



**PERBANDINGAN
METODE *EXTENDED KALMAN FILTER* (EKF) DAN
UNSCENTED KALMAN FILTER (UKF) DALAM
ESTIMASI LINTASAN MISIL**

SKRIPSI

Oleh
Juwariya
NIM 081810101061

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2013**



**PERBANDINGAN
METODE *EXTENDED KALMAN FILTER* (EKF) DAN
UNSCENTED KALMAN FILTER (UKF) DALAM
ESTIMASI LINTASAN MISIL**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh
Juwariya
NIM 081810101061

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Jumasni dan Ayahanda Sahwari tercinta, serta nenek tercinta Supiya yang telah mendoakan dan memberi kasih sayang serta pengorbanan untuk putri/cucu tercintanya;
2. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmu dan bimbingan dengan penuh kesabaran;
3. Almamater Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

MOTO

Keputusan adalah musuhmu yang paling berbahaya, karena dialah yang meruntuhkan ketenanganmu. *)

Kesuksesan itu berakar pada keyakinan, keberanian, kejujuran, dan kesungguhan. Bukan uang. **)

*) DR. A'id Abdullah al-Qarni, M.A. 2005. *Tips Menjadi Muslimah Paling Bahagia di Dunia*. Surabaya: Pustaka Hikmah Perdana.

**) Budi Setiadi. 2010. *Menembus Batas*. Surakarta: Ziyad Visi Media.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Juwariya

NIM : 081810101061

menyatakan dengan ini sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul “Perbandingan Metode *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Unscented Kalman Filter* (UKF) dalam Estimasi Lintasan Misi” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 29 Mei 2013

Yang menyatakan,

Juwariya

NIM 081810101061

SKRIPSI

**PERBANDINGAN
METODE *EXTENDED KALMAN FILTER* (EKF) DAN
UNSCENTED KALMAN FILTER (UKF) DALAM
ESTIMASI LINTASAN MISIL**

Oleh

Juwariya

NIM 081810101061

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Perbandingan Metode *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Unscented Kalman Filter* (UKF) dalam Estimasi Lintasan Misi” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember.

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.
NIP 196908281998021001

Kusbudiono, S.Si, M.Si.
NIP 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP 196610121993031001

Kiswara Agung Santoso, S.Si, M.Kom.
NIP 197209071998031003

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
NIP 196101081986021001

RINGKASAN

Perbandingan Metode *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Unscented Kalman Filter* (UKF) dalam Estimasi Lintasan Misil; Juwariya; 081810101061; 2013; 68 halaman; Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember

Misil merupakan senjata militer tanpa awak yang bisa dikendalikan atau memiliki sistem pengendali otomatis untuk mencari target atau menyesuaikan arah. Sistem navigasi berbasis GPS dan teknik kontrol penerbangan yang telah digunakan pada misil sangat berguna di berbagai bidang militer ataupun sipil. Perencanaan lintasan dengan estimasi posisi kini mulai dikembangkan untuk misil agar menghasilkan lintasan yang aman dengan panjang minimal dan bebas dari kendala yang menghalangi misil saat menuju target.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan hasil estimasi posisi misil dengan menggunakan metode *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Unscented Kalman Filter* (UKF). Selain itu, tujuan akhir dari penelitian ini yaitu menentukan metode terbaik dalam mengestimasi posisi misil.

Untuk memperoleh hasil estimasi dan mengetahui metode yang terbaik, dilakukan beberapa langkah, yaitu diskritisasi dengan metode beda hingga maju dan dilanjutkan dengan penambahan *noise* pada model dinamik misil. Setelah itu mengimplementasikan algoritma EKF dan UKF. Langkah berikutnya adalah analisis hasil simulasi. Hasil yang akan dianalisis adalah hasil estimasi sudut lintas terbang γ , kecepatan V , posisi horisontal d , dan posisi vertikal h dari misil. Akan tetapi diutamakan pada posisi akhir dari estimasi variabel keadaan posisi horisontal dan posisi vertikal. Analisis yang dilakukan adalah dengan membandingkan selisih posisi akhir dari variabel keadaan posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target dan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE).

