolan pembuluh darah *Abdominal Aortic*. Peregangan atau mengembunginya aorta dapat berbahaya karena dapat merusak daerah pada dinding aorta sehingga aorta pecah dan menyebabkan perdarahan jika tidak segera diobati.

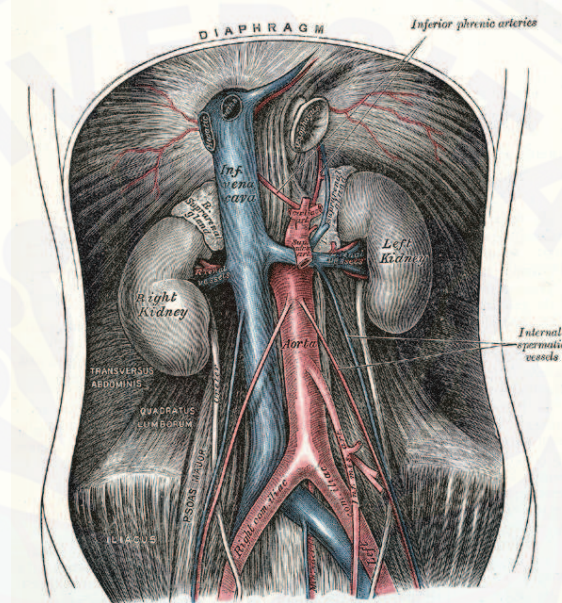


Gambar 2.3 *Abdominal Aortic*
(sumber: wikipedia.org)

Gambar 2.3 merupakan bentuk penonjolan atau aneurisma pada *Abdominal Aortic*. Penyebab dari penonjolan ini adalah infeksi, kelainan bawaan pada jaringan ikat yang membentuk dinding arteri, selain adanya trauma. Pada anak-anak biasanya diakibatkan cedera tumpul pada perut atau akibat sindrom marfan (kelainan yang mengenai jaringan ikat. Biasanya ditandai dengan langit-langit lidah yang tinggi dan organ tubuh yang menjadi lebih panjang). Aneurisma yang besarnya sampai dengan 5 cm, sangat mungkin akan pecah. Pecahnya gelembung ini bisa menyebabkan pendarahan hebat dalam rongga perut.

2.5 Penyakit Tipe *Silent Killer*

Penyakit tipe silent killer adalah merupakan tipe penyakit yang ganas tapi tidak banyak menimbulkan banyak gejala. Banyak penyakit yang tergolong tipe penyakit ini, misalkan penyakit jantung dan hipertensi. Penyakit tipe *Silent Killer* pada umumnya menyerang orang remaja keatas atau dewasa, seperti pada pengertian diatas penyakit tidak hampir tidak memiliki gejala atau tanda-tanda yang tampak. Namun begitu, penyakit ini sangatlah menyakitkan bahkan penyebab kematian.



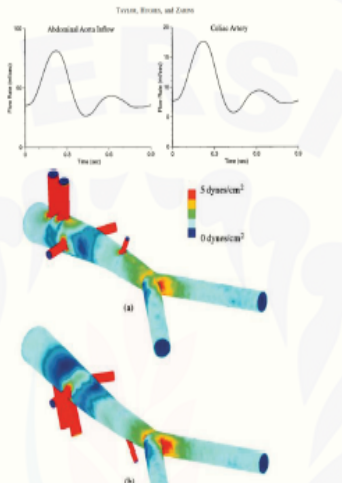
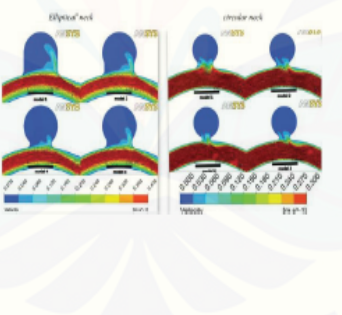
Gambar 2.4 Anatomi *Abdominal Aortic Aneurysm*
(sumber: wikipedia.org)

Gambar 2.4 merupakan gambar anatomi *Abdominal Aortic Aneurysm*. Penyakit pada aorta abdominalis ini merupakan salah satu contoh penyakit dari tipe ini, proses pembengkakan atau disebut aneurisma terus berkembang pada arteri tersebut sampai nanti pada waktunya dinding aorta tidak dapat lagi melebar.

2.6 Penelitian yang Relevan

Penelitian tentang analisis model matematika aliran darah pada *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan ini merupakan pengembangan dari beberapa penelitian yang sudah ada. Tabel 2.1 merupakan tabel penelitian yang relevan.

Tabel 2.1 Tabel Penelitian yang Relevan

NO	Model Matematika	Simulasi CFD	Publikasi	Modifikasi
1.	-	 <p>The image shows two line graphs at the top. The left graph is titled 'Abdominal Aorta Inflow' and the right is 'Aorta Outflow'. Both show pressure (mmHg) on the y-axis (0 to 100) versus time (sec) on the x-axis (0 to 0.8). Below the graphs are two 3D models of the abdominal aorta and its branches, with a color scale for velocity from 0 to 5 dynes/cm².</p>	<p>Charles, A. T., Thomas, J. R. G., Christopher, K. Z., 1998. <i>Finite Element Modeling of Three-Dimensional Pulsatile Flow in the Abdominal Aorta: Relevance to Atherosclerosis</i>. Department of Mechanical and Chemical Engineering. Stanford University.</p>	<p>Peneliti akan mengembangkan penelitian sebelumnya. Pada penelitian sebelumnya membuat simulasi aliran darah pada <i>Abdominal Aortic</i> tanpa adanya pembengkakan. Sedangkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti akan ditambahkan pengaruh adanya pembengkakan terhadap aliran darah pada <i>Abdominal Aortic</i></p>
2.	$\rho (u \cdot \nabla u) = -\nabla p + \mu \nabla^2 u$ $\nabla \cdot u = 0$	 <p>The image shows four cross-sectional views of a cerebral aneurysm. The top two are labeled 'Elyptical neck' and 'circular neck'. Each view shows a color-coded velocity profile across the vessel lumen and the aneurysm neck.</p>	<p>Shishir, S. S., Miah, A. K., 2014. <i>Blood Flow Dynamics in Cerebral Aneurysm – A CFD Simulation</i>. Department of Mechanical and Chemical Engineering. Islamic University of Technology. Bangladesh</p>	<p>Peneliti akan mengembangkan penelitian sebelumnya. Pada penelitian sebelumnya membuat simulasi aliran darah pada <i>Abdominal Aortic</i> pembengkakan dengan 2D. Pada penelitian akan menggunakan 3D dan menambah variabel bebasnya.</p>

Penelitian ini menggunakan model matematika yang berbeda. Selain itu juga, desain arteri yang digunakan adalah *Abdominal Aortic* yang terkena pembengkakan atau aneurisma dan metode penyelesaian yang digunakan adalah metode elemen hingga sehingga berbeda dengan penelitian yang relevan sebelumnya.

2.7 Persamaan Fisika pada Fluida

2.7.1 Debit

Jumlah volume fluida yang mengalir persatuan waktu atau bisa kita tulis dengan rumus sebagai berikut:

$$Q = \frac{V}{t} = A.v \quad (2.1)$$

dimana :

Q = debit aliran fluida

V = volume fluida yang mengalir

t = waktu

A = luas penampang

v = kecepatan aliran

2.7.2 Hukum Poiseuille

Menyatakan bahwa cairan yang mengalir melalui saluran pipa akan berbanding langsung dengan penurunan tekanan sepanjang pipa dan pangkat empat jari-jari pipa. Rumusnya sebagai berikut:

$$Q = \frac{\pi P r^4}{8 \mu l} \quad (2.2)$$

dimana :

Q = debit

P = tekanan

r = jari-jari

μ = kekentalan cairan

l = panjang saluran

2.7.3 Persamaan Reynold

Dalam mekanika fluida, bilangan Reynolds adalah rasio antara gaya inersia terhadap gaya viskos yang mengkuantifikasikan hubungan kedua gaya tersebut dengan suatu kondisi aliran tertentu.

$$Re = \frac{v.d}{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.3)$$

dimana :

Re = bilangan Reynold merupakan ukuran kecenderungan terjadinya turbulensi

v = kecepatan aliran darah (dalam sentimeter per detik)

d = diameter

μ = kekentalan cairan

ρ = berat jenis

2.8 CFD (*Computational Fluid Dynamics*)

Computational Fluid Dynamics(CFD) adalah salah satu cabang dari mekanika fluida yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisis masalah yang terjadi pada aliran fluida (Toja-silva dkk, 2018). *Computational Fluid Dynamics*(CFD) merupakan sebuah analisa dari suatu sistem yang melibatkan aliran fluida, transfer energi, pembakaran dan fenomena yang berkaitan dengan reaksi kimia yang menggunakan simulasi yang berbasis komputasi (Coker, 2001). Tujuan dari CFD adalah melibatkan satu atau semua fenomena tentang aliran fluida, perpindahan panas, dan reaksi kimia dalam sistem yang kompleks, agar mendapatkan prediksi yang akurat(Ihsan, 2018).

Simulasi CFD dibagi menjadi tiga tahapan utama, yaitu:

1. *Pre-processing*

Processing merupakan tahapan awal dalam membangun serta menganalisis sebuah model CFD (Tuakia, 2008:6). Pada proses ini model akan dibentuk sedemikian rupa sehingga terdapat beberapa bagian untuk memberikan batasan-batasan aliran fluida yang dijalankan serta membuat model menjadi suatu objek yang akan dialiri oleh fluida. Pada tahap ini beberapa hal yang perlu dilakukan ialah :

- pendefinisian bentuk geometri yang digunakan (dua dimensi atau tiga dimensi);
- pembentukan grid (mesh) pada domain;
- pemilihan model berdasarkan fenomena fisik dan kimia;
- penentuan sifat-sifat fluida (aliran fluida, viskositas, massa jenis, dll);
- penentuan kondisi batas yang sesuai dengan bentuk geometri dan fluida.

2. *Solver Manager*

Tahapan *solver* merupakan tahapan proses pemecahan secara numerik pada CFD. Metode penyelesaian ini dibagi menjadi tiga yaitu metode beda hingga, metode volume hingga dan metode elemen hingga. Penyelesaian tahapan *solver* memiliki tiga tahapan yaitu :

- aproksima aliran yang tidak diketahui dengan fungsi sederhana;
- diskritisasi dengan memsubstitusikan hasil aproksimasi ke dalam persamaan aliran yang dibangun disertai manipulasi matematik;
- penyelesaian persamaan secara aljabar.

