PERBANDINGAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN DENGAN METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE* (WLS) UNTUK MENYELESAIKAN HETEROSKEDASTISITAS PADA ANALISIS REGRESI

SKRIPSI

Oleh

Syukma Rara Youlanda
NIM 101810101009

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Salah satu langkah penting dalam pemodelan statistika adalah melakukan estimasi parameter. Pada analisis regresi terdapat dua kelompok parameter yang penting, yaitu parameter efek tetap $\beta_j (j = 0,1,2, \ldots, k)$ tergantung dimensi, dan parameter acak (misalnya σ tergantung pada model yang dihadapi). Namun biasanya pada parameter dispersi ini diasumsikan diketahui, sedangkan dalam melakukan estimasi parameter efek tetap terdapat dua metode yang sering digunakan, yaitu metode kuadrat terkecil (*least square method)* dan metode maksimum likelihood (*maximum likelihood method)* (Tirta, 2009).

Prinsip dalam metode kuadrat terkecil (*least square method)* adalah meminimumkan jumlah kuadrat *error* (residu). Terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam melakukan estimasi dengan metode kuadrat terkecil. Asumsi tersebuat antara lain data harus mengikuti sebaran normal, homoskedastisitas, tidak ada multikolinearitas dan tidak ada autokorelasi. Metode kuadrat terkecil akan dapat memenuhi sifat *Best, Linear, Unbiased, Estimator (BLUE)* jika memenuhi semua asumsi tersebut. Namun jika terdapat salah satu atau lebih asumsi yang tidak terpenuhi, maka hasil estimasi yang diperoleh tidak dapat memenuhi sifat *BLUE*.

Salah satu asumsi yang harus dipenuhi dalam melakukan estimasi adalah homoskedastisitas *(homoskedasticity)*. Homoskedastisitas berati varian *error* adalah konstan. Asumsi ini menyatakan peubah respon memiliki varian yang sama sepanjang nilai peubah bebas (Uthami *et.al*, 2013). Namun jika varian *error* menunjukkan adanya variasi (varian tak sama) maka kondisi ini disebut heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas adalah bentuk pelanggaran terhadap asumsi homoskedastisitas. Umumnya heteroskedastisitas terjadi pada data *cross section*, yaitu data yang diambil pada satu waktu, yang mewakili berbagai ukuran (kecil, sedang dan besar).

Jika pada saat melakukan estimasi dengan metode kuadrat terkecil dan kemudian terjadi heteroskedastisitas, maka hasil estimasi yang diperoleh tidak lagi memenuhi sifat *BLUE* sehingga diperlukan metode alternatif lain dalam melakukan estimasi parameter yang dapat mengatasi adanya heteroskedastisitas. Metode regresi kuantil median merupakan salah satu metode yang dapat menyelesaikan masalah heteroskedastisitas. Uthami *et.al (*2013) menyatakan bahwa regresi kuantil median bertujuan untuk memperluas ide-ide dalam estimasi model fungsi kuantil bersyarat, dimana distribusi kuantil besyarat dari peubah respon dinyatakan sebagai fungsi dari kovarat yang diamati. Analisis ini sangat berguna untuk sebaran bersyarat yang tak simetrik, padat di ekor sebarannya, atau sebarannya terpotong. Hasil penelitiannya menyatakan bahwa estimasi dengan regresi kuantil median dilakukan dengan mengestimasi koefisien regresi pada setiap kuantilnya, kemudian dipilih nilai dugaan pada median sebagai hasil estimasi. Hasil estimasi dengan regresi kuantil median diperoleh nilai R^2 sebesar 71%. Setelah dilakukan pengujian terhadap asumsi kenormalan diketahui *error* tidak mengikuti sebaran normal, tetapi asumsi homoskedastisitas dapat terpenuhi.

Metode lain yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas adalah metode *Weighted Least Square (WLS)*. Metode estimasi WLS digunakan jika efisiensi estimator dianggap lebih penting daripada sifat *unbiased* dan konsisten jika dalam kondisi heteroskedastisitas. Pembentukan model estimasi WLS ini adalah melakukan transformasi data dasar analisis dan menerapkan model metode kuadrat terkecil (*least square method)* terhadap data yang telah di transformasikan. Maziyya *et.al*. (2015) pada penelitiannya menyatakan bahwa diberikan beberapa faktor pembobot pada metode *Weighted Least Square* (WLS). Setelah dilakukan uji asumsi homoskedastisitas dengan menggunakan α sebesar 0,05 asumsi homoskedastisitas terpenuhi dari salah satu faktor pembobot dengan R^2 sebesar 99%.

Berdasarkan kedua penelitian tersebut dengan metode penyelesaian masalah heteroskedastisitas yang berbeda, maka penulis ingin mengetahui metode manakah yang lebih baik digunakan dalam menyelesaikan masalah heteroskedastisitas. Penyelesaian dengan metode WLS dan metode regresi kuantil median dalam mengatasi heteroskedastisitas pada penelitian ini akan dibantu dengan program R.

1.2 Permasalahan

Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah perbandingan metode regresi kuantil median dan metode *Weighted Least Square* (WLS) dalam mengatasi heteroskedastisitas pada analisis regresi untuk data heteroskedastik, data heteroskedastik dengan *outlier*, dan data homoskedastik.

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam penyusunan tugas akhir ini adalah untuk mengetahui metode terbaik antara regresi kuantil median dengan *Weighted Least Square* (WLS) yang digunakan dalam menyelesaikan masalah heteroskedastisitas dalam analisis regresi untuk data heteroskedastik, data heteroskedastik dengan *outlier*, dan data homoskedastik.

1.4 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari penyusunan tugas akhir ini adalah dapat memberi pengetahuan metode regresi yang lebih baik digunakan untuk menyelesaikan masalah heteroskedastisitas. Penelitian ini juga dapat digunakan sebagai referensi tentang regresi kuantil median dan *Weighted Least Square* (WLS).

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Regresi Linier

Model regresi merupakan metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan antar variabel. Hubungan tersebut dapat dituliskan kedalam bentuk persamaan yang menghubungkan variabel tak bebas (Y) dan variabel bebas (X).

Terdapat dua jenis regresi yang tekenal, yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda *(multiple linear regression model)* atau sering disebut dengan regresi klasik (Gujarati, 2003). Regresi linier klasik digunakan untuk menggambarkan hubungan antara peubah tak bebas (Y) dan peubah bebas (X). Bentuk persamaan linier sederhana dapat dituliskan

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

dengan ε = *error*

Pada penelitihan ini ditulis mengenai regresi linier berganda. Bentuk umum dari regresi linier berganda dengan p variabel bebas adalah (Kurtner *et.al*, 2004).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_p X_{ip+1} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dimana:

Y_i adalah variabel tak bebas untuk pengamatan ke-i, untuk $i = 1,2, \dots, n$.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ adalah parameter yang menentukan koefisien dari variabel bebas.

$X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip+1}$ adalah variabel bebas.

ε_i adalah galat (*error*) untuk pengamatan ke-i yang diasumsikan berdistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan variansi σ^2.

Persamaan (2.1) dapat dituliskan dalam bentuk matriks menjadi

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

dengan

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{2n} & \cdots & X_{np} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} \text{dan } \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

dimana:

Y adalah vektor variabel tidak bebas (variabel terikat) berukuran $n \times 1$.

X adalah matriks variabel bebas (penduga) berukuran $n \times p$.

β adalah vektor parameter (koefisien regresi) berukuran $p \times 1$.

ε adalah vektor *error* berukuran $n \times 1$.

Menurut Gujarati (2003) asumi-asumsi pada model regresi linier berganda adalah sebagai berikut:

a. Model regresinya adalah linier dalam parameter.

b. Nilai rata-rata dari *error* adalah nol. Asumsi $E(\varepsilon) = 0$ yang berarti bahwa nilai harapan atau rata-rata vektor yang setiap komponennya bernilai nol. ε adalah vektor kolom n × 1 dan 0 adalah vektor nol, sehingga $E(\varepsilon) = 0$ dapat ditulis

a. $E = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(\varepsilon_1) \\ E(\varepsilon_2) \\ \vdots \\ E(\varepsilon_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

c. Variansi dari *error* adalah konstan (homoskedastisitas). yaitu bahwa setiap kesalahan pengganggu mempunyai varian yang sama $E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$ untuk semua i.

d. Tidak terjadi autokorelasi pada *error*. Artinya kesalahan antar pengganggu yang satu dengan yang lainnya bebas, $kov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$.

e. Tidak terjadi multikolinearitas pada variabel bebas.

f. *Error* berdistribusi normal dengan varians konstan. $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$

2.2 Metode Kuadrat Terkecil

Estimasi parameter bertujuan untuk mendapatkan model regresi yang akan digunakan dalam analisis regresi. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linier sederhana maupun model regresi linier berganda adalah dengan metode kuadrat terkecil (MKT).

Metode kuadrat terkecil ini bertujuan meminimumkan jumlah kuadrat *error*. (Kurtner, *et.al.*, 2004). Langkah langkah yang dilakukan untuk mngestimasi dengan metode kuadrat terkecil adalah:

Pertama meminimumkan kuadrat galat dengan mengubah linier menjadi eksplisit terhadap galat (Tirta, 2009).

$$\begin{aligned} Y_i &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i + \varepsilon_i \\ &= \hat{Y}_i + \varepsilon_i \end{aligned}$$

$\hat{Y}$ adalah nilai taksiran dari Y_i. Persamaan $Y_i = \hat{Y}_i + \varepsilon_i$ dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= Y_i - \hat{Y}_i \\ &= Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i \end{aligned}$$

Selanjutnya adalah mengkuadratkan kesalahan yang diperoleh dan menjumlahkannya untuk seluruh pasangan data. Bentuk dari kuadrat kesalahan tersebut dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 &= \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left[Y_i - \sum_{j=0}^{1} \hat{\beta}_j X_{ij}\right]^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dimana $X_{i0} = 0$ dan $X_{i1} = X_i$

Bentuk persamaan (2.2) kemudian diturunkan terhadap parameter $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$. Prinsip kuadrat terkecil memilih $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$sedemikian rupa sehingga $\sum \varepsilon_i^2$ didapatkan nilai yang paling minimum.

$$\frac{\partial(\sum \varepsilon_i^2)}{\partial \hat{\beta}_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i\right) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial(\sum \varepsilon_i^2)}{\partial \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i\right) X_i \quad (2.4)$$

Dengan menyamakan persamaan (2.3) dan (2.4) dengan nol diperoleh persamaan normal

$$\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = 0$$

$$n\hat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^{n} Y_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i - \hat{\beta}_1 \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$= \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \qquad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} X_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 0$$

$$\hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} X_i$$

(subtitusi persamaan (2.5)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}$$

$$= \frac{\sum Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum X_i^2 - n(\bar{X})^2}$$

dengan $\sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum X_i^2 - \sum \bar{X}^2 = \sum X_i^2 - n(\bar{X})^2$, maka

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \qquad (2.6)$$

Persamaan (2.5) dan (2.6) merupakan penaksir kuadrat terkecil.

Penaksir kuadrat terkecil akan memenuhi sifat BLUE (*best*, *linier*, *unbiased*, *estimator)* jika memenuhi asumsi – asumsi regresi linier berganda.

2.3 Heteroskedastistas

Satu asumsi penting dari model linier yang harus dipenuhi adalah homogenitas variansi dari *error* (homoskedastisitas). Homoskedastisitasberarti bahwa variansi dari *error* bersifat konstan (tetap) (Kusrini, 2010). Kondisi homoskedastisitas dapat dituliskan sebagai

$$var\,(\varepsilon | X_1, X_2, \dots, X_k) = \sigma^2$$

Kebalikan dari asumsi homoskesdastisitas adalah heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas adalah variansi dari *error* model regresi tidak konstan atau variansi antar *error* yang satu dengan *error* yang lain berbeda, dapat dituliskan sebagai

$$var(\varepsilon|X_1, X_2, \ldots, X_k) = \sigma_i^2$$

(Widarjono, 2007).

Perbedaan dari kedua persamaan tersebut adalahh terletak pada indeks i yang terdapat pada σ^2, yang menyatakan bahwa nilai *error* yang bersifat heteroskedastisitas berubah seiring perubahan pengamatan ke-*i*. Pada persamaan $var\ (\varepsilon|X_1, X_2, \ldots, X_k) = \sigma^2$ adalah persamaan yang memenuhi asumsi *error* pada analisis linier berganda. Semua pengamatan terhadap nilai *error* berasal dari distribusi yang sama, yaitu distribusi yang memiliki rata-rata 0 dan varian σ^2.

2.3.1 Penyebab Heteroskedastisistas

Beberapa alasan yang menyebabkan varians kesalaahan ε_i menjadi variabel yang selalu berubah antara lain.

a. Basis data dari satu atau lebih variabel mengandung nilai-nilai dengan dengan selang yang lebar.
b. Perbedaan laju pertumbuhan antara variabel-variabel dependen dan independen adalah signifikan dalam periode pengamatan untuk data *time series*.
c. Terdapat situasi *error learning*. Karena manusia belajar, kesalahan dalam perilaku menjadi semakin lama semakin menurun. Dalam hal ini, σ_i^2 diharapkan berkurang.
d. Perbaikan teknik pengambilan data. Dampaknya σ_i^2 akan menutun. Misalnya pada bank yang memiliki peralatan yang lebih canggih akan mempunyai kesalahan yang lebih kecil dalam laporan bulanan untuk langganan dibandingkan dengan bank yang tidak memiliki peralatan yang canggih.
e. Data itu sendiri memang terdapat heteroskedastisitas, terutama dalam data *cross-section*. Misalnya tingkat-tingkat penghasilan antar kota jarang sekali bernilai sama, harga-harga saham yang banyak dipengaruhi oleh faktor-faktor eksternal, dan sebagainya.

2.3.2 Akibat Adanya Heteroskedastisitas

Estimasi metode kuadrat terkecil akan bersifat BLUE jika memenuhi semua asumsi model regresi klasik. Jika semua asumsi terpenuhi namun asumsi homoskedastisitas tidak terpenuhi, maka estimasi metode kuadrat terkecil tetap tak bias dan konsisten tetapi estimasi tadi tidak lagi efisien, baik dalam sampel kecil maupun besar (asimptotik). Dampak dari membesarnya variabel adalah.

a. Pengujian parameter regresi dengan uji statistik t menjadi tidak valid.

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0$$

$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_j}{s(\hat{\beta}_j)}$ akan mengecil jika $s(\hat{\beta}_j)$ besar sehingga cenderung untuk menolah H_0.

b. Selang kepercayaan untuk parameter regresi cenderung melebar. Melebarnya selang kepercayaan akan diperoleh hasil perkiraan menjadi tidak dapat dipercaya.

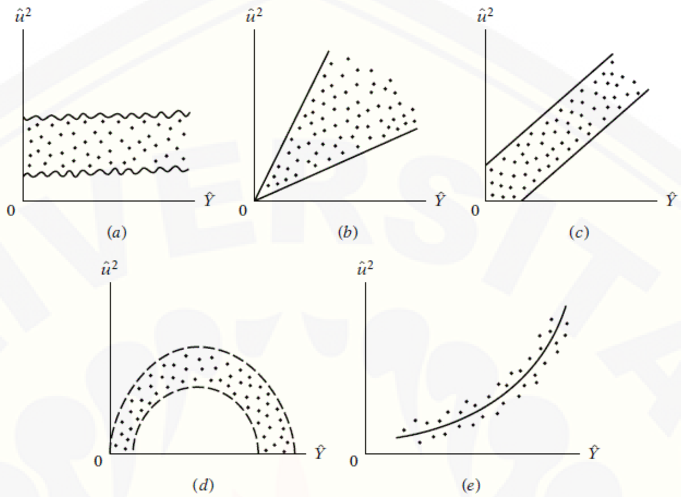
2.3.3 Pendeteksian Heteroskedastisitas

Beberapa metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi heteroskedastisitas, diantaranya adalah.

a. Metode Grafik

Cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya heteroskdastisitas adalah dengan melihat ada tidaknya pola tertentu pada grafik, dimana sumbu X adalah Y yang telah diprediksi, dan sumbu Y adalah residual. Dasar-dasar pengambilan keputusan dalam metode ini adalah:

1) Ada pola tertentu, seperti titik-titik yang membentuk suatu pola tertentu yang teratur (bergelombang melebar, kemudian menyempit) maka terjadi heteroskedastisitas.
2) Jika tidak ada pola yang jelas, serta titik-titik menyebar diatas dan dibawah angka 0 pada sumbu Y, maka tidak terjadi heteroskedastisistas.



Gambar 2.1 Pola hipotesis kuadrat residual yang ditaksir

Gambar 2.1*a* dapat dilihat bahwa tidak ada pola yang sistematis antara dua variabel, mungkin menyatakan tidak ada heteroskedatistisitas pada data, namun gambar 2.1*b* sampai *e* menunjukkan pola tertentu, mungkin menyatakan terdapat heteroskedastisitas pada data.

Salah satu kelemahan pengujian secara grafik adalah tidak jarang terdapat kita ragu terhadap pola yang ditunjukkan grafik. Keputusan secara subjektif dapat mengakibatkan perbedaan keputusan antara orang yang satu dengan yang lainnya, oleh karena itu diperlukan uji formal untuk memutuskannya.

b. Uji Breusch Pagan

Salah satu metode formal yang digunakan untuk menguji adanya heteroskedastisias yaitu dengan Uji Breusch Pagan.