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode EKF dan UKF dapat digunakan untuk mengestimasi posisi misil. Untuk metode EKF, rata-rata selisih posisi akhir

estimasi posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target untuk semua jenis misil tidak terlalu besar dan nilai RMSE yang dihasilkan juga cukup kecil. Untuk metode UKF, rata-rata selisih posisi akhir estimasi posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target untuk semua jenis misil lebih besar dari metode EKF dan nilai RMSE yang dihasilkan juga cukup besar. Dengan demikian metode EKF lebih baik daripada metode UKF dalam mengestimasi lintasan misil.

PRAKATA

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Perbandingan Metode *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Unscented Kalman Filter* (UKF) dalam Estimasi Lintasan Misil”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis telah banyak mendapat bantuan dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Kusbudiono S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota, yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penyusunan skripsi ini;
2. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., dan Bapak Kiswara Agung Santoso, S.Si, M.Kom., selaku Dosen Penguji yang telah memberi kritik dan saran dalam penyusunan skripsi ini;
3. Puji Agus Suyono, yang selalu setia menemani, memberikan motivasi dan dukungan;
4. Tria, Santhi, Mifta, Ika, Deka, Arif dan angkatan matematika 2008 yang telah memberikan dukungan positif selama penyusunan skripsi ini;
5. teman-teman kost “Cantique” yang selalu berbagi keceriaan bersama;
6. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, Mei 2013

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Model Misil	4
2.2 Diskritisasi Model	7
2.3 Metode Kalman Filter	8
2.4 Metode <i>Extended Kalman Filter</i>	9
2.5 Metode <i>Unscented Kalman Filter</i>	11
2.5.1 <i>Unscented Transformation</i>	11
2.5.2 <i>Algoritma Unscented Kalman Filter</i>	14
BAB 3. METODE PENELITIAN	16
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	19

4.1 Diskritisasi Model Misil	19
4.2 Penambahan <i>Noise</i>	22
4.3 Implementasi Algoritma EKF untuk Model Dinamik Misil	22
4.4 Implementasi Algoritma UKF untuk Model Dinamik Misil	25
4.5 Simulasi dan Evaluasi	29
4.5.1 Estimasi dengan Metode EKF.....	30
4.5.2 Estimasi dengan Metode UKF	45
4.5.3 Perbandingan Hasil Estimasi Metode EKF dan UKF	61
BAB 5. PENUTUP	66
5.1 Kesimpulan	66
5.2 Saran	67
DAFTAR PUSTAKA	68
LAMPIRAN	70

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Definisi misil	5
4.1 Estimasi gamma misil darat – darat dengan EKF	30
4.2 Estimasi kecepatan misil darat – darat dengan EKF	31
4.3 Estimasi posisi horisontal misil darat – darat dengan EKF	31
4.4 Estimasi posisi vertikal misil darat – darat dengan EKF	32
4.5 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil darat – darat dengan EKF	33
4.6 Estimasi gamma misil darat – udara dengan EKF	34
4.7 Estimasi kecepatan misil darat – udara dengan EKF	34
4.8 Estimasi posisi horisontal misil darat – udara dengan EKF	35
4.9 Estimasi posisi vertikal misil darat – udara dengan EKF	35
4.10 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil darat – udara dengan EKF	37
4.11 Estimasi gamma misil udara – darat dengan EKF	38
4.12 Estimasi kecepatan misil udara – darat dengan EKF	38
4.13 Estimasi posisi horisontal misil udara – darat dengan EKF	39
4.14 Estimasi posisi vertikal misil udara – darat dengan EKF	39
4.15 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – darat dengan EKF	40
4.16 Estimasi gamma misil udara – udara dengan EKF	41
4.17 Estimasi kecepatan misil udara – udara dengan EKF	42
4.18 Estimasi posisi horisontal misil udara – udara dengan EKF	42
4.19 Estimasi posisi vertikal misil udara – udara dengan EKF	43
4.20 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – udara dengan EKF	44
4.21 Estimasi gamma misil darat – darat dengan UKF	45