3. *Postprocessing*

Postprocessing merupakan tahapan akhir dalam simulasi CFD. Pada tahap ini, hasil dari *preprocessing* dan *solver* akan diinterpretasikan ke dalam bentuk grafik atau gambar dengan pola warna tertentu yang menjelaskan aliran fluida. Tampilan dapat berupa domain geometri dan grid, plot vektor, plot garis dan bidang, plot 2 dimensi atau 3 dimensi, pergerakan partikel, manipulasi tampilan (rotasi, perbesaran, dll), output warna.

Perlu pemahaman yang baik untuk menyelesaikan algoritma penyelesaian numerik. Oleh karena itu, terdapat tiga konsep matematika dalam menentukan berhasil atau tidaknya algoritma (Versteeg dan Malalasekera, 1995):

1. Konvergensi

Konvergensi adalah properti metode numerik untuk menghasilkan suatu solusi yang mendekati solusi eksak sebagai grid spacing, ukuran kontrol volume atau ukuran elemen dikurangi mendekati nol.

2. Konsisten

Konsisten adalah suatu skema numerik yang menghasilkan sistem persamaan aljabar yang dapat diperlihatkan ekuivalen dengan persamaan pengendali sebagai grid spasi mendekati nol.

3. Stabilitas

Stabilitas merupakan penggunaan faktor kesalahan sebagai indikasi metode numerik. Sebuah teknik tidak stabil dalam setiap kesalahan pembulatan bahkan dalam data awal dapat menyebabkan osilasi atau divergensi.

2.9 Metode Elemen Hingga

Fatahillah (2011) menyatakan Metode elemen hingga adalah salah satu metode pendekatan numerik yang mendasarkan permasalahan pada tiap-tiap elemen bagian yang dinamakan elemen hingga. Jadi metode elemen hingga adalah suatu metode pendekatan numerik yang digunakan untuk memecahkan permasalahan-permasalahan mekanika kontinu yang didasarkan pada tiap-tiap elemen.

Metode elemen hingga berlaku untuk semua jenis persamaan diferensial parsial linier dan nonlinier dalam fisika dan teknik. Konsep metode elemen hingga adalah dengan menyelesaikan suatu permasalahan dengan cara membagi daerah obyek yang di analisa menjadi bagian-bagian kecil (*nodes*) yang terhingga, seperti segitiga atau segiempat. Bagian-bagian kecil (*nodes*) tersebut kemudian dianalisa dan solusinya digabungkan kembali untuk mendapatkan penyelesaian untuk keseluruhan daerah (White, 2011:580). Penyelesaian metode elemen hingga dilakukan dengan pendekatan kuadratik.

Persamaan dalam Metode Elemen Hingga biasanya berbentuk :

$$[A]$$

$$u$$

$$= [F]$$

dimana :

$[A]$ = Matrik kekakuan

$\{u\}$ = Vektor kolom dengan komponen matrik berupa nilai nodal

F = Gaya yang bekerja pada nodal

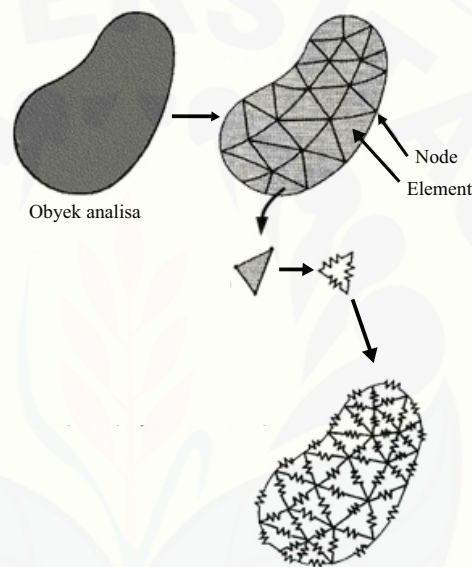
2.9.1 Teknik Diskritisasi

Menurut Kosasih (2012) pada prinsipnya penerapan metode elemen hingga terdiri dari langkah-langkah berikut:

1. Diskritisasi domain Pada tahap ini peneliti harus menentukan jenis elemen yang akan digunakan. Biasanya elemen triangular (tiga sisi) dan elemen quadrilateral (empat sisi) digunakan untuk permasalahan dua dimensi, sedangkan untuk elemen tetrahedral (empat muka) dan elemen heksa hedral (enam muka) digunakan untuk permasalahan tiga dimensi.
2. Penentuan bentuk fungsi aproksimasi Pada tahap ini bentuk dari interpolasi ditentukan. Fungsi yang biasa digunakan adalah fungsi polinomial. Tingkat dari polinomial ini ditentukan oleh jumlah node pada setiap elemen dan syarat kontinuitas yang ditentukan pada batas elemen. Untuk elemen segitiga dengan tiga titik nodal fungsi interpolasinya adalah fungsi linier atau polinomial tingkat 1. Dengan enam titik nodal, fungsi interpolasi yang digunakan adalah fungsi polinomial tingkat 2 atau fungsi kuadrat.
3. Perhitungan properti elemen Fungsi interpolasi yang telah ditentukan pada tahap 2 kemudian disubstitusikan kembali pada persamaan-persamaan diferensial dan diproses guna mendapatkan sistem persamaan linear atau sistem matriks yang merupakan properti dari elemen terkait.
4. Pembentukan sistem persamaan linear matriks-matriks elemen yang terbentuk kemudian digabung menjadi matriks global.
5. Pemecahan sistem persamaan linear sistem global yang terbentuk pada tahap 4 kemudian diproses (diselesaikan) sampai mendapatkan solusi dengan menggunakan bantuan software MATLAB.
6. Post process hasil Setelah solusi diperoleh pada langkah 5, hasil dapat ditampilkan berupa grafik kontour atau plot

Adapun langkah-langkah dalam memakai *finite element method* untuk analisa gerakan pada *continous system* yaitu:

1. *Discretization* daripada domain
 - o 1-D contoh pada sumbu x saja, atau mungkin juga pada sumbu x dan y saja
 - o 2-D contoh pada sumbu x dan y, atau biasa dikenal dengan r dan θ
 - o 3-D contoh pada sumbu x, y, z atau biasa dikenal dengan r, θ dan z
2. Pilih *polynomial function* di dalam mencari *shape function*
3. Penjabaran *element equation*.



Gambar 2.5 Diskritisasi Elemen Hingga

Setiap permasalahan yang ada diselesaikan dengan pendekatan kuadratik. Pada pendekatan kuadratik fungsi tersebut adalah

$$C = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2$$

dengan $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ yaitu:

$$C = C_i \text{ dengan } x = 0$$

$$C = C_j \text{ dengan } x = \frac{l}{2}$$

$$C = C_k \text{ dengan } x = l$$

jadi

$$\alpha_1 = C_i$$

$$\alpha_2 = \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l}$$

$$\alpha_3 = (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2}$$

sehingga

$$C = C_i + \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l}x + (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2}x^2$$

$$C = C_i \left[1 - \frac{3x}{l} + 2\frac{x^2}{l^2}\right] + C_j \left[\frac{4x}{l} - \frac{4x^2}{l^2}\right] + C_k \left[\frac{-x}{l} + 2\frac{x^2}{l^2}\right]$$

$$C = C_i \left[\left(1 - \frac{2x}{l}\right)\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right] + C_j \left[\frac{4x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right] + C_k \left[\frac{-x}{l}\left(1 - \frac{2x}{l}\right)\right]$$

dapat ditulis

$$C = N_i C_i + N_j C_j + N_k C_k$$

dengan

$$N_i = \left(1 - \frac{2x}{l}\right)\left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$N_j = \frac{4x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$N_k = \frac{-x}{l}\left(1 - \frac{2x}{l}\right)$$

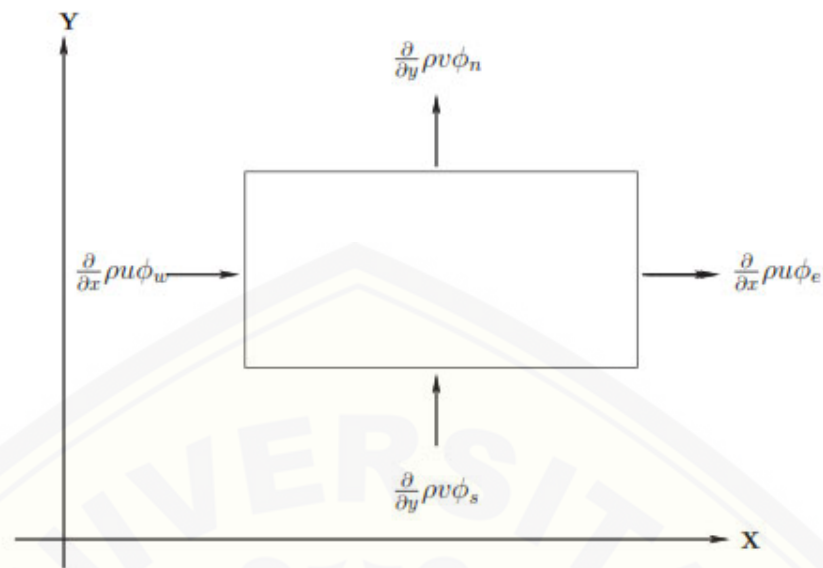
2.9.2 Persamaan Momentum

Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekekalan momentum yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran atau sistem keunsuran (White, 1986:202).

Fluks pada momentum terjadi pada empat sisi sesuai dengan Gambar 2.6 yaitu dua masuk dan dua keluar. F adalah gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali yaitu *pressure* / tekanan (p), gravitasi (g), dan gaya kekentalan (μ).

Bentuk umum persamaan momentum adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [\text{pure rate}] = \sum F \quad (2.4)$$

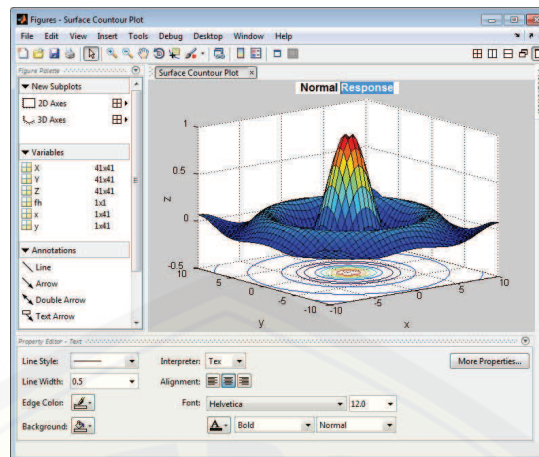


Gambar 2.6 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum

2.10 Algoritma dan Pemrograman *MATLAB*

Algoritma merupakan urutan langkah-langkah yang dinyatakan secara jelas dan tidak rancu untuk memecahkan suatu masalah (jika ada pemecahannya) dalam rentang waktu tertentu (Sahid, 2005:2). Secara umum langkah-langkah pada algoritma dibagi menjadi tiga yaitu masukan (*input*), proses, dan keluaran (*output*). Algoritma terdapat di dalam berbagai cabang ilmu komputer. Peran komputer disini hanyalah salah satu proses sedangkan agar algoritma dapat dilaksanakan oleh komputer, algoritma tersebut harus ditulis dalam notasi bahasa pemrograman sehingga dinamakan program. Jadi program merupakan perwujudan atau implementasi teknis algoritma yang ditulis dalam bahasa pemrograman sehingga dapat dijalankan oleh komputer.

