



PEWARNAAN HIMPUNAN MANDELBROT

SKRIPSI

Diajukan Guna Melengkapi Tugas Akhir dan Memenuhi Syarat-syarat untuk menyelesaikan Program Sarjana Sains Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (S1) Universitas Jember

Aasal :	Hadiah	Klas
	Pembelian	513.26
Terima Tgl :	2 MAR 2007	EKO
No. Induk :		P
Pengkatalog :		

Oleh :

ENDANG EKOWATI

NIM 021810101119

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER**

2007

MOTTO

”Jadikanlah sabar dan sholat sebagai penolongmu”

(QS. Al-baqarah)

”Barang siapa menempuh suatu jalan untuk mencari ilmu,
maka Allah akan memudahkan baginya jalan ke surga”

(HR Muslim)

“Orang yang gagal meraih sesuatu yang hebat, tidak bisa dikatakan gagal total. Dia selalu yakin dan percaya paling tidak dia telah memenangkan perang terpenting dalam kehidupan, yaitu mengalahkan rasa takut untuk mencoba”

(Robert H. Sculler)

“Semua keberhasilan pada hari ini merupakan seluruh jerih payah yang telah dikumpulkan hari kemarin. Namun keberhasilan hari esok adalah hasil kerja keras pada hari ini”

(Anonim)

Kupersembahkan Karya Tulis Skripsi ini kepada:

Ayahanda Samuri

Dan

Ibunda Slamet Utami

**yang dengan ketulusan dan keikhlasannya telah memberikan kasih sayang dan doa
selama ini bagi masa depan dan cita-citaku**



PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Endang Ekowati

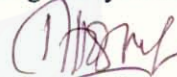
Nim : 021810101119

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi ini yang berjudul “ Pewarnaan Himpunan Mandelbrot ” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi lain manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 7 Februari 2007

Yang menyatakan



Endang Ekowati

Nim: 021810101119

RINGKASAN

Pewarnaan Himpunan Mandelbrot, Endang Ekowati*, 021810101119, Skripsi, Februari 2007, 71 Halaman

Himpunan Mandelbrot merupakan obyek fraktal yang dibangun oleh pengiterasian fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ dimana gambar yang dihasilkan akan simetris terhadap sumbu x . Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membangun pola pewarnaan himpunan Mandelbrot baik di dalam, di luar maupun di luar dan dalam himpunan Mandelbrot. Untuk membangun pola pewarnaan himpunan Mandelbrot dapat dilakukan mula-mula dengan menentukan titik C . Kemudian mengiterasikan titik C tersebut terhadap fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$. Dari proses pengiterasian tersebut diperoleh $|z_n|$ yang selanjutnya titik tersebut akan diwarnai sesuai dengan pemenuhan $|z_n|$ tersebut terhadap batasan jari-jari dan jumlah iterasi. Variasi warna dapat dilakukan di dalam, di luar maupun luar dan dalam himpunan Mandelbrot. Faktor yang mempengaruhi pewarnaan himpunan Mandelbrot adalah jari-jari dan jumlah iterasi.

*** Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

PENGESAHAN

Skripsi ini diterima oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, pada:

Hari : **RABU**

Tanggal : **07 MAR 2007**

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua

(Dosen Pembimbing Utama)



Drs. Mohamad Hasan, M.Sc., Ph.D.
NIP. 131 759 844

Sekretaris

(Dosen Pembimbing Anggota)



Ahmad Kamsyakawuni, S.Si.
NIP. 132 206 039

Anggota 1



Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP. 132 048 321

Anggota 2



Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.
NIP. 132 213 838

Mengesahkan

Dekan FMIPA

Universitas Jember



I. Sumadi, MS.
NIP. 130 368 784

KATA PENGANTAR

Puji Syukur kehadirat Allah SWT, yang telah memberikan petunjuk, rahmat dan hidayah-Nya, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Sholawat dan salam penulis haturkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, yang mengabarkan kebenaran, kebajikan dan mendoakan ummatnya untuk selalu dilindungi oleh-Nya, dan selalu berada di jalan-Nya.

Penulis ingin menyampaikan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan karya tulis skripsi ini antara lain:

1. Drs. Moh. Hasan, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Ahmad Kamsyakawuni, S.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah memberikan petunjuk, dorongan dan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini;
2. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc. dan Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si. yang telah memberikan kritik dan saran untuk menyelesaikan skripsi ini;
3. Ayahanda Samuri dan Ibunda Slamet Utami yang memberikan cinta, kasih sayang, perhatian dan doanya untuk penyelesaian skripsi ini;
4. Kakakku Joko Wandilo dan kedua adikku Riko Rudi Iswanto dan Reihan Nabil Setiawan;
5. Sahabat setia yang selalu menemaniku M. Nur Zainullah ;
6. Teman-teman Angkatan 2002 terutama Muzammil yang telah mendukung penulis selama ini dan teman-teman penulis lainnya yang tidak dapat disebutkan satu-persatu;
7. Teman-teman di Jawa II/19 Yuli, Luky, Santi dan Ita yang telah banyak memberikan inspirasi dan motivasi untuk penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa karya tulis ini masih belum sempurna. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

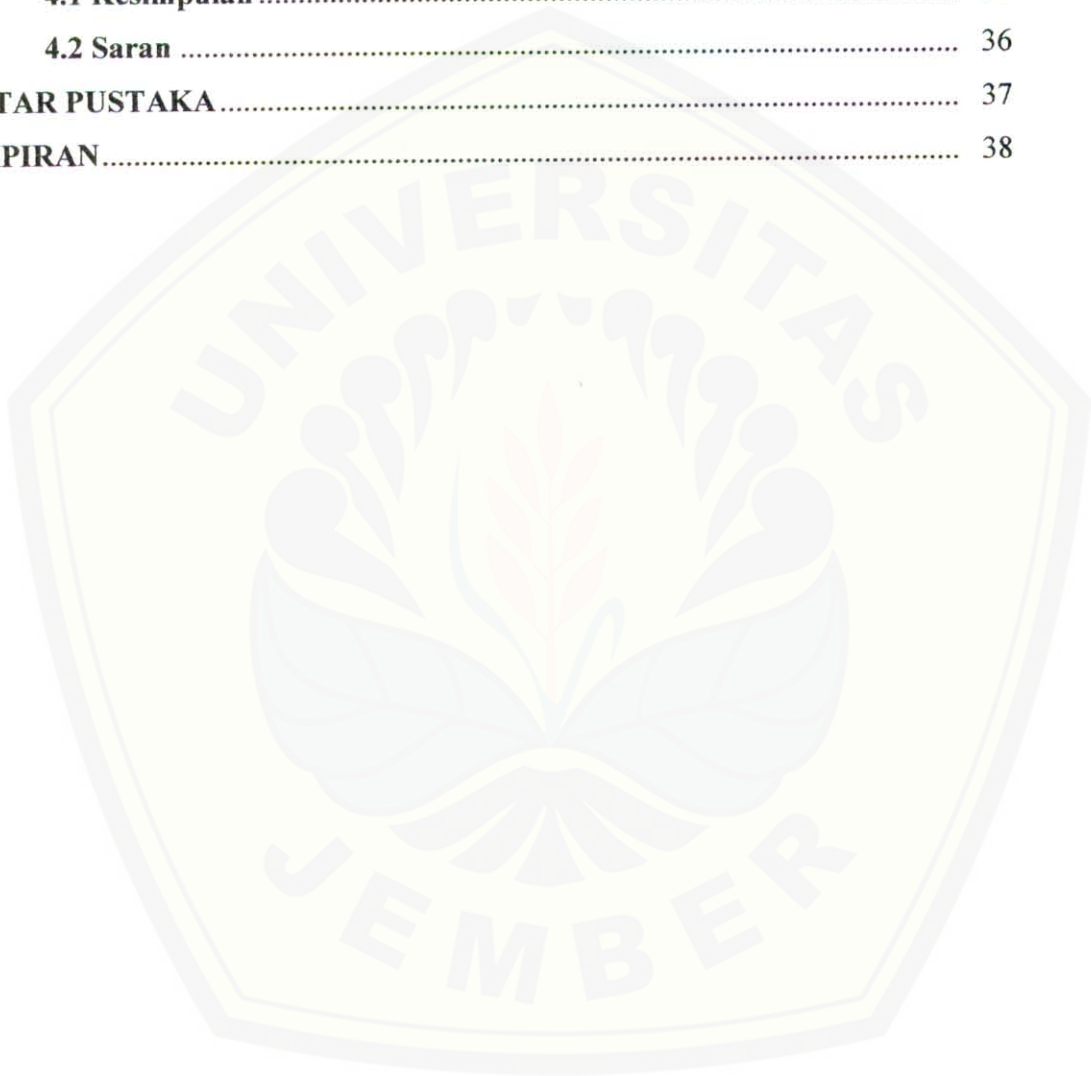
Jember, Februari 2007

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN MOTTO	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN RINGKASAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xii
BAB 1. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	2
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Bidang Kompleks	3
2.2 Himpunan Mandelbrot.....	4
2.3.1 Jari-jari Mandelbrot.....	5
2.3.2 Penentuan Iterasi ke- $n + 1$	8
2.3 Karakteristik Himpunan Mandelbrot	10
2.4 Algoritma Himpunan Mandelbrot	12
2.4 Langkah-langkah Penyelesaian	12
BAB 3. HASIL DAN PEMBAHASAN	
3.1 Hasil.....	14
3.1.1 Membangun Himpunan Mandelbrot.....	14
3.1.2 Pewarnaan Himpunan Mandelbrot.....	17

3.1.3 Pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot berdasarkan iterasi.	26
3.1.4 Pewarnaan pada Mandelbrot Mini, Bulb dan Antena	29
3.2 Pembahasan	34
BAB 4. KESIMPULAN DAN SARAN	
4.1 Kesimpulan	36
4.2 Saran	36
DAFTAR PUSTAKA	37
LAMPIRAN.....	38



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Pengiterasian Nilai $C = -0.5 + i$	6
Tabel 2.2	Pengiterasian Nilai $C = 0.2 + 0.5i$	7
Tabel 3.1	Daftar Warna	16
Tabel 3.2	Batasan Jari-jari dan Warna	19
Tabel 3.3	Batasan Jari-jari dan Warna	19
Tabel 3.4	Batasan Jari-jari dan Warna	19
Tabel 3.5	Batasan Jari-jari dan Warna	20
Tabel 3.6	Batasan Jari-jari dan Warna	21
Tabel 3.7	Batasan Jari-jari dan Warna	22
Tabel 3.8	Batasan Jari-jari dan Warna	24
Tabel 3.9	Batasan Jari-jari dan Warna	24
Tabel 3.10	Batasan Jari-jari dan Warna	24
Tabel 3.11	Batasan Jari-jari dan Warna	25
Tabel 3.12	Penentuan Nilai $C = -0.2 + 0.6i$	28