Ilustrasi uji Breusch Pagan ini adalah:

Anggap model regresi linier k-variabel :

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \qquad (2.7)$$

Asumsikan varian *error* σ_i^2 dideskripsikan sebagai

$$\sigma_i^2 = f(\alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_{ni} Z_{ni})$$

σ^2 adalah beberapa fungsi dari variabel nonstikastik Z. Beberapa atau semua X dapat berfungsi sebagai Z. Secara khusus, asumsikan:

$$\sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_{mi} Z_{mi}$$

dimana σ_i^2 adalah fungsi linier dari Z. Ide dasar dari uji Breusch-Pagan adalah jika $\alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_m = 0$, $\alpha_i^2 = \alpha_1$ konstan, maka untuk menguji apakah α^2 homoskedastisitas dapat diuji dengan hipotesis bahwa $\alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_m = 0$

Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

1) Estimasi (2.7) dari metode kuadrat terkecil dan didapatkan residu $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_i$.
2) Didapatkan $\hat{\sigma}^2 = \sum \hat{\varepsilon}_i / n$. (estimasi metode kuadrat terkecil adalah $\sum \hat{u}_i / (n-k)$).
3) Definisikan p_i sebagai $p_i = \hat{\varepsilon}_i^2 / \sigma^2$
4) p_i digambarkan dengan Z sebagai
5) $p_i = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \cdots + \alpha_m Z_{mi} + v_i$ (2.8)
6) Dimana v_i adalah residu dari regresi ini.
7) Didapatkan ESS (*Explained Sum Square*) dari (2.8) yaitu dengan menetapkan $\Theta = \frac{ESS}{2}$.

Asumsi ε_i berdistribusi normal, dapat ditunjukkan adanya homoskedastisitas dan jika sample berukuran n meningkat tanpa batas, maka

$$\Theta \sim \chi^2_{m-1}$$

dimana Θ berdistribusi chi-square dengan derajat bebas (df) $(m-1)$.

Sehingga jika nilai $\Theta(=\chi^2)$ hitung lebih besar χ^2 tabel, maka tolak hipotesis homoskedastisitas dan terjadi indikasi heteroskedastisitas. Asumsi homoskedastisitas juga dapat dilihat dari nilai $p-value$, jika nilai $p-value$ lebih dari α maka asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi.

2.4 Regresi Kuantil Median

Regresi kuantil pertama kali diperkenalkan oleh Basset dan Koenker (1978). Pendekatan ini menduga berbagai fungsi kuantil dari suatu ditribusi Y sebagai fungsi dari X. Regresi kuantil sangat berguna jika distribusi data tidak homogen (*heterogenous*) dan tidak berbentuk standar seperti tidak simetris, terdapat ekor pada sebaran, atau *truncated distribution* (Buhai, 2004).

Misalkan Y adalah peubah acak dengan fungsi distribusi F_y dan τ addalah konstanta dimana $0 < \tau < 1$. Kuantil ke- τ dari F_Y dinotasikan sebagai $q_y(\tau)$ adalah solusi untuk $F_Y(q) = \tau$, yaitu

$$q_y(\tau) = F_y^{-1}(\tau) = inf\{y: F_Y(y) \geq \tau\}$$

Seperti dengan metode OLS yang meminimumkan jumlah kuadrat sisaan untuk mencari nilai dugaan bagi β, regresi kuantil pada kuantil ke- τ dari F_Y didapat dengan meminimumkan fungsi berikut terhadap q

$$\tau \int_{y>q} |y-q| dF_Y(y) + (1-\tau) \int_{y<q} |y-q| dF_Y(y)$$

$$= \int_{y>q} |y-q| dF_Y(y) - (1-\tau) \int_{y<q} |y-q| dF_Y(y) \qquad (2.9)$$

dengan meminimumkan fungsi diatas, diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} 0 &= -\tau \int_{y>q} dF_Y(y) + (1-\tau) \int_{y<q} dF_Y(y) \\ &= -\tau[1 - F_Y(q)] + (1-\ \tau) F_Y(q) \\ &= -\tau + F_Y(q) \end{aligned}$$

sehingga kuantil ke- τ merupakan solusi dari F_y.

Jika Y sebagai fungsi dari X yang telah diketahui, memiliki peluang $F_{Y|X}(y)$, kuantil ke-τ dari fungsi tersebut dapat dituliskan sebagai $Q_{Y|X}(\tau) = F_{Y|X}^{-1}(\tau)$. $Q_{Y|X}(\tau)$ merupakan fungsi dari X dan diselesaikan dengan persamaan

$$min_q \tau \int_{y>q} |y-q| dF_Y(y) + (1-\tau) \int_{y<q} |y-q| dF_Y(y) \qquad (2.10)$$

$Q_{Y|X}(0,5)$ adalah median Y (sebagai fungsi dari X) yang menunjukkan titik simetri dari $F_{Y|X}$ untuk τ mendekati 0 (atau 1). $Q_{Y|X}(\tau)$ menunjukkan ekor kiri (atau kanan) dari $F_{Y|X}$.

Jika $Q_{Y|X}(\tau)$ adalah fungli linier $X'\beta$, maka dalam notasi matriks persamaan (2.9) menjadi

$$min_q \tau \int_{y>X'\beta} |y - X'\beta| dF_Y(y) + (1-\tau) \int_{y<X'\beta} |y - X'\beta| dF_Y(y) \qquad (2.11)$$

Solusi dari persamaan (2.11) dinyatakan sebagai β_τ dan kuantil Y (sebagai fungsi dari X) ke-τ adalah $Q_{Y|X}(\tau) = X'\beta_\tau$ (Cung-Min, 2007).

Misalnya diberikan data (y_i, x_i) untuk $i = 1, 2, \dots, I$, dimana x_i berukuran $k \times 1$ maka model linier dari persamaan regresi kuantil dituliskan

$$y_i = x_i{}'\beta + \varepsilon_i$$

dengan $Q_\tau(y_i|x_i) = x_i{}'\beta$ merupakan kuantil ke- τ $(0 < \tau < 1)$. Penduga bagi β dari regresi kuantil ke- τ diperoleh dengan meminimumkan jumlah nilai mutlak dari *error* dengan pembobot τ untuk *error* positif dan pembobot $(1-\tau)$ untuk *error* negtif yaitu.

$$\hat{\beta} = min_\beta \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} \rho_\tau u_i$$

dimana $\rho_\tau u_i = \begin{cases} \tau u_i & , jika\ u_i \geq 0 \\ (\tau - 1) u_i & , jika\ u_i < 0 \end{cases}$

$\rho_\tau(u_i)$ disebut juga sebagai *Check Function. error* dugaan dari y adalah $\hat{\varepsilon}_i = y_i - x_i{}'\beta$.

2.5 *Weighted Least Square* (WLS)

Weighted Least Square (WLS) sebagai salah satu bentuk dari pengembangan estimasi *least square* , merupakan bentuk estimasi yang dibuat untuk mengatasi sifat heteroskedastisitas. WLS memiliki kemampuan untuk mempertahankan sifat efisiensi estimatornya tanpa harus kehilangan sifat tak bias dan konsistensinya (Gujarati, 2003). WLS merupakan kasus khusus dari *Generalized Least Square* (GLS).

Dasar pembentukan model estimasi WLS ada dua, yaitu melakukan transformasi data dasar analisis dan menerapkan metode kuadrat terkecil terhadap data yang telah ditransformasi. Bentuk umum model regresi linier berganda dituliskan

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_p X_{ip+1} + \varepsilon_i$$

dimana ε_i berada dalam kondisi heteroskedastisitas, sehingga $var\ (\varepsilon_i) = \sigma_i^2$.

Salah satu bentuk yang paling sering digunakan dalam mengasumsikan heteroskedastisitas adalah *multiplicative contant*, yaitu

$$var(\varepsilon|x) = \sigma^2 X_i$$

dimana x menyatakan seluruh variabel bebas dan $h(x)$ adalah suatu fugsi dari variabel bebas yang menentukan heteroskedastisitas. Dengan demikian heteroskedastisitas dalam asumsi ini dapat dinyatakan sebagai

$$\sigma_i^2 = var(\varepsilon_i|x_i) = \sigma^2 X_i \qquad (2.12)$$

(Rawlings, 1998).

Selanjutnya dilakukan transformasi pada model (2.12) yang mengalami heteroskedastisitas menjadi suatu model dengan residual yang homoskedastisitas. hal ini dapat dilakukan dengan membagi seluruh *regressor* dan *regresand* dengan $\sqrt{h_i}$ yang disebut dengan pembobot atau pemimbang.

Melakukan transformasi kesalahan pengganggu ε_i melalui cara membaginya dengan $X_i$akan memiliki kesalahan pengganggu yang baru, yaitu $\varepsilon_i^* = \frac{\varepsilon_i}{X_i}$ yang memiliki varian konstan, yaitu.

$$var(\varepsilon_i^*) = var\left(\frac{\varepsilon_i}{X_i}\right)$$

$$= E\left[\left(\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_i}}\right)^2\right] = E\,\frac{(\varepsilon_i)^2}{X_i}$$

$$= \frac{\sigma^2 X_i}{X_i} = \sigma^2$$

Metode WLS diperoleh dengan meminimumkan

$$\sum \varepsilon_i^2 = \sum w_i\,(Y_i - \beta_0^* - \beta_1^* X_i)^2$$

dimana w_i sebagai pembobotnya adalah beberapa konstanta. β_0^* dan β_1^* adalah penaksir kuadrat terkecil tertimbang. Jika σ_i^2 diketahui, maka dimisalkan

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

yaitu bobot observasi proporsional sebagai kebalikan terhadap σ_i^2.

Hasil prosedur meminimumkan tadi adalah.

$$\beta_0^* = \frac{\sum w_i Y_i}{\sum w_i} - \beta_1^* \frac{\sum w_i X_i}{\sum w_i}$$

$$= \bar{Y}^* - \beta_1^* \bar{X}^*$$

dimana $\bar{Y}^*$ dan $\bar{X}^*$ adalah rata-rata sampel tertimbang dengan w_i berlaku sebagai penimbang.

$$\beta_0^* = \frac{\sum w_i y_i^* x_i^*}{\sum w_i\, {x_i^*}^2}$$

dengan $y_i^* = Y_i - \bar{Y}^*$ dan $x_i^* = X_i - \bar{X}^*$ menyatakan bentuk deviasi dan rata-rata sampel tertimbang.

2.6 Uji Kesesuaian (*Goodness Of Fit Test)*

Melalui uji kesesuaian dapat ditentukan model terbaik. Baik tidaknya model dapat dilihat dari nilai koefisien determinasi (R^2) yang didefinisikan

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

(Tirta, 2009).

Menurut Gujarati (1978) R^2 mengkur prosentase total varian dalam Y yang dijelaskan dalam model regresi. Semakin besar R^2 berarti semakin kecil simpangan data terhadap garis regresi model. Batas nilai R^2 adalah $0 \leq R^2 \leq 1$. Jika nilai R^2=1 menunjukkan bahwa simpangan nilai observasi dengan nilai estimasi sama dengan 0 dan model menjadi sempurna yaitu tidak ada data yang menyimpang dari garis regresi (Tirta, 2009).

BAB 3. METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan diuraikan mengenai metode peneltian sebagai konsep dalam melakukan penelitian ini. Adapun metode penelitian ini meliputi data dan analisis data menggunakan metode regresi kuantil median dan metode *Weighted Least Square (WLS)*.

3.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data simulasi dengan cara membangkitkan data. Ukuran data yang dibangkitkan yaitu 500 dengan variabel variabel sebagai berikut:

a. x_1 merupakan variabel bebas yang berdistribusi normal (1,2);
b. x_2 merupakan variabel bebas yang berdistribusi normal (0,10);
c. x_3 merupakan variabel bebas yang berdistribusi normal (11,50);
d. y merupakan variabel tak bebas.

Data simulasi di atas lebih jelasnya dapat dilihat pada ilustrasi tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1 Identifikasi variabel

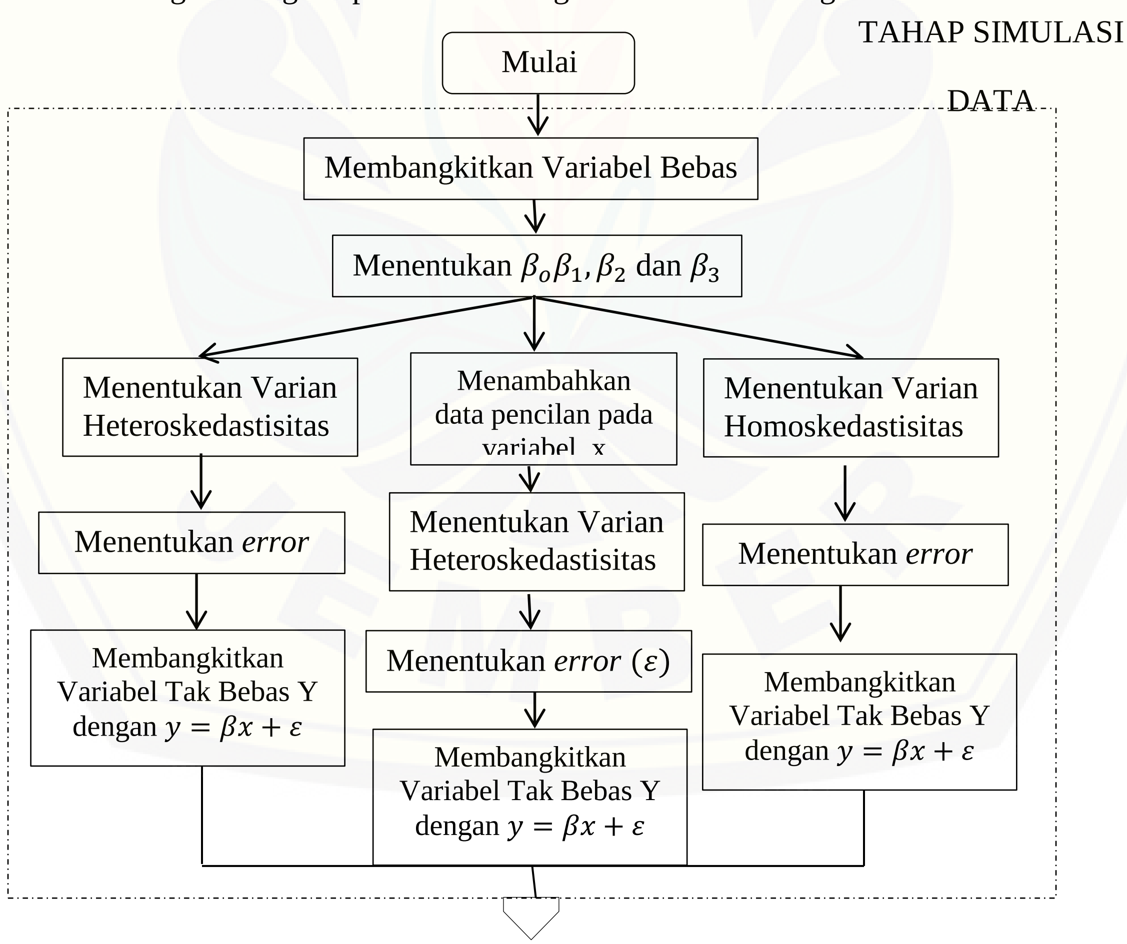
Subjek	Variabel Respon	Variabel Prediktor		
n	y	x_1	x_2	x_3
1	y_1	x_{11}	x_{21}	x_{31}
2	y_2	x_{12}	x_{22}	x_{32}
3	y_3	x_{13}	x_{23}	x_{33}
...	...	...	...	...
n	y_n	x_{1n}	x_{2n}	x_{3n}

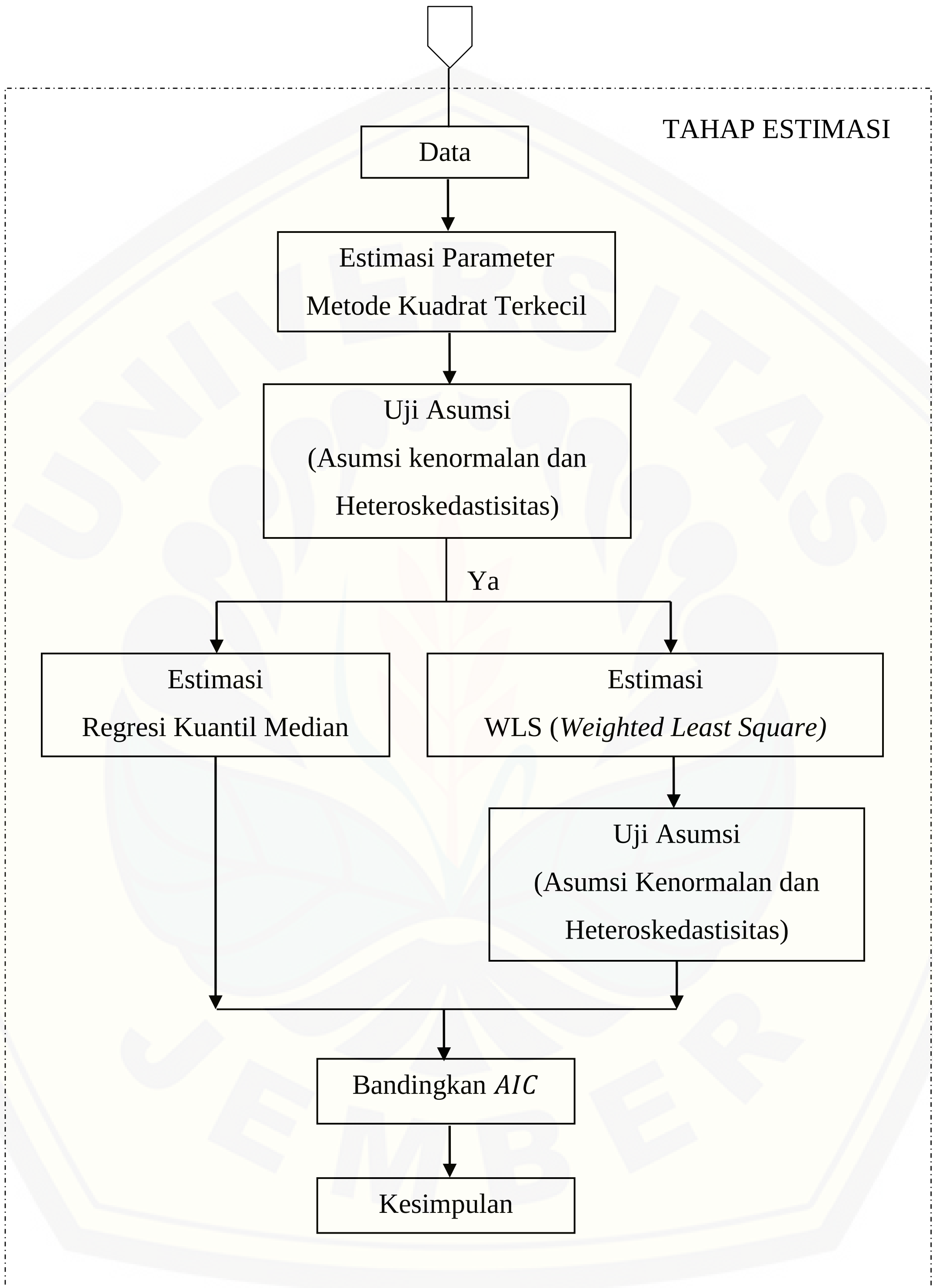
Variabel respon (y) dibangkitkan dari model yang merupakan kombinasi dari variabel-variabel prediktor bebas.