4.22	Estimasi kecepatan misil darat – darat dengan UKF.....	45
4.23	Estimasi posisi horisontal misil darat – darat dengan UKF	46
4.24	Estimasi posisi vertikal misil darat – darat dengan UKF	46
4.25	Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil darat – darat dengan UKF	48
4.26	Estimasi gamma misil darat – udara dengan UKF	49
4.27	Estimasi kecepatan misil darat – udara dengan UKF	49
4.28	Estimasi posisi horisontal misil darat – udara dengan UKF	50
4.29	Estimasi posisi vertikal misil darat – udara dengan UKF	50
4.30	Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil darat – udara dengan UKF	52
4.31	Estimasi gamma misil udara – darat dengan UKF	53
4.32	Estimasi kecepatan misil udara – darat dengan UKF	53
4.33	Estimasi posisi horisontal misil udara – darat dengan UKF	54
4.34	Estimasi posisi vertikal misil udara – darat dengan UKF	54
4.35	Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – darat dengan UKF	55
4.36	Estimasi gamma misil udara – udara dengan UKF	56
4.37	Estimasi kecepatan misil udara – udara dengan UKF	57
4.38	Estimasi posisi horisontal misil udara – udara dengan UKF.....	57
4.39	Estimasi posisi vertikal misil udara – udara dengan UKF	58
4.40	Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – udara dengan UKF	59
4.41	Estimasi lintasan misil darat – darat menggunakan metode EKF dan UKF	60

4.42	Estimasi lintasan misil darat – udara menggunakan metode EKF dan UKF	61
4.43	Estimasi lintasan misil udarat – darat menggunakan metode EKF dan UKF	63
4.44	Estimasi lintasan misil udara – udara menggunakan metode EKF dan UKF	64

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Skrip Program Metode EKF.....	69
B. Skrip Program Metode UKF	74

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring dengan perkembangan teknologi yang semakin canggih, wahana udara tanpa awak kini banyak digunakan dalam berbagai bidang militer atau sipil, misalnya pada misi pengintaian dan pengawasan, pengamanan hutan dari pencurian, serta pengamanan dari pencurian kekayaan laut. Misil atau peluru kendali merupakan salah satu contoh dari wahana udara tanpa awak yang bisa dikendalikan atau memiliki sistem pengendali otomatis untuk mencari sasaran dan menyesuaikan arah. Kemampuannya yang dapat dikendalikan dari jarak jauh atau diprogram untuk dapat bergerak sendiri dengan lintasan tertentu sangat menguntungkan bagi manusia karena lebih efisien dan meminimalisasi resiko juga (Subchan & Zbikowski, 2009).

Sistem navigasi yang berbasis GPS dan teknik kontrol penerbangan telah digunakan pada misil. Salah satu teknologi yang mulai dikembangkan untuk misil yaitu perencanaan lintasan dengan estimasi posisi. Algoritma dari perencanaan lintasan akan menghasilkan lintasan yang aman dengan panjang minimal dan bebas dari kendala yang menghalangi misil. Panjang lintasan minimal ditujukan karena kemampuan misil yang terbatas, sehingga waktu yang dibutuhkan untuk terbang menuju target juga minimal (Darmawan, 2010).

Perencanaan lintasan dengan estimasi posisi pada sistem navigasi dapat diselesaikan menggunakan metode *Kalman Filter* (KF). KF merupakan solusi rekursif dari masalah filtering linier dengan data diskrit yang diperkenalkan pertama kali pada tahun 1960 oleh R. E. Kalman. Metode KF hanya dapat diimplementasikan pada model dinamik linier, sehingga perlu adanya pengembangan yang dapat diterapkan pada model dinamik nonlinier juga. Metode hasil pengembangan dari KF antara lain, *Extended Kalman Filter* (EKF), *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dan *Unscented Kalman Filter* (UKF).

Algoritma EKF, EnKF dan UKF memiliki karakteristik yang berbeda. Algoritma EKF dalam prosesnya terdapat linierisasi pada model dinamik nonlinier sebelum diimplementasikan pada algoritma KF. Sedangkan algoritma EnKF dijalankan dengan membangkitkan sejumlah *ensemble* secara acak untuk menghitung nilai mean dan kovariansi *error* dari variabel yang diestimasi. Untuk UKF, diawali dengan *unscented transformation* membentuk sebuah kerangka yang mewakili variabel random dalam N dimensi dengan menggunakan $2N+1$ sampel yang disebut titik-titik sigma.