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Geometri Bilangan Kompleks.....	3
Gambar 2.2	Pengiterasian Nilai $C = -0.5 + i$	6
Gambar 2.3	Pengiterasian Nilai $C = 0.2 + 0.5i$	7
Gambar 2.4	Pengiterasian Beberapa Nilai C	9
Gambar 2.5	Beberapa Batasan Nilai Iterasi	10
Gambar 2.6	Cardioid dan Cabang Utama	10
Gambar 2.7	Mandelbrot Mini, Bulb dan Antena Mandelbrot	11
Gambar 3.1	Pewarnaan Himpunan Mandelbrot yang Memvariasikan Jari-jari....	17
Gambar 3.2	Pengaruh Jumlah Warna terhadap Gambar	18
Gambar 3.3	Variasi Warna di luar Himpunan Mandelbrot.....	21
Gambar 3.4	Pewarnaan di luar dan dalam Himpunan Mandelbrot.....	23
Gambar 3.5	Pengaruh Batasan Nilai Maksimum dan Minimum	26
Gambar 3.6	Pengaruh iterasi Himpunan Mandelbrot	26
Gambar 3.7	Penentuan Titik C	28
Gambar 3.8	Bulb pada Pewarnaan Dalam	29
Gambar 3.9	Bulb pada Pewarnaan Luar	30
Gambar 3.10	Bulb pada Pewarnaan Luar dan Dalam	30
Gambar 3.11	Mandelbrot Mini pada Pewarnaan Dalam Luar dan Luar Dalam Himpunan Mandelbrot	32
Gambar 3.12	Mandelbrot Mini	32
Gambar 3.13	Antena	33

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A.	Membangun Himpunan Mandelbrot	38
Lampiran B.	Pewarnaan di Dalam Himpunan Mandelbrot dengan menggunakan 3 warna	41
Lampiran C.	Pewarnaan di Luar Himpunan Mandelbrot dengan menggunakan 15 warna.....	54
Lampiran D.	Pewarnaan di Luar Dan Dalam Himpunan Mandelbrot dengan menggunakan 15 warna	58
Lampiran E.	Pengaruh Nilai Maksimum Dan Minimum.....	62
Lampiran F.	Pengaruh Jumlah Iterasi Terhadap Gambar	64
Lampiran G.	Pewarnaan pada Bulb, Mandelbrot Mini dan Antena	68



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu pengetahuan dan teknologi berkembang pesat setelah ditemukannya komputer. Komputer sangat membantu dalam perhitungan maupun dalam teknologi tampilan grafis. Pemanfaatan komputer dimulai pada sekitar tahun 1970-an untuk membangkitkan obyek-obyek fraktal. Dengan adanya komputer bentuk-bentuk fraktal menjadi lebih menarik, indah dan bervariasi (Rachmatullah, 2005).

Fraktal pertama kali diperkenalkan oleh Benoit Mandelbrot tahun 1975 yang berasal dari kata latin "*fractus*" yang berarti "patah", "rusak", atau "tidak teratur". Fraktal merupakan bentuk geometri yang memiliki kesamaan bentuk dengan obyek fraktal secara keseluruhan pada skala yang berbeda dan dinamakan *self similarity*. Salah satu obyek fraktal yang memiliki sifat *self similarity* adalah himpunan Mandelbrot (Mandelbrot, 1982).

Himpunan Mandelbrot adalah fraktal yang didefinisikan sebagai himpunan titik – titik C pada bidang kompleks yang mana dibangun dengan iterasi fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ dengan z adalah bilangan kompleks dan C adalah konstanta kompleks (Mandelbrot, 1982). Himpunan Mandelbrot dibangun dengan memvariasikan konstanta C dengan nilai awal z bernilai 0. Kemudian titik C tersebut diiterasikan sampai dengan batas iterasi tertentu maka akan diperoleh jari-jari kurang dari 2 ($|z_n| < 2$) yang merupakan himpunan Mandelbrot dan jari-jari lebih dari atau sama dengan 2 ($|z_n| \geq 2$) yang bukan merupakan himpunan Mandelbrot (Rachmatullah, 2005).

Amin (2006) telah mengkaji mengenai karakteristik himpunan Mandelbrot. Karakteristik ini menjelaskan mengenai iterasi fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$, pembentukan cabang utama yang jumlahnya hanya 1, himpunan bulb, dan antena. Selain itu juga menjelaskan mengenai fungsi yang membangun himpunan Mandelbrot dapat diubah

menjadi fungsi yang lain sehingga terbentuk generalisasi himpunan Mandelbrot yang mengakibatkan perbedaan jari-jari, cabang utama, bentuk self similarity dan batas pengiterasian.

Holmes (2000) dan Cesari (1996) telah mengkaji bahwa pola pewarnaan himpunan Mandelbrot tidak hanya terbatas pada dua warna tetapi dapat dilakukan pola pewarnaan lain. Penambahan pola warna tersebut dapat dilakukan di dalam maupun di luar himpunan Mandelbrot. Dari uraian di atas menarik untuk dikaji bagaimana cara membangun pola pewarnaan himpunan Mandelbrot dengan menggunakan Pemrograman Bahasa Pascal.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana cara membangun pola pewarnaan himpunan Mandelbrot baik di dalam, di luar maupun luar dan dalam himpunan Mandelbrot.

1.3 Tujuan

Adapun tujuan dari skripsi ini adalah membangun pola pewarnaan Himpunan Mandelbrot dan membuat program pola pewarnaan Himpunan Mandelbrot baik di dalam, di luar maupun luar dan dalam himpunan Mandelbrot.

1.4 Manfaat

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dalam skripsi ini adalah dapat menunjukkan bahwa objek fraktal tidak hanya menarik dari bentuknya saja tetapi juga menarik dari segi pewarnaannya.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Bidang Kompleks

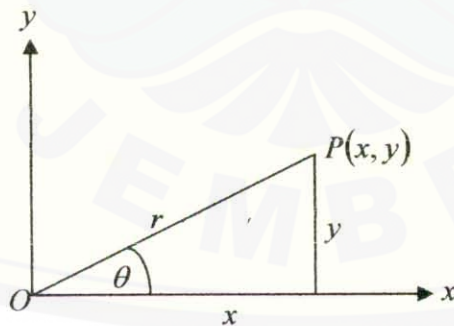
Bilangan kompleks didefinisikan sebagai pasangan terurut bilangan real x dan bilangan real y yang disajikan dalam bentuk (x, y) dengan persamaan :

$$z = x + iy \quad (2.1)$$

dimana i adalah bilangan imajiner yang mempunyai sifat $i^2 = -1$. Bilangan kompleks $z = x + iy$ dapat dipandang sebagai pasangan terurut bilangan real yang dapat dinyatakan dengan titik di bidang xy yang dinamakan bidang kompleks atau diagram argand. Sumbu x dinamakan sumbu real dan sumbu y sebagai sumbu imajiner.

Jika P adalah sebuah titik di bidang kompleks yang dikaitkan dengan bilangan kompleks (x, y) atau $z = x + iy$ maka dari Gambar 2.1 dapat dilihat bahwa

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$



Gambar 2.1 Geometri Bilangan Kompleks

dimana $r = \sqrt{x^2 + y^2} = |x + iy|$ yang dinamakan sebagai modulus dari $z = x + iy$ dan θ adalah sudut yang dibentuk antara sumbu x positif dan garis OP . Hal ini mengakibatkan

$$z = x + iy = r(\cos \theta + i \sin \theta) = re^{i\theta} \quad (2.3)$$

yang berturut-turut dinamakan bentuk kutub dan bentuk eksponen dengan r dan θ adalah koordinat kutub (Spiegel, 1992).

Soemantri (1998) menjelaskan jika $z = x + iy$ dan $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ maka terdapat 5 sifat modulus bilangan kompleks z yaitu :

a. $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

b. $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, z_2 \neq 0$

c. $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

d. $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$

e. $||z_1 - z_2|| \geq ||z_1| - |z_2||$

2.2 Himpunan Mandelbrot

Sifat khas obyek fraktal adalah setiap obyek fraktal dapat dipecah menjadi beberapa bagian yang memiliki kesamaan bentuk dengan obyek fraktal secara keseluruhannya pada tingkat perbesaran yang berbeda. Bentuk yang memiliki kesamaan sifat dengan obyek aslinya disebut sebagai *self similarity* (Wikipedia, 2005). Menurut jenisnya fraktal dibagi menjadi dua yaitu himpunan-himpunan Fraktal Alami (*Natural Fractal*) dan Himpunan Fraktal (*Fractal Sets*). Contoh jenis fraktal pertama adalah garis pantai, pegunungan, pohon, dan lain-lain. Sedangkan contoh jenis fraktal kedua adalah *Mandelbrot Sets*, *Julia Sets*, *Cantor dust* dan lain-lain (Mandelbrot, 1992).

Himpunan Mandelbrot adalah kumpulan titik-titik C pada bidang kompleks yang dibangun dengan mengiterasikan fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ dengan nilai awal z bernilai 0. Untuk membangun himpunan Mandelbrot dimulai dengan mengambil sebuah titik C pada bidang kompleks kemudian mengiterasikannya pada fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$. Karena nilai awal z bernilai 0 maka diperoleh $z_1 = C$, $z_2 = C^2 + C$,

$z_3 = (C^2 + C)^2 + C$ dan seterusnya. Jika $|z_n|$ sampai pada iterasi yang diinginkan masih kurang dari 2 maka merupakan himpunan Mandelbrot yang dapat diwarnai dengan warna yang diinginkan sedangkan jika nilai $|z_n|$ sampai pada iterasi yang diinginkan sudah melebihi 2 maka bukan merupakan himpunan Mandelbrot yang dapat diwarnai dengan warna yang berbeda. Pewarnaan himpunan Mandelbrot didasarkan pada jari-jari himpunan Mandelbrot dan banyaknya iterasi (Anonim, 2000).

2.2.1 Jari-jari Mandelbrot ($|z_n|$)

Himpunan Mandelbrot dibangun dengan mengiterasikan C dengan fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$, pada setiap pengiterasian jari-jari bilangan kompleks membesar sesuai dengan

$$|z_{n+1}| > |z_n|,$$

sehingga didapatkan pertidaksamaan :

$$|z_{n+1}| = |z_n^2 + C| > |z_n^2 - C| \geq |z_n^2| - C \quad (2.4)$$

Misalkan $z_0 = re^{i\theta}$ maka $z_n = re^{2^n i\theta}$. Iterasi z_n akan menuju tak hingga apabila $r > 1$ sehingga nilai $|z_n|$ membesar apabila nilai C menuju tak hingga, sesuai dengan pertidaksamaan

$$|z_n| > |C|. \quad (2.5)$$

Substitusikan pertidaksamaan (2.5) ke dalam pertidaksamaan (2.4) sehingga didapatkan pertidaksamaan :

$$|z_{n+1}| > |z_n^2| - |C| > |z_n^2| - |z_n|$$

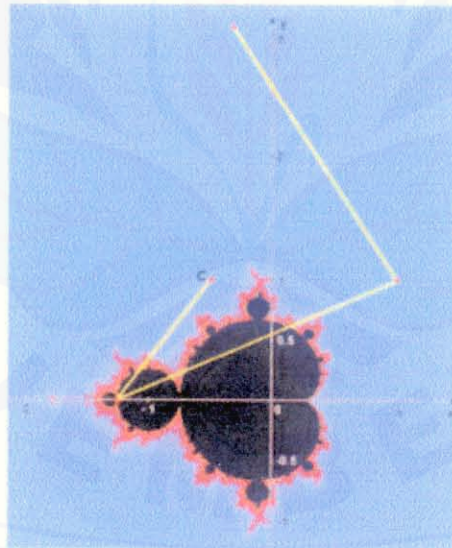
$$|z_{n+1}| > |z_n|(|z_n| - 1) > |z_n|$$

Dari uraian di atas dapat diketahui bahwa himpunan Mandelbrot menuju tak hingga jika $|z_n| - 1 > 1$, sehingga batas wilayah himpunan Mandelbrot adalah $|z_n| < 2$.