MATLAB merupakan kepanjangan dari *Matrix Laboratory*. *MATLAB* adalah sebuah software yang digunakan dalam analisis serta komputasi data numerik, menganalisis data, mengembangkan algoritma, melakukan simulasi dan pemodelan serta menghasilkan tampilan grafik dan antarmuka grafikal. Menurut Siang (2004) *MATLAB* merupakan perangkat lunak yang sangat cocok sebagai alat komputasi yang penggunaannya melibatkan matriks dan vektor. *MATLAB*



Gambar 2.7 Tampilan MATLAB 2019a
www.mathworks.com

juga mampu menampilkan suatu data dalam bentuk dua dimensi maupun tiga dimensi. MATLAB memiliki *toolbox* yang berfungsi dalam menyelesaikan permasalahan umum berbasis matematika. Fungsi MATLAB yang banyak digunakan yaitu:

1. pengembangan dan algoritma;
2. matematika dan komputasi;
3. pemrograman modeling, simulasi, pembuatan prototipe;
4. analisis data, eksplorasi dan visualisasi;
5. analisis numerik dan statistik;
6. pengembangan aplikasi teknik.

2.10.1 Metode Eliminasi Gauss-Seidel

Secara umum, penyelesaian suatu persamaan linier dapat digunakan menggunakan dua metode yaitu metode langsung dan metode iteratif. Contoh metode langsung yaitu metode invers, eliminasi Gauss, dan dekomposisi LU. Sedangkan metode iteratif merupakan metode dengan penentuan nilai awal (x_0) untuk membangun urutan aproksimasi terbaik dalam pemecahan eksak. Contoh metode iteratif yaitu iterasi Jacob, iterasi Gauss-Seidell, dan iterasi SOR.

Sistem persamaan linier dapat dituliskan dalam bentuk $AX = B$, dengan A merupakan matriks koefisien dari x , X merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem $AX = B$ dan Q adalah matriks *non-singular* dapat dituliskan:

$$AX = B \quad (2.5)$$

$$(Q - A)X + AX = (Q - A)X + B$$

$$QX = (Q - A)X + B \quad (2.6)$$

Selanjutnya, dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- k :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.7)$$

Sebuah matriks A dapat dituliskan dalam bentuk $A = L + D + U$, dengan L merupakan matriks segitiga bawah, D merupakan matriks diagonal, dan U merupakan matriks segitiga atas. Iterasi Gauss-Seidell dipilih $Q = D + L$, tetapi pada iterasi SOR dipilih $Q = \frac{1}{\omega}D + L$ dengan ω merupakan faktor skala. Sehingga persamaan (2.7) menjadi:

$$\frac{1}{\omega}DX^{(k)} = -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1 \right) D + D + L - A \right) X^{(k-1)} + B$$

$$\frac{1}{\omega}DX^{(k)} = -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1 \right) D - U \right) X^{(k-1)} + B$$

$$\omega D^{-1} \left(\frac{1}{\omega} DX^{(k)} \right) = \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1 \right) D - U \right) X^{(k-1)} + B \right]$$

$$X^{(k)} = \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\frac{1}{\omega} D - D - U \right) X^{(k-1)} + B \right]$$

$$X^{(k)} = -\omega D^{-1} LX^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1} U) X^{(k-1)} + \omega D^{-1} B$$

$$X^{(k)} = (1 - \omega) X^{(k-1)} - \omega D^{-1} LX^{(k)} - \omega D^{-1} U X^{(k-1)} + \omega D^{-1} B$$

$$X^{(k)} = (1 - \omega) X^{(k-1)} - \omega D^{-1} (LX^{(k)} + U X^{(k-1)} - B) \quad (2.8)$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan n persamaan dan n variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (2.9)$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai x_1 sampai x_n seperti berikut :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n) \\ x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n) \\ x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \dots - a_{3n}x_n) \\ &\vdots \\ x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

dengan $k =$ iterasi.

Iterasi Gauss-Siedel nilai x_1 yang telah diperoleh dimasukkan kedalam x_2 yang akan dicari, karena nilai x_1 yang diperoleh mendekati nilai eksak. Kemudian untuk mencari nilai x_3 maka substitusi nilai x_1 dan x_2 yang telah diperoleh. Dan seterusnya hingga memperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Sehingga dalam mencari nilai x_i menggunakan iterasi Gauss-Seidel dengan langkah $k = 1, 2, 3, \dots$ adalah

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.11)$$

Sedangkan untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi SOR dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ untuk langkah k adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x_i^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad (2.12)$$

Pada Persamaan (2.8) dan Persamaan (2.12), untuk $\omega = 1$ akan diperoleh metode Gauss-Seidel. Metode Gauss-Seidel inilah yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang muncul dalam penyelesaian numerik dari persamaan diferensial parsial tertentu. Untuk $0 < \omega < 1$, proses tersebut dinamakan metode *underrelaxation* dan dapat digunakan untuk memperoleh konvergensi dari beberapa sistem persamaan linier yang tidak konvergen oleh metode Gauss-Seidel. Untuk $\omega > 1$, prosesnya dinamakan metode *overrelaxation* dan dapat digunakan untuk mempercepat konvergensi bagi sistem persamaan linier yang konvergen oleh metode Gauss-Seidel. Penelitian ini menggunakan iterasi Gauss-Seidel, dengan menggunakan nilai awal x_0 untuk membangun urutan aproksimasi dalam pemecahan eksak.

2.10.2 Galat atau *Error*

Galat atau biasa disebut *error* (kesalahan) adalah selisih antara nilai sejati (nilai sebenarnya) dengan nilai pendekatannya (aproksimasi). Nilai pendekatan diperoleh menggunakan metode numerik dengan dengan proses iterasi (*looping*) untuk mendapatkan nilai yang mendekati sebenarnya. Suatu metode numerik dikatakan efektif jika nilai galat tersebut kecil (mendekati nol). Walaupun nilai galat besar bukan berarti hasil yang didapat dengan metode numerik salah, karena galat tersebut dapat ditekan sekecil mungkin sehingga hasil yang didapat mendekati nilai sebenarnya. Semakin kecil nilai galatnya maka semakin bagus kualitas metode numerik yang digunakan.

Galat dibagi menjadi dua jenis, yaitu:

1. Galat percobaan (galat bawaan/melekat) dapat terjadi karena kekeliruan dalam memberikan data atau kesalahan dalam asumsi terhadap data.
2. Galat pemotongan (*truncation error*) adalah galat yang ditimbulkan oleh

pembatasan jumlah komputasi yang digunakan pada proses metode numerik. Banyak metode dalam metode numerik yang penurunan rumusnya menggunakan proses iterasi yang jumlahnya tak terhingga, sehingga untuk membatasi proses perhitungan, jumlah iterasi dibatasi sampai langkah ke n . Hasil perhitungan sampai langkah ke n akan menjadi hasil hampiran dan nilai perhitungan langkah n keatas akan menjadi galat pemotongan. Galat pemotongan akan menjadi sangat kecil ekali jika nilai n di perbesar. Konsekuensinya jumlah proses perhitungan semakin banyak.

- Galat pembulatan (*round-off error*) adalah galat yang ditimbulkan oleh keterbatasan komputer dalam penyajian bilangan real. Hampir semua proses perhitungan metode numerik menggunakan bilangan real. Penyajian bilangan real yang panjangnya tak hingga tidak dapat disajikan secara tepat sehingga terjadilah galat pembulatan.

Selain dari definisi diatas dapat juga digolongkan empat jenis galat yaitu:

- Galat Mutlak** adalah selisih numerik antara besar nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasinya. Jadi, bila x besar nilai yang sebenarnya, dan x_1 nilai pendekatannya (aproksimasinya), maka galat mutlak (*Absolut Error*) E_a didefinisikan dengan:

$$E_a = x - x_1 = \delta x$$

- Galat Relatif** (E_a) didefinisikan dengan:

$$E_R = \frac{E_a}{x} = \frac{\delta x}{x}$$

Kemudian persentase galat dihitung dari galat relatif yang diberikan dalam bentuk:

$$P_R = 100E_R$$

- Galat Global**

Misal $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi dengan variable banyak $x_i = (1, 2, \dots, n)$, dan misalkan galat dari tiap x_i adalah Δx_i . Galat Δu dan u di berikan dalam

bentuk:

$$u + \Delta u = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$$

Perluasan ruas kanan dari galat global tersebut oleh deret Taylor menghasilkan:

$$\begin{aligned} u + \Delta u = & f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta(x_i)} \Delta x_i \\ & + \text{semua suku yang memuat } (\Delta x_i)^2 \\ & + \text{semua suku yang lain} \end{aligned}$$

Anggap bahwa galat dalam x_i adalah kecil dan $\frac{\Delta x_i}{x_i} \subset 1$. Kemudian semua suku setelah suku ke dua pada ruas kanan persamaan diatas diabaikan, maka persamaan diatas menjadi:

$$\Delta u \approx \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{x_i} \Delta x_i = \frac{\delta f}{x_1} \Delta x_1 + \frac{\delta f}{x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\delta f}{x_n} \Delta x_n$$

Formula diatas bentuknya sama dengan diferensial total dari u . Formula untuk galat relatif adalah sebagai berikut:

$$E_R = \frac{\delta u}{\delta x_1} \frac{\Delta x_1}{u} + \frac{\delta u}{\delta x_2} \frac{\Delta x_2}{u} + \dots + \frac{\delta u}{\delta x_n} \frac{\Delta x_n}{u}$$

4. Galat dalam Aproksimasi deret

Galat yang ada dalam aproksimasi suatu deret dapat dievaluasi oleh sisa sesudah suku-suku ke n . Pandang deret Taylor untuk $f(x)$ pada $x = a$ yang diberikan dalam bentuk:

$$\begin{aligned} f(x) = & f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x - a)^{n-1}}{(n - 1)!} f^{n-1}(a) \\ & + R_n(x) \end{aligned}$$