Beberapa penelitian tentang estimasi variabel keadaan sistem nonlinier telah dilakukan menggunakan EKF, EnKF maupun UKF. Purnomo (2008) telah membandingkan aplikasi EKF dan EnKF pada model populasi plankton. Wicaksono (2010) telah menerapkan EKF untuk mendeteksi waktu terjadinya kerak pada alat penukar panas. Kemudian penelitian mengenai estimasi lintasan misil dengan model yang bersumber dari Subchan dan Zbikowski (2009) pada skripsi yang ditulis oleh Pancahayani (2011) diestimasi menggunakan EnKF dan Gumilar (2011) menggunakan UKF. Perbandingan kedua metode yang sudah pernah diteliti, menghasilkan kesimpulan bahwa hasil estimasi menggunakan UKF lebih baik dari EnKF.

Metode EKF yang tidak dipakai dalam estimasi lintasan misil bukan berarti selalu lebih buruk hasil estimasinya karena bergantung pada tingkat kenonlinieran dari model yang digunakan. Oleh karena itu, dalam tugas akhir ini akan digunakan EKF untuk studi kasus dan model yang sama seperti pada skripsi Pancahayani (2011) dan Gumilar (2011). Dengan harapan dari hasil estimasi yang diperoleh, dapat dibandingkan dengan hasil estimasi UKF yang dianggap lebih baik dari EnKF dan diketahui metode mana yang terbaik untuk estimasi posisi misil berdasar lintasan yang telah dibuat dengan melihat selisih antara posisi target dengan hasil estimasi posisi horisontal dan posisi vertikal pada kondisi akhir serta nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari kedua metode tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana mengaplikasikan metode EKF dan UKF untuk mengestimasi posisi misil di setiap rentang waktu pada lintasan yang telah ditentukan untuk bisa menuju target dengan tepat sasaran serta metode manakah yang tepat diantara metode EKF dan UKF dalam mengestimasi posisi misil dengan model yang telah ditentukan.

Dalam tugas akhir ini model yang digunakan diambil dari Subchan dan Zbikowski (2009). Pemodelan gerakan misil dilakukan pada dua dimensi dan diasumsikan tidak ada hambatan selama misil terbang. Sedangkan simulasi pada tugas akhir ini menggunakan *software* Matlab 7.8.0.

1.3 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk mendapatkan hasil estimasi posisi misil di setiap rentang waktu pada lintasan yang telah ditentukan dengan menggunakan metode EKF dan UKF, membandingkan hasil estimasi serta menentukan yang terbaik dari kedua metode tersebut dalam mengestimasi posisi misil.

1.4 Manfaat

Manfaat dari penulisan tugas akhir ini adalah dapat memberikan informasi mengenai metode terbaik untuk mengestimasi posisi misil sehingga dapat dilakukan kontrol yang tepat pada *missile tracking*.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini diberikan dasar-dasar teori yang mendukung untuk mengestimasi lintasan misil. Dasar-dasar teori tersebut meliputi model misil, diskritisasi model, metode *Kalman Filter* (KF), metode *Extended Kalman Filter* (EKF), dan metode *Unscented Kalman Filter* (UKF). Teori-teori inilah yang menjadi dasar dalam pembahasan selanjutnya.

2.1 Model Misil

Misil atau peluru kendali adalah senjata roket militer tanpa awak yang bisa dikendalikan atau memiliki sistem pengendali otomatis untuk mencari target atau menyesuaikan arah. Misil banyak digunakan untuk kepentingan militer maupun sipil. Misil yang dikendalikan bisa dikategorikan sesuai dengan sistem pengendali yang digunakan yaitu cara pengontrolan dari jarak jauh dan cara pengontrolan sendiri. Misil terdiri atas perangkat pendorong, sistem pengendali, alat stabilisasi, hulu ledak, dan badan misil yang menampung semuanya.