Selanjutnya akan diberikan dua contoh titik C yang berada di luar dan di dalam himpunan Mandelbrot. Yang pertama titik $C = -0.5 + i$ yang merupakan titik di luar himpunan Mandelbrot, dengan mengiterasikan C dengan fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ akan diperoleh Tabel 2.1 berikut :

Tabel 2.1 Pengiterasian Nilai $C = -0.5 + i$

n	z_n	$ z_n $
0	$-0.5 + i$	1.12
1	-1.25	1.25
2	$1.06 + i$	1.46
3	$-0.37 + 3.1i$	3.15

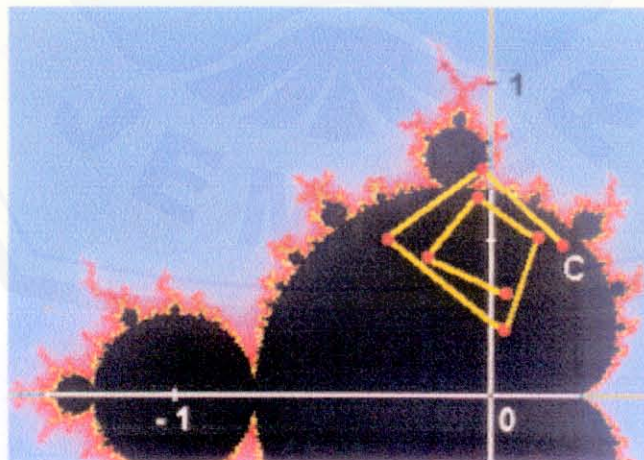
Gambar 2.2 Pengiterasian Nilai $C = -0.5 + i$

Dari Tabel 2.1 dan Gambar 2.2 dapat dilihat bahwa pada iterasi ke-3 nilai $|z_3| > 2$ yang berarti bahwa titik $C = -0.5 + i$ bukan merupakan anggota himpunan Mandelbrot dan dapat diwarnai dengan warna yang diinginkan.

Contoh kedua adalah titik $C = 0.2 + 0.5i$ yang merupakan titik di dalam himpunan Mandelbrot dengan cara yang sama dengan contoh titik pertama akan diperoleh seperti Tabel 2.2 berikut :

Tabel 2.2 Pengiterasian Nilai $C = 0.2 + 0.5i$

n	z_n	$ z_n $
0	$0.2 + 0.5i$	0.54
1	$-0.01 + 0.7i$	0.7
2	$-0.29 + 0.49i$	0.57
3	$0.05 + 0.22i$	0.22
4	$0.15 + 0.52i$	0.54
5	$-0.05 + 0.66i$	0.66
6	$-0.23 + 0.44i$	0.48
7	$0.06 + 0.3i$	0.3
...



Gambar 2.3 Pengiterasian Nilai $C = 0.2 + 0.5i$

Dari Tabel 2.2 dan Gambar 2.3 dapat dilihat bahwa nilai $|z_n|$ tidak pernah lebih dari 2 walaupun diiterasikan sampai dengan iterasi maksimum, sehingga titik $C = 0.2 + 0.5i$ merupakan anggota himpunan Mandelbrot (Cesari, 1996).

2.2.2 Penentuan Iterasi ke- $n+1$

Seperti telah dijelaskan pada subbab sebelumnya, bentuk persamaan himpunan Mandelbrot adalah :

$$z_{n+1} = z_n^2 + C \quad (2.6)$$

dimana $C = a + bi$ dan $z_0 = 0$. Jika persamaan (2.6) diiterasikan maka akan diperoleh :

$$\begin{aligned} z_1 &= z_0^2 + C = a + bi \\ z_2 &= z_1^2 + C = x_1^2 - y_1^2 + a + (2x_1y_1 + b)i \\ &\vdots \\ z_{n+1} &= z_n^2 + C = x_n^2 - y_n^2 + a + (2x_ny_n + b)i \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dari persamaan (2.7) diperoleh :

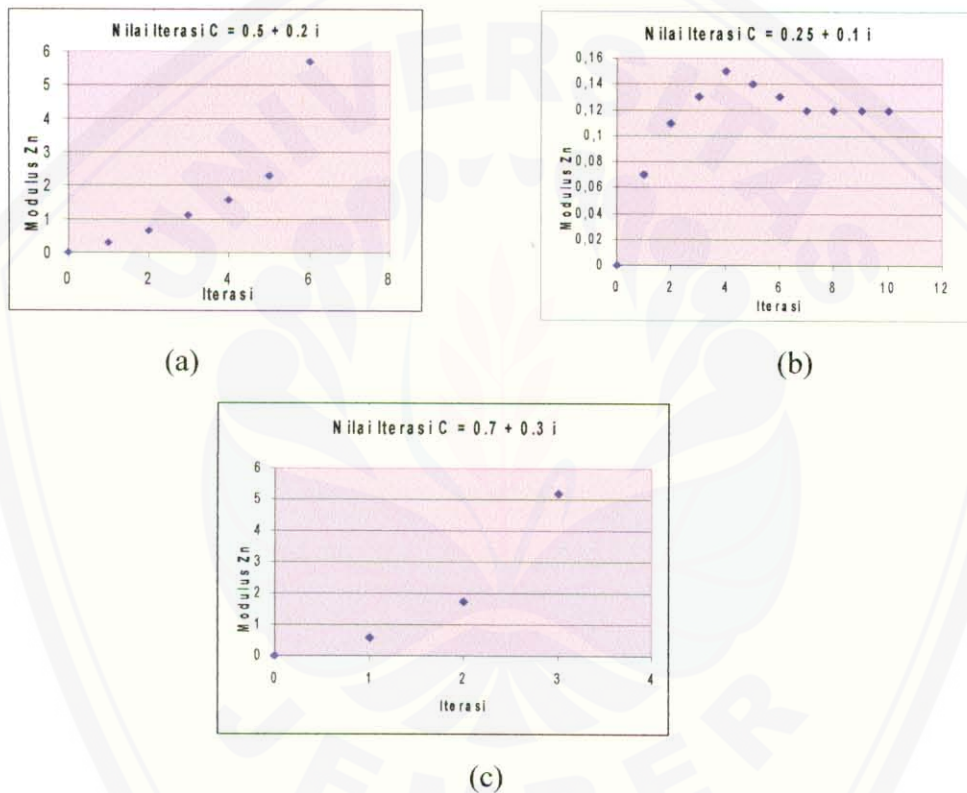
$$x_{n+1} = x_n^2 - y_n^2 + a \quad (2.8)$$

$$y_{n+1} = 2x_ny_n + b \quad (2.9)$$

dengan a, b adalah konstanta dari C , x_{n+1} dan y_{n+1} berturut-turut adalah bagian real dan bagian imajiner dari z_{n+1} (Dewey, 1996).

Selama pengiterasian akan diperoleh tiga jenis titik yaitu titik yang jauh dari himpunan Mandelbrot dan selalu dengan cepat menuju tak hingga, titik sekitar himpunan Mandelbrot yang dengan perlahan menuju tak hingga dan titik di dalam himpunan Mandelbrot yang tidak pernah menuju tak hingga. Sebagai contoh 3 titik C berikut, yang pertama titik $C = 0.7 + 0.3i$ merupakan titik yang jauh dari himpunan Mandelbrot dan selalu dengan cepat menuju tak hingga. Kemudian titik

$C = 0.25 + 0.1i$ merupakan titik sekitar himpunan Mandelbrot yang dengan perlahan menuju tak hingga dan titik $C = 0.5 + 0.2i$ yang merupakan titik di dalam himpunan Mandelbrot yang tidak pernah menuju tak hingga. Dengan mengiterasikan berdasarkan fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ akan diperoleh Gambar 2.4 berikut :



Gambar 2.4 Pengiterasian Beberapa Nilai C

Iterasi memberikan pengaruh yang sangat besar dalam pembentukan gambar himpunan Mandelbrot. Halus tidaknya gambar himpunan Mandelbrot tergantung pada banyaknya iterasi, semakin banyak iterasi semakin halus gambar yang dihasilkan. Sebagai contoh lihat Gambar 2.5 berikut :



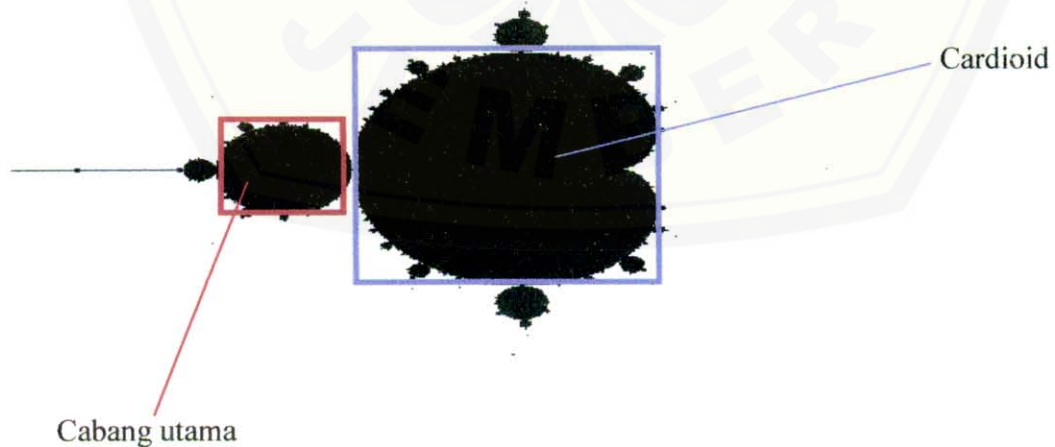
Gambar 2.5 Beberapa Batasan Nilai Iterasi

2.3 Karakteristik Himpunan Mandelbrot

Himpunan Mandelbrot mempunyai karakteristik sebagai berikut :

a) Cardioid dan Cabang Utama

Cardioid merupakan kurva berbentuk hati yang merupakan bagian terbesar pada himpunan Mandelbrot. Cabang Utama adalah bagian himpunan Mandelbrot yang berhubungan langsung dengan Cardioid.