Suku terakhir dalam deret di atas dikenal dengan sebutan suku sisa deret Taylor

yang didefinisikan sebagai berikut:

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^n}{n!} f^n(a), \quad a < \alpha < x$$

Untuk suatu barisan yang konvergen, suku-suku sisa akan mendekati nol untuk $n \leftarrow \infty$. Jadi bila mengaproksimasikan $f(x)$ oleh n suku pertama dari deret tersebut maka galat maksimum yang dibuat dalam aproksimasi tersebut diberikan oleh suku sisa (Jack, 2006: 7-9)

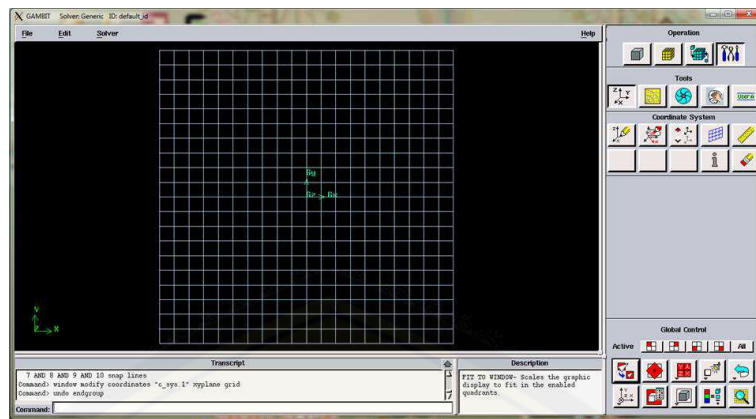
2.11 Perangkat Lunak CFD

CFD merupakan sistem analisis dengan cara simulasi berbasis komputer. Oleh karena itu, sangatlah penting untuk penggunaan perangkat lunak (*software*) dalam menjalankan sistem analisis CFD. Beberapa perangkat lunak yang berbasis CFD diantaranya adalah *Engineering Fluid Dynamics* (EFD), *Large Eddy Simulation* (LES), CFX, Flow-3D, Phoenix, Starcd, Numeca, dan Fluent. Pada penelitian ini, perangkat lunak yang digunakan adalah GAMBIT dan FLUENT.

2.11.1 GAMBIT

GAMBIT (*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*) merupakan salah satu *pre-processor* yang didesain untuk membantu membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD (Tuakia, 2008:9). GAMBIT sangat penting dalam mengkonstruksi suatu model secara geometris. *Software* ini memiliki beberapa alat (*tools*) yang dapat digunakan dalam mengonstruksikan bentuk-bentuk geometri secara teratur maupun tidak teratur serta menganalisis suatu objek.

Gambar 2.8 merupakan tampilan awal dari *software* GAMBIT versi 2. GAMBIT dapat membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) dalam berbagai macam bentuk baik secara 2 dimensi maupun 3 dimensi, bahkan untuk bentuk yang rumus dan tidak beraturan. Hal ini dikarenakan GAMBIT dapat melakukan *meshing* dengan berbagai macam *mesh* yaitu *mesh* heksahedral terstruktur maupun tidak terstruktur, tetrahedral, piramid, dan prisma.



Gambar 2.8 Tampilan Awal GAMBIT 2

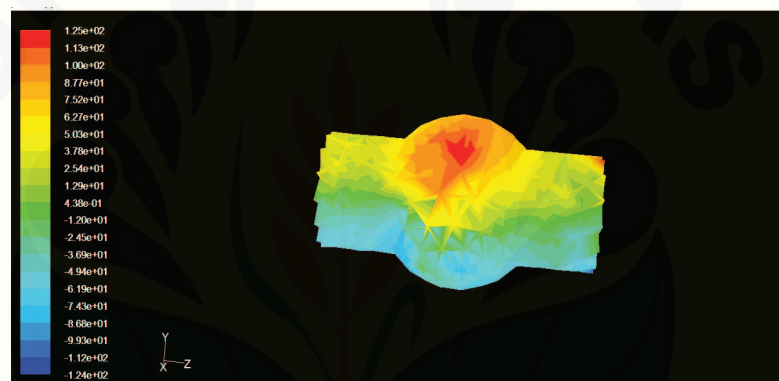
Meshing berguna dalam membagi model geometri dari objek yang diteliti sehingga mempermudah peneliti melakukan komputasi. Proses akhir dari penggunaan GAMBIT adalah penentuan jenis kondisi batas (*boundary condition*).

2.11.2 FLUENT

FLUENT merupakan salah satu *software* analisis lanjutan dari *software* GAMBIT. Fluent mempunyai fleksibilitas *mesh* yang lengkap, sehingga dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh* (grid) yang tidak terstruktur sekalipun dengan cara yang relatif mudah. FLUENT merupakan perangkat lunak berbasis CFD karena kemudahannya dalam penggunaannya serta kemampuannya dalam menganalisis aliran fluida dengan hasil yang cukup baik (Srinivas, 2014). Langkah-langkah umum penyelesaian analisis CFD menggunakan Fluent sebagai berikut:

1. pembuatan geometri dan *mesh* pada model;
2. memilih *solver* yang tepat untuk model tersebut yaitu 2 dimensi atau 3 dimensi;
3. mengimpor *mesh* model yang telah dibuat menggunakan GAMBIT;
4. melakukan pemeriksaan pada *mesh* model;
5. memilih *solver*;

6. memilih persamaan dasar yang dipakai dalam proses analisis, misalnya laminar, turbulen, reaksi kimia, perpindahan kalor, dan lain-lain;
7. menentukan sifat material yang akan dipakai;
8. menentukan kondisi batas;
9. mengatur parameter kontrol solusi;
10. *initialize the flow field*;
11. melakukan perhitungan/iterasi;
12. memeriksa hasil iterasi;
13. menyimpan hasil iterasi.



Gambar 2.9 Hasil Simulasi FLUENT 6.0

Berdasarkan langkah tersebut, *Fluent* mampu memberikan simulasi atau gambaran yang mendekati kenyataan mengenai fenomena atau kejadian. Menurut Tuakia (2008) fluida yang dapat dijadikan indikator pada *software* FLUENT ini yaitu temperatur, kecepatan, serta tekanan.

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian analisis numerik aliran darah pada (*Abdominal Aortic*) akibat pembengkakan merupakan penelitian simulasi. Simulasi adalah sebuah replikasi atau visualisasi dari perilaku sebuah sistem. Secara umum, simulasi itu merupakan sebuah model yang berisi seperangkat variabel yang menampilkan ciri utama dari sistem kehidupan nyata. Penelitian simulasi bertujuan untuk mencari gambaran melalui sebuah sistem berskala kecil (model) dimana di dalam model tersebut dilakukan manipulasi atau kontrol untuk melihat pengaruhnya. Simulasi memungkinkan keputusan-keputusan yang menentukan bagaimana karakteristik utama itu bisa dimodifikasi secara nyata (Syaefudind dkk, 2005). Pada penelitian ini, peneliti memodelkan aliran darah pada *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan menggunakan metode elemen hingga. Sehingga diperoleh hasil atau data-data yang mendekati keadaan sebenarnya (Susanto dkk, 2015).

3.2 Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan pemahaman beberapa istilah yang digunakan dalam penelitian, maka disajikan beberapa definisi operasional sebagai berikut.

1. Model matematika adalah bentuk representasi dari sistem dunia nyata ke dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan tersebut menyajikan relasi antara variabel dan parameter yang terlibat dalam sistem.
2. *Abdominal Aortic* merupakan arteri terbesar cavitas abdominalis atau rongga perut. Pembuluh darah ini juga merupakan pembuluh darah utama yang membawa darah dari jantung ke organ dan jaringan di bagian bawah tubuh, yang disebut dengan aorta.
3. *Abdominal Aortic Aneurysm* merupakan penonjolan pembuluh darah utama yang membawa darah dari jantung ke organ dan jaringan di bagian bawah tubuh, yang disebut dengan aorta. Pembuluh ini merupakan arteri terbesar dalam tubuh. Peregangan atau mengembunginya aorta dapat berbahaya

karena dapat merusak daerah pada dinding aorta sehingga aorta pecah dan menyebabkan pendarahan jika tidak segera diobati.

4. Penyakit tipe *Silent Kiler* merupakan merupakan tipe penyakit yang ganas tapi tidak banyak menimbulkan banyak gejala. Banyak penyakit yang tergolong tipe penyakit ini, misalkan penyakit jantung dan hipertensi. Penyakit tipe *Silent Kiler* pada umumnya menyerang orang remaja keatas atau dewasa, seperti pada pengertian diatas, penyakit tidak hampir tidak memiliki gejala atau tanda-tanda yang tampak. Namun begitu, penyakit ini sangatlah menyakitkan bahkan penyebab kematian.
5. *Computational Fluid Dynamic* (CFD) merupakan ilmu yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisis aliran fluida, perpindahan panas dan fenomena terkait seperti reaksi kimia dengan simulasi berbasis komputer.
6. Metode elemen hingga berlaku untuk semua jenis persamaan diferensial parsial linier dan nonlinier dalam fisika dan teknik. Konsep metode elemen hingga adalah dengan menyelesaikan suatu permasalahan dengan cara membagi daerah objek yang dianalisa menjadi bagian bagian kecil yang terhingga seperti segitiga dan segiempat. Bagian-bagian kecil tersebut kemudian di analisa dan solusinya digabungkan kembali untuk mendapatkan penyelesaian untuk keseluruhan daerah (White, 2011:580).