3.2 Metode Pengolahan dan Analisis Data

Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan program R untuk mengetahui estimasi bersifat *BLUE* dilakukan estimasi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT) sedangkan melakukan pengujian adanya heteroskedastisitas dengan uji *Breusch Pagan* serta melakukan estimasi parameter dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) dan metode regresi kuantil median. Uji *Breusch Pagan* dalam program R terdapat pada paket *lmtest*, estimasi dengan metode regresi kuantil median terdapat pada paket *quantreg* sedangkan metode *Weighted Least Square*(WLS) sama dengan metode kuadrat terkecil.

Langkah-langkah penelitian ini digambarkan dalam bagan di bawah





Gambar 3.1 Skema penelitian

a. Tahap Simulasi

1) Data Heteroskedastik

a) Membangkitkan Variabel Bebas

Membangkitkan variabel bebas x_1 , x_2 dan x_3 dimana $x_1 \sim N(1,2)$, $x_2 \sim N(2,1)$ dan $x_3 \sim N(4,3)$ menggunakan bantuan fungsi `rnorm` pada program R.

b) Menentukan Beta

Menentukan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan $\beta_2$untuk membangkitkan variabel tak bebas y.

c) Menentukan Varian

Menentukan varian untuk menjamin data yang dihasilkan heteroskedastisitas yang diperoleh dari hasil $0{,}01 \times (X \times \beta)^2$

d) Menentukan *Error*

Error diasumsikan berdistribusi normal dengan ukuran sample sebanyak $n = 500$, mean=0 dan standar deviasi diperoleh dari akar varian yang didapat sebelumnya.

e) Membangkitkan Variabel Tak Bebas (y)

Variabel tak bebas (y) dibangkitkan dengan acuan $y = \beta X + \varepsilon$

Diperoleh dari β dan X yang telah didefinisikan dan ε yang didapat sebelumnya.

2) Data Heteroskedastik dengan *Outlier*

a) Membangkitkan Variabel Bebas

Membangkitkan variabel bebas x_1 , x_2 dan x_3 dimana $x_1 \sim N(1,2)$, $x_2 \sim N(2,1)$ dan $x_3 \sim N(4,3)$ menggunakan bantuan fungsi `rnorm` pada program R.

b) Menentukan Beta

Menentukan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan $\beta_2$untuk membangkitkan variabel tak bebas y.

c) Menambahkan pencilan

Untuk menambahkan data pencilan pada variabel bebas X adalah dengan mencari nilai maksimum masing masing variabel bebas X kemudian dijumlahkan dengan empat kali standar deviasi masing-masing variabel.

$$\max(X) + (4 \times st.dev)$$

Penelitian ini ditambahkan 50 pencilan data.

d) Menentukan Varian

Menentukan varian untuk menjamin data yang dihasilkan heteroskedastisitas yang diperoleh dari hasil $0{,}01 \times (X \times \beta)^2$ dimana X yang digunakan adalah yang setelah ditambahkan pencilan.

e) Menentukan *Error*

Error diasumsikan berdistribusi normal dengan ukuran sample sebanyak $n = 500$, mean=0 dan standar deviasi diperoleh dari akar varian yang didapat sebelumnya.

f) Membangkitkan Variabel Tak Bebas (y)

Variabel tak bebas (y) dibangkitkan dengan acuan $y = \beta X + \varepsilon$

Diperoleh dari β dan X (pencilan) yang telah didefinisikan dan ε yang didapat sebelumnya.

3) Data Homoskedastik

a) Membangkitkan Variabel Bebas

Membangkitkan variabel bebas x_1 , x_2 dan x_3 dimana $x_1 \sim N(1,2)$, $x_2 \sim N(2,1)$ dan $x_3 \sim N(4,3)$ menggunakan bantuan fungsi `rnorm` pada program R.

b) Menentukan Beta

Menentukan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan $\beta_2$untuk membangkitkan variabel tak bebas y.

c) Menentukan Varian

Menentukan varian untuk menjamin data yang dihasilkan homoskedastisitas, maka varian diasumsikan konstan yaitu 2

d) Menentukan *Error*

Error diasumsikan berdistribusi normal dengan ukuran sample sebanyak $n = 500$, mean=0 dan standar deviasi diperoleh dari akar varian yang didapat sebelumnya.

e) Membangkitkan Variabel Tak Bebas (y)

Variabel tak bebas (y) dibangkitkan dengan acuan $y = \beta X + \varepsilon$

Diperoleh dari β dan X yang telah didefinisikan dan ε yang didapat sebelumnya.

b. Tahap Estimasi

1) Melakukan estimasi dengan metode kuadrat terkecil. Estimasi ini bertujuan apakah estimasi telah memenuhi sifat *BLUE*.
2) Melakukan uji asumi yaitu asumsi kenormalan dan asumsi homoskedastisitas.

   Uji asumsi homoskedastisitas dilakukan dengan menggunakan salah satu uji homoskedastisitas, yaitu uji Breusch Pagan dengan melihat nilai $p - value$. Jika nilai $p - value$ kurang dari α maka terindikasi adanya heteroskedastisitas.
3) Setelah terdeteksi adanya heteroskedastisitas, maka dilakukan estimasi dengan metode yang dapat menetralisir asumsi homoskedastisitas yaitu dengan metode regresi kuantil median dan metode *Weighted Least Square* (WLS).
4) Melakukan uji asumsi kembali terhadap metode WLS yaitu asumsi kenormalan dan asumsi homoskedastisitas.

   Uji asumsi homoskedastisitas dapat diketahui dengan menggunakan uji Breusch Pagan-Godfrey dengan melihat nilai $p - value$. Jika nilai $p - value$ lebih besar dari nilai α maka asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi.
5) Membandingkan hasil uji asumsi dari masing-masing metode estimasi yang digunakan dengan membandingkan nilai AIC
6) Menarik kesimpulan metode manakah yang lebih baik digunakan dalam mengatasi heteroskedastisitas pada data simulasi dalam penelitian ini.

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Heteroskedastik

4.1.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik

Tahap pertama yang dilakukan dalam penyelesaian ini adalah melakukan estimasi dengan metode kuadrat terkecil. Estimasi parameter metode kuadrat terkecil dilakukan menggunakan bantuan program R dengan *syntax* seperti pada lampiran B.1.2. Hasil estimasi, standar *error*, seta hasil uji signifikasi metode kuadrat terkecil tersaji pada tabel 4.1

Tabel 4.1 Hasil estimasi parameter metode kuadrat terkecil pada data heteroskedastik

Variabel	Estimasi	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$	sig
	1,56308	0,09606	16,27	$< 2e$-16	***
x_1	1,21887	0,01934	63,01	$< 2e$-16	***
x_2	2,01858	0,02029	99,48	$< 2e$-16	***
x_3	0,76325	0,02052	37,20	$< 2e$-16	***

Keterangan kode signifikasi:

*** = sangat signifikan

** = signifikan

Ns = tidak signifikan

Dari tabel 4.1 diatas diperoleh model estimasi

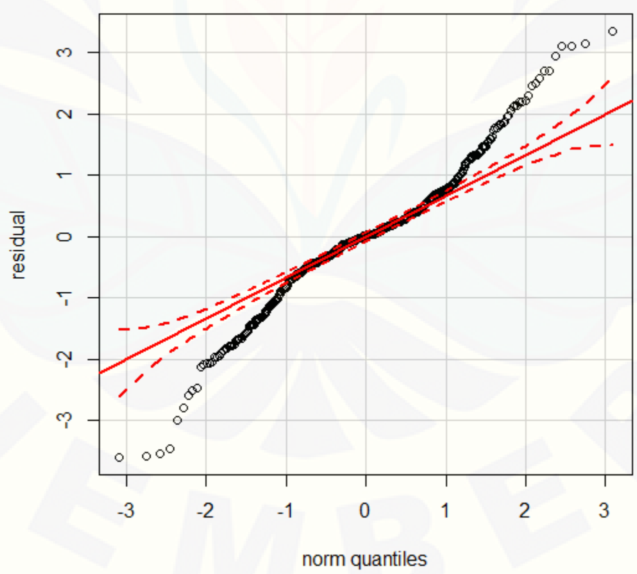
$$y = 1,56308 + 1,21887x_1 + 2,01858x_2 + 0,76325x_3$$

Nilai $p-value$ menyatakan tingkat taraf kepercayaan terkecil dimana data observasi menunjukkan H_0 harus ditolak (Wackery *et al.*, 2008). Besarnya $p-value$ mmpengaruhi tingkat signifikasi suatu parameter. Suatu parameter dikatakan sangat signifikan (***) jika $p - value \leq 0{,}01$, signifikan (**) jika $0{,}01 < p - value \leq 0{,}05$, dan tidak signifikan untuk $p - value > 0{,}05$ (Tirta, 2009).

Tahapan selanjutnya adalah melakukan uji kebaikan model dengan melihat nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*). Semakin kecil nilai *AIC* maka model semakin baik. Estimasi metode kuadrat terkecil diperoleh nilai *AIC* sebesar 2347,576. Namun untuk mengetahui bahwa hasil estimasi tersebut mengandung heteroskedastisitas atau tidak maka selanjutnya adalah dilakukan pengujian asumsi klasik terhadap asumsi kenormalan dan asumsi homoskedastisitas. Jika salah satu asumsi tidak terpenuhi maka hasil estimasi dengan metode kuadrat terkecil tidak lagi dapat dipercaya.

4.1.2 Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik

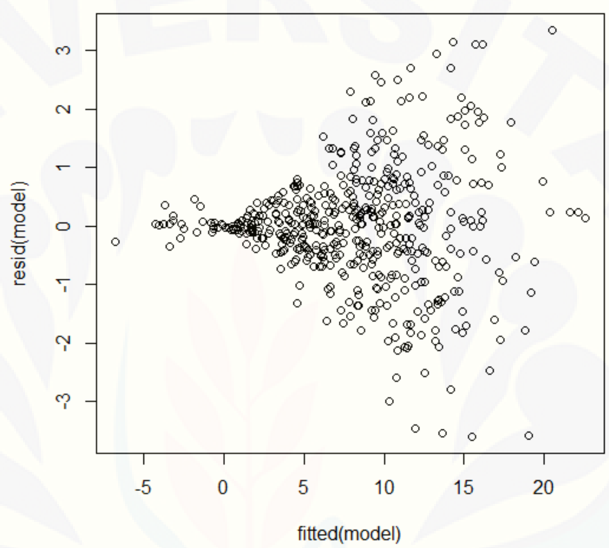
Pengujian asumsi klasik terhadap asumsi kenormalan dilakukan dengan mengamati plot residual model estimasi metode kuadrat terkecil.



Gambar 4.1 Hasil uji asumsi kenormalan metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data heteroskedastik

Gambar 4.1 menunjukan bahwa pada grafik QQ-plot terlihat titik-titik tidak mengikuti dan menjauhi garis regresinya sehingga dapat disimpulkan bahwa model *error* tidak mengikuti sebaran normal. Uji asumsi kenormalan dengan uji *Shaphiro Wilk* dilakukan dengan program R dengan *syntax* B.2.4 diperoleh nilai $p - value$ sebesar 3,112e-12 yang lebih kecil α sebesar 0,05 yang berarti data tidak berdistribusi normal.

Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas dengan cara nonformal yaitu melihat grafik nilai y yang telah diprediksi (sumbu Y) dan residual (sumbu X).



Gambar 4.2 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data heteroskedastik

Gambar 4.2 menunjukkan bahwa terdapat pola grafik pada sebaran data. Hal ini dapat mengindikasi bahwa terdapat heteroskedastisitas pada data namun keputusan asumsi homoskedastisitas belum sepenuhnya dapat dipercaya sehingga uji dilakukan pengujian dengan uji formal. Hasil pengujian dengan uji *Breusch-Pagan* dilakukan dengan program R dengan *syntax* B.2.5 tersaji pada tabel 4.2.

Tabel 4.2 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan *Breusch-Pagan* pada data heteroskedastik

BP	df	$p - value$
89,688	3	2,2e-16

Nilai $p-value$ diperoleh 2,2e-16 kurang dari nilai α 0,05. $p-value$ kurang dari α menunjukkan adanya heteroskedastisitas. Berdasarkan pengujian asumsi tersebut diketahui bahwa asumsi homoskedastisitas belum terpenuhi, maka hasil estimasi dengan metode kuadrat terkecil tidak lagi dapat dipercaya, sehingga selanjutnya akan dilakukan estimasi dengan regresi kuantil median dan regresi *Weighted Least Square*.

4.1.3 Estimasi dengan Metode Regresi Kuantil Median pada Data Heteroskedastik

Regresi kuantil median mendefinisikan median sebagai solusi untuk meminimumkan jumlah absolut *error*. Langkah dalam estimasi kuantil median adalah melakukan estimasi pada setiap kuantil ke-τ, sehingga diperoleh nilai dugaan untuk setiap koefisien regresi pada setiap kuantilnya. Selanjutnya memilih nilai dugaan pada median kuantil sebagai nilai dari koefisien regresi dugaannya. Estimasi dengan regresi kuantil median dilakukan dengan program R dengan *syntax* B.2.2. hasil estimasi dengan regresi kuantil median ditunjukkan pada tabel.

Tabel 4.3 Hasil estimasi koefisien β_0 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_0	0,05	1,03100	0,16312	6,32039	0,00000
	0,10	1,10692	0,10950	10,10869	0,00000
	0,15	1,21647	0,08490	14,32868	0,00000
	0,20	1,24602	0,05755	21,65066	0,00000
	0,25	1,23668	0,04819	25,66133	0,00000
	0,30	1,28593	0,06055	21,23735	0,00000
	0,35	1,33603	0,05775	23,13392	0,00000
	0,40	1,36286	0,05390	25,28428	0,00000
	0,45	1,37762	0,03234	42,59448	0,00000
	0,50	**1,41183**	**0,04168**	**33,87563**	**0,00000**
	0,55	1,42139	0,03473	40,92884	0,00000

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_0	0,60	1,48704	0,04295	34,62298	0,00000
	0,65	1,49873	0,06241	24,01341	0,00000
	0,70	1,53681	0,06376	24,10346	0,00000
	0,75	1,60713	0,07713	20,83562	0,00000
	0,80	1,68422	0,09693	17,37638	0,00000
	0.85	1,75865	0,11535	15,24608	0,00000
	0,90	1,90694	0,16384	11,63907	0,00000
	0,95	2,20140	0,23907	9,20830	0,00000

Pada tabel 4.3 median kuantil terdapat pada kuantil 0,50. Hasil pengujian regresi dugaan untuk β_0 pada kuantil median 0,50 menunjukkan koefisen dugaannya sebesar 1,41183 sangat signifikan dengan nilai $p - value$ sebesar 0,00000 yang kurang dari nilai $\alpha = 0{,}05$.