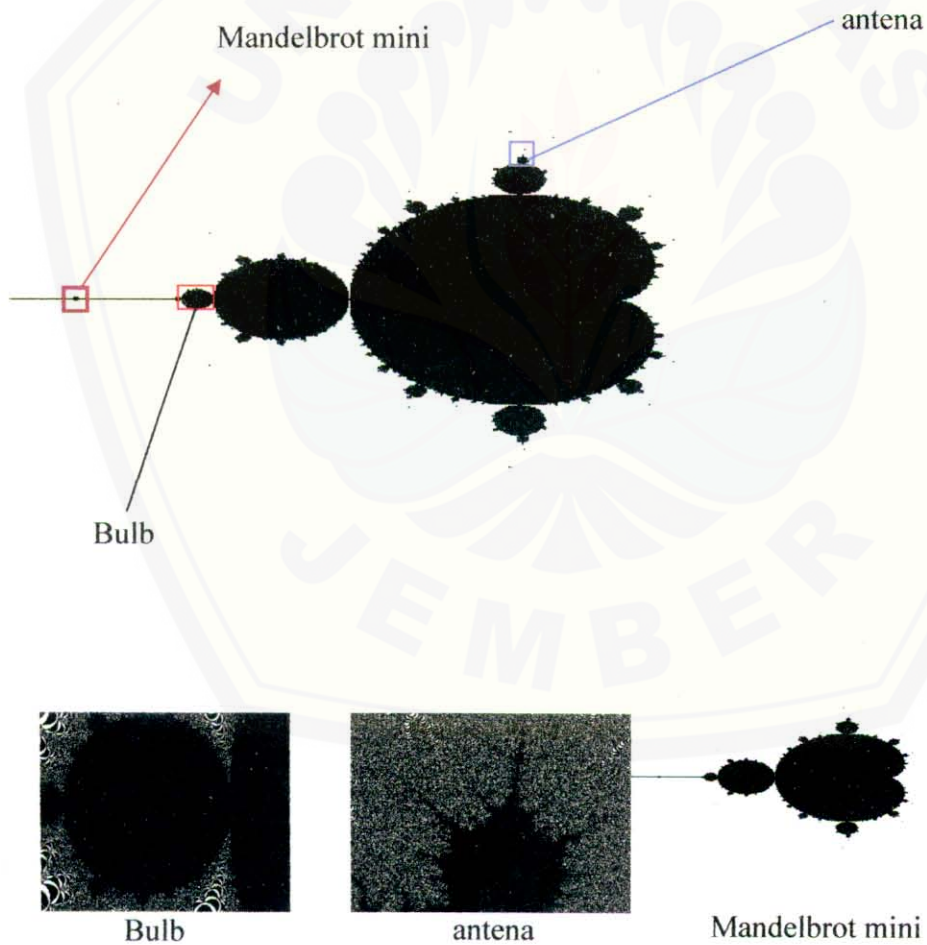
Gambar 2.6 Cardioid dan Cabang Utama

b. Bulb, Antena dan Mandelbrot mini

Bulb merupakan bagian dari himpunan Mandelbrot yang terletak di sekitar cardioid dan cabang utama. Bulb merupakan bentuk *self similarity* dari cabang utama.

Antena adalah bagian himpunan Mandelbrot yang terhubung pada puncak bulb.

Mandelbrot mini merupakan kesamaan bentuk dengan himpunan Mandelbrot secara keseluruhan tetapi pada skala yang berbeda.



Gambar 2.7 Mandelbrot mini, Bulb dan Antena Mandelbrot

2.4 Algoritma Himpunan Mandelbrot

Berikut merupakan algoritma Himpunan Mandelbrot :

- a) Masukkan batas-batas maksimum dan minimum koordinat x dan y ($x_{\max}, y_{\max}, x_{\min}, y_{\min}$) serta masukkan banyaknya iterasi yang diinginkan.
- b) Tentukan koordinat titik-titik pada monitor yang digunakan yaitu jumlah titik horizontal (*kolom*) dan jumlah titik vertikal (*baris*) untuk mendapatkan nilai selang koordinat x yaitu $dx = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\text{kolom}}$ dan selang koordinat y yaitu $dy = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{\text{baris}}$;
- c) Iterasikan i dari 0 sampai *kolom* dan j dari 0 sampai *baris* kemudian menghitung $ax = \min x + i * dx$ dan $ay = \max y - j * dy$. Kemudian tentukan nilai awal $m = 0, n = 0$ dan iterasi = 0
 - i. Jika iterasi < max iterasi dan $m^2 + n^2 < 4$ lakukan $m = m^2 - n^2 + ax$ dan $n^2 = 2 * m * n + ay$
 - ii. Jika $m^2 + n^2 < 4$ maka warnai titik (i, j)
Jika $m^2 + n^2 \geq 4$ maka warnai titik (i, j)
- d) Plot titik-titik (i, j) yang telah dihitung sebelumnya untuk i bergerak dari 0 sampai *kolom* dan j bergerak dari 0 sampai *baris*

2.5 Langkah-langkah Penyelesaian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah

1. membangun himpunan Mandelbrot.
2. memvariasikan warna di dalam, di luar dan keduanya dari himpunan (i, j) Mandelbrot berdasarkan jari-jari.

3. membandingkan pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot berdasarkan banyaknya iterasi.
4. memvariasikan warna pada bagian *self similarity*, bulb dan antenna.



BAB 4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat dibuat kesimpulan bahwa pewarnaan himpunan Mandelbot tidak hanya terbatas pada dua warna tetapi dapat dilakukan variasi berbagai warna baik di dalam, di luar maupun luar dalam dari himpunan Mandelbrot. Faktor yang mempengaruhi himpunan pewarnaan himpunan Mandelbrot adalah jari-jari dan iterasi.

4.2 Saran

Masih terbuka peluang bagi peneliti untuk mengembangkan pewarnaan pada objek fraktal lainnya misalnya himpunan Julia, Newton Basin dll.



DAFTAR PUSTAKA

Amin, M. R. 2006. *Karakteristik Himpunan Mandelbrot*. Skripsi. Jember:Matematika FMIPA Universitas Jember.

Cesari, H. 2005. *Coloring Mandelbrot*. <http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/lecnotes.html>.

Dewey, 1996. *Introduction to Mandelbrot Set*. New York.

Mandelbrot, B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, San Fransisco.

Racmatullah. 2005. *Tutorial Fractal dan Fraktal Sharp*.

Soemantri, R. 1988. *Analisis Real 1*. Karunia Jakarta: Universitas Terbuka.

Spiegel, M, R. 1992. *Peubah Kompleks*. Alih Bahasa Koko Martono. Jakarta: Erlangga

Wikipedia. 2005. *Self Similarity and Dimensi*. The Free Enclopedia, <http://id.wikipedia.org/wiki/fractal/selfsimilarity>

LAMPIRAN A**Membangun Himpunan Mandelbrot**

```
{ $N+ }  
program Mandelbrot;  
uses crt, graph;  
procedure  
Mandel (maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in  
teger);  
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;  
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;  
begin  
driver:=detect;  
mode:=VGAHI;  
initgraph(driver, mode, 'D:\1111\BGI');  
dx:=(maxx-minx)/(kolom);  
dy:=(maxy-miny)/(baris);  
for i:=0 to kolom do begin  
    for j:=0 to baris do begin  
        ax:=minx+i*dx;  
        ay:=maxy-j*dy;  
        P:=0; Q:=0; P2:=0; Q2:=0; iterasi:=0;  
        while (iterasi<maxiterasi) and (P2+Q2<4) do  
            begin  
                P2:=P*P;  
                Q2:=Q*Q;  
                tmp:=P;  
                P:=P2-Q2+ax;  
                Q:=2*tmp*Q+ay;
```

```
    iterasi:=iterasi+1;
  end;
  if(P2+Q2<4)then begin
    PutPixel(i,j,black);
  end
  else if(P2+Q2>4)then begin
    PutPixel(i,j,white);
  end;
end;
end;
end;

var baris,kolom,iterasi,a:integer;
    maxx,minx,maxy,miny:real;
begin
  writeln('Masukkan batas x lebih baik 1.2 dan -2');
  readln(maxx,minx);
  writeln('Masukkan batas y lebih baik 1.2 dan -2');
  readln(maxy,miny);
  writeln('iterasi');readln(iterasi);
  baris:=480;kolom:=640;
  Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);
  repeat until keypressed;
end.
```



LAMPIRAN B**Pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot dengan 3 warna**

```
{ $N+ }  
program Mandelbrot;  
uses crt, graph;  
procedure  
Mandel (maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in  
teger);  
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;  
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;  
begin  
    driver:=detect;  
    mode:=VGAHI;  
    initgraph(driver, mode, 'D:\1111\BGI');  
    dx:=(maxx-minx)/(kolom);  
    dy:=(maxy-miny)/(baris);  
    for i:=0 to kolom do begin  
        for j:=0 to baris do begin  
            ax:=minx+i*dx;  
            ay:=maxy-j*dy;  
            P:=0; Q:=0; P2:=0; Q2:=0; iterasi:=0;  
            while (iterasi<maxiterasi) and (P2+Q2<4) do  
                begin  
                    P2:=P*P;  
                    Q2:=Q*Q;  
                    tmp:=P;  
                    P:=P2-Q2+ax;  
                    Q:=2*tmp*Q+ay;  
                    iterasi:=iterasi+1;
```

```
end;
if(P2+Q2<0.05)then begin
PutPixel(i,j,4);
end
else if(P2+Q2>0.05)and(P2+Q2<1)then begin
PutPixel(i,j,14);
end
else if(P2+Q2>1)and(P2+Q2<4)then begin
PutPixel(i,j,2);
end;
end;
end;
end;

var baris,kolom,iterasi,a:integer;
    maxx,minx,maxy,miny:real;
begin
writeln('Masukkan batas x (lebih baik 1.2 dan -2)');
readln(maxx,minx);
writeln('Masukkan batas y (lebih baik 1.2 dan -1.2)');
readln(maxy,miny);
writeln('iterasi');readln(iterasi);
baris:=480;kolom:=640;
Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);
repeat until keypressed;
end.
```



Pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot dengan 6 warna

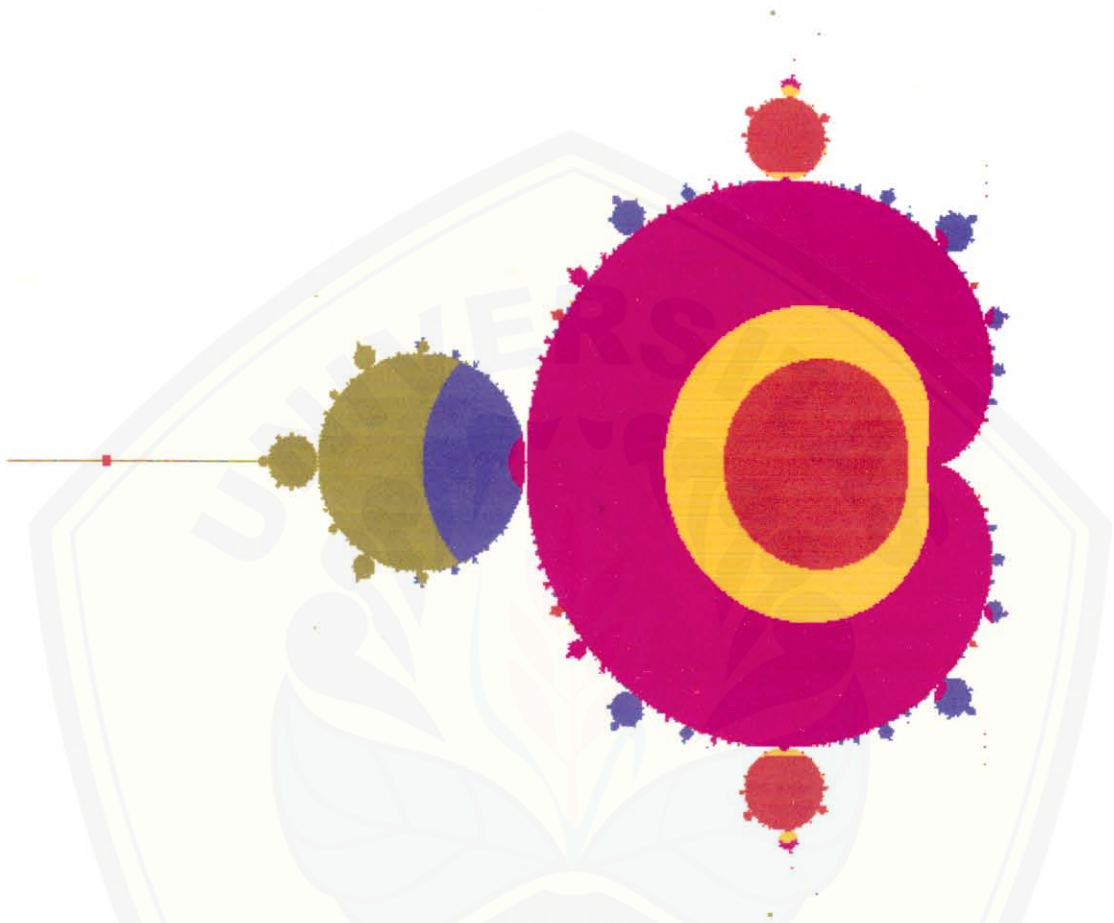
```
{ $N+ }  
program Mandelbrot;  
uses crt, graph;  
procedure  
Mandel (maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in  
teger);  
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;  
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;  
begin  
    driver := detect;  
    mode := VGAHI;
```



```
initgraph(driver,mode,'D:\1111\BGI');
dx:=(maxx-minx)/(kolom);
dy:=(maxy-miny)/(baris);
SetBkcolor(15);
for i:=0 to kolom do begin
  for j:=0 to baris do begin
    ax:=minx+i*dx;
    ay:=maxy-j*dy;
    P:=0;Q:=0;P2:=0;Q2:=0;iterasi:=0;
    while(iterasi<maxiterasi)and(P2+Q2<4)do
      begin
        P2:=P*P;
        Q2:=Q*Q;
        tmp:=P;
        P:=P2-Q2+ax;
        Q:=2*tmp*Q+ay;
        iterasi:=iterasi+1;
      end;
    if(P2+Q2<0.05)then begin
      PutPixel(i,j,4);
    end
    else if(P2+Q2>0.05)and(P2+Q2<0.1)then begin
      PutPixel(i,j,14);
    end
    else if(P2+Q2>0.1)and(P2+Q2<0.5)then begin
      PutPixel(i,j,5);
    end
    else if(P2+Q2>0.5)and(P2+Q2<1)then begin
      PutPixel(i,j,1);
    end
  end
end
```

```
end
else if (P2+Q2>1) and (P2+Q2<2) then begin
  PutPixel(i, j, 2);
end
else if (P2+Q2>2) and (P2+Q2<4) then begin
  PutPixel(i, j, 6);
end;
end;
end;
end;

var baris, kolom, iterasi, a: integer;
    maxx, minx, maxy, miny: real;
begin
  writeln('Masukkan batas x (lebih baik 1.2 dan -2)');
  readln(maxx, minx);
  writeln('Masukkan batas y (lebih baik 1.2 dan -1.2)');
  readln(maxy, miny);
  writeln('iterasi'); readln(iterasi);
  baris:=480; kolom:=640;
  Mandel(maxx, minx, maxy, miny, baris, kolom, iterasi);
  repeat until keypressed;
end.
```

**Pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot dengan 10 warna**

{ $\$N+$ }

```
program Mandelbrot;
```

```
uses crt, graph;
```

```
procedure
```

```
Mandel(maxx,minx,maxy,miny:real;baris,kolom,maxiterasi:integer);
```

```
var i,j,iterasi,driver,mode:integer;
```

```
tmp,P,Q,P2,Q2,dx,dy,ax,ay,x2,y2:extended;
```

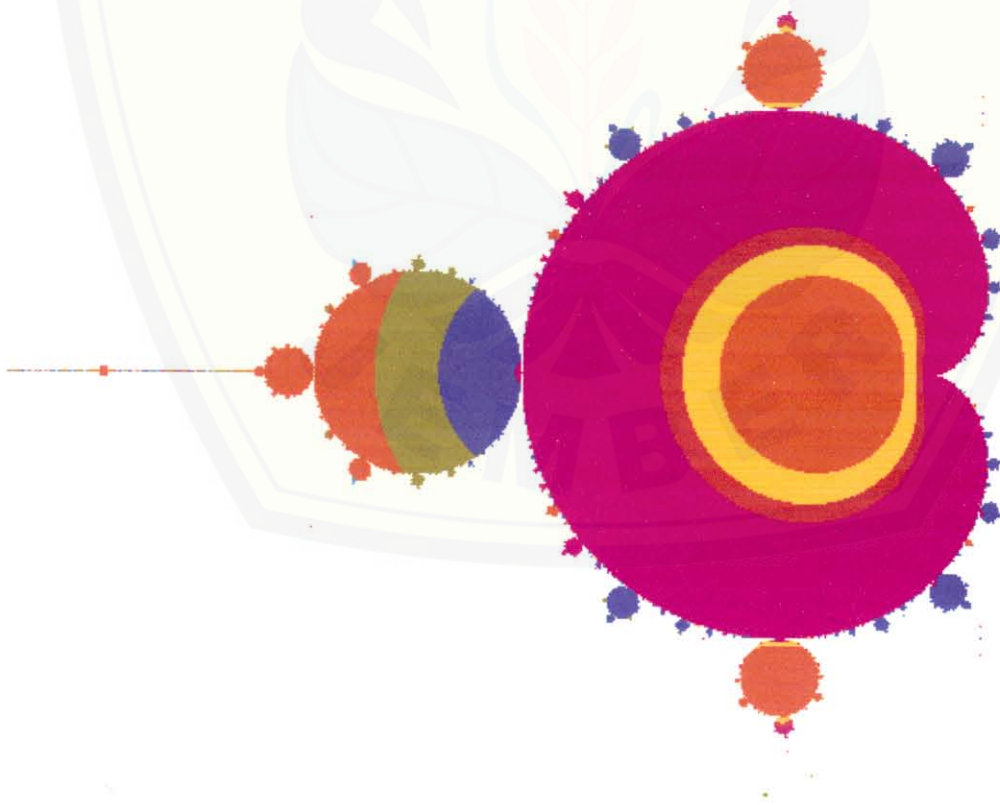


```
begin
driver:=detect;
mode:=VGAHI;
initgraph(driver,mode,'D:\1111\BGI');
dx:=(maxx-minx)/(kolom);
dy:=(maxy-miny)/(baris);
SetBkcolor(15);
for i:=0 to kolom do begin
  for j:=0 to baris do begin
    ax:=minx+i*dx;
    ay:=maxy-j*dy;
    P:=0;Q:=0;P2:=0;Q2:=0;iterasi:=0;
    while(iterasi<maxiterasi)and(P2+Q2<4)do
      begin
        P2:=P*P;
        Q2:=Q*Q;
        tmp:=P;
        P:=P2-Q2+ax;
        Q:=2*tmp*Q+ay;
        iterasi:=iterasi+1;
      end;
    if(P2+Q2<0.05)then begin
      PutPixel(i,j,6);
    end
    else if(P2+Q2>0.05)and(P2+Q2<0.08)then begin
      PutPixel(i,j,14);
    end
    else if(P2+Q2>0.08)and(P2+Q2<0.1)then begin
      PutPixel(i,j,4);
    end;
  end;
end;
```

```
end
else if (P2+Q2>0.1) and (P2+Q2<0.4) then begin
  PutPixel(i,j,5);
end
else if (P2+Q2>0.4) and (P2+Q2<0.9) then begin
  PutPixel(i,j,1);
end
else if (P2+Q2>0.9) and (P2+Q2<1.2) then begin
  PutPixel(i,j,2);
end
else if (P2+Q2>1.2) and (P2+Q2<1.6) then begin
  PutPixel(i,j,6);
end
else if (P2+Q2>1.6) and (P2+Q2<2.1) then begin
  PutPixel(i,j,3);
end
else if (P2+Q2>2.1) and (P2+Q2<3) then begin
  PutPixel(i,j,7);
end
else if (P2+Q2>3) and (P2+Q2<4) then begin
  PutPixel(i,j,8);
end;
end;
end;

var baris, kolom, iterasi, a: integer;
    maxx, minx, maxy, miny: real;
begin
```

```
writeln('Masukkan batas x (lebih baik 1.2 dan -2)');  
readln(maxx,minx);  
writeln('Masukkan batas y (lebih baik 1.2 dan -1.2)');  
readln(maxy,miny);  
writeln('iterasi');readln(iterasi);  
baris:=480;kolom:=640;  
Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);  
repeat until keypressed;  
end.
```



Pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot dengan 15 warna

```
{ $N+ }
program Mandelbrot;
uses crt, graph;
procedure
Mandel(maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in
teger);
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;
begin
driver:=detect;
mode:=VGAHI;
initgraph(driver, mode, 'D:\1111\BGI');
dx:=(maxx-minx)/(kolom);
dy:=(maxy-miny)/(baris);
SetBkcolor(15);
for i:=0 to kolom do begin
for j:=0 to baris do begin
ax:=minx+i*dx;
ay:=maxy-j*dy;
P:=0;Q:=0;P2:=0;Q2:=0;iterasi:=0;
while(iterasi<maxiterasi)and(P2+Q2<4)do
begin
P2:=P*P;
Q2:=Q*Q;
tmp:=P;
P:=P2-Q2+ax;
Q:=2*tmp*Q+ay;
iterasi:=iterasi+1;
```