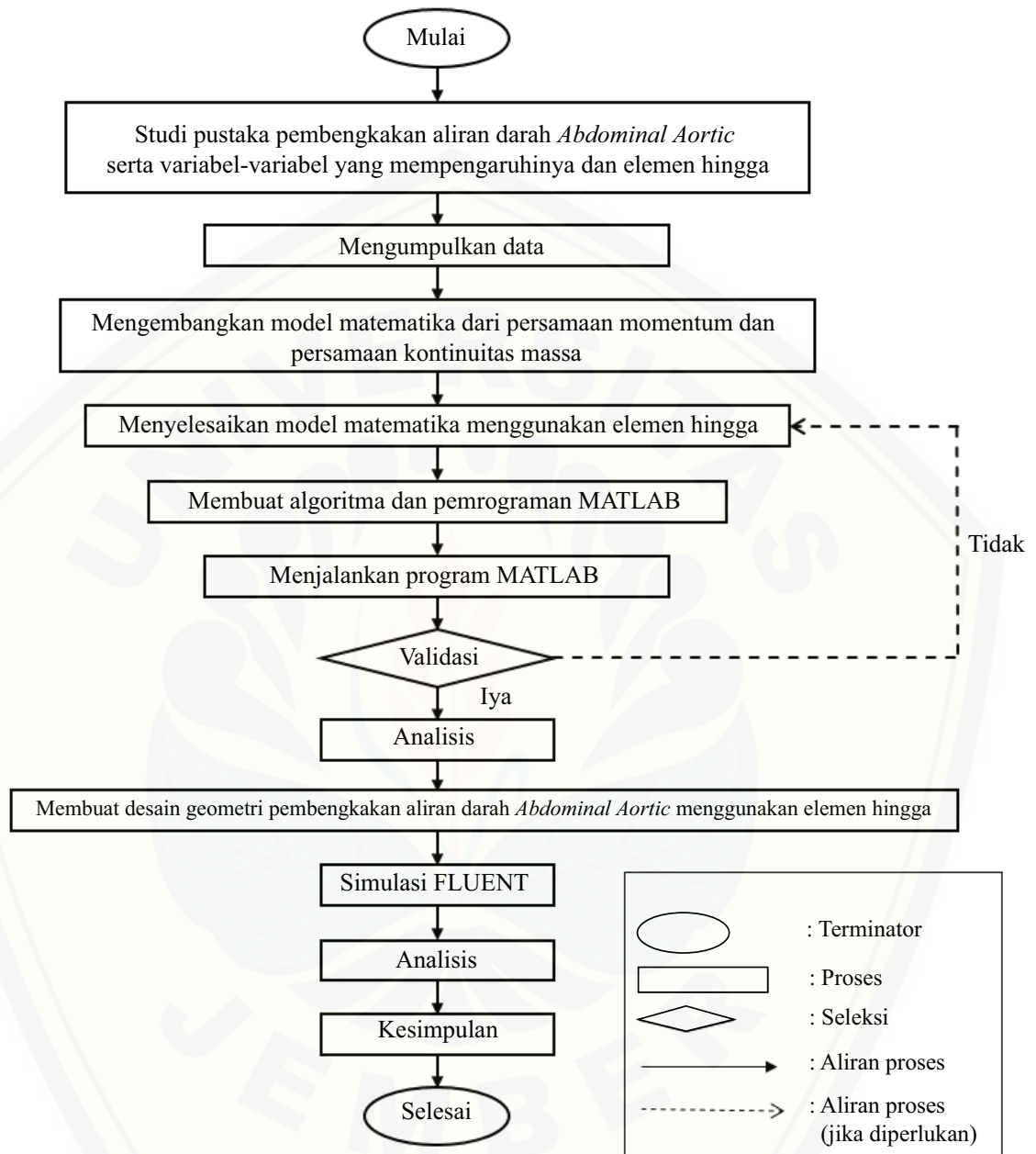
3.3 Prosedur Penelitian

Prosedur Penelitian adalah tahapan-tahapan yang dilakukan oleh peneliti sebagai pedoman dalam melakukan penelitian mulai dari tahapan awal sampai pembuatan laporan hasil penelitian untuk mencapai tujuan penelitian. Adapun prosedur yang dilakukan pada penelitian ini yaitu:

1. melakukan studi pustaka yang berkaitan tentang aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm* akibat pembengkakan serta variabel-variabel yang mempengaruhi penyebarannya dan metode elemen hingga;
2. mengumpulkan data berdasarkan variabel-variabel yang ditentukan, data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data simulasi;

3. mengembangkan model matematika dari persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa ;
4. menyelesaikan model matematika menggunakan metode elemen hingga ;
5. membuat algoritma dan pemrograman MATLAB;
6. menganalisis algoritma dari model matematika aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm* akibat pembengkakan;
7. membuat desain geometri dan menentukan kondisi aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm* akibat pembengkakan dengan menggunakan GAMBIT;
8. membuat simulasi model aliran darah pada *Abdominal Aortic Aneurysm* akibat pembengkakan menggunakan FLUENT;
9. menganalisis hasil dari penyimulasian model dengan FLUENT;
10. memberikan kesimpulan dan hasil.

Untuk lebih memahami langkah-langkah penelitian yang dilakukan dapat dilihat dalam diagram alir (*flowchart*) dibawah ini.



Gambar 3.1 Diagram alir prosedur penelitian

3.4 Tempat Penelitian

Tempat penelitian merupakan daerah atau lokasi yang menjadi pusat pelaksanaan atau kegiatan dimana penelitian dilakukan. Dalam penelitian ini, Peneliti melakukan penelitian di laboratorium matematika gedung III FKIP Universitas Jember. Tempat ini dipilih karena tersedianya sarana dan prasarana yang mendukung berupa komputer yang dilengkapi dengan *software* MATLAB untuk penyelesaian numerik dan ANSYS Fluent untuk simulasi pemodelan serta berbagai sumber-sumber elektronik lainnya.

3.5 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data merupakan teknik atau cara yang digunakan untuk mendapatkan data dalam suatu penelitian. Menurut Sugiyono (2014), pengumpulan data dapat diperoleh dari hasil observasi, wawancara, dokumentasi, dan gabungan atau triangulasi. Menurut Sarwono (2006), Metode menunjuk suatu cara sehingga dapat diperlihatkan penggunaannya melalui angket, wawancara, pengamatan, tes, dokumentasi dan sebagainya.

Penelitian ini menggunakan metode dokumentasi sebagai pengumpulan data. Metode dokumentasi merupakan metode pengumpulan data yang berupa hal-hal atau variabel yang terdiri dari catatan, transkrip, buku, surat kabar, majalah, prasasti, notulen rapat, agenda, dan lain sebagainya (Arikunto, 2006). Peneliti memperoleh data yang diinginkan dengan memepelajari buku, jurnal ilmiah serta berbagai data yang diambil dari catatan dan data-data dari internet mengenai aliran darah *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan.

3.6 Data dan Analisis Data

Data dan analisis data merupakan dua hal yang tidak bisa dipisahkan dalam suatu penelitian. Karena dengan tidak adanya data apa yang kita analisis sedangkan jika kita tidak melakukan analisis data, data yang telah kita dapat akan menjadi sia-sia. Analisis data sendiri merupakan suatu langkah yang sangat penting dalam men-golah data sehingga dapat menghasilkan suatu kesimpulan yang akurat. Data yang dikumpulkan selanjutnya diklasifikasikan dan diorganisasikan secara sitematis serta diolah dan dianalisis secara logis menurut

rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Dalam menganalisis data, hal yang harus dilakukan terlebih dulu adalah pengumpulan data yang dibedakan dalam kelompok-kelompok, dikategorisasi, diolah sedemikian rupa, sehingga data tersebut mempunyai makna dan mudah dipahami untuk menjawab persoalan penelitian. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data simulasi.

Langkah pertama adalah membangun model matematika dari aliran darah *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan. Selanjutnya model matematika yang telah didapat didiskritisasi menjadi beberapa elemen yang lebih sederhana. Dengan metode diskritisasi tersebut didapatkan matriks yang menyatakan persamaan yang diselesaikan. Persamaan tersebut kemudian diselesaikan dengan menggunakan program MATLAB sehingga didapatkan penyelesaian numerik yang konvergen. Penyelesaian ini mendekati penyelesaian eksak dari persamaan diferensialnya.

Apabila dalam perhitungan MATLAB diperoleh *error* yang kecil antara perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya, maka hasil yang didapat sudah benar. Akan tetapi, apabila hasil dari perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya terdapat perbedaan yang signifikan, maka akan dicari kesalahan saat memodelkan dan melakukan validasi ulang proses penurunan rumus dan juga penyelesaian dengan MATLAB hingga didapat hasil yang benar. *Error* yang digunakan dalam penelitian adalah *Error Relative*. Batasan untuk eror adalah 0,01. Dengan batasan *error* tersebut telah dapat menggambarkan akurasi yang baik karena kesalahan hanya bernilai 1% sehingga menandakan kesalahan tersebut cukup kecil. Keakuratan penyelesaian model matematika aliran darah *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan dapat ditentukan dengan menggunakan error relatif yang terdapat pada metode Gauss-Seidel yang digunakan peneliti.

Setelah melakukan perhitungan secara numerik terhadap model matematika aliran darah *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan. Langkah selanjutnya adalah mensimulasikan aliran darah *Abdominal Aortic* akibat pembengkakan menggunakan *software* GAMBIT, kemudian disimulasikan menggunakan *software* FLUENT.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan:

1. model matematika aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm* merupakan persamaan yang dinyatakan pada persamaan momentum. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial U}{\partial x} \quad (5.1)$$

2. Metode elemen hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis kecepatan aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm* karena didapatkan perhitungan *error* relatif kurang dari 0.0001.
3. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar lebar pembengkakan maka kecepatan aliran darah yang masuk ke daerah pembengkakan akan menjadi semakin lambat. Bisa dilihat pada hasil grafik menggunakan MATLAB dengan ukuran diameter pembengkakan 0.02 m, 0.03 m, dan 0.004 m kecepatan aliran darah meningkat yang semula 0.4m/s menjadi 0.3910 m/s, 0.3940 m/s, dan 0.3960 m/s.
4. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar nilai kekentalan darah maka kecepatan aliran darah akan menjadi semakin kecil. Bisa dilihat hasil grafik menggunakan MATLAB dengan nilai kekentalan cairan darah 0.0042kg/ms, 0.0043kg/ms, dan 0.0044kg/ms kecepatan aliran darah yang semula 0.4m/s ketika memasuki area pembengkakan menjadi 0.3967 m/s, 0.3965 m/s, dan 0.3964 m/s

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis numerik aliran darah *Abdominal Aortic Aneurysm*:

1. Pemodelan aliran darah pada pengidap penyakit *Abdominal Aortic Aneurysm* menggunakan metode elemen hingga ini bisa dikembangkan dengan melakukan penelitian dengan menganalisis faktor lain dari aliran darah

2. Pada simulasi aliran darah pada pengidap penyakit *Abdominal Aortic Aneurysm* dapat dilakukan dengan bantuan software simulasi selain MATLAB dan FLUENT.