Tabel 4.4 Hasil estimasi koefisien β_1 pada setiap kuantil untuk pada data heteroskedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_1	0,05	1,11607	0,04040	27,62340	0,00000
	0,10	1,11481	0,01123	99,23445	0,00000
	0,15	1,13734	0,00899	126,50310	0,00000
	0,20	1,14095	0,01940	58,81881	0,00000
	0,25	1,14528	0,01493	76,71661	0,00000
	0,30	1,16494	0,01754	66,41114	0,00000
	0,35	1,18211	0,01372	86,18455	0,00000
	0,40	1,19396	0,01491	80,10350	0,00000
	0,45	1,20540	0,01477	81,60118	0,00000
	0,50	**1,21667**	**0,01464**	**83,10488**	**0,00000**
	0,55	1,22505	0,01019	120,17946	0,00000

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_1	0,60	1,22550	0,01196	102,42768	0,00000
	0,65	1,23351	0,01580	78,04966	0,00000
	0,70	1,23642	0,01074	115,09310	0,00000
	0,75	1,25432	0,01650	76,03420	0,00000
	0,80	1,24883	0,02001	62,41668	0,00000
	0.85	1,27880	0,02228	57,39780	0,00000
	0,90	1,27557	0,03376	37,78198	0,00000
	0,95	1,36099	0,04028	33,78576	0,00000

Hasil estimasi terhadap koefisien β_1 pada tabel 4.4 median kuantil yang ditunjukkan pada kuantil 0,50 menunjukkan nilai koefisien regresi dugaan untuk β_1 sebesar 1,21667. Nilai tersebut sangat signifikan dengan nilai $p - value$ 0,00000.

Tabel 4.5 Hasil estimasi koefisien β_2 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_2	0,05	1,78617	0,04149	43,05454	0,00000
	0,10	1,82033	0,01784	102,03980	0,00000
	0,15	1,85687	0,01822	101,90190	0,00000
	0,20	1,89043	0,02298	82,27066	0,00000
	0,25	1,91070	0,01669	114,46723	0,00000
	0,30	1,92667	0,01683	114,46102	0,00000
	0,35	1,94834	0,01722	113,12908	0,00000
	0,40	1,97202	0,01658	118,94819	0,00000
	0,45	1,99576	0,01576	126,61351	0,00000
	0,50	**2,01104**	**0,01794**	**112,11558**	**0,00000**
	0,55	2,03857	0,01448	140,76608	0,00000
	0,60	2,06860	0,01498	138,10676	0,00000

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_2	0,65	2,08940	0,01604	130,28694	0,00000
	0,70	2,11328	0,01380	153,14111	0,00000
	0,75	2,12306	0,02006	105,81989	0,00000
	0,80	2,13876	0,02027	105,51119	0,00000
	0.85	2,17252	0,02640	82,28328	0,00000
	0,90	2,16815	0,03705	58,52528	0,00000
	0,95	2,20207	0,04722	46,63889	0,00000

Estimasi terhadap koefisien β_2 pada tabel 4.5 median kuantil 0,50 diperoleh nilai koefisien dugaan untuk β_2 sebesar 2,01104 dengan nilai $p - value$ 0,0000 yang sangat signifikan pada α sebesar 0,05.

Tabel 4.6 Hasil estimasi koefisien β_3 pada setiap kuantil pada data heteroskedatik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_3	0,05	0,66345	0,04502	14,73561	0,00000
	0,10	0,69585	0,02852	24,39438	0,00000
	0,15	0,71779	0,02319	30,95463	0,00000
	0,20	0,73610	0,01925	38,23936	0,00000
	0,2	0,76180	0,01487	51,23161	0,00000
	0,30	0,76916	0,01753	43,88130	0,00000
	0,35	0,77371	0,01494	51,78255	0,00000
	0,40	0,78334	0,01403	55,82139	0,00000
	0,45	0,79290	0,01073	73,92554	0,00000
	0,50	**0,79932**	**0,01312**	**60,91738**	**0,00000**
	0,55	0,81259	0,01013	80,22473	0,00000
	0,60	0,81515	0,01255	64,96282	0,00000

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_3	0,65	0,83052	0,01575	52,72168	0,00000
	0,70	0,84144	0,01684	49,95923	0,00000
	0,75	0,83753	0,01896	44,18470	0,00000
	0,80	0,84030	0,02373	35,40672	0,00000
	0.85	0,84772	0,02887	29,36024	0,00000
	0,90	0,85998	0,03916	21,95852	0,00000
	0,95	0,88129	0,05190	16,97982	0,00000

Hasil estimasi koefisien regresi dugaan β_3 pada tabel 4.6 median kuantil 0,50 diperoleh nilai koefisien dugaan untuk β_2 sebesar 0,79932 dengan nilai $p-value$ 0,00000 yang sangat signifikan pada nilai α sebesar 0,05.

Hasil koefisien $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan β_3 pada median kuantil diperoleh model regresi kuantil median adalah:

$$y = 1{,}41183 + 1{,}21667x_1 + 2{,}01104x_2 + 0{,}79932x_3$$

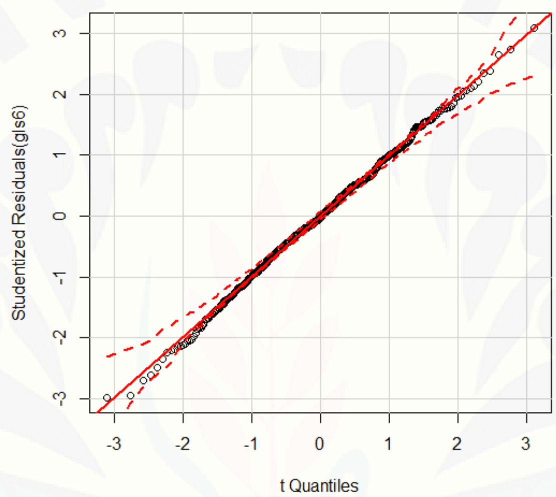
dengan nilai AIC sebesar 2095,65. Nilai AIC sebesar 2095,65 dianggap model sudah lebih baik dari model dengan estimasi metode kuadrat terkecil.

4.1.4 Estimasi dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dan Uji Asumsi Homoskedastisitas pada Data Heteroskedastik

Weighted Least Square (WLS) aadalah bentuk pengembangan estimasi *Least Square*. Heteroskedastisitas dapat diselesaikan dengan transformasi data melalui pembobotan suatu faktor yang tepat. Data yang telah diboboti kemudian dilakukan estimasi kembali dengan metode kuadrat terkecil. Pemilihan suatu faktor untuk pembobotan diasumsikan jika bahwa pola varian residu (sisaan) proporsional dengan $[E(Y_i)]^2$, sehingga pembobotan dibagi dengan $E(Y_i)$. Jika sisaaan proporsional terhadap X_i, maka pembobotan akan dibagi dengan $\frac{1}{\sqrt{X_i}}$ (Maziyya, *et al*, 2015). Penelitian ini, faktor pembobot yang akan dianalisis adalah $\frac{1}{\sqrt{X_i}}$. Estimasi WLS dalam penelitian ini dibantu dengan program R dengan *syntax* C.6. Hasil nilai AIC setelah dilakukan pembobotan dengan $\frac{1}{\sqrt{x_1}}$ dengan menunjukkan AIC sebesar 255,4948. Model yang diperoleh dari estimasi dengan WLS ini adalah

$$y = 1{,}40291 - 0{,}70495x_1 - 0{,}79998x_2 - 0{,}30299x_3$$

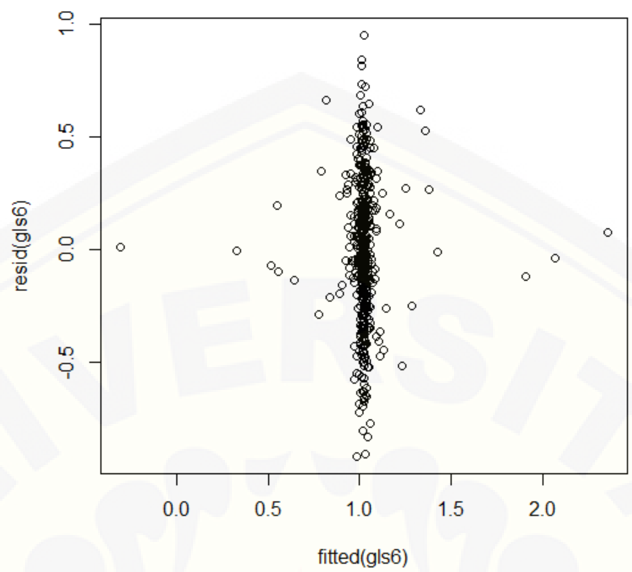
Setelah dilakukan transformasi dengan WLS, maka dilakukan uji asumsi kenormalan dengan asumsi homoskedastisitas. Uji asumsi kenormalan dengan grafik dapat dilihat dari gambar .



Gambar 4.3 Hasil uji asumsi kenormalan metode *Weighted Least Square* dengan grafik pada data heteroskedastik

Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa sebaran berada disekitar garis linier, sehingga sehingga dapat dikatakan bahwa *error* mengikuti sebaran normal. Uji asumsi kenormalan dengan uji *Shapiro-Wilk* diperoleh nilai $p - value$ sebesar 0,9074 yang lebih besar α sebesar 0,05 yang berarti data berdistribusi normal.

Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas dengan cara nonformal yaitu melihat grafik nilai y yang telah diprediksi (sumbu X) dan residual (sumbu Y).



Gambar 4.4 Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas metode WLS dengan grafik pada data heteroskedastik

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa grafik pada sebaran data tidak menunjuukan pola tertentu seperti pada estimasi metode kuadrat terkecil. Hal ini dapat dikatakan bahwa asumsi homooskedastisitas telah terpenuhi setelah dilakukan estimasi dengan regresi WLS, namun keputusan asumsi homoskedastisitas belum sepenuhnya dapat dipercaya sehingga uji dilakukan pengujian dengan uji *Breusch-Pagan.* Hasil pengujian dengan uji *Breusch-Pagan* tersaji pada tabel 4.7.

Tabel 4.7 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode WLS dengan *Breusch-Pagan* pada data heteroskedastik

Faktor Pembobot	${\chi^2}_{hitung}$	${\chi^2}_{tabel}$	$p - value$	$\alpha = 0{,}05$	Keputusan
$\frac{1}{\sqrt{x_1}}$	0,7813	7,81437	0,8539	$p - value > \alpha$	Homoskedastisitas

Tabel 4.7 menunjukkan bahwa asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi ketika dilakukan pembobotan dengan $\frac{1}{\sqrt{x_i}}$. Nilai $p - value$ pada pembobot tersebut menunjukkan nilai lebih besar dari $\alpha = 0{,}05$. Berdasarkan hasil tersebut dapat

disimpulkan bahwa metode *Wieghted Least Square* (WLS) dapat menyelesaikan heteroskedastisitas dengan faktor-faktor pembobot tertentu.

4.1.5 Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square (WLS)* pada Data Heteroskedastik

Perbandingan metode regresi kuantil median dengan metode *Wieghted Least Square* (WLS) dapat dilakukan dengan membandingkan nilai AIC dari kedua metode.

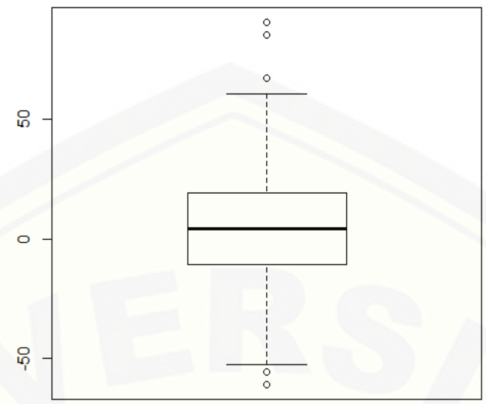
Tabel 4.8 Perbandingan nilai AIC Metode WLS dan regresi kuantil median pada data heteroskedastik

Metode	AIC
Regresi Kuantil Median	2095,65
Weighted Least Square (WLS)	255,4948

Berdasarkan tabel 4.8 dapat dilihat bahwa nilai AIC metode WLS lebih kecil dari regresi kuantil median yaitu 255,4948< 2095,65. Model yang diperoleh metode WLS dianggap model yang lebih baik karena nilai AIC yang lebih kecil dari metode regresi kuantil median. Dapat disimpulkan bahwa metode WLS lebih baik digunakan dalam menyelesaikan masalah heteroskedastisitas untuk memenuhi salah satu asumsi dalam estimasi parameter.

4.2 Data Heteroskedastik dengan *Outlier*

Sebelum dilakukan analisis pada data, maka dilakukan pengujian apakah data benar benar mengandung pencilan atau tidak. Untuk melihat ada tidaknya pencilan pada data dapat dilihat dengan boxplot dari variaber terikat *y*. Hasil pengujian dengan boxplot tersaji dalam gambar 4.5.



Gambar 4.5 Hasil pengujian pencilan pada data heteroskedastik dengan *outlier*

Berdasarkan gambar, dapat dilihat adanya titik-titik diatas berarti data bener-benar terdapat *outlier* (pencilan) didalam data.

4.2.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil untuk Data Heteroskedastik dengan *Outlier*

Hasil estimasi metode kuadrat terkecil pada data heteroskedastik dengan pencilan (*outlier*) tersaji pada tabel 4.9

Tabel 4.9 Hasil estimasi parameter metode kuadrat terkecil pada data heteroskedastik dengan *outlier*

Variabel	Estimasi	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$	sig
	1,308298	0,108911	12,01	$< 2e$-16	***
x_1	1,185728	0,047757	24,82	$< 2e$-16	***
x_2	2,021192	0,012529	161,32	$< 2e$-16	***
x_3	0,807100	0,005068	159,24	$< 2e$-16	***

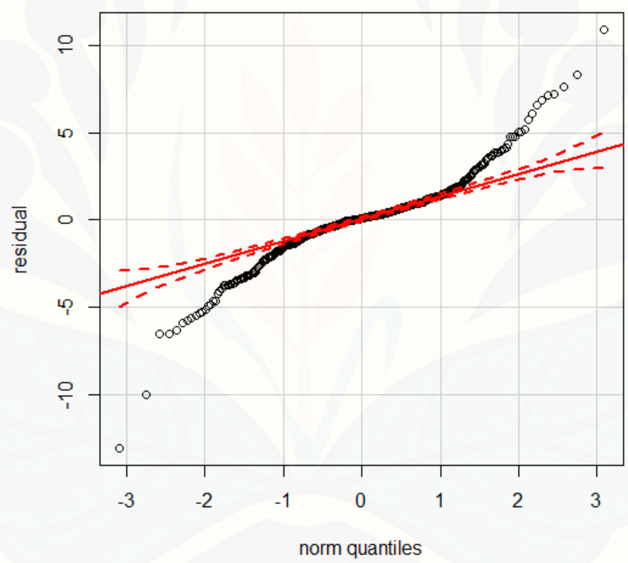
Dari tabel 4.10 diatas diperoleh model estimasi

$$y = 1{,}308928 + 1{,}185728x_1 + 2{,}021192x_2 + 0{,}807100x_3$$

Tahapan selanjutnya adalah melakukan uji kebaikan model dengan melihat nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*). Semakin kecil nilai AIC maka model semakin baik. Estimasi metode kuadrat terkecil diperoleh nilai *AIC* sebesar 2230,521. Namun untuk mengetahui bahwa hasil estimasi tersebut mengandung heteroskedastisitas atau tidak maka selanjutnya adalah dilakukan pengujian asumsi klasik terhadap asumsi kenormalan dan asumsi homoskedastisitas. Jika salah satu asumsi tidak terpenuhi maka hasil estimasi dengan metode kuadrat terkecil tidak lagi dapat dipercaya.

4.2.2 Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik dengan *Outlier*

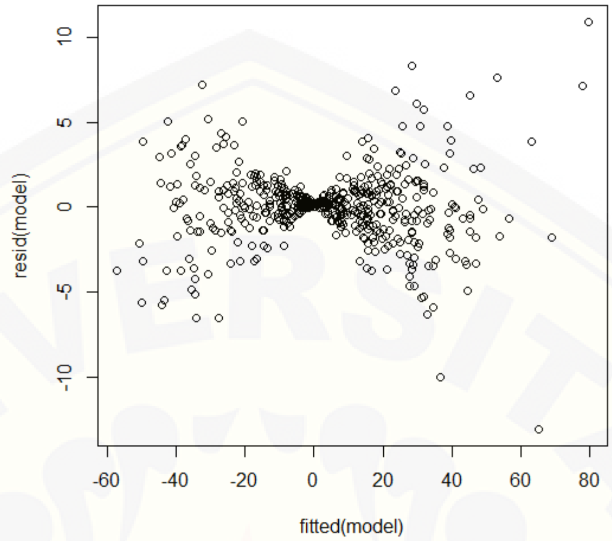
Pengujian asumsi klasik terhadap asumsi kenormalan dilakukan dengan mengamati plot residual model estimasi metode kuadrat terkecil.