Perencanaan lintasan misil dengan algoritma akan menghasilkan satu atau lebih lintasan yang aman dan dapat dilalui misil. Panjang lintasan misil sangat penting dalam pembuatan algoritma agar waktu yang dibutuhkan misil untuk terbang juga minimal. Hal ini karena misil memiliki kemampuan yang terbatas (Darmawan, 2010).

Persamaan dinamik misil dituliskan sesuai persamaan (2.1) - (2.4).

$$\dot{\gamma} = \frac{T - D}{mV} \sin \alpha + \frac{L}{mV} \cos \alpha - \frac{g \cos \gamma}{V} \quad (2.1)$$

$$\dot{V} = \frac{T - D}{m} \cos \alpha - \frac{L}{m} \sin \alpha - g \sin \gamma \quad (2.2)$$

$$\dot{d} = V \cos \gamma \quad (2.3)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma \quad (2.4)$$

Dalam hal ini variabel keadaan misil terdiri dari:

γ = sudut lintas terbang,

V = kecepatan,

d = posisi horisontal,

h = posisi vertikal,

T = gaya dorong,

α = sudut serang,

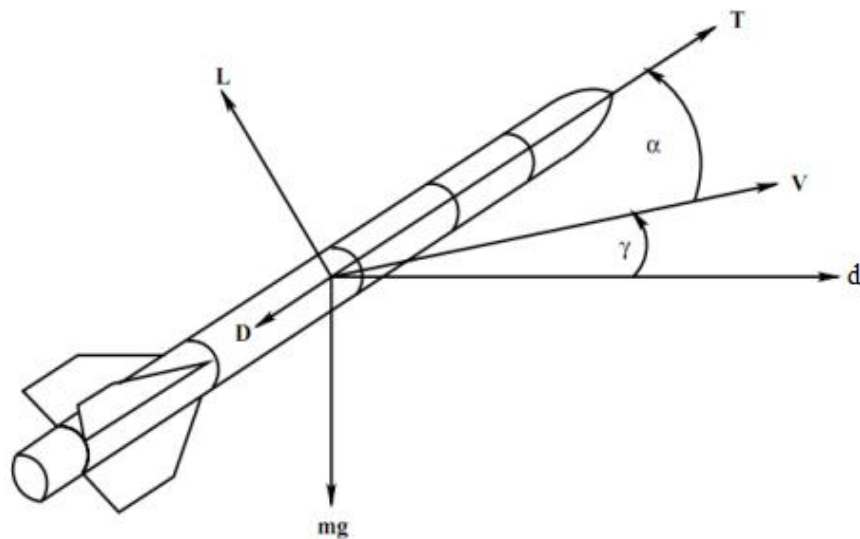
D = gaya aksial aerodinamik,

L = gaya normal aerodinamik,

m = massa,

g = konstanta gravitasi.

Sedangkan variabel kontrolnya meliputi gaya dorong T dan sudut serang α . Ilustrasi dari variabel keadaan dan variabel kontrol misil dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Definisi misil (Sumber: Subchan & Zbikowski, 2009)

Gaya aksial aerodinamik D dan gaya normal aerodinamik L merupakan fungsi dari posisi vertikal, kecepatan dan sudut serang. Bentuk persamaan gaya aksial aerodinamik dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$D(h, V, \alpha) = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 S_{ref}$$

dengan koefisien gaya aksial aerodinamik

$$C_D = A_1 \alpha^2 + A_2 \alpha + A_3.$$

Dalam hal ini gaya aksial aerodinamik bukan merupakan gaya hambat. Nilai parameter model fisik dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Parameter model fisik misil

Kuantitas	Nilai	Satuan
m	1005	kg
g	9,81	m/s ²
g	0,3376	m ²
S_{ref}		
A_1	-1,9431	
A_1^1		
A_2	-0,1499	
A_2^1		
A_3	0,2359	
A_3^1		
B_1	21,9	
B_1^1		
B_2	0	
B_2^1		
B_2^2		
C_1	$3,312 \times 10^{-9}$	kg/m ⁵
C_1^1		
C_2	$-1,142 \times 10^{-4}$	kg/m ⁴
C_2^1		
C_3	1,224	kg/m ³
C_3^1		

Sumber: Subchan & Zbikowski (2009).