DAFTAR PUSTAKA

- Arikunto, S. 2006. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Brahmanto, A. Fatahillah, and Dafik. 2017. *Pemodelan Matematika Aliran Fluida pada Radiator Mobil Tipe SR (Single Row)*. Kadikma, vol. 8, no. 1, pp. 112-117.
- Coker, A.K., 2001. *Modeling of chemical kinetics and reactor design*. Gulf Professional Publishing.
- Dafik, 1999. *Matlab Dalam Matematika*. Jember FKIP.
- Fatahillah, Arif. 2011. *Buku Pegangan Mata Kuliah Mathematical Modelling Computational Fluid Dynamics*. FKIP, Jember.
- Fatahillah, Arif. 2014. *Analisis Numerik Profil Sedimentasi Pasir pada Pertemuan Dua Sungai Berbantuan Software Fluent*. Kadikma, No. 3, Vol. 5, hal 35-40.
- Fatahillah, Dafik, EE Riastutik, Susanto. 2014. *The Analysis of Air Circulation on Coffee Plantation Based on the Level of Plants Roughness and Diamond Ladder Graph Cropping Pattern using Finite Volume Method*. Unej, No. 9, Vol. 7, hal 28.
- Fatahillah, S. Setiawani, R. Damayanti. 2019. *Mathematical Model Analysis of Fluid Flow in Edamame Hydrofluidization Using Finite Element Method*. J. Phys. Conf. Ser., vol. 1211, no. 12021.
- Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika*. Jember: Pena Salsabila.
- Ihsan, S. 2018. *Analisis Bentuk Aliran pada Kondensor Tipe Shell dan Tube Menggunakan Simulasi CFD (Computational Fluid Dynamics)*. vol. 1, no. 1, pp. 15-18.
- Jack. 2006. *Metode Numerik*. UNILA, Lampung.
- Koehler, M. J., Mishra, P., Ackaoglu, M. dan Rosenberg, J. M. 2013. *The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework for Teachers and*

Teacer Educators. Commonwealth educational Media Center for Asia.

Kosasih., 2012. *Teori dan Aplikasi Metode Elemen Hingga*. Yogyakarta.

Kumar S, Ashish B, Deoghare B., 2017. *Modelling of Humasn Abdominal Artery for Blood flow Analysis*. India.

Manonama, Tiny dan Soetopo, Widandi. (Juni, 2008). *Pemodelan Sebagai Sarana dalam Mencapai Solusi Optimal*. [Online]. *Jurnal Teknik Sipil*, No.3, Vol8: 184-192.

Mungkasi, Sudi. 2011. *Metode Volume Hingga untuk Menyelesaikan Masalah Bendungan Bobol*. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.

Munir, Rinaldi. 2015. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika Bandung.

Pappano, A.J., dan Wier, W.G., 2012. *Cardiovascular Physiology E-Book: Mosby Physiology Monograph Series*. Elsevier Health Sciences.

Sahid, 2005. *Pengantar Komputasi Numerik dengan Matlab*. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.

Samosir, Ken Kevin dan Masykur. 2014. *Perbandingan Metode Fast-Decouple dan Metode Gauss-Seidell dalam Solusi Aliran Daya Sistem Distribusi 20KV dengan Menggunakan Etap Power Station dan MATLAB*. Singuda Ensikom, No.2, Vol. 7, hal 55-60.

Sarwono, J., 2006. *Metode Penelitian. Kuantitatif Kualitatif*.

Shishir, S.S., dan Miah, A.K., 2014. *Blood Flow Dynamics in Cerebral Aneurysm-A CFD Simulation*. Elsevier Health Sciences.

Siang, Jong Jek, 2004. *Jaringan Syaraf Tiruan dan Pemrograman menggunakan MATLAB*. Andi Offset, Yogyakarta.

Sugiyono. 2014. *Metode penelitian pendidikan pendekatan kualitatif dan RnD*. Bandung: Alfabeta.

Susanto, Dafik, and A. Fatahillah. 2015. *PAnalisis Kecepatan Aliran Udara pada Gedung Bertingkat Karena Pengaruh Penghalang di Depan*. Kadikma, vol. 6, no. 2, pp. 75-82.

- Syaefudin, U. dan Syamsuddin, A. 2005. *Perencanaan Pendidikan Pendekatan Komprehensif*. Bandung. PT Remaja Rosdakarya Tur Dat.
- Srinivas and S. R. Potti. 2014. *Numerical Simulaton of Axial Flow Fan Using Gambit and Fluent*. Int. J. Res. Eng. Technol., vol. 3, no. 3, pp. 586-590.
- Toja-silva, C. Pregel-hoderlein, and J. Chen. 2014. *On the urban geometry generalization for CFD simulation of gas dispersion from chimneys: Comparison with Gaussian plume model*. IJ. Wind Eng. Ind. Aerodyn., vol. 177, no. April, pp. 1-18.
- Tuakia, F. 2008. *Dasar-dasar CFD Menggunakan Fluent*. Bandung: Informatika.
- White, F.M., 2011. *FLUID MECHANICS, 7th ed*. McGraw Hill, Americas, New York.
- White, Frank M. 1986. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga.
- Widowati dan Sutimin. 2007. *Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Wirjohamidjojo, S. dan Swarinoto, Y.S. 2007. *Praktek Meteorologi Pertanian*. Jakarta: Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika.
- Yusup, Muhammad. 2013. *Jurnal Pendekatan Model Matematik Dalam Pembelajaran Fisika*. [Online]. <http://eprintsunri.ac.id>. [21 Desember 2018]

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Tujuan	Sumber Data	Metode Penelitian
Analisis Numerik Aliran Darah <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i> Menggunakan Metode Elemen	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bagaimana model matematika aliran darah pada <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>? 2. Bagaimana pengaruh pembengkakan terhadap kecepatan aliran darah pada <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>? 3. Bagaimana pengaruh kekentalan darah terhadap kecepatan aliran darah <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>? 4. Bagaimana efektifitas metode elemen hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran darah <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kecepatan awal aliran darah 2. Kekentalan darah 3. Diameter pembengkakan 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengetahui model matematika aliran darah pada <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i> 2. Mengetahui pengaruh pembengkakan terhadap kecepatan aliran darah <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>. 3. Mengetahui pengaruh kekentalan darah terhadap kecepatan aliran darah <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>. 4. Mengetahui efektifitas metode elemen hingga dalam menganalisis aliran <i>Abdominal Aortic Aneurysm</i>. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Shishir et-al. 2014 <i>Blood Flow Dynamics In Cerebral A CFD Simulation</i> Bangladesh: Elsevier 2. Kepustakaan 	Metode Simulasi

LAMPIRAN B. FORMAT *PROGRAMMING* MATLAB

B.1 Format *Programming* Simulasi Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* yang Dipengaruhi Diameter Pembengkakan Menggunakan Metode Biasa

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('          SIMULASI PROGRAM KECEPATAN ALIRAN DARAH          ');
disp('          ABDOMINAL AORTIC ANEURYSM          ');
disp('          dipengaruhi oleh ukuran diameter pembengkakan          ');
disp('          Menggunakan Metode Biasa          ');
disp('          Oleh :          ');
disp('          IVAN FAJAR HUMAYYUN          ');
disp('          NIM 160210101064          ');
disp('-----');

%Persamaan momentum
N=input('masukkan banyak diskritisasi = ');
v=input('masukkan kecepatan awal = ');
if v<0
    msgbox('v tidak boleh kurang dari 0 ');
    return;
end
d1=0.02;           %diameter pembengkakan
d2=0.03;           %diameter pembengkakan
d3=0.04;           %diameter pembengkakan
r1=d1/2;           %jari-jari pembengkakan
r2=d2/2;           %jari-jari pembengkakan
r3=d3/2;           %jari-jari pembengkakan
rho0=0.11;
D=9.7*10^-11;     %debit aliran
miu=2.084*10^-3;  %kekentalan darah
l=(N-1)*0.1;     %panjang saluran
rho1=(1/2)*rho0*(1+(1-r1/R)^2);
rho2=(1/2)*rho0*(1+(1-r2/R)^2);
rho3=(1/2)*rho0*(1+(1-r3/R)^2);
v1=v*(1-r1/R)^2;  %kecepatan aliran
v2=v*(1-r2/R)^2;  %kecepatan aliran
v3=v*(1-r3/R)^2;  %kecepatan aliran
P1=8*D*miu*l/(pi*r1^4); %tekanan
P2=8*D*miu*l/(pi*r2^4); %tekanan
P3=8*D*miu*l/(pi*r3^4); %tekanan

```

```

ng=2*N+1;
disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;

%Matriks
A1kcl=[((-2*miu1/(3*1))-(3*rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*1))+(4*rho3*c*v1/6))
        ((-2*miu1/(3*1))-(rho3*c*v1/6));
        ((-8*miu1/(3*1))-(4*rho3*c*v1/6)) (16*miu1/(3*1))
        ((-8*miu1/(3*1))+(4*rho3*c*v1/6));
        ((-2*miu1/(3*1))+(rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*1))-(4*rho3*c*v1/6))
        ((-2*miu1/(3*1))+(3*rho3*c*v1/6))];
A2kcl=[((-2*miu2/(3*1))-(3*rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6))
        ((-2*miu2/(3*1))-(rho3*c*v2/6))
        ((-8*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6)) (16*miu2/(3*1))
        ((-8*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6));
        ((-2*miu2/(3*1))+(rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6))
        ((-2*miu2/(3*1))+(3*rho3*c*v2/6))];
A3kcl=[((-2*miu3/(3*1))-(3*rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6))
        ((-2*miu3/(3*1))-(rho3*c*v3/6));
        ((-8*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6)) (16*miu3/(3*1))
        ((-8*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6));
        ((-2*miu3/(3*1))+(rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6))
        ((-2*miu3/(3*1))+(3*rho3*c*v3/6))];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A2bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A3bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl
A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A2kcl
A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A3kcl
end
B1kcl=[4*1*rho1/30 2*1*rho1/30 -1*1*rho1/30
        (2*1*rho1/30 16*1*rho1/30 2*1*rho1/30
        (-1*1*rho1/30 2*1*rho1/30 4*1*rho1/30)];
B2kcl=[4*1*rho2/30 2*1*rho2/30 -1*1*rho2/30
        (2*1*rho2/30 16*1*rho2/30 2*1*rho2/30
        (-1*1*rho2/30 2*1*rho2/30 4*1*rho2/30)];
B3kcl=[4*1*rho3/30 2*1*rho3/30 -1*1*rho3/30
        (2*1*rho3/30 16*1*rho3/30 2*1*rho3/30
        (-1*1*rho3/30 2*1*rho3/30 4*1*rho3/30)];

```

```

B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
B2bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
B3bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
B2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B2kcl;
B3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B3kcl;
end
r1_old=zeros(2*N+1,1);
r1_old(1,1)=2*P1;
r1_old(2*N+1,1)=2*-P1;
r1_all=r1_old;
r2_old=zeros(2*N+1,1);
r2_old(1,1)=2*P2;
r2_old(2*N+1,1)=2*-P2;
r2_all=r2_old;
r3_old=zeros(2*N+1,1);
r3_old(1,1)=2*P3;
r3_old(2*N+1,1)=2*-P3;
r3_all=r3_old;