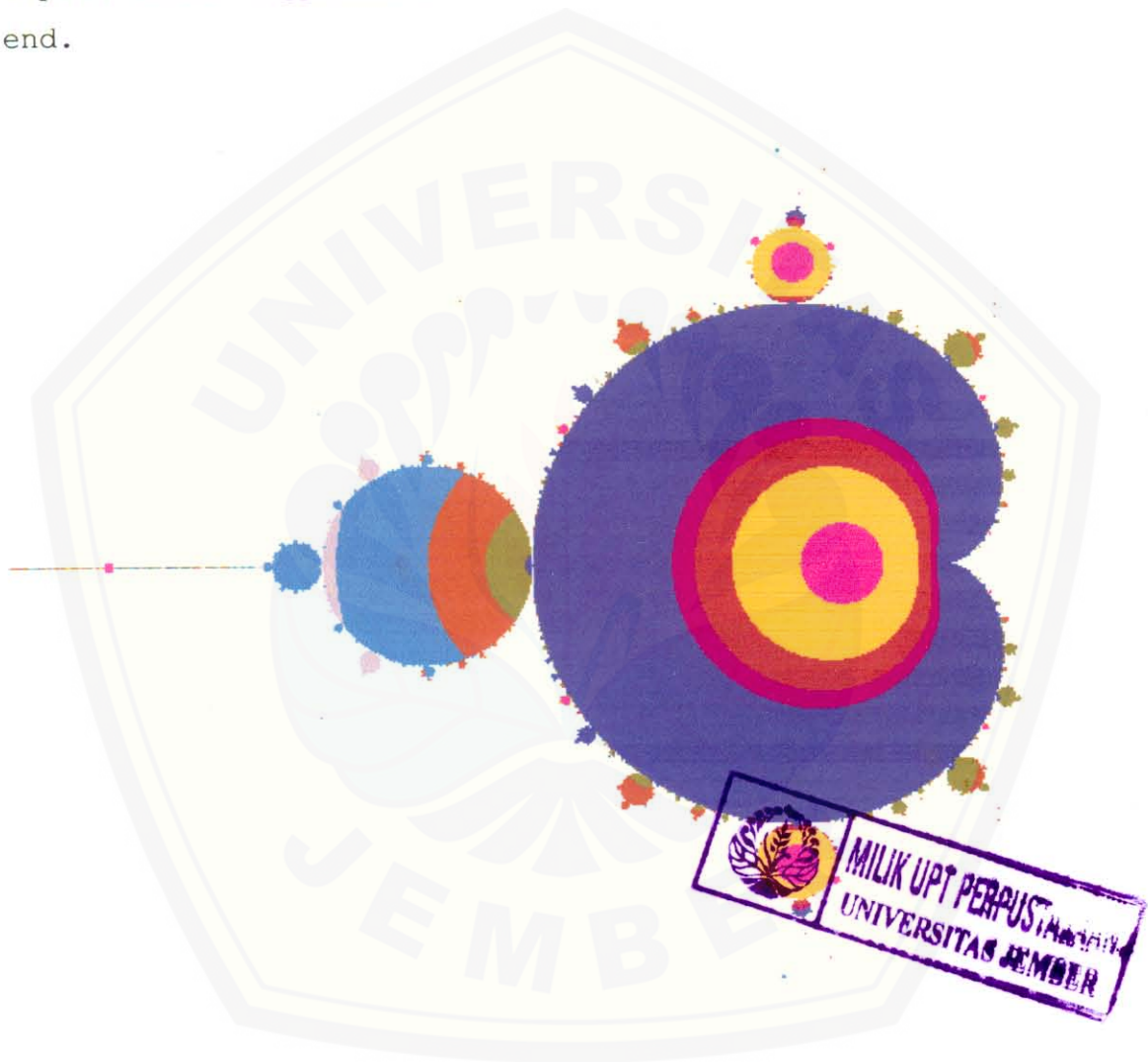


```
end;
if(P2+Q2<0.01)then begin
PutPixel(i,j,13);
end
else if(P2+Q2>0.01)and(P2+Q2<0.05)then begin
PutPixel(i,j,14);
end
else if(P2+Q2>0.05)and(P2+Q2<0.08)then begin
PutPixel(i,j,4);
end
else if(P2+Q2>0.08)and(P2+Q2<0.1)then begin
PutPixel(i,j,5);
end
else if(P2+Q2>0.1)and(P2+Q2<0.4)then begin
PutPixel(i,j,1);
end
else if(P2+Q2>0.4)and(P2+Q2<0.7)then begin
PutPixel(i,j,2);
end
else if(P2+Q2>0.7)and(P2+Q2<1)then begin
PutPixel(i,j,6);
end
else if(P2+Q2>1)and(P2+Q2<1.4)then begin
PutPixel(i,j,3);
end
else if(P2+Q2>1.4)and(P2+Q2<1.8)then begin
PutPixel(i,j,7);
end
else if(P2+Q2>1.8)and(P2+Q2<2)then begin
```

```
PutPixel(i,j,8);
end
else if(P2+Q2>2)and(P2+Q2<2.3)then begin
PutPixel(i,j,10);
end
else if(P2+Q2>2.3)and(P2+Q2<2.5)then begin
PutPixel(i,j,0);
end
else if(P2+Q2>2.5)and(P2+Q2<2.8)then begin
PutPixel(i,j,9);
end
else if(P2+Q2>2.8)and(P2+Q2<3.4)then begin
PutPixel(i,j,11);
end
else if(P2+Q2>3.4)and(P2+Q2<4)then begin
PutPixel(i,j,12);
end;
end;
end;

var baris,kolom,iterasi,a:integer;
    maxx,minx,maxy,miny:real;
begin
writeln('Masukkan batas x (lebih baik 1.2 dan -2)');
readln(maxx,minx);
writeln('Masukkan batas y (lebih baik 1.2 dan -1.2)');
readln(maxy,miny);
writeln('iterasi');readln(iterasi);
```

```
baris:=480;kolom:=640;  
Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);  
repeat until keypressed;  
end.
```



LAMPIRAN C**Pewarnaan di luar himpunan Mandelbrot dengan menggunakan 15 warna**

```
{ $N+ }  
program Mandelbrot;  
uses crt, graph;  
procedure  
Mandel (maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in  
teger);  
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;  
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;  
begin  
driver:=detect;  
mode:=VGAHI;  
initgraph(driver, mode, 'D:\1111\BGI');  
dx:=(maxx-minx)/(kolom);  
dy:=(maxy-miny)/(baris);  
SetBkcolor(15);  
for i:=0 to kolom do begin  
    for j:=0 to baris do begin  
        ax:=minx+i*dx;  
        ay:=maxy-j*dy;  
        P:=0; Q:=0; P2:=0; Q2:=0; iterasi:=0;  
        while (iterasi<maxiterasi) and (P2+Q2<4) do  
            begin  
                P2:=P*P;  
                Q2:=Q*Q;  
                tmp:=P;  
                P:=P2-Q2+ax;  
                Q:=2*tmp*Q+ay;
```

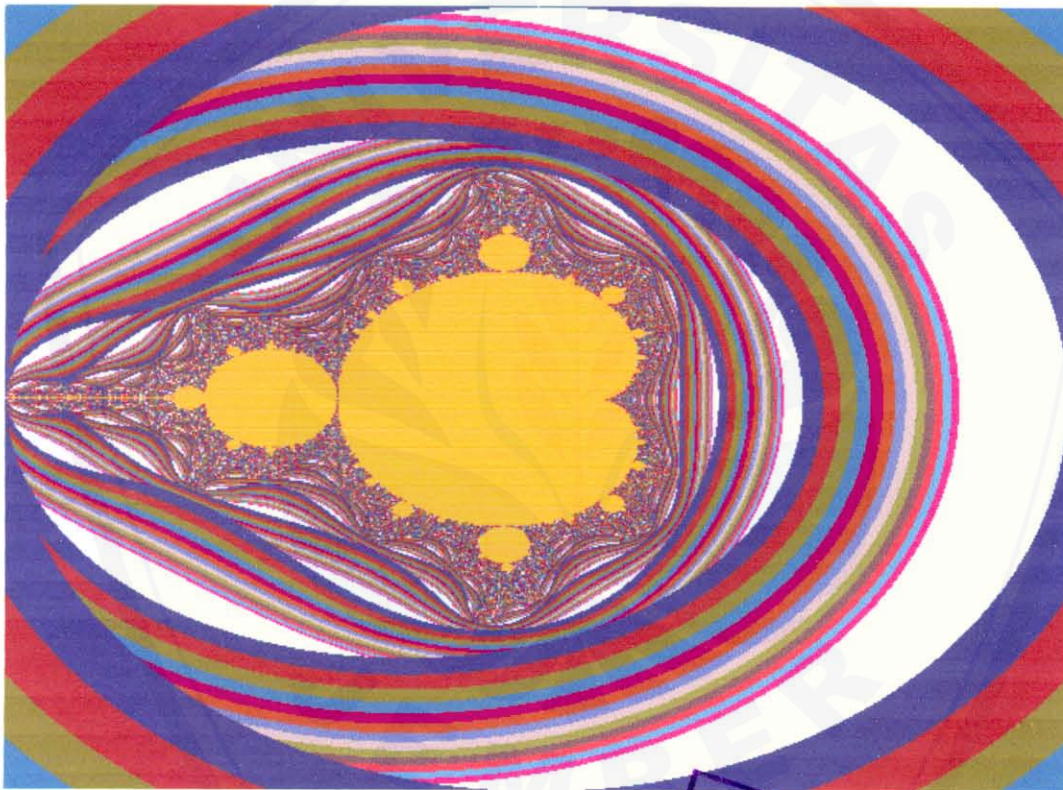


```
iterasi:=iterasi+1;
end;
if(P2+Q2<4) then begin
PutPixel(i,j,14);
end
else if(P2+Q2>4) and (P2+Q2<5) then begin
PutPixel(i,j,1);
end
else if(P2+Q2>5) and (P2+Q2<6) then begin
PutPixel(i,j,4);
end
else if(P2+Q2>6) and (P2+Q2<7) then begin
PutPixel(i,j,2);
end
else if(P2+Q2>7) and (P2+Q2<8) then begin
PutPixel(i,j,3);
end
else if(P2+Q2>8) and (P2+Q2<9) then begin
PutPixel(i,j,5);
end
else if(P2+Q2>9) and (P2+Q2<10) then begin
PutPixel(i,j,6);
end
else if(P2+Q2>10) and (P2+Q2<11) then begin
PutPixel(i,j,9);
end
else if(P2+Q2>11) and (P2+Q2<12) then begin
PutPixel(i,j,7);
end
end
```

```
else if (P2+Q2>12) and (P2+Q2<13) then begin
  PutPixel(i, j, 10);
end
else if (P2+Q2>13) and (P2+Q2<14) then begin
  PutPixel(i, j, 8);
end
else if (P2+Q2>14) and (P2+Q2<15) then begin
  PutPixel(i, j, 12);
end
else if (P2+Q2>15) and (P2+Q2<16) then begin
  PutPixel(i, j, 11);
end
else if (P2+Q2>16) and (P2+Q2<17) then begin
  PutPixel(i, j, 13);
end
else if (P2+Q2>17) and (P2+Q2<18) then begin
  PutPixel(i, j, 0);
end;
end;
end;

var baris, kolom, iterasi, a: integer;
    maxx, minx, maxy, miny: real;
begin
  writeln('Masukkan batas x (lebih baik 2 dan -2)');
  readln(maxx, minx);
  writeln('Masukkan batas y (lebih baik 2 dan -2)');
  readln(maxy, miny);
```

```
writeln('iterasi');readln(iterasi);  
baris:=480;kolom:=640;  
Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);  
repeat until keypressed;  
end.
```



LAMPIRAN D

Pewarnaan di dalam dan luar himpunan Mandelbrot dengan menggunakan 15 warna.

```
{ $N+ }
program Mandelbrot;
uses crt, graph;
procedure
Mandel (maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in
teger);
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;
begin
driver:=detect;
mode:=VGAHI;
initgraph(driver, mode, 'D:\1111\BGI');
dx:=(maxx-minx)/(kolom);
dy:=(maxy-miny)/(baris);
SetBkcolor(15);
for i:=0 to kolom do begin
    for j:=0 to baris do begin
        ax:=minx+i*dx;
        ay:=maxy-j*dy;
        P:=0; Q:=0; P2:=0; Q2:=0; iterasi:=0;
        while (iterasi<maxiterasi) and (P2+Q2<4) do
            begin
                P2:=P*P;
                Q2:=Q*Q;
                tmp:=P;
```



```
P:=P2-Q2+ax;
Q:=2*tmp*Q+ay;
iterasi:=iterasi+1;
end;
if(P2+Q2<0.05)then begin
PutPixel(i,j,14);
end
else if(P2+Q2>0.05)and(P2+Q2<0.1)then begin
PutPixel(i,j,2);
end
else if(P2+Q2>0.1)and(P2+Q2<0.5)then begin
PutPixel(i,j,3);
end
else if(P2+Q2>0.5)and(P2+Q2<1)then begin
PutPixel(i,j,1);
end
else if(P2+Q2>1)and(P2+Q2<1.5)then begin
PutPixel(i,j,10);
end
else if(P2+Q2>1.5)and(P2+Q2<2)then begin
PutPixel(i,j,8);
end
else if(P2+Q2>2)and(P2+Q2<2.5)then begin
PutPixel(i,j,11);
end
else if(P2+Q2>2.5)and(P2+Q2<4)then begin
PutPixel(i,j,0);
end
else if(P2+Q2>4)and(P2+Q2<5)then begin
```

```
PutPixel(i,j,4);
end
else if(P2+Q2>5)and(P2+Q2<6)then begin
PutPixel(i,j,5);
end
else if(P2+Q2>6)and(P2+Q2<7)then begin
PutPixel(i,j,7);
end
else if(P2+Q2>7)and(P2+Q2<8)then begin
PutPixel(i,j,6);
end
else if(P2+Q2>8)and(P2+Q2<9)then begin
PutPixel(i,j,9);
end
else if(P2+Q2>9)and(P2+Q2<10)then begin
PutPixel(i,j,13);
end
else if(P2+Q2>10)and(P2+Q2<11)then begin
PutPixel(i,j,12);
end;
end;
end;
end;
```