Gambar 4.6 Hasil uji asumsi kenormalan metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data heteroskedastik dengan *outlier*

Gambar 4.6 menunjukan bahwa pada grafik QQ-plot terlihat titik-titik tidak mengikuti dan menjauhi garis linier sehingga dapat disimpulkan bahwa model *error* tidak mengikuti sebaran normal. diperoleh nilai $p - value$ sebesar 5,289*e*-16 yang lebih kecil α sebesar 0,05 yang berarti data tidak berdistribusi normal.

Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas dengan cara nonformal yaitu melihat grafik nilai y yang telah diprediksi (sumbu Y) dan residual (sumbu X).



Gambar 4.7 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan grafik untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa terdapat pola grafik pada sebaran data. Hal ini dapat mengindikasi bahwa terdapat heteroskedastisitas pada data namun keputusan asumsi homoskedastisitas belum sepenuhnya dapat dipercaya sehingga uji dilakukan pengujian dengan uji formal. Hasil pengujian dengan uji *Breusch-Pagan* tersaji pada tabel 4.10.

Tabel 4.10 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan *Breusch-Pagan* untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

BP	df	$p - value$
19,4572	3	0,0002199

Nilai $p - value$ diperoleh 0,0002199 kurang dari nilai α 0,05. $p - value$ kurang dari α menunjukkan adanya heteroskedastisitas. Berdasarkan pengujian asumsi tersebut diketahui bahwa terdapat pelanggaran heteroskedasisitas, maka hasil estimasi dengan metode kuadrat terkecil tidak lagi dapat dipercaya, sehingga selanjutnya akan dilakukan estimasi dengan regresi kuantil median dan regresi *Weighted Least Square*.

4.2.3 Estimasi dengan Metode Regresi Kuantil Median untuk Data Heteroskedastik dengan *Outlier*

Hasil estimasi dengan regresi kuantil median ditunjukkan pada tabel.

Tabel 4.11 Hasil estimasi koefisien β_0 pada setiap kuantil untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_0	0,05	-2,31175	0,35813	-6,45504	0,00000
	0,10	-1,30485	0,26155	-4,98889	0,00000
	0,15	-0,33276	0,25521	-1,30388	0,19288
	0,20	0,08127	0,17909	0,45381	0,65017
	0,25	0,46708	0,14842	3,14704	0,00175
	0,30	0,78560	0,11768	6,67568	0,00000
	0,35	0,95687	0,09071	10,54902	0,00000
	0,40	1,16069	0,07830	14,82344	0,00000
	0,45	1,29177	0,06812	18,96246	0,00000
	0,50	**1,41790**	**0,05701**	**24,86966**	**0,00000**
	0,55	1,52966	0,06847	22,34155	0,00000
	0,60	1,64167	0,07275	22,56549	0,00000
	0,65	1,75989	0,07567	23,25645	0,00000
	0,70	2,01236	0,08831	22,78776	0,00000
	0,75	2,21478	0,10478	21,13655	0,00000
	0,80	2,45261	0,12167	20,15810	0,00000
	0.85	2,87144	0,15199	18,89177	0,00000
	0,90	3,29646	0,30981	10,64038	0,00000
	0,95	5.19819	0,45995	11,30166	0,00000

Hasil pengujian regresi dugaan untuk β_0 pada kuantil median 0,50 menunjukkan koefisen dugaannya sebesar 1,41790 sangat signifikan dengan nilai $p-value$ sebesar 0,00000 yang kurang dari nilai $\alpha = 0{,}05$.

Tabel 4.12 Hasil estimasi koefisien β_1 pada setiap kuantil untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,05	1,23650	0,10502	11,77357	0,00000
	0,10	1,20433	0,10356	11,62912	0,00000
	0,15	1,20421	0,10418	11,55942	0,00000
	0,20	1,19830	0,07159	16,73801	0,00000
	0,25	1,16105	0,05783	20,07519	0,00000
	0,30	1,14427	0,05017	22,80601	0,00000
	0,35	1,17893	0,04184	28,17834	0,00000
	0,40	1,16681	0,03539	32,97437	0,00000
	0,45	1,18552	0,02965	39,98334	0,00000
	0,50	**1,18007**	**0,02597**	**45,44684**	**0,00000**
	0,55	1,16783	0,02760	42,31367	0,00000
	0,60	1,17488	0,02786	42,16960	0,00000
	0,65	1,18975	0,03163	37,61755	0,00000
	0,70	1,16107	0,03888	29,86593	0,00000
	0,75	1,18778	0,04079	29,11693	0,00000
	0,80	1,20791	0,04447	27,16370	0,00000
	0.85	1,19201	0,04072	29,27367	0,00000
	0,90	1,25543	0,12530	10,01943	0,00000
	0,95	1,09603	0,18448	5,94131	0,00000

Hasil estimasi terhadap koefisien β_1 pada tabel 4.12 median kuantil yang ditunjukkan pada kuantil 0,50 menunjukkan nilai koefisien regresi dugaan untuk β_1 sebesar 1,8007. Nilai tersebut sangat signifikan dengan nilai $p - value$ 0,00000.

Tabel 4.13 Hasil estimasi koefisien β_2 pada setiap kuantil untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_2	0,05	2,05568	0,02928	70,21382	0,00000
	0,10	2,05290	0,02816	72,89682	0,00000
	0,15	2,01980	0,02826	71,46200	0,00000
	0,20	2,01128	0,01944	103,48298	0,00000
	0,25	1,99637	0,01574	126,82843	0,00000
	0,30	1,99816	0,01331	150,07392	0,00000
	0,35	1,99686	0,01102	181,22268	0,00000
	0,40	1,99869	0,00932	214,55922	0,00000
	0,45	1,99507	0,00779	256,17486	0,00000
	0,50	**1,99495**	**0,00694**	**287,61675**	**0,00000**
	0,55	1,99627	0,00736	271,34757	0,00000
	0,60	1,99786	0,00739	270,42259	0,00000
	0,65	1,99494	0,00801	249,15801	0,00000
	0,70	2,00508	0,01010	198,54622	0,00000
	0,75	2,01191	0,01074	187,35015	0,00000
	0,80	2,00892	0,01277	157,26082	0,00000
	0.85	2,01695	0,01280	157,52417	0,00000
	0,90	2,02044	0,03389	59,62377	0,00000
	0,95	1,99493	0,04754	41,96168	0,00000

Estimasi terhadap koefisien β_2 pada tabel 4.13 median kuantil 0,50 diperoleh nilai koefisien dugaan untuk β_2 sebesar 1,99495 dengan nilai $p - value$ 0,0000 yang sangat signifikan pada α sebesar 0,05.

Tabel 4.14 Hasil Estimasi Koefisien β_3 pada setiap Kuantil untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_3	0,05	0,79750	0,01161	68,69187	0,00000
	0,10	0,79366	0,01042	76,16641	0,00000
	0,15	0,79771	0,01049	76,06530	0,00000
	0,20	0,79669	0,00725	109,93747	0,00000
	0,25	0,79812	0,00589	135,44706	0,00000
	0,30	0,80131	0,00526	152,23972	0,00000
	0,35	0,80083	0,00451	177,65355	0,00000
	0,40	0,79749	0,00377	211,51410	0,00000
	0,45	0,79830	0,00314	254,38157	0,00000
	0,50	**0,79997**	**0,00273**	**293,18279**	**0,00000**
	0,55	0,80215	0,00289	277,35418	0,00000
	0,60	0,80202	0,00297	270,21736	0,00000
	0,65	0,80098	0,00352	227,39766	0,00000
	0,70	0,80446	0,00425	189,37175	0,00000
	0,75	0.80619	0,00449	179,49515	0,00000
	0,80	0,80760	0,00448	180,27286	0,00000
	0.85	0,81766	0,00441	185,47636	0,00000
	0,90	0,82461	0,01253	65,83054	0,00000
	0,95	0,84332	0,01986	42,45423	0,00000

Hasil estimasi koefisien regresi dugaan β_3 pada tabel 4.14 median kuantil 0,50 diperoleh nilai koefisien dugaan untuk β_2 sebesar 0,79997 dengan nilai $p - value$ 0,00000 yang sangat signifikan pada nilai α sebesar 0,05.

Hasil koefisien $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan β_3 pada median kuantil diperoleh model regresi kuantil median adalah:

$$y = 1{,}41790 + 1{,}18007x_1 + 1{,}99495x_2 + 0{,}79997x_3$$

dengan nilai AIC sebesar 2095,65. Nilai AIC sebesar 2069,525 dianggap model sudah lebih baik dari model dengan estimasi metode kuadrat terkecil pada data yang mengalami heteroskedastisitas dengan *outlier*.

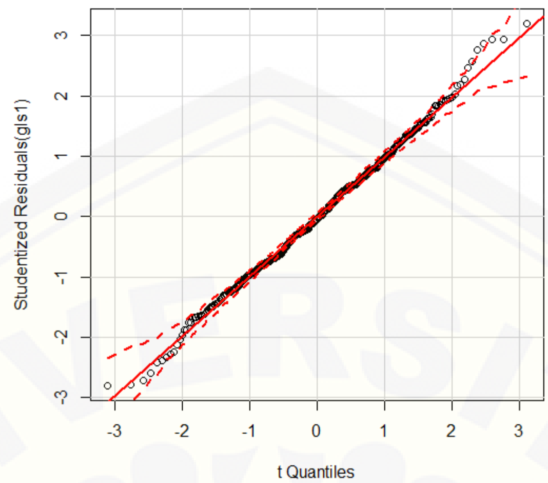
4.2.4 Estimasi dengan Metode WLS dan Uji Asumsi Heteroskedastisitas pada Data yang Mengalami Heteroskedastisitas dengan *Outlier*

Penelitian pada data yang mengalami heteroskedastisitas dengan *outlier* ini faktor pembobot yang akan dianalisis adalah $\frac{1}{\sqrt{x_i}}$. Hasil nilai AIC setelah dilakukan pembobotan dengan $\frac{1}{\sqrt{x_1}}$ dengan menunjukkan 255,4948. Model yang diperoleh dari estimasi dengan WLS ini adalah

$$y = 1{,}079336 - 0{,}083172x_1 - 0{,}174364x_2 - 0{,}067898x_3$$

dengan nilai AIC sebesar 255,4948. Nilai *AIC* yang diperoleh menunjukkan model yang terbaik dari estimasi WLS pada data hetroskedastik dengan *outlier*.

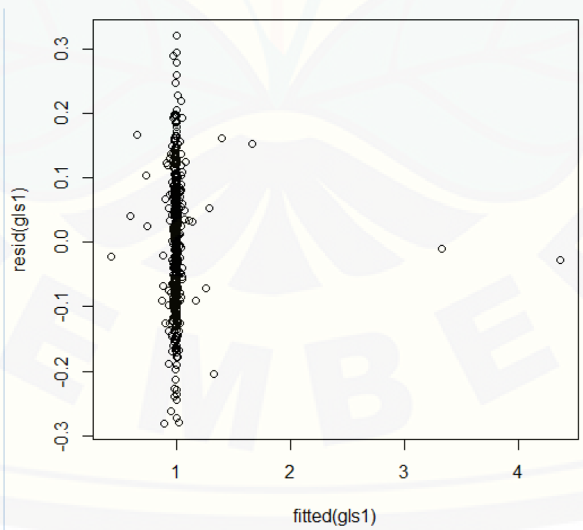
Setelah dilakukan transformasi dengan WLS, maka dilakukan uji asumsi kenormalan dengan asumsi homoskedastisitas. Uji asumsi kenormalan dengan grafik dapat dilihat dari gambar .



Gambar 4.8 Hasil uji asumsi kenormalan metode WLS dengan grafik untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Gambar 4.8 dapat dilihat bahwa sebaran berada disekitar garis linier, sehingga sehingga dapat dikatakan bahwa *error* mengikuti sebaran normal. Uji asumsi kenormalan dengan uji *Shapiro-Wilk* diperoleh nilai $p - value$ sebesar 0,4263 yang lebih besar α sebesar 0,05 yang berarti data berdistribusi normal.

Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas dengan cara grafik nilai y yang telah diprediksi (sumbu X) dan residual (sumbu Y).



Gambar 4.9 Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas metode WLS dengan grafik pada data heteroskedastik dengan *outlier*

Gambar 4.9 menunjukkan bahwa grafik pada sebaran data tidak menunjuukan pola tertentu Hal ini dapat dikatakan bahwa asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi setelah dilakukan estimasi dengan regresi WLS. Hasil pengujian dengan uji *Breusch-Pagan* tersaji pada tabel 4.15.

Tabel 4.15 Hasil uji asumsi heteroskedstisitas metode WLS dengan *Breusch-Pagan* untuk data heteroskedastik dengan *outlier*

Faktor Pembobot	${\chi^2}_{hitung}$	${\chi^2}_{tabel}$	$p-value$	$\alpha = 0{,}05$	Keputusan
$\frac{1}{\sqrt{x_1}}$	0,7813	7,81437	0,8539	$p-value > \alpha$	Homoskedastisitas

Tabel 4.15 menunjukkan bahwa asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi ketika dilakukan pembobotan dengan $\frac{1}{\sqrt{x_i}}$. Nilai $p-value$ pada pembobot tersebut menunjukkan nilai lebih besar dari $\alpha = 0{,}05$. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa metode WLS dapat menyelesaikan heteroskedastisitas.

4.2.5 Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square (WLS)* pada Data Heteroskedastik dengan *Outlier*

Perbandingan metode regresi kuantil median dengan metode *Wieghted Least Square* (WLS) dapat dilakukan dengan membandingkan nilai AIC dari kedua metode.

Tabel 4.16 Perbandingan nilai AIC Metode WLS dan regresi kuantil median pada data heteroskedastik dengan *outlier*

Metode	AIC
Regresi Kuantil Median	2230,521
Weighted Least Square (WLS)	255,4948

Berdasarkan tabel 4.16 dapat dilihat bahwa nilai AIC metode WLS lebih kecil dari regresi kuantil median yaitu 255,4948< 2230,521. Model yang diperoleh metode WLS dianggap model yang lebih baik karena nilai AIC yang lebih kecil dari metode regresi kuantil median. Dapat disimpulkan bahwa metode WLS lebih baik digunakan dalam menyelesaikan masalah heteroskedastisitas pada data heteroskedastik dengan *outlier*.

4.3 Data Homoskedastik

4.3.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil pada Data Homoskedastik

Hasil estimasi metode kuadrat terkecil pada data homoskedastik tersaji pada tabel 4.17.

Tabel 4.17 Hasil estimasi parameter metode kuadrat terkecil pada Data Homoskedastik

Variabel	Estimasi	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$	sig
	1,30895	0,18754	6.98	$9.54\text{e} - 12$	***
x_1	1,22322	0,02964	41.27	$< 2e\text{-}16$	***
x_2	2,07149	0,06218	33.31	$< 2e\text{-}16$	***
x_3	0,78912	0,03144	25.1	$< 2e\text{-}16$	***

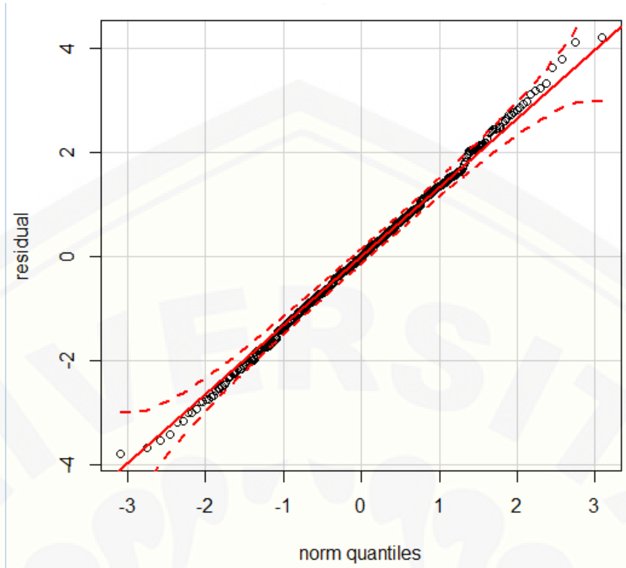
Dari tabel 4.17 diatas diperoleh model estimasi

$$y = 1{,}30895 + 1{,}22322x_1 + 2{,}07149x_2 + 0{,}78912x_3$$

Tahapan selanjutnya adalah melakukan uji kebaikan model dengan melihat nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*). Estimasi metode kuadrat terkecil diperoleh nilai AIC sebesar 1753,092. Namun untuk mengetahui bahwa hasil estimasi tersebut benar memenuhi asumsi homoskedastisitas atau tidak maka selanjutnya adalah dilakukan pengujian terhadap asumsi kenormalan dan asumsi homoskedastisitas.