Gaya normal aerodinamik dinyatakan dalam persamaan berikut,

$$L(h, V, \alpha) = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 S_{ref}$$

dengan koefisien gaya normal aerodinamik

$$C_L = B_1 \alpha + B_2,$$

dan kepadatan udara ρ dituliskan sebagai berikut

$$\rho = C_1 h^2 + C_2 h + C_3.$$

S_{ref} adalah luas referensi dari misil. Dalam hal ini gaya normal aerodinamik bukan merupakan gaya angkat (Subchan & Zbikowski, 2009).

2.2 Diskritisasi Model

Persamaan model dinamik merupakan persamaan kontinu. Untuk mengestimasi suatu sistem dinamik, baik menggunakan KF, EKF, ataupun UKF diperlukan model persamaan dalam bentuk diskrit. Oleh karena itu diperlukan diskritisasi model.

Ada beberapa cara untuk melakukan diskritisasi, salah satunya yaitu metode beda hingga. Metode beda hingga berawal dari deret Taylor yang digunakan untuk memprediksi atau menghitung nilai sebuah fungsi di sebuah titik jika nilai tersebut di titik yang berdekatan telah diketahui. Deret Taylor diuraikan sebagai berikut,

$$f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \frac{(\Delta x)^1}{1!} f^{(1)}(x_i) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f^{(2)}(x_i) + \dots + \frac{(\Delta x)^n}{n!} f^{(n)}(x_i) + \dots$$

Dengan:

$f(x_i + \Delta x)$ = nilai fungsi yang dicari

$f(x_i)$ = nilai fungsi yang telah diketahui

$f^{(i)}(x_i)$ = nilai derivatif ke- i dari $f(x_i)$.

Metode beda hingga sendiri terdiri dari beberapa jenis, salah satunya yaitu metode beda hingga maju. Dengan mengambil bagian linier dari deret Taylor, maka bentuk beda hingga maju dituliskan sesuai persamaan (2.5).

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} \approx \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} \quad (2.5)$$

(Luknanto, 2003).

2.3 Metode Kalman Filter

R.E Kalman pertama kali memiliki ide tentang KF pada tahun 1958. Kemudian pada tahun 1960, R.E Kalman mempublikasikan papernya yang berisi suatu penyelesaian rekursif pada masalah filtering yang didasarkan pada penggunaan teknik ruang keadaan dan algoritma rekursif untuk mengestimasi keadaan sistem dinamik yang kemudian dikenal dengan metode KF (Kleinbauer, 2004).

Metode KF digunakan untuk permasalahan umum dari variabel keadaan $x \in \mathfrak{R}^n$ dengan model sistem dinamik stokastik linier sebagai berikut

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{G}_k w_k$$

Model pengukuran $\mathbf{z} \in \mathfrak{R}^p$, $p \leq n$, yang memenuhi:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + v_k$$

$$w_k \sim N(0, Q_k)$$

$$v_k \sim N(0, R_k)$$

Dengan \mathbf{A}_k , \mathbf{B}_k , \mathbf{G}_k dan \mathbf{H}_k adalah matriks koefisien yang berukuran bersesuaian, x_k adalah variabel keadaan, \mathbf{u}_k adalah vektor masukan, \mathbf{z}_k adalah vektor pengukuran, w_k dan v_k adalah *noise* sistem dan *noise* pengukuran yang diasumsikan bersebaran normal, *white* dan independen dengan variansi dari kedua *noise* tersebut berturut-turut adalah Q_k dan R_k (Welch & Bishop, 2006).

Dalam proses estimasi, secara umum KF memiliki dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem, sedangkan tingkat akurasi dihitung menggunakan persamaan kovariansi *error*. Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel

keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan data pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks *Kalman Gain* yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Kedua tahapan ini diulang sampai waktu k yang ditentukan.

Algoritma KF adalah sebagai berikut:

Model sistem dan model pengukuran

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{G}_k w_k \\ \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} + v_{k+1} \\ x_0 &\sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)\end{aligned}$$

Inisialisasi: $\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{\hat{x}_0}$

Tahap