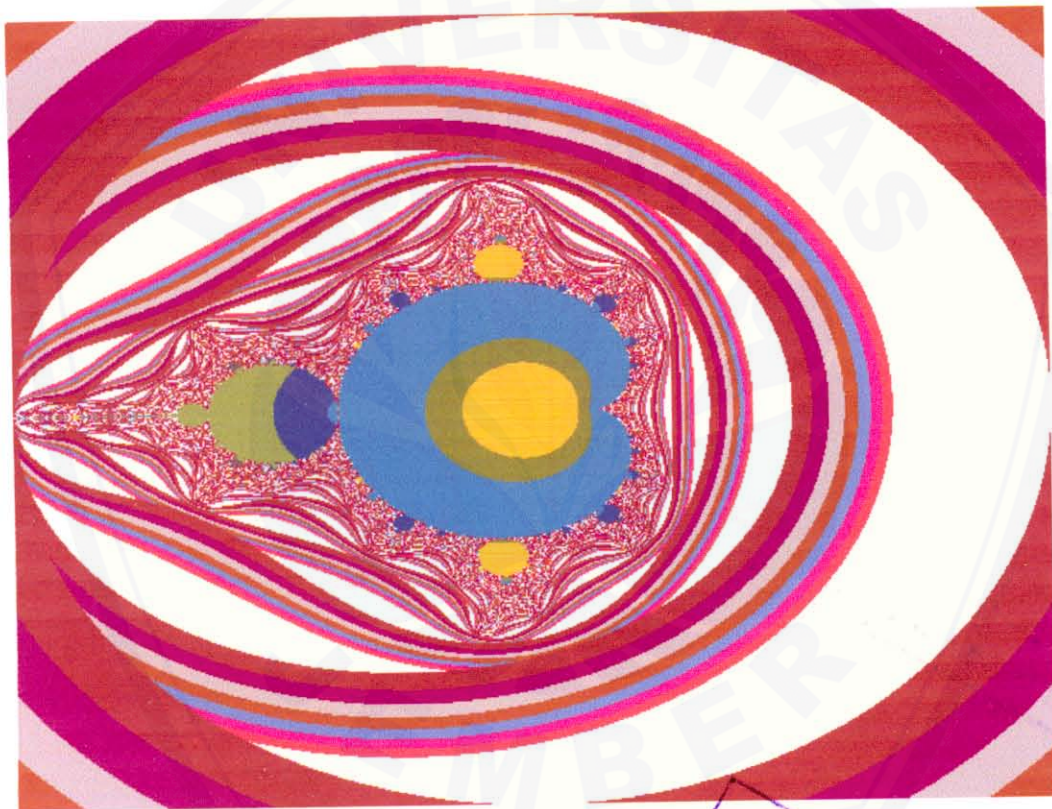
```
var baris,kolom,iterasi,a:integer;
    maxx,minx,maxy,miny:real;
begin
writeln('Masukkan batas x (lebih baik 2 dan -2)');
readln(maxx,minx);
```

```
writeln('Masukkan batas y (lebih baik 2 dan -2)');  
readln(maxy,miny);  
writeln('iterasi');readln(iterasi);  
baris:=480;kolom:=640;  
Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);  
repeat until keypressed;  
end.
```

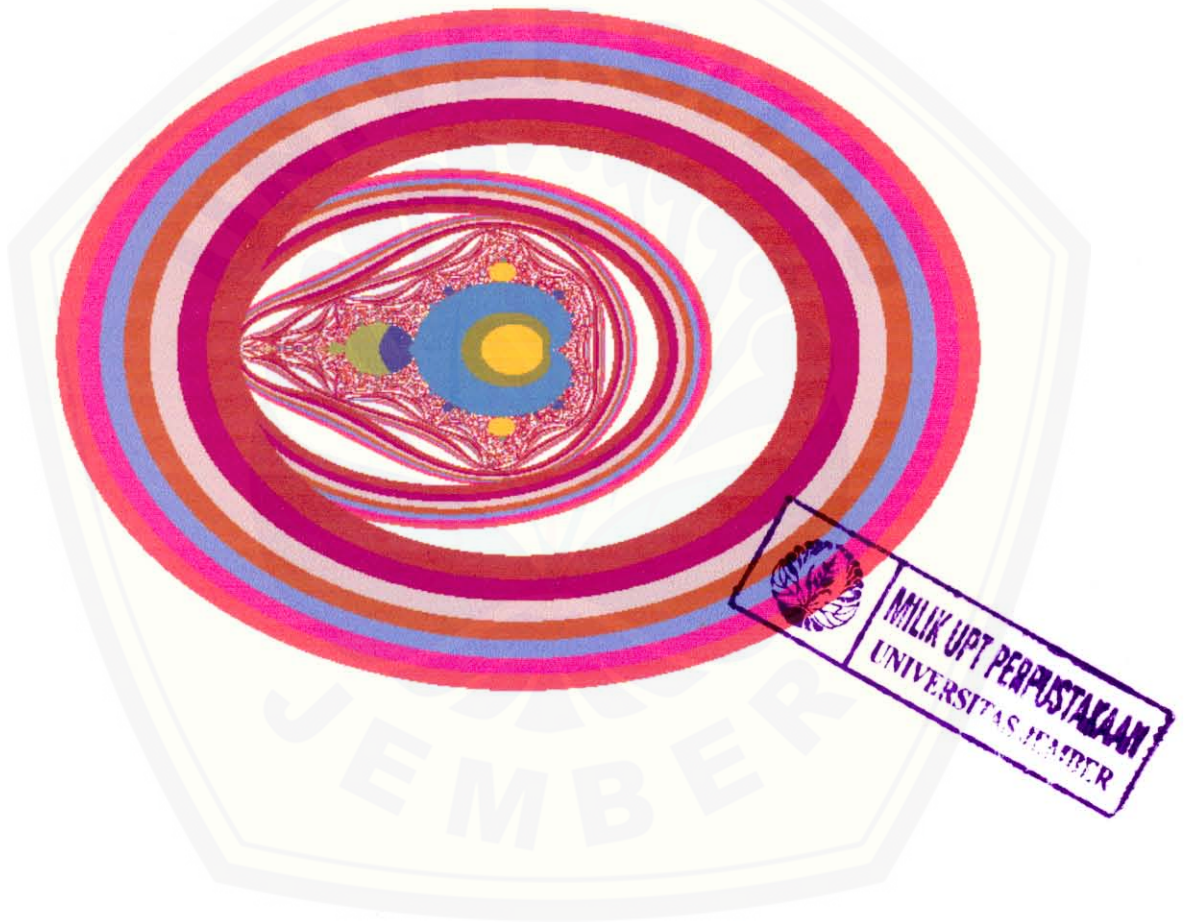


LAMPIRAN E**Pewarnaan di Luar dan Dalam himpunan Mandelbrot**

Gambar himpunan Mandelbrot dengan fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah 2 dan -2, batas maksimum dan minimum y masing-masing adalah 2 dan -2 dengan 1000 iterasi.



Gambar himpunan Mandelbrot dengan fungsi $z_{n+1} = z_n^2 + C$ dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah 4 dan -4, batas maksimum dan minimum y adalah masing-masing 4 dan -4 dengan 1000 iterasi.



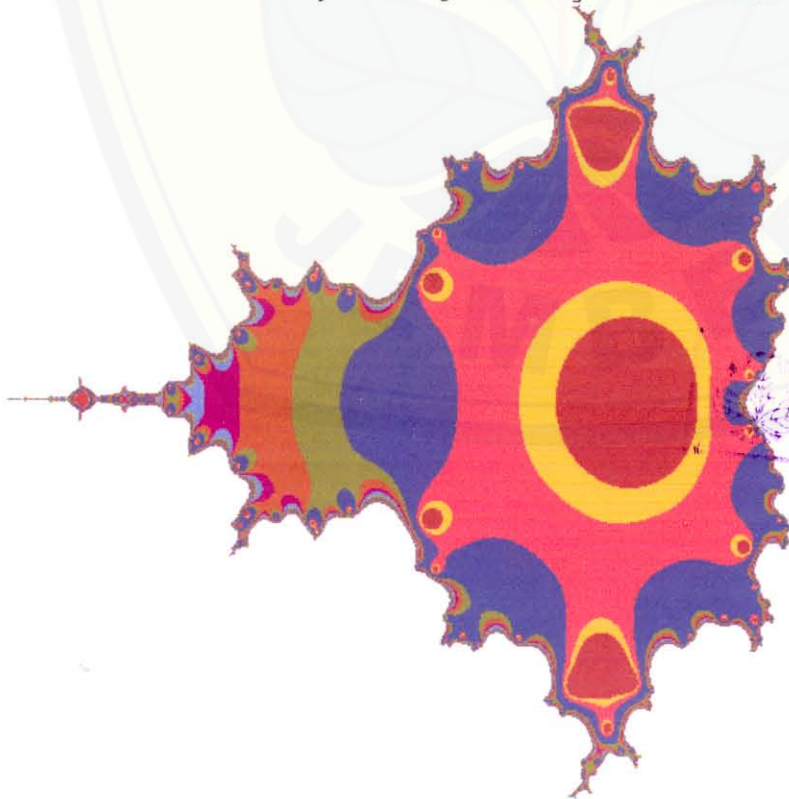
LAMPIRAN F**Pewarnaan himpunan Mandelbrot berdasarkan iterasi**

```
{ $N+ }
program Mandelbrot;
uses crt, graph;
procedure
Mandel(maxx, minx, maxy, miny: real; baris, kolom, maxiterasi: in
teger);
var i, j, iterasi, driver, mode: integer;
    tmp, P, Q, P2, Q2, dx, dy, ax, ay, x2, y2: extended;
begin
driver:=detect;
mode:=VGAHI;
initgraph(driver, mode, 'D:\1111\BGI');
dx:=(maxx-minx)/(kolom);
dy:=(maxy-miny)/(baris);
SetBkcolor(15);
for i:=0 to kolom do begin
    for j:=0 to baris do begin
        ax:=minx+i*dx;
        ay:=maxy-j*dy;
        P:=0; Q:=0; P2:=0; Q2:=0; iterasi:=0;
        while (iterasi<maxiterasi) and (P2+Q2<4) do
            begin
                P2:=P*P;
                Q2:=Q*Q;
                tmp:=P;
                P:=P2-Q2+ax;
```

```
iterasi:=iterasi+1;
end;
if(P2+Q2<0.05)then begin
PutPixel(i,j,4);
end
else if(P2+Q2>0.05)and(P2+Q2<0.09)then begin
PutPixel(i,j,14);
end
else if(P2+Q2>0.09)and(P2+Q2<0.2)then begin
PutPixel(i,j,5);
end
else if(P2+Q2>0.2)and(P2+Q2<0.9)then begin
PutPixel(i,j,1);
end
else if(P2+Q2>0.9)and(P2+Q2<1.2)then begin
PutPixel(i,j,2);
end
else if(P2+Q2>1.2)and(P2+Q2<1.6)then begin
PutPixel(i,j,6);
end
else if(P2+Q2>1.6)and(P2+Q2<2.5)then begin
PutPixel(i,j,0);
end
else if(P2+Q2>2.5)and(P2+Q2<4)then begin
PutPixel(i,j,3);
end;
end;
end;
```