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D2=A2bsr+2/dt*B2bsr;
D3=A3bsr+2/dt*B3bsr;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E2=A2bsr-2/dt*B2bsr;
E3=A3bsr-2/dt*B3bsr;
r1_new=D1\r1_old;
r1_all=[r1_all r1_new];
r1_old=r1_new;
r2_new=D2\r2_old;
r2_all=[r2_all r2_new];
r2_old=r2_new;
r3_new=D3\r3_old;
r3_all=[r3_all r3_new];
r3_old=r3_new;
%Penyelesaian dalam waktu
for i=1:t
    r1_new=D1\(-E1*r1_old);

```

```
r1_all=[r1_all r1_new];
r1_old=r1_new;
r2_new=D2\(-E2*r2_old);
r2_all=[r2_all r2_new];
r2_old=r2_new;
r3_new=D3\(-E3*r3_old);
r3_all=[r3_all r3_new];
r3_old=r3_new;
end

figure;
plot(mean(r1_all),'-ob');
hold on;
plot(mean(r2_all),'-or');
hold on;
plot(mean(r3_all),'-og');
hold on;
title('Grafik Kecepatan Aliran Darah Abdominal Aortic Aneurysm Dipengaruhi
oleh Diameter Pembengkakan Metode Biasa',...
'color',[0 0 1],'fontweight','bold','fontsize',14);
xlabel('Time (s)','color',[0 0 1],...
'fontweight','bold','fontsize',12); ylabel('Velocity (m/s)'
,'color',[0 0 1],...
'fontweight','bold','fontsize',12);
```


B.2 Format *Programming* Simulasi Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* yang Dipengaruhi Diameter Pembengkakan Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidell;

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('          SIMULASI PROGRAM KECEPATAN ALIRAN DARAH          ');
disp('          ABDOMINAL AORTIC ANEURYSM                          ');
disp('          dipengaruhi oleh ukuran diameter pembengkakan      ');
disp('          Menggunakan Metode Biasa                            ');
disp('          Oleh :                                              ');
disp('          IVAN FAJAR HUMAYYUN                                 ');
disp('          NIM 160210101064                                    ');
disp('-----');
%Persamaan momentum
N=input('masukkan banyak diskritisasi = ');
v=input('masukkan kecepatan awal = ');
if v<0
    msgbox('v tidak boleh kurang dari 0 ');
    return;
end
d1=0.02;           %diameter pembengkakan
d2=0.03;           %diameter pembengkakan
d3=0.04;           %diameter pembengkakan
r1=d1/2;          %jari-jari pembengkakan
r2=d2/2;          %jari-jari pembengkakan
r3=d3/2;          %jari-jari pembengkakan
rho0=0.11;
D=9.7*10^-11;     %debit aliran
miu=2.084*10^-3;  %kekentalan darah
l=(N-1)*0.1;     %panjang saluran
rho1=(1/2)*rho0*(1+(1-r1/R)^2);
rho2=(1/2)*rho0*(1+(1-r2/R)^2);
rho3=(1/2)*rho0*(1+(1-r3/R)^2);
v1=v*(1-r1/R)^2;  %kecepatan aliran
v2=v*(1-r2/R)^2;  %kecepatan aliran
v3=v*(1-r3/R)^2;  %kecepatan aliran
P1=8*D*miu*l/(pi*r1^4); %tekanan
P2=8*D*miu*l/(pi*r2^4); %tekanan
P3=8*D*miu*l/(pi*r3^4); %tekanan

```

```

ng=2*N+1;
disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;

%Matriks
A1kcl=[((-2*miu1/(3*1))-(3*rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*1))+(4*rho3*c*v1/6))
        ((-2*miu1/(3*1))-(rho3*c*v1/6));
        ((-8*miu1/(3*1))-(4*rho3*c*v1/6)) (16*miu1/(3*1))
        ((-8*miu1/(3*1))+(4*rho3*c*v1/6));
        ((-2*miu1/(3*1))+(rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*1))-(4*rho3*c*v1/6))
        ((-2*miu1/(3*1))+(3*rho3*c*v1/6))];
A2kcl=[((-2*miu2/(3*1))-(3*rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6))
        ((-2*miu2/(3*1))-(rho3*c*v2/6))
        ((-8*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6)) (16*miu2/(3*1))
        ((-8*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6));
        ((-2*miu2/(3*1))+(rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6))
        ((-2*miu2/(3*1))+(3*rho3*c*v2/6))];
A3kcl=[((-2*miu3/(3*1))-(3*rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6))
        ((-2*miu3/(3*1))-(rho3*c*v3/6));
        ((-8*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6)) (16*miu3/(3*1))
        ((-8*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6));
        ((-2*miu3/(3*1))+(rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6))
        ((-2*miu3/(3*1))+(3*rho3*c*v3/6))];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A2bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A3bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl
A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A2kcl
A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A3kcl
end
B1kcl=[4*1*rho1/30 2*1*rho1/30 -1*1*rho1/30
        (2*1*rho1/30 16*1*rho1/30 2*1*rho1/30
        (-1*1*rho1/30 2*1*rho1/30 4*1*rho1/30)];
B2kcl=[4*1*rho2/30 2*1*rho2/30 -1*1*rho2/30
        (2*1*rho2/30 16*1*rho2/30 2*1*rho2/30
        (-1*1*rho2/30 2*1*rho2/30 4*1*rho2/30)];
B3kcl=[4*1*rho3/30 2*1*rho3/30 -1*1*rho3/30
        (2*1*rho3/30 16*1*rho3/30 2*1*rho3/30
        (-1*1*rho3/30 2*1*rho3/30 4*1*rho3/30)];

```

```

B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
B2bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
B3bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
B2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B2kcl;
B3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B3kcl;
end
r1_old=zeros(2*N+1,1);
r1_old(1,1)=2*P1;
r1_old(2*N+1,1)=2*-P1;
r1_all=r1_old;
r2_old=zeros(2*N+1,1);
r2_old(1,1)=2*P2;
r2_old(2*N+1,1)=2*-P2;
r2_all=r2_old;
r3_old=zeros(2*N+1,1);
r3_old(1,1)=2*P3;
r3_old(2*N+1,1)=2*-P3;
r3_all=r3_old;

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D2=A2bsr+2/dt*B2bsr;
D3=A3bsr+2/dt*B3bsr;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E2=A2bsr-2/dt*B2bsr;
E3=A3bsr-2/dt*B3bsr;
r1_new=D1\r1_old;
r1_all=[r1_all r1_new];
r1_old=r1_new;
r2_new=D2\r2_old;
r2_all=[r2_all r2_new];
r2_old=r2_new;
r3_new=D3\r3_old;
r3_all=[r3_all r3_new];
r3_old=r3_new;
%Penyelesaian dalam waktu
for i=1:t
    r1_new=D1\(-E1*r1_old);

```

```

    r1_all=[r1_all r1_new];
    r1_old=r1_new;
    r2_new=D2\(-E2*r2_old);
    r2_all=[r2_all r2_new];
    r2_old=r2_new;
    r3_new=D3\(-E3*r3_old);
    r3_all=[r3_all r3_new];
    r3_old=r3_new;
end

%Penyelesaian dalam waktu
for i=1:t
    r1_new=D1\(-E1*r1_old);
    r1_all=[r1_all r1_new];
    r1_old=r1_new;
    rall1_plot=[];
    r2_new=D2\(-E2*r2_old);
    r2_all=[r2_all r2_new];
    r2_old=r2_new;
    rall2_plot=[];
    r3_new=D3\(-E3*r3_old);
    r3_all=[r3_all r3_new];
    r3_old=r3_new;
    rall3_plot=[];
end

%Gauss-Seidel
T=0.0001;          %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1);
X0(1:2*N+1)=1.001;
H=X0';
w=length(1);
X1=X0;
X2=X0;
X3=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S1=r1_old(i)-r1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X1(i)=S1/r1_new(i,i);
        S2=r2_old(i)-r2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X2(i)=S2/r2_new(i,i);
    end
end

```

```

        S3=r3_old(i)-r3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-r3_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X3(i)=S3/r3_new(i,i);
    end
    e=abs(X2-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X2)+eps);
    X0=X1;
    H=[H,X0'];
    if(error<T)|(reller<T)
        break
    end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
H;
X2;
r1_all=[r1_all];
rall1_plot=[rall1_plot];
r2_all=[r2_all];
rall2_plot=[rall2_plot];
r3_all=[r3_all];
rall3_plot=[rall3_plot];

figure;
plot(mean(r1_all),'-ob');
hold on;
plot(mean(r2_all),'-or');
hold on;
plot(mean(r3_all),'-og');
hold on;
title('Grafik Kecepatan Aliran Darah Abdominal Aortic Aneurysm Dipengaruhi
      oleh Diameter Pembengkakan Metode Gauss Seidel',...
      'color',[0 0 1],'fontweight','bold','fontsize',14);
xlabel('Time (s)','color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold','fontsize',12); ylabel('Velocity (m/s)'
      , 'color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold','fontsize',12);
disp('Gauss-Seidel method converged');

```

B.3 Format *Programming* Simulasi Kecepatan Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* yang Dipengaruhi oleh Kekentalan Darah Menggunakan Metode Biasa

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('          SIMULASI PROGRAM KECEPATAN ALIRAN DARAH          ');
disp('          ABDOMINAL AORTIC ANUERYSM          ');
disp('          dipengaruhi oleh ukuran kekentalan darah          ');
disp('          Menggunakan Metode Biasa          ');
disp('          Oleh :          ');
disp('          IVAN FAJAR HUMAYYUN          ');
disp('          NIM 160210101064          ');
disp('-----');
%Persamaan momentum
N=input('masukkan banyak diskritisasi = ');
d=input('masukkan diameter pembengkakan = ');
if d<0
    msgbox('d tidak boleh kurang dari 0 ');
    return;
end
miu1=0.0042;          %kekentalan darah
miu2=0.0043;          %kekentalan darah
miu3=0.0044;          %kekentalan darah
l=(N-1)*0.1;          %panjang benda
rho=106;              %massa jenis darah
P1=0.3;              %tekanan
P2=0.3;              %tekanan
P3=0.3;              %tekanan
v1=P1*d/miu1;          %kecepatan aliran
v2=P2*d/miu1;          %kecepatan aliran
v3=P3*d/miu3;          %kecepatan aliran
ng=2*N+1;
disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;

A1kcl=[((-2*miu1/(3*l))-(3*rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*l))+(4*rho3*c*v1/6))
        ((-2*miu1/(3*l))-(rho3*c*v1/6));
        ((-8*miu1/(3*l))-(4*rho3*c*v1/6)) (16*miu1/(3*l))

```