4.3.2 Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil pada Data Homoskedastik

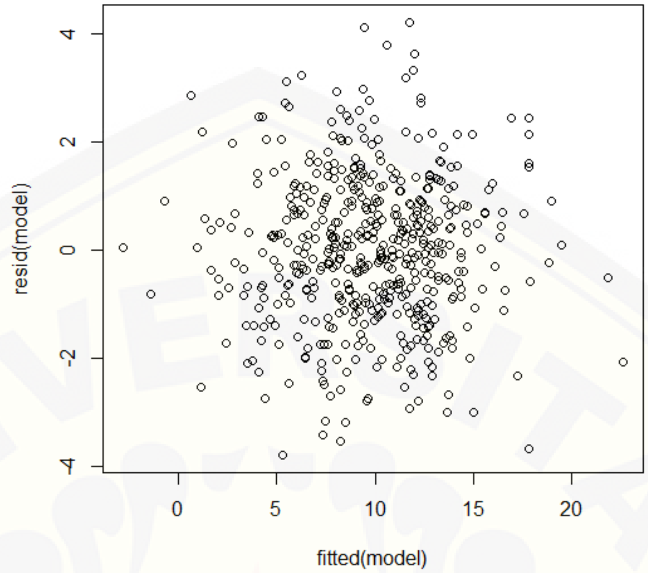
Pengujian asumsi klasik terhadap asumsi kenormalan dilakukan dengan mengamati plot residual model estimasi metode kuadrat terkecil.



Gambar 4.10 Hasil uji asumsi kenormalan metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data homoskedastik

Gambar 4.104 menunjukan bahwa pada grafik terlihat titik-titik mengikuti dan berada disekitar garis linier sehingga dapat disimpulkan bahwa model *error* mengikuti sebaran normal. diperoleh nilai $p - value$ sebesar 0,9389 yang lebih besar α sebesar 0,05 yang berarti data berdistribusi normal.

Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas dengan cara nonformal yaitu melihat grafik nilai y yang telah diprediksi (sumbu Y) dan residual (sumbu X).



Gambar 4.11 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data homoskedastik

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa tidak terdapat pola grafik pada sebaran data. Hal ini dapat dikatakan asumsi homoskedastisitas terpenuhi. Hasil pengujian dengan uji *Breusch-Pagan* tersaji pada tabel 4.18.

Tabel 4.18 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan *Breusch-Pagan* pada data homoskedastik

BP	df	$p - value$
0,5537	3	0,9069

Nilai $p - value$ diperoleh 0,9069 lebih dari nilai α =0,05 berarti telah memenuhi asumsi homoskedastisitas. Asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi, dan asumsi kenormalan terpenuhi. Untuk mendapatkan model terbaik tetap dilakukan estimasi kembali dengan metode regresi kuantil median dan metode *Weighted Least Square* (WLS)

4.3.3 Estimasi dengan Metode Regresi Kuantil Median untuk Data Homoskedastik

Hasil estimasi dengan regresi kuantil median untuk data homoskedastik ditunjukkan pada tabel.

Tabel 4.19 Hasil estimasi koefisien β_0 pada setiap kuantil pada data homokedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_0	0,05	-1,03316	0,36829	-2,80529	0,00522
	0,10	-0,46660	0,34203	-1,36420	0,17312
	0,15	0,01004	0,30896	0,03249	0,97410
	0,20	0,19682	0,25902	0,75987	0,44769
	0,25	0,42556	0,26245	1,62148	0,10555
	0,30	0,63917	0,25742	2,48296	0,01336
	0,35	0,73708	0,21431	3,43928	0,00063
	0,40	0,95343	0,23631	4,03465	0,00006
	0,45	0,90742	0,23801	3,81258	0,00015
	0,50	**1,31835**	**0,22132**	**5,95677**	**0,00000**
	0,55	1,43218	0,22981	6,23208	0,00000
	0,60	1,50900	0,21658	6,96732	0,00000
	0,65	1,59832	0,21416	7,46306	0,00000
	0,70	1,81847	0,24596	7,39333	0,00000
	0,75	2,06186	0,25501	8,08540	0,00000
	0,80	2,40901	0,24831	9,70148	0,00000
	0.85	2,73941	0,31631	8,66046	0,00000
	0,90	3,24093	0,40785	7,94636	0,00000
	0,95	4,11380	0,37796	10,88431	0,00000

Hasil pengujian regresi dugaan untuk β_0 pada kuantil median 0,50 menunjukkan koefisen dugaannya sebesar 1,31835 sangat signifikan dengan nilai $p-value$ sebesar 0,00000 yang kurang dari nilai $\alpha = 0{,}05$.

Tabel 4.20 Hasil estimasi koefisien β_1 pada setiap kuantil untuk data homoskedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,05	1,21763	0,06141	19,82815	0,00000
	0,10	1,20429	0,05062	23,79283	0,00000
	0,15	1,23344	0,04825	25,56337	0,00000
	0,20	1,21742	0,04387	27,74870	0,00000
	0,25	1,21651	0,04035	30,14974	0,00000
	0,30	1,24034	0,04030	30,77919	0,00000
	0,35	1,22479	0,03562	34,38642	0,00000
	0,40	1,22999	0,03686	33,36636	0,00000
	0,45	1,24794	0,03948	31,61272	0,00000
	0,50	**1,23766**	**0,03604**	**34,33907**	**0,00000**
	0,55	1,22607	0,03639	33,69693	0,00000
	0,60	1,24194	0,03464	35,84821	0,00000
	0,65	1,21663	0,03405	35,73403	0,00000
	0,70	1,19029	0,03775	31,53439	0,00000
	0,75	1,17244	0,03803	30,82743	0,00000
	0,80	1,21145	0,03922	30,88659	0,00000
	0.85	1,19554	0,04574	26,13593	0,00000
	0,90	1,19473	0,06003	19,90302	0,00000
	0,95	1,21780	0,05861	20,77799	0,00000

Hasil estimasi terhadap koefisien β_1 pada tabel 4.20 median kuantil yang ditunjukkan pada kuantil 0,50 menunjukkan nilai koefisien regresi dugaan untuk β_1 sebesar 1,23766. Nilai tersebut sangat signifikan dengan nilai $p-value$ 0,00000.

Tabel 4.21 Hasil estimasi koefisien β_2 pada setiap kuantil untuk data homoskedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p - value$
β_2	0,05	2,05027	0,12844	15,96319	0,00000
	0,10	2,07303	0,10898	19,02158	0,00000
	0,15	1,95723	0,10261	19,07391	0,00000
	0,20	2,07750	0,08891	23,36688	0,00000
	0,25	2,02683	0,08464	23,94725	0,00000
	0,30	2,01793	0,08527	23,66445	0,00000
	0,35	2,02777	0,07367	27,52602	0,00000
	0,40	2,05728	0,07575	27,15880	0,00000
	0,45	2,10046	0,08033	26,14781	0,00000
	0,50	**2,05526**	**0,07456**	**27,56337**	**0,00000**
	0,55	2,09675	0,07522	27,87379	0,00000
	0,60	2,10288	0,07007	30,01199	0,00000
	0,65	2,11205	0,06945	30,40985	0,00000
	0,70	2,15483	0,07723	27,90194	0,00000
	0,75	2,16681	0,07951	27,25185	0,00000
	0,80	2,15304	0,08395	25,64781	0,00000
	0.85	2,08211	0,09891	21,04986	0,00000
	0,90	2,04445	0,12773	16,00614	0,00000
	0,95	1,95348	0,11853	16,48145	0,00000

Estimasi terhadap koefisien β_2 pada tabel 4.21 median kuantil 0,50 diperoleh nilai koefisien dugaan untuk β_2 sebesar 2,05526 dengan nilai $p - value$ 0,0000 yang sangat signifikan pada α sebesar 0,05.

Tabel 4.22 Hasil Estimasi Koefisien β_3 pada setiap Kuantil untuk data homoskedastik

Peubah model	Kuantil	Koefisien	Standar *Error*	t_{hitung}	$p-value$
β_3	0,05	0,82275	0,06547	12,56709	0,00000
	0,10	0,78829	0,05244	15,03315	0,00000
	0,15	0,79565	0,05098	15,60657	0,00000
	0,20	0,77830	0,04729	16,45651	0,00000
	0,25	0,80817	0,04279	18,88777	0,00000
	0,30	0,80202	0,04259	18,83017	0,00000
	0,35	0,81373	0,03902	20,85160	0,00000
	0,40	0,80310	0,03947	20,34549	0,00000
	0,45	0,82185	0,04252	19,32910	0,00000
	0,50	**0,79132**	**0,03850**	**20,55389**	**0,00000**
	0,55	0,79503	0,03853	20,63147	0,00000
	0,60	0,80630	0,03708	21,74388	0,00000
	0,65	0,82599	0,03623	22,79686	0,00000
	0,70	0,80247	0,03987	20,12860	0,00000
	0,75	0,79210	0,04045	19,58256	0,00000
	0,80	0,75940	0,04108	18,48531	0,00000
	0.85	0,78366	0,04724	16,59014	0,00000
	0,90	0,75760	0,06356	11.91975	0,00000
	0,95	0,73486	0,06540	11.23625	0,00000

Hasil estimasi koefisien regresi dugaan β_3 pada tabel 4.22 median kuantil 0,50 diperoleh nilai koefisien dugaan untuk β_2 sebesar 0,79132 dengan nilai $p-value$ 0,00000 yang sangat signifikan pada nilai α sebesar 0,05.

Hasil koefisien $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan β_3 pada median kuantil diperoleh model regresi kuantil median adalah:

$$y = 1{,}31835 + 1{,}23766x_1 + 2{,}05526x_2 + 0{,}79132x_3$$

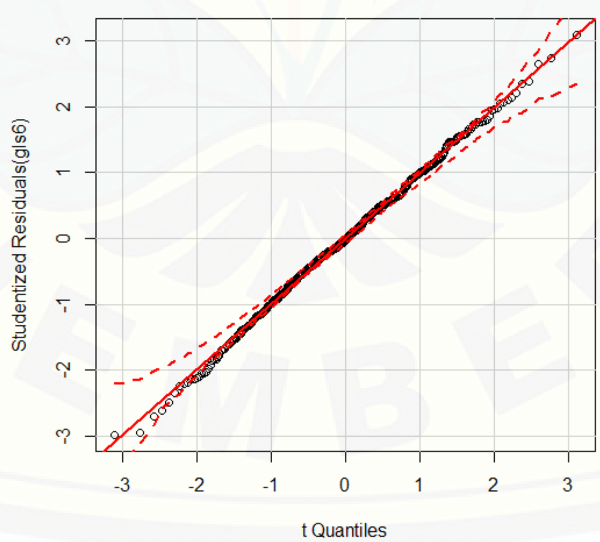
dengan nilai AIC sebesar 1794,22. Nilai AIC sebesar 1794,22 dianggap model sudah lebih baik dari model dengan estimasi metode kuadrat terkecil pada data yang sudah memenuhi asumsi homoskedastisitas.

4.3.4 Estimasi dengan Metode WLS dan Uji Asumsi Homoskedastisitas pada Data Homoskedastik

Penelitian pada data homoskedastisitas ini faktor pembobot yang akan dianalisis adalah $\frac{1}{\sqrt{x_i}}$. Hasil nilai koefisien determinasi AIC setelah dilakukan pembobotan sebesar 255,4948. Model yang diperoleh dari estimasi dengan WLS ini adalah

$$y = 1{,}40291 - 0{,}70495x_1 - 0{,}79998x_2 - 0{,}30299x_3$$

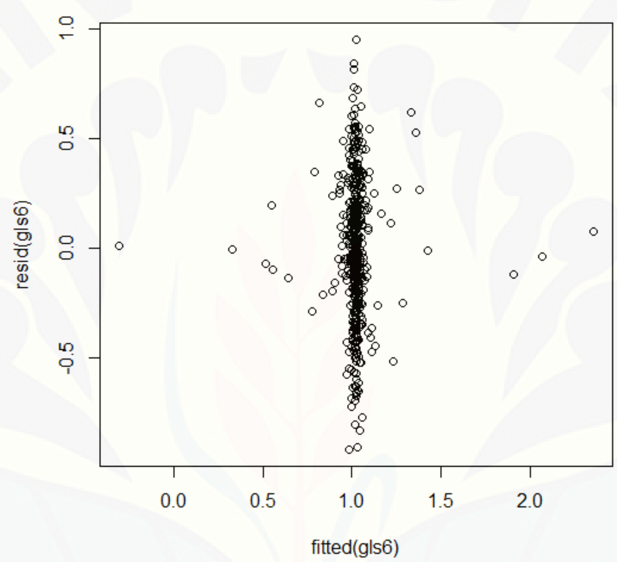
Setelah dilakukan transformasi dengan WLS, maka dilakukan uji asumsi kenormalan dengan asumsi homoskedastisitas. Uji asumsi kenormalan dengan grafik dapat dilihat dari gambar .



Gambar 4.12 Hasil uji asumsi kenormalan metode WLS dengan grafik untuk data homoskedastik

Gambar 4.12 dapat dilihat bahwa sebaran berada disekitar garis linier, sehingga sehingga dapat dikatakan bahwa *error* mengikuti sebaran normal. Uji asumsi kenormalan dengan uji *Shapiro-Wilk* diperoleh nilai $p - value$ sebesar 0,9074 yang lebih besar α sebesar 0,05 yang berarti data berdistribusi normal.

Hasil pengujian asumsi heteroskedastisitas dengan cara grafik nilai y yang telah diprediksi (sumbu X) dan residual (sumbu Y).



Gambar 4.13 Hasil pengujian asumsi homoskedastisitas metode WLS dengan grafik pada data homoskedastik

Gambar 4.13 menunjukkan bahwa grafik pada sebaran data tidak menunjukan pola tertentu. Hal ini dapat dikatakan bahwa asumsi homoskedastisitas tetap terrpenuhi setelah dilakukan estimasi dengan regresi WLS. Hasil pengujian dengan uji *Breusch-Pagan* tersaji pada tabel 4.23.

Tabel 4.23 Hasil uji asumsi heomoskedastisitas metode WLS dengan *Breusch-Pagan* untuk data homoskedastik

Faktor Pembobot	$\chi^2{}_{hitung}$	$\chi^2{}_{tabel}$	$p-value$	$\alpha=0{,}05$	Keputusan
$\frac{1}{\sqrt{x_1}}$	0,7813	7,81437	0,8539	$p-value>\alpha$	Homoskedastisitas

Tabel 4.23 menunjukkan bahwa asumsi homoskedastisitas tetap terpenuhi ketika dilakukan pembobotan dengan $\frac{1}{\sqrt{x_i}}$. Nilai $p-value$ pada pembobot tersebut menunjukkan nilai lebih besar dari $\alpha=0{,}05$. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa metode WLS dapat mempertahankan homoskedastisitas dan memenuhi asumsi kenormalan dengan factor pembobot tertentu.

4.3.5 Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square (WLS)* pada Data Homoskedastik

Perbandingan metode regresi kuantil median dengan metode *Wieghted Least Square* (WLS) dapat dilakukan dengan membandingkan nilai AIC dari kedua metode.

Tabel 4.24 Perbandingan nilai AIC Metode WLS dan regresi kuantil median pada data yang mengalami homoskedastik

Metode	AIC
Regresi Kuantil Median	1794,22
Weighted Least Square (WLS)	255,498

Berdasarkan tabel 4.26 dapat dilihat bahwa nilai AIC metode WLS lebih besar dari regresi kuantil median yaitu 255,498 < 1794,22. Model yang diperoleh metode WLS lebih baik dibanding model regresi kuantil median karena nilai *AIC* metode *Weighted Least Square* lebih kecil dari WLS. Dapat disumpulkan bahwa *Weighted Least Square* (WLS) lebih baik digunakan untuk memperbaiki model untuk data yang sudah memenuhi asumsi homoskedastisitas.

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan pada bab sebelumnya, didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

a. Pada data heteroskedastik

Estimasi dengan regresi kuantil median diperoleh model sebagai berikut $y = 1{,}41183 + 1{,}21667x_1 + 2{,}01104x_2 + 0{,}79932x_3$ dengan nilai AIC sebesar 2095,65. Nilai AIC sebesar 2095,65 dianggap model sudah lebih baik dari model dengan estimasi metode kuadrat terkecil.

Estimasi dengan *Weighted Least Square*(WLS) dilakukan dengan memberi bobot $\frac{1}{\sqrt{x_i}}$. Model yang diperoleh dari estimasi WLS adalah $y = 1{,}40291 - 0{,}70495x_1 - 0{,}79998x_2 - 0{,}30299x_3$, dengan nilai AIC sebesar $255{,}4948$, maka dengan nilai AIC yang diperoleh menunjukkan model yang terbaik dari estimasi WLS dengan masing masing faktor pembobot.

Perbandingan estimasi regresi kuantil median dengan WLS diperoleh nilai AIC regresi kuantil median lebih besar dari *Weighted Least Square* (WLS) yaitu 2095,65 $> 255{,}4948$ .Maka dapat disimpulkan bahwa metode yang lebih baik adalah WLS.

b. Pada data yang mengalami heteroskedastik dengan *outlier*

Estimasi dengan regresi kuantil median diperoleh model sebagai berikut $y = 1{,}41790 + 1{,}18007x_1 + 1{,}99495x_2 + 0{,}79997x_3$ dengan nilai AIC sebesar 2069,65 dianggap model sudah lebih baik dari model dengan estimasi metode kuadrat terkecil.

Estimasi dengan *Weighted Least Square* (WLS) diperoleh model $y = 1{,}079336 - 0{,}083172x_1 - 0{,}17436x_2 - 0{,}067898x_3$, dengan nilai AIC sebesar

255,4948, maka dengan nilai AIC yang diperoleh menunjukkan model yang terbaik dari estimasi WLS dengan masing masing faktor pembobot.