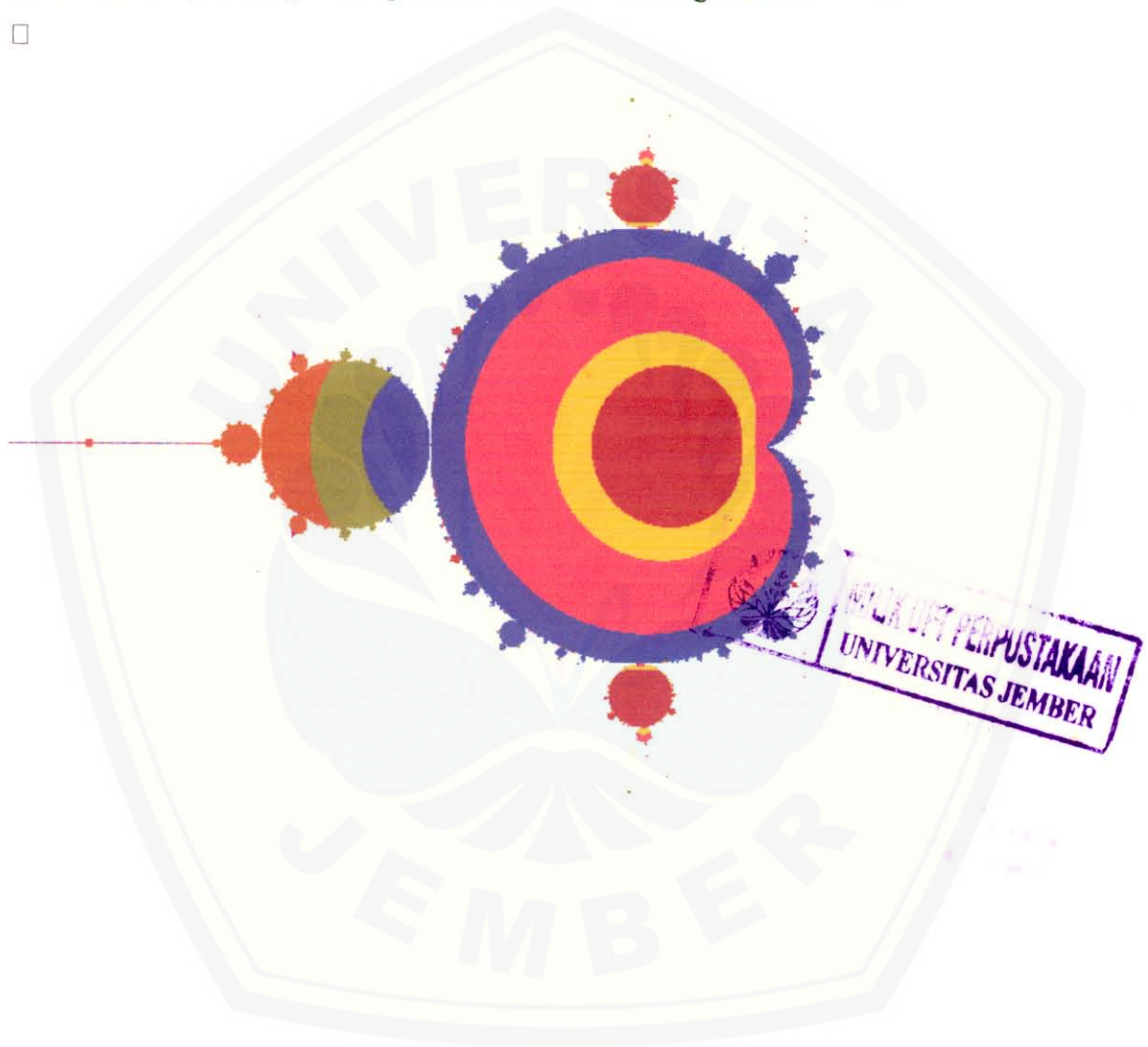
```
var baris,kolom,iterasi,a:integer;
    maxx,minx,maxy,miny:real;
begin
writeln('Masukkan batas x (lebih baik 1.2 dan -2)');
readln(maxx,minx);
writeln('Masukkan batas y (lebih baik 1.2 dan -1.2)');
readln(maxy,miny);
writeln('iterasi');readln(iterasi);
baris:=480;kolom:=640;
Mandel(maxx,minx,maxy,miny,baris,kolom,iterasi);
repeat until keypressed;
end.
```

□Gambar pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot menggunakan 8 warna dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah 1.2 dan -2, batas maksimum dan minimum y masing-masing adalah 1.2 dan -1.2 dengan iterasi 10.



Gambar pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot menggunakan 8 warna dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah 1.2 dan -2, batas maksimum dan minimum y masing-masing adalah 1.2 dan -1.2 dengan iterasi 1000.

□

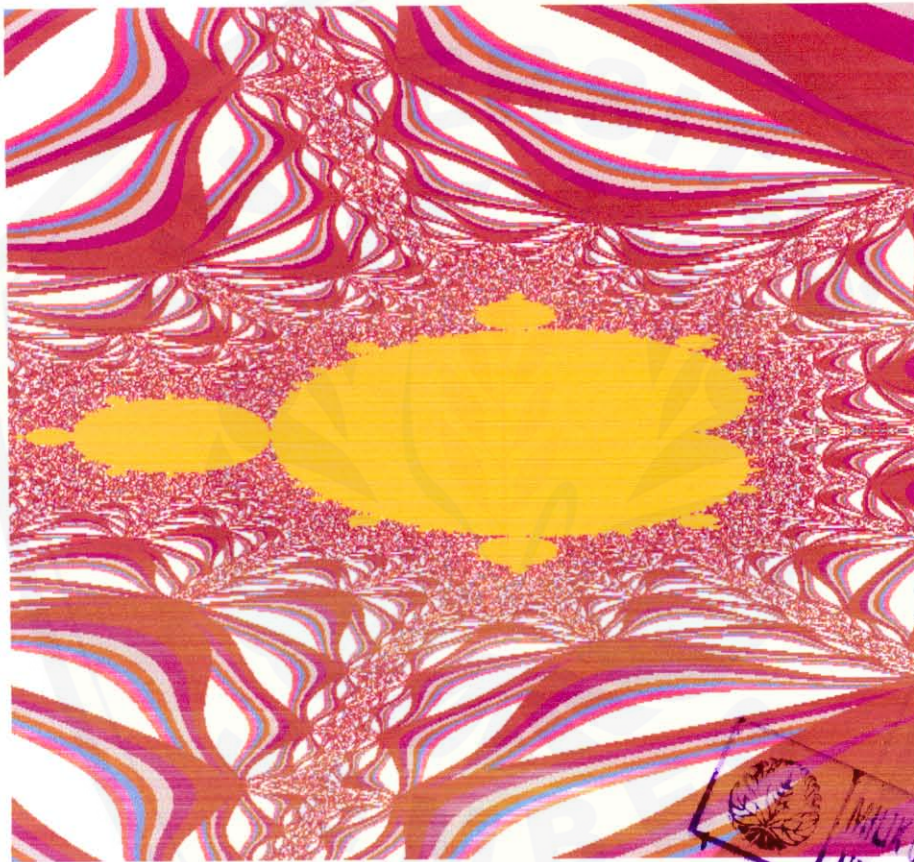


LAMPIRAN G**Pewarnaan Pada Bulb, Antena dan Mandelbrot Mini**

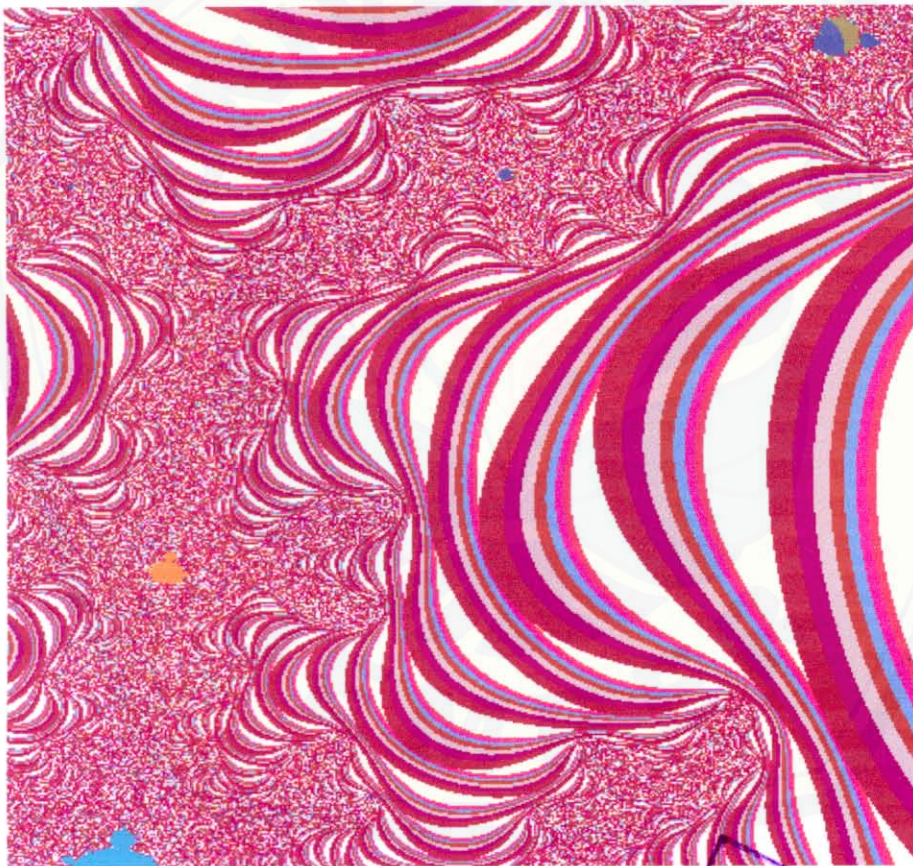
Gambar bulb pada pewarnaan di dalam himpunan Mandelbrot menggunakan 15 warna dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah 0.1 dan -0.3, batas maksimum dan minimum y masing-masing adalah 0.85 dan 0.65 dengan iterasi 1000.



Gambar Mandelbrot mini pada pewarnaan di dalam dan luar himpunan Mandelbrot menggunakan 15 warna dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah -1.74 dan -1.78 , batas maksimum dan minimum y masing-masing adalah 0.05 dan -0.05 dengan iterasi 1000.



Gambar Mandelbrot mini pada pewarnaan di dalam dan luar himpunan Mandelbrot menggunakan 15 warna dengan batas maksimum dan minimum x masing-masing adalah 0 dan -0.12, batas maksimum dan minimum y masing-masing adalah 0.99 dan 0.89 dengan iterasi 1000.



Gambar antenna pada pewarnaan di dalam dan luar himpunan Mandelbrot menggunakan 15 warna dengan batas maksimum dan minimum x adalah -0.1093 dan -0.109 , batas maksimum dan minimum y adalah 0.895 dan 0.8949 dengan iterasi 1000.