```

((-8*miu1/(3*1))+(4*rho3*c*v1/6));
((-2*miu1/(3*1))+(rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*1))-(4*rho3*c*v1/6))
((-2*miu1/(3*1))+(3*rho3*c*v1/6)]];
A2kcl=[((-2*miu2/(3*1))-(3*rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6))
((-2*miu2/(3*1))-(rho3*c*v2/6))
((-8*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6)) (16*miu2/(3*1))
((-8*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6));
((-2*miu2/(3*1))+(rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6))
((-2*miu2/(3*1))+(3*rho3*c*v2/6)]];
A3kcl=[((-2*miu3/(3*1))-(3*rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6))
((-2*miu3/(3*1))-(rho3*c*v3/6));
(-8*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6)) (16*miu3/(3*1))
((-8*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6));
((-2*miu3/(3*1))+(rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6))
((-2*miu3/(3*1))+(3*rho3*c*v3/6)]];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A2bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A3bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl
A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A2kcl
A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A3kcl
end

B1kcl=[4*1*rho/30 2*1*rho/30 -1*1*rho/30
2*1*rho/30 16*1*rho/30 2*1*rho/30
-1*1*rho/30 2*1*rho/30 4*1*rho/30];
B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
end
r1_old=zeros(2*N+1,1);
r1_old(1,1)=2*P1;
r1_old(2*N+1,1)=2*-P1;
r1_all=r1_old;
r2_old=zeros(2*N+1,1);
r2_old(1,1)=2*P2;
r2_old(2*N+1,1)=2*-P2;
r2_all=r2_old;
r3_old=zeros(2*N+1,1);

```

```
r3_old(1,1)=2*P3;
r3_old(2*N+1,1)=2*-P3;
r3_all=r3_old;

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D2=A2bsr+2/dt*B1bsr;
D3=A3bsr+2/dt*B1bsr;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E2=A2bsr-2/dt*B1bsr;
E3=A3bsr-2/dt*B1bsr;
r1_new=D1\r1_old;
r1_all=[r1_all r1_new];
r1_old=r1_new;
r2_new=D2\r2_old;
r2_all=[r2_all r2_new];
r2_old=r2_new;
r3_new=D3\r3_old;
r3_all=[r3_all r3_new];
r3_old=r3_new;

%Penyelesaian dalam waktu
for i=1:t
    r1_new=D1\(-E1*r1_old);
    r1_all=[r1_all r1_new];
    r1_old=r1_new;
    r2_new=D2\(-E2*r2_old);
    r2_all=[r2_all r2_new];
    r2_old=r2_new;
    r3_new=D3\(-E3*r3_old);
    r3_all=[r3_all r3_new];
    r3_old=r3_new;
end

figure;
plot(mean(r1_all),'-ob');
hold on;
plot(mean(r2_all),'-or');
hold on;
plot(mean(r3_all),'-og');
```



```
hold on;  
title('Program Simulasi Aliran Darah Dipengaruhi oleh Kekentalan Darah',...  
      'color',[0 0 1],'fontweight','bold','fontsize',14);  
xlabel('Waktu (s)','color',[0 0 1],...  
      'fontweight','bold','fontsize',12);  
ylabel('Kecepatan Aliran Darah (m/s)','color',[0 0 1],...  
      'fontweight','bold','fontsize',12);
```



B.4 Format *Programming* Simulasi Kecepatan Aliran Darah Abdominal Aortic Aneurysm yang Dipengaruhi oleh Kekentalan Darah Menggunakan Metode Gauss-Seidel

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('          SIMULASI PROGRAM KECEPATAN ALIRAN DARAH          ');
disp('          ABDOMINAL AORTIC ANUERYSM          ');
disp('          dipengaruhi oleh ukuran kekentalan darah          ');
disp('          Menggunakan Metode Gauss Seidell          ');
disp('          Oleh :          ');
disp('          IVAN FAJAR HUMAYYUN          ');
disp('          NIM 160210101064          ');
disp('-----');
%Persamaan momentum
N=input('masukkan banyak diskritisasi = ');
d=input('masukkan diameter pembengkakan = ');
if d<0
    msgbox('d tidak boleh kurang dari 0 ');
    return;
end
miu1=0.0042;          %kekentalan darah
miu2=0.0043;          %kekentalan darah
miu3=0.0044;          %kekentalan darah
l=(N-1)*0.1;          %panjang benda
rho=106;          %massa jenis darah
P1=0.3;          %tekanan
P2=0.3;          %tekanan
P3=0.3;          %tekanan
v1=P1*d/miu1;          %kecepatan aliran
v2=P2*d/miu1;          %kecepatan aliran
v3=P3*d/miu3;          %kecepatan aliran
ng=2*N+1;
disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;

A1kcl=[((-2*miu1/(3*l))- (3*rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*l))+ (4*rho3*c*v1/6))
        ((-2*miu1/(3*l))- (rho3*c*v1/6));
        ((-8*miu1/(3*l))- (4*rho3*c*v1/6)) (16*miu1/(3*l))

```

```

((-8*miu1/(3*1))+(4*rho3*c*v1/6));
((-2*miu1/(3*1))+(rho3*c*v1/6)) ((4*miu1/(3*1))-(4*rho3*c*v1/6))
((-2*miu1/(3*1))+(3*rho3*c*v1/6)];
A2kcl=[((-2*miu2/(3*1))-(3*rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6))
((-2*miu2/(3*1))-(rho3*c*v2/6))
((-8*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6)) (16*miu2/(3*1))
((-8*miu2/(3*1))+(4*rho3*c*v2/6));
((-2*miu2/(3*1))+(rho3*c*v2/6)) ((4*miu2/(3*1))-(4*rho3*c*v2/6))
((-2*miu2/(3*1))+(3*rho3*c*v2/6)];
A3kcl=[((-2*miu3/(3*1))-(3*rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6))
((-2*miu3/(3*1))-(rho3*c*v3/6));
(-8*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6)) (16*miu3/(3*1))
((-8*miu3/(3*1))+(4*rho3*c*v3/6));
((-2*miu3/(3*1))+(rho3*c*v3/6)) ((4*miu3/(3*1))-(4*rho3*c*v3/6))
((-2*miu3/(3*1))+(3*rho3*c*v3/6)];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A2bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
A3bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl
A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A2bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A2kcl
A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A3bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A3kcl
end

B1kcl=[4*1*rho/30 2*1*rho/30 -1*1*rho/30
2*1*rho/30 16*1*rho/30 2*1*rho/30
-1*1*rho/30 2*1*rho/30 4*1*rho/30];
B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
end
r1_old=zeros(2*N+1,1);
r1_old(1,1)=2*P1;
r1_old(2*N+1,1)=2*-P1;
r1_all=r1_old;
r2_old=zeros(2*N+1,1);
r2_old(1,1)=2*P2;
r2_old(2*N+1,1)=2*-P2;
r2_all=r2_old;
r3_old=zeros(2*N+1,1);

```

```

r3_old(1,1)=2*P3;
r3_old(2*N+1,1)=2*-P3;
r3_all=r3_old;

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D2=A2bsr+2/dt*B1bsr;
D3=A3bsr+2/dt*B1bsr;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E2=A2bsr-2/dt*B1bsr;
E3=A3bsr-2/dt*B1bsr;
r1_new=D1\r1_old;
r1_all=[r1_all r1_new];
r1_old=r1_new;
r2_new=D2\r2_old;
r2_all=[r2_all r2_new];
r2_old=r2_new;
r3_new=D3\r3_old;
r3_all=[r3_all r3_new];
r3_old=r3_new;

%Penyelesaian dalam waktu
for i=1:t
    r1_new=D1\(-E1*r1_old);
    r1_all=[r1_all r1_new];
    r1_old=r1_new;
    r2_new=D2\(-E2*r2_old);
    r2_all=[r2_all r2_new];
    r2_old=r2_new;
    r3_new=D3\(-E3*r3_old);
    r3_all=[r3_all r3_new];
    r3_old=r3_new;
end

%Gauss-Seidel
T=0.0001;          %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1);
X0(1:2*N+1)=1.001;
H=X0';
w=length(1);

```

```

X1=X0;
X2=X0;
X3=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S1=r1_old(i)-r1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X1(i)=S1/r1_new(i,i);
        S2=r2_old(i)-r2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X2(i)=S2/r2_new(i,i);
        S3=r3_old(i)-r3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-r3_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X3(i)=S3/r3_new(i,i);
    end
    e=abs(X1-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X1)+eps);
    X0=X1;
    H=[H,X0'];
    if(error<T)|(reller<T)
        break
    end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
H;
X1;
r1_all=[r1_all];
rall1_plot=[rall1_plot];
r2_all=[r2_all];
rall2_plot=[rall2_plot];
r3_all=[r3_all];
rall3_plot=[rall3_plot];

figure;
plot(mean(r1_all),'-ob');
hold on;
plot(mean(r2_all),'-or');
hold on;
plot(mean(r3_all),'-og');
hold on;
title('Program Simulasi Aliran darah Dipengaruhi
    oleh Kekentalan Darah Menggunakan Metode Gauss-Seidel',...

```

```
'color',[0 0 1],'fontweight','bold','fontsize',14);  
xlabel('Waktu','color',[0 0 1],...  
      'fontweight','bold','fontsize',12);  
ylabel('Kecepatan Aliran Darah','color',[0 0 1],...  
      'fontweight','bold','fontsize',12);  
disp('Gauss-Seidel method converged');
```



LAMPIRAN C. HASIL PERHITUNGAN *ERROR RELATIF*

D.1 Hasil Perhitungan *Error Relatif* Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* Berdasarkan Diameter Pembengkakan Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidel

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	0.400000	-
2	0.401787	0.001787
3	0.401292	0.000495
4	0.400742	0.000550
5	0.400511	0.000231
.	.	.
.	.	.
.	.	.
197	0.400038	0.000005
198	0.400035	0.000003
199	0.400033	0.000002
200	0.400031	0.000002
201	0.400030	0.000001

$$error\ relatif = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{0.399999 - 0.400030}{0.400030} \right| = 0.0000774942$$

dengan: X_0 = tebakan awal
 X_i = nilai numerik

D.2 Hasil Perhitungan *Error Relatif* Aliran Darah *Abdominal Aortic Aneurysm* Berdasarkan Kekentalan Darah Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidel

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	0.4000	-
2	0.3105	0.0895
3	0.3187	0.0082
4	0.3198	0.0011
5	0.3209	0.0011
·	·	·
·	·	·
·	·	·
197	0.3941	0.0009
198	0.3950	0.0009
199	0.3962	0.0012
200	0.3966	0.0004
201	0.3967	0.0001

$$error\ relatif = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{0.3999 - 0.3967}{0,3967} \right| = 0.008066549$$

dengan: X_0 = tebakan awal
 X_i = nilai numerik