Perbandingan estimasi regresi kuantil median dengan WLS diperoleh nilai AIC regresi kuantil median lebih besar dari WLS yaitu 2069,65 > 255,4948.Maka dapat disimpulkan bahwa metode yang lebih baik adalah WLS pada data heteroskedastik dengan pencilan (*outlier*).

c. Pada data homoskedastik

Estimasi dengan regresi kuantil median diperoleh model sebagai berikut $y = 1{,}31835 + 1{,}23766x_1 + 2{,}05526x_2 + 0{,}79132x_3$ dengan nilai AIC sebesar 1794,22 dianggap model sudah lebih baik dari model dengan estimasi metode kuadrat terkecil.

Estimasi dengan *Weighted Least Square* (WLS) diperoleh model $y = 1{,}40291 - 0{,}70495x_1 - 0{,}79998x_2 - 0{,}30299x_3$, dengan nilai AIC sebesar 255,494, maka dengan nilai *AIC* yang diperoleh menunjukkan model yang terbaik dari estimasi WLS.

Perbandingan estimasi regresi kuantil median dengan WLS diperoleh nilai AIC regresi kuantil median lebih besar dari WLS yaitu 1794,22 > 255,494 .Maka dapat disimpulkan bahwa metode yang lebih baik adalah metode WLS pada data homoskedastik.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, penulis mencoba membandingkan regresi kuantil median dan *Weighted Least Square* (WLS) dalam menyelesaikan heteroskedastisitas pada model linier berganda. Penelitian selanjutnya dapat mencoba menerapkan pada model nonlinier. Selain itu juga dapat menerapkan metode *White's Robust standart error* dalam menyelesaikan heteroskedastisitas.

DAFTAR PUSTAKA

Buhai S. 2004. *Quantile Regression: Overview and Selected Application*. [on line] http://www.adastra.ro/journal/7/buhai. [7 Februari 2014].

Cung-Ming Kuan. 2007. *An Introduction to Quantile Regression*. Published by Institute of Economics, Academia Sinica.

Fadilla, L. M. 2009. Analisis Ketimpangan Pendapatan antar Kabupaten Pemekaran di Sumatera Utara. Medan: Universitas Sumatera Utara. [Tidak Dipublikasikan]

Gujarati, N. D. 1999. *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Edisi Ketiga Jilid 2. Terjemahan Oleh Julius A. Mulyadi, S.E.dan Yelvi Andri, S.E., Jakarta: Erlangga

Gujarati, N. D. 2003. *Basic Econometrics*. 4th ed. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.

Kusrini, S.D.E. 2010. *Ekonometrika.* Yogyakarta: Andi Yogyakarta.

Kutner, M. H., C.J. Nachtsheim., dan J. Neter. 2004. *Applied Linear Regression Models*. 4th ed. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.

Maziyya, P. A., Sukarsa, I. K. G., Asih, N. M. 2015. Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi dengan Menggunakan *Weighted Least Square* (WLS). *E-Jurnal Matematika* Vol. 4. No. 1, Januari, pp. 20-25

Rawlings, J. O., Pantula, S. G., Dickey, D. A. 1998. Applied Regression Analysis: A Research Tool, Second Edition. New York : Springer-Verlag, Inc.

Sarwoko. 2005. *Dasar-Dasar Ekonometrika*, Jakarta: Andi

Siagian, Dergibson Sugiarto. 2006. *Metode Statistika*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama

Tirta, I M. 2009. *Analisis Regresi dengan R*. Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember.

Uthami, I. A. P., Sukarsa, I. K. G., Kencana, I. P. K. 2013. Regresi Kuantil Median untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Analisis Regresi. *E-Jurnal Matematika* Vol. 2. No. 1, Januari 2013, 6-13

Wackerly, Mendenhall, & Scheaffer. 2008. *Mathematical Statistics with Applications. 7th Edition.* USA : Thomson Brooks/cole.

Widarjono, A. 2007. *Ekonometrika*: *Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis*. Edisi Kedua. Yogyakarta: Ekonisia Fakultas Ekonomi Universitas Islam Indonesia.

PERBANDINGAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN DENGAN METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE (WLS)* UNTUK MENYELESAIKAN HETEROSKEDASTISITAS PADA ANALISIS REGRESI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Syukma Rara Youlanda
NIM 101810101009

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Allah SWT yang telah memberikan kehidupan dan rahmat-Nya;
2. Ayah H. ABD. Syukur dan Mama Marina Saptani tercinta, yang telah sabar mendidik, membimbing, memberi doa, motivasi dan kasih sayang tanpa batas waktu;
3. Saudara-saudaraku Syukma Arizaldy Akbar dan Syukma Edfar Regata Sandi yang telah memberikan doa dan motivasi;
4. Guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

Barangsiapa sungguh-sungguh, sesungguhnya kesungguhannya itu adalah untuk dirinya sendiri
(Terjemahan Q.S. Al-Ankabut [29] : 6)***)**

Sepanjang kita yakin telah melakukan sesuatu dengan baik, selalu belajar untuk lebih baik, terbuka dengan masukan, rasa nyaman dan tenteram itu akan datang. Kemuliaan hidup tidak pernah tertukar
(Tere Liye)

---

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2009. Al Qur'an dan Terjemahannya. Edisi Ilmu Pengetahuan. Bandung: Al-Mizan Publishing House.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

nama : Syukma Rara Youlanda

NIM : 101810101009

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square (WLS)* dalam Mengatasi Heteroskedastisitas pada Analisis Regresi" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada instusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabssahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapati sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juni 2015

Yang menyatakan,

Syukma Rara Youlanda

NIM. 101810101009

SKRIPSI

PERBANDINGAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN DENGAN METODE *WEIGHTED LEAST SQUARE (WLS)* UNTUK MENYELESAIKAN HETEROSKEDASTISITAS PADA ANALISIS REGRESI

Oleh

Syukma Rara Youlanda

NIM 101810101009

Pembimbing :

Dosen Pembimbing Utama	: Dian Anggraeni, S.Si, M.Si
Dosen Pembimbing Anggota	: Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si, M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square (WLS)* dalam Menyelesaikan Heteroskedastisitas pada Analisis Regresi" telah diuji dan disahkan pada :

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan llmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Dian Anggraeni, S.Si, M.Si NIP. 198202162006042002	Dr.Alfian Futuhul Hadi, S.Si, Msi NIP. 197407192000121001
Penguji I,	Penguji II
Prof. Drs. I Made Tirta M.Sc., Ph.D NIP. 195912201985031002	M. Ziaul Arif, S.Si, M.Si NIP. 198501112008121002

Mengesahkan,
Dekan

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) untuk Menyelesaikan Heteroskedastisitas pada Analisis Regresi ; Syukma Rara Youlanda; 101810101009; 2015; 54 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Heteroskedastisitas adalah suatu kondisi varian *error* menunjukkan adanya variasi (tidak konstan) dalam estimasi parameter. Kebalikan dari hometeroskedastisitas adalah homoskedastisitas. Homoskedastisitas berarti varian *error* adalah konstan yang menyatakan bahwa peubah respon memiliki varian yang sama sepanjang nilai peubah bebas. Homoskedastisistas merupakan salah satu asumsi yang harus dipenuhi pada saat melakukan estimasi parameter agar hasil estimasi memenuhi sifat BLUE (*Best, Linier, Unbiased, Estimator*). Jika asumsi homoskedastisitas tidak terpenuhi berarti terjadi heteroskedastisitas, sehingga hasil estimasi tidak lagi dapat dipercaya dan tidak memenuhi sifat BLUE.

Penelitian ini dilakukan terhadap data simulasi. Simulasi data yang dibngkitkan terdapat tiga jenis data yaitu data yang mengalami heteroskedastik, data heteroskedastik dengan *outlier,* dan data homoskedastik. Data simulasi didapat dengan cara membangkitkan variabel-variabel bebas yang berdistribusi normal. Sampel data yang dibangkitkan berukuran $n = 500$. Simulasi dilakukan dengan menggunakan program R. Versi 3.1.2. Data dianalisis dengan estimasi metode kuadrat terkecil. Kemudian dilakukan perbaikan dengan metode regresi kuantil median dan metode *Weighted Least Square* (WLS). Hasil yang diperoleh dari regresi kuantil median dan metode *Weighted Least Square* (WLS). Kemudian dibandingkan nilai AIC dari masing-masing model.

Hasil dari analisis pada data heteroskedastik menunjukkan bahwa metode *Weighted Least Square* (WLS) lebih baik digunakan dalam menyelesaikan

heteroskedastisitas . Hal tersebut dapat ditunjukkan dari nilai *AIC* metode WLS yang lebih kecil dari regresi kuantil median yaitu 255,4948 < 2095,56. Data heteroskedastik dengan *outlier* juga menunjukkan bahwa metode WLS lebih baik dignakan dalam menyelesaikan heteroskedastisitas dengan nilai *AIC* yang diperoleh 255,4948 yang lbih kecil dari nilai *AIC* regresi kuantil median yaitu 2069,65. Data homoskedastik menunjukkan bahwa metode WLS lebih baik digunakan untuk memperbaiki model pada data homoskedastik. Hal tersebut ditunjukan dari nilai *AIC* yang diperoleh regresi kuantil median yang lebih besar dari metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu sebesar 1794,22 > 255,494.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul "Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) untuk Menyelesaikan Heteroskedastisitas pada Analisis Regresi" ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga, para sahabat dan umat pengikutnya. Skripsi ini disusun guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis telah banyak mendapat bantuan dan dorongan baik secara langsung maupun tak langsung dari berbagai pihak. Selanjutnya penulis sampaikan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada :

1. Ayahanda H. ABD. Syukur dan Mama Marina Saptani tercinta, yang telah sabar mendidik, membimbing, memberi doa, memotivasi, dan memberi kasih sayang tanpa batas waktu;
2. Syukma Arizaldy Akbar dan Syukma Edfar Regata Sandi yang selalu memberikan doa dan motivasi;
3. Prof. Drs Kusno, DEA, Ph.D selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas jember dan Kosala Dwija Purnomo, S.Si, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember atas izin untuk mengadakan penelitian dan penggunaan fasilitas yang mendukung penyelesaian skripsi ini;
4. Dian Anggraeni, S. Si, M. Si selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dr. Alfian Futuhul Hadi, S. Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Prof. Drs. I Made Tirta, M. Sc, Ph. D selaku Dosen Penguji I dan M. Ziaul Arif, S.Si, M.Si selaku Dosen Penguji II dan Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan kritik dan saran dalam penulisan skripsi ini;

6. Sahabat-sahabatku Evelin, Lucya, Detya, Frizky, Ardi, Wewe, Kurnia, Surur, Muafa, Amanah, Karinda, Putri, Onne yang telah memberikan semangat dan doa;
7. Laily, Arista, Elok, Maghfirah, Olip dan teman-teman Angkatan 2010 Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah membantu dan memberikan motivasi selama penyusunan skripsi ini;
8. Ulul, Ulil, Binti, Silvi yang tidak pernah memberikan semangat dan motivasi:
8. Keluarga besar UKM Seni TITIK Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah membantu dan memberikan motivasi dengan segenap hati.

Semoga amal dan kebaikan yang telah diberikan akan mendapat limpahan pahala dari Tuhan Yang Maha Esa.

Penulis juga sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi kesempurnaan penulisan skripsi ini. Akhir kata, semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, Juni 2015 Syukma Rara Youlanda

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Permasalahan	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Model Regresi Linier	4
2.2 Metode Kuadrat Terkecil	5
2.3 Heteroskedastisitas	7
2.3.1 Penyebab Heteroskedastisitas	8
2.3.2 Akibat Adanya Heteroskedastisitas	9
2.3.3 Pendeteksian Heteroskedastisitas	9
2.4 Regresi Kuantil Median	12
2.5 *Weighted Least Square* (WLS)	13

2.6 Uji Kesesuaian *(Goodness Of Fit Test)* 15
BAB 3. METODE PENELTIAN 16
3.1 Data Penelitian 16
3.2 Metode Pengolahan dan Analisis data 17
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN 22
4.1 Data Heteroskedastik 22
4.1.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik 22
4.1.2 Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik 23
4.1.3 Estimasi dengan Metode regresi Kuantil Median pada Data Heteroskedastik 25
4.1.4 Estimasi dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dan Uji Asumsi Homoskedastisitas pada Data Heteroskedastik 29
4.1.5 Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) pada Data Heteroskedastik 32
4.2 Data Heteoskedastik dengan *Outlier* 33
4.2.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik dengan *outlier* 33
4.2.2 Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil pada Data Heteroskedastik dengan *outlier* 34
4.2.3 Estimasi dengan Metode regresi Kuantil Median pada Data Heteroskedastik dengan *outlier* 36
4.2.4 Estimasi dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dan Uji Asumsi Homoskedastisits pada Data yang Heteroskedastik dengan *outlier* 40
4.2.5 Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) pada Data

Heteroskedastik dengan *outlier* 43
4.3 Data Homoskedastik 43
4.3.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil pada Data
Homoskedastik 43
4.3.2 Uji Asumsi Homoskedastisitas Metode Kuadrat Terkecil
pada Data Homoskedastik 44
4.3.3 Estimasi dengan Metode regresi Kuantil Median pada
Data Homoskedastisitas 45
4.3.4 Estimasi dengan Metode *Weighted Least Square* (WLS) dan
Uji Asumsi Homoskedastisitass pada Data Homoskedastik 50
4.3.5 Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan
Metode *Weighted Least Square* (WLS) pada Data
Homoskedastik 52
BAB 5. PENUTUP 53
5.1 Kesimpulan 53
5.2 Saran 54
DAFTAR PUSTAKA 55
LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Halaman

3.1 Identifikasi variabel 16

4.1 Hasil estimasi metode kuadrat terkecil pada data heteroskedastik........... 22

4.2 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan *Breusch-Pagan* pada data heteroskedastik 24

4.3 Hasil estimasi koefisien β_0 pada setiap kuantil pada dataheteroskedastik 25

4.4 Hasil estimasi koefisien β_1 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik 26

4.5 Hasil estimasi koefisien β_2 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik 27

4.6 Hasil estimasi koefisien β_3 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik 28

4.7 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan *Breusch-Pagan* pada data heteroskedastik....................... 31

4.8 Perbandingan nilai AIC metode regresi kuantil median dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) pada heteroskedastik.............................. 32

4.9 Hasil estimasi metode kuadrat terkecil pada data heteroskedastik dengan *outlier*... 33

4.10 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan *Breusch-Pagan* pada data data heteroskedastik dengan *outlier* 35

4.11 Hasil estimasi koefisien β_0 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik dengan *outlier* 36

4.12 Hasil estimasi koefisien β_1 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik dengan *outlier* 37

4.13 Hasil estimasi koefisien β_2 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik dengan *outlier* 38

4.14 Hasil estimasi koefisien β_3 pada setiap kuantil pada data heteroskedastik dengan *outlier* 39

4.15 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan *Breusch-Pagan* pada data heteroskedastik dengan

outlier.. 42
4.16 Perbandingan nilai AIC metode regresi kuantil median dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) pada data heteroskedastik dengan *outlier* 42
4.17 Hasil estimasi parameter metode kuadrat terkecil pada data homoskedastik 43
4.18 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan *Breusch-Pagan* pada data homoskedastik 45
4.19 Hasil estimasi koefisien β_0 pada setiap kuantil pada data homoskedastik 46
4.20 Hasil estimasi koefisien β_1 pada setiap kuantil pada data homoskedastik 47
4.21 Hasil estimasi koefisien β_2 pada setiap kuantil pada data homoskedastik 48
4.22 Hasil estimasi koefisien β_3 pada setiap kuantil pada data homoskedastik 49
4.23 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan *Breusch-Pagan* pada data homoskedastik........................ 52
4.24 Perbandingan nilai AIC metode regresi kuantil median dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) pada data homoskedastisitas................... 52

DAFTAR GAMBAR

Halaman

2.1 Pola Hipotesis Kuadrat Residual yang ditaksir 10
3.1 Skema penelitian 18
4.1 Hasil uji asumsi kenormalan metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data heteroskedastik 23
4.2 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data heteroskedastik... 24
4.3 Hasil uji asumsi kenormalan metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan grafik pada data heteroskedastik 30
4.4 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan grafik pada data heteroskedastik 31
4.5 Hasil pengujian pencilan pada data heteroskedastik dengan *outlier* 33
4.6 Hasil uji asumsi kenormalan metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data heteroskedastik dengan *outlier* 34
4.7 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan . grafik pada data heteroskedastik dengan *outlier* 35
4.8 Hasil uji asumsi kenormalan metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan grafik pada data heteroskedastik dengan *outlier* 41
4.9 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan grafik pada data heteroskedastik dengan *outlier* 41
4.10 Hasil uji asumsi kenormalan metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data homoskedastik 44
4.11 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode kuadrat terkecil dengan grafik pada data homoskedastik 45
4.12 Hasil uji asumsi kenormalan metode *Weighted Least Square* (WLS)

dengan grafik pada data homoskedastik 50
4.13 Hasil uji asumsi homoskedastisitas metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan grafik pada data homoskedastik 51

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

A. **STRUKTUR FUNGSI PROGRAM R** 57

A.1 Struktur Fungsi `rnorm()` 57

A.2 Strutur Fungsi `lm()` 57

A.3 Struktur Fungsi `bptest()` dalam paket `nlme` 57

A.4 Struktur Fungsi `qqPlot()` dalam paket `car` 58

A.5 Struktur Fungsi `shapiro.test()` dalam paket `stats` 58

`A.6` Struktur fungsi `rq()` dalam paket `quantreg` 59

B. *SYNTAX PROGRAM R* 60

B.1 Syntax untuk Membangkitkan Data 60

B.1.1 Data yang Mengalami Heteroskedastisitas 60

B.1.2 Data yang Mengalami Heteroskedastisitas dengan *Outlier* 60

B.1.3 Data Homoskedastisitas 61

B.2 Tahapan Analisis data 61

B.2.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil 61

B.2.2 Estimasi dengan regresi Kuantil median 61

B.2.3 Estimasi dengan *Weighted Least Square* (WLS) 69

B.2.4 Asumsi Kenormalan 69

B.2.5 Asumsi Heteroskedastisitas 70

B.2.6 Perhitungan *AIC* 70

LAMPIRAN

A. STRUKTUR FUNGSI PROGRAM R

A.1 Struktur Fungsi `rnorm()`

Fungsi `rnorm()` merupakan sarana untuk membangkitkan variabel bebas yang berdistribusi Normal. Struktur fungsi `rnorm()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

rnorm(n, μ, σ^2)

Keterangan :

n : banyaknya data yang dibangkitkan

μ : rata-rata

σ^2 : standar deviasi

A.2 Strutur Fungsi `lm()`

Fungsi `lm()` merupakan fungsi yang digunakan untuk menentukan model linier. Struktur fungsi `lm()` yang digunalakn dalam penelitian ini adalah :

```
lm(formula, data,...)
```

Keteragan :

`formula` :menyatakan hubungan antara variabel respon (y) dan variabel prediktor (x)

`data` : nama data yang akan digunakan untuk menentukan model linier oleh fungsi `lm()`. Komponen komponen dalam data merupakan variabel yang digunakan dalam model.

... : argumen lain yang berkaitan dengan fungsi `lm()`

A.3 Struktur Fungsi `bptest()` dalam paket `nlme`

Fungsi bptest() merupakan sarana untuk melakukan uji asumsi heteroskedastisitas dengan metode *Breusch-Pagan*. Struktur fungsi `bptest()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

```
bptest(formula, ...)
```

Keterangan :

`formula` : menyatakan hubungan antara variabel respon (y) dan variabel prediktor (x)atau menyatakan model linier yang akan diuji heteroskedastisitas

... : argumen lain yang berkaitan dengan fungsi `bptes()`

A.4 Struktur Fungsi `qqPlot()` dalam paket `car`

Fungsi `qqPlot()` merupakan sarana untuk melakukan uji asumsi kenormalan dengan melihat grafik residu model linier. Struktur fungsi `qqPlot()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah ;

```
qqPlot(resid(formula))
```

Keterangan :

`resid` : adalah fungsi yang digunakan menentukan residu dari formula yang akan diuji

`formula` : menyatakan model linier yang akan diuji kenormalan

A.5 Struktur Fungsi `shapiro.test()` dalam paket `stats`

Fungsi `shapiro.test()` merupakan sarana untuk melakukan uji kenormalan selain dengan cara grafik. Struktur fungsi `shapiro.test()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

```
Shapiro.test(resid(formula))
```

Keterangan :

`resid` : adalah fungsi yang digunakan menentukan residu dari formula yang akan diuji `formula` : menyatakan model linier yang akan diuji kenormalan

A.6 Struktur fungsi `rq()` dalam paket `quantreg`

Fungsi `rq()` merupakan sarana untuk melakukan estimasi regresi kuantil. Struktur fungsi `rq()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

```
rq(formula, tau, data,...)
```

Keterangan :

`formula` : menyatakan hubungan antara variabel respon (y) dan variabel prediktor (x)

`tau` : kuantil yang akan diestimasi, nilai tau berkisar antara 0 dan 1.

`data` : nama data yang akan digunakan untuk menentukan model linier oleh fungsi lm(). Komponen komponen dalam data merupakan variabel yang digunakan dalam model.

... : argumen lain yang berkaitan dengan fungsi lm()

B. *SYNTAX* PROGRAM R

B.1 *Syntax* untuk Membangkitkan Data

B.1.1 Data yang Mengalami Heteroskedastisitas

```
set.seed(18)
n<-500 #banyaknya sample
x0<-rep(1,n) #variabel bebas yang ditentukan
x1<-rnorm(n,1,2)
x2<-rnorm(n,2,1)
x3<-rnorm(n,4,3)
beta<-c(1.4,1.2,2,0.8) #beta yang ditentukan
X<-cbind(x0,x1,x2,x3) #membentuk variabel X kedalam
                           bentuk matrix
sig2true<-0.01*(X %*% beta)^2 #mentukan batas atas
eps<-rnorm(n,0,sqrt(sig2true)) #epsilon berdistribusi
                                normal, sejumlah n,
                                mean=0, sd=√sig2true
y<-X %*% beta + eps
```

B.1.2 Data yang Mengalami Heteroskedastisitas dengan *Outlier*

```
set.seed(18)
n<-500 #banyaknya sample
x0<-rep(1,n) #variabel bebas yang ditentukan
x1<-rnorm(n,1,2)
x2<-rnorm(n,0,10)
x3<-rnorm(n,11,50)
```

Menentukan nilai maksimum dan standart deviasi dari masing-masing variabel x1,x2,dan x3. Kemudian diambil 50 sample terbersar dan diolah sebagai data pencilan dengan ketentuan *xi+(4*standar deviasi)*. Kemudian mengganti data 50 sampel terbesar dengan pencilan sebagai variabel x1,x2, dan x3 yang baru

```
beta<-c(1.4,1.2,2,0.8) #beta yang ditentukan
X<-cbind(x0,x1,x2,x3) #membentuk variabel X (x1,x2,x3
                           setelah diberi pencilan)
                           kedalam bentuk matrix
sig2true<-0.01*(X %*% beta)^2 #mentukan batas atas
eps<-rnorm(n,0,sqrt(sig2true)) #epsilon berdistribusi
                               normal, sejumlah n,
                               mean=0, sd=√sig2true
y<-X %*% beta + eps
```

B.1.3 Data yang Mengalami Homoskedastisitas

```
set.seed(18)
n<-500 #sample size
x0<-rep(1,n)
x1<-rnorm(n,1,2)
x2<-rnorm(n,3,2)
x3<-rnorm(n,4,3)

bvec<-c(1.4,1.2,2,0.8)

X<-cbind(x0,x1,x2,x3)
sig2true<- 2
eps<-rnorm(n,0,sqrt(sig2true))
y<-X %*% bvec + eps
```

B.2 Tahapan Analisis Data

B.2.1 Estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil

```
> model <- lm(y ~ x1 + x2 + x3)
> summary(model)
```

```
Call:
lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-19.6046  -0.7080   0.0672   0.8776  10.3597

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.319312   0.122436   10.78   <2e-16 ***
x1          1.219258   0.053708   22.70   <2e-16 ***
x2          2.003330   0.014085  142.24   <2e-16 ***
x3          0.799222   0.005698  140.27   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 '
' 1

Residual standard error: 2.516 on 496 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9883,    Adjusted R-squared:  0.9883
F-statistic: 1.401e+04 on 3 and 496 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

B.2.2 Estimasi dengan Metode Regresi Kuantil Median

```
> library(quantreg)
```

Contoh untuk data heteroskedastisitas

```
>regresiquantile <- rq(y ~ x1 + x2 + x3,tau=c(0.05,0.10,0.15,0.20,0.25,0.30,0.35,0.40,0.45,0.50,0.55,0.60,0.65,0.70,0.75,0.80,0.85,0.90,0.95),data=data,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE, contrasts=NULL)
> summary(regresiquantile, se="nid")
Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.05, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE, contrasts = NULL)

tau: [1] 0.05

Coefficients:
            Value    Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept) -2.24704  0.56500   -3.97708  0.00008
x1           1.19842  0.24634    4.86496  0.00000
x2           2.02778  0.03610   56.16917  0.00000
x3           0.78993  0.02299   34.36391  0.00000
Warning message:
In summary.rq(reg1, se = "nid") : 6 non-positive fis
```

```
> reg2=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.10,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg2, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.1, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.1

Coefficients:
            Value    Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept) -1.13387  0.18928   -5.99045  0.00000
x1           1.30535  0.08099   16.11698  0.00000
x2           2.02666  0.02198   92.18648  0.00000
x3           0.78188  0.00838   93.28859  0.00000
> reg3=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.15,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg3, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.15, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.15

Coefficients:
            Value    Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept) -0.45535  0.24406   -1.86573  0.06267
x1           1.28161  0.08899   14.40111  0.00000
x2           2.02208  0.02414   83.76883  0.00000
x3           0.79285  0.00895   88.58047  0.00000
> reg4=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.20,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg4, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.2, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.2

Coefficients:
            Value    Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept)  0.21822  0.20770    1.05064  0.29393
x1           1.26499  0.08264   15.30717  0.00000
x2           1.99496  0.02237   89.16823  0.00000
```

```
x3           0.79707  0.00840   94.90560  0.00000
> reg5=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.25,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg5, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.25, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.25

Coefficients:
             Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   0.60280   0.14888    4.04896   0.00006
x1            1.25230   0.06276   19.95303   0.00000
x2            2.00255   0.01688  118.60281   0.00000
x3            0.79918   0.00646  123.65180   0.00000
> reg6=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.30,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg6, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.3, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.3

Coefficients:
             Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   0.82869   0.10630    7.79551   0.00000
x1            1.24606   0.04482   27.80307   0.00000
x2            1.99858   0.01161  172.13270   0.00000
x3            0.79890   0.00478  167.28071   0.00000
> reg7=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.35,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg7, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.35, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.35

Coefficients:
             Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.02703   0.08046   12.76390   0.00000
x1            1.24703   0.03238   38.51090   0.00000
```

```
x2              2.00561   0.00847  236.86491   0.00000
x3              0.79887   0.00344  232.00471   0.00000
> reg8=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.40,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg8, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.4, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.4

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.16973   0.07056   16.57713   0.00000
x1            1.24055   0.02524   49.14735   0.00000
x2            2.00424   0.00643  311.74336   0.00000
x3            0.80018   0.00279  286.62186   0.00000
> reg9=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.45,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg9, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.45, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.45

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.27534   0.05504   23.16987   0.00000
x1            1.23964   0.02082   59.54063   0.00000
x2            2.00756   0.00550  365.09773   0.00000
x3            0.80286   0.00224  358.36528   0.00000
> reg10=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.50,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg10, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.5, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.5

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.36017   0.05219   26.05961   0.00000
```

```
x1            1.23881   0.02034   60.89761   0.00000
x2            2.01147   0.00539  372.90718   0.00000
x3            0.80240   0.00218  367.61006   0.00000
> reg11=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.55,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg11, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.55, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.55

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.46441   0.05444   26.89808   0.00000
x1            1.24150   0.02179   56.96443   0.00000
x2            2.01023   0.00568  353.69286   0.00000
x3            0.80401   0.00238  337.87472   0.00000
> reg12=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.60,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg12, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.6, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.6

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.58428   0.07332   21.60730   0.00000
x1            1.23123   0.02524   48.77821   0.00000
x2            2.00917   0.00501  401.35380   0.00000
x3            0.80460   0.00287  280.62967   0.00000
> reg13=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.65,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg13, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.65, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.65

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
```

```
(Intercept)   1.72775   0.08011   21.56663   0.00000
x1            1.23986   0.03259   38.04964   0.00000
x2            2.01482   0.00855  235.64761   0.00000
x3            0.80762   0.00351  230.21148   0.00000
> reg14=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.70,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg14, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.7, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.7

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   1.96592   0.09847   19.96537   0.00000
x1            1.24452   0.03693   33.69686   0.00000
x2            2.02928   0.00956  212.33681   0.00000
x3            0.81041   0.00403  200.90955   0.00000
> reg15=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.75,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg15, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.75, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.75

Coefficients:
            Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   2.18069   0.13121   16.62011   0.00000
x1            1.23572   0.04209   29.35896   0.00000
x2            2.02274   0.01137  177.85856   0.00000
x3            0.81127   0.00451  179.80625   0.00000
> reg16=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.80,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg16, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.8, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.8

Coefficients:
```

```
             Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   2.45111   0.14685   16.69162   0.00000
x1            1.22276   0.04853   25.19657   0.00000
x2            2.03095   0.01325  153.23824   0.00000
x3            0.81400   0.00550  147.90871   0.00000
> reg17=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.85,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg17, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.85, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.85

Coefficients:
             Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)   2.92994   0.18491   15.84526   0.00000
x1            1.18384   0.06399   18.49945   0.00000
x2            2.05233   0.01684  121.86992   0.00000
x3            0.82094   0.00686  119.63525   0.00000
> reg18=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.90,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg18, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.9, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.9

Coefficients:
             Value    Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept)  3.46219  0.33606   10.30226  0.00000
x1           1.12405  0.12404    9.06216  0.00000
x2           2.04599  0.03343   61.20872  0.00000
x3           0.81593  0.01301   62.72129  0.00000
> reg19=rq(y ~ x1 + x2 +
x3,tau=0.95,na.action=na.omit,method="br", model = TRUE)
> summary(reg19, se="nid")

Call: rq(formula = y ~ x1 + x2 + x3, tau = 0.95, na.action =
na.omit,
    method = "br", model = TRUE)

tau: [1] 0.95
```

```
Coefficients:
               Value     Std. Error t value   Pr(>|t|)
(Intercept)  5.44064  0.46120   11.79667  0.00000
x1           1.03217  0.20960    4.92454  0.00000
x2           2.01087  0.05693   35.32392  0.00000
x3           0.81925  0.02195   37.32200  0.00000
```

B.2.3 Estimasi dengan *Weighted Least Square (WLS)*

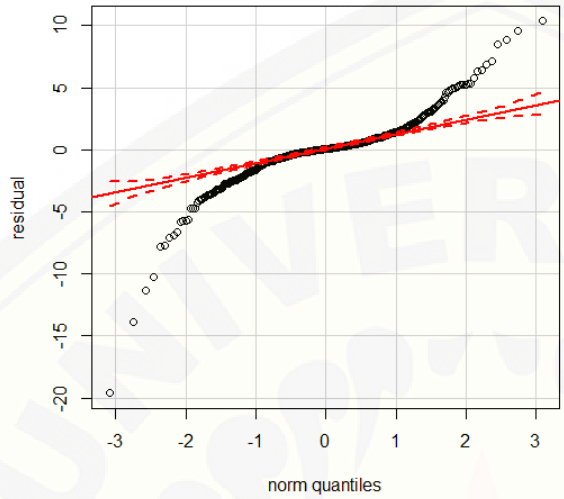
Contoh untuk data heteroskedastisitas

```
> ey=fitted(model)
> yf <- y/ey
> x1f <- x1/ey
> x2f <- x2/ey
> x3f <- x3/ey
>
> gls1 <- lm(yf~x1f+x2f+x3f)
> summary(gls1)

Call:
lm(formula = yf ~ x1f + x2f + x3f)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.274439 -0.064801 -0.000005  0.068633  0.292194

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.042878   0.009252 112.715  < 2e-16 ***
x1f         -0.024098   0.012695  -1.898   0.0583 .
x2f         -0.089380   0.016406  -5.448 8.04e-08 ***
x3f         -0.044196   0.006322  -6.990 8.89e-12 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.'
0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1014 on 496 degrees of
freedom
Multiple R-squared:  0.9247,    Adjusted R-squared:
0.9242
F-statistic:  2030 on 3 and 496 DF,  p-value: < 2.2e-
16
```

B.2.4 Asumsi Kenormalan

```
> library(stats)
```

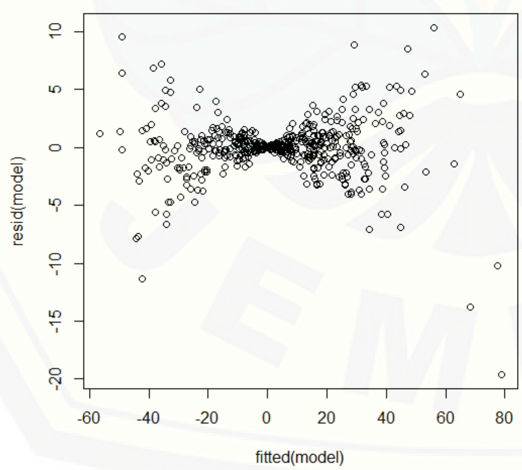
```
> library(car)
> residual = resid(model)
> qqPlot(residual)
```




```
> shapiro.test(residual)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  residual
W = 0.84, p-value < 2.2e-16
```

B.2.5 Asumsi Heteroskedastisitas

```
> library(lmtest)
> plot(resid(model)~fitted(model))
```




```
> bptest(y~x1+x2+x3,varformula=NULL,studentize=TRUE)

        studentized Breusch-Pagan test
```

```
   data:  y ~ x1 + x2 + x3
BP = 16.1046, df = 3, p-value = 0.001079
```

B.2.6 Perhitungan nilai *AIC*

```
AIC(model)
[1] 2347.576

> AIC(reg10)
[1] 2095.65

> AIC(gls1)
[1] -897.1927

> AIC(gls6)
[1] 255.4948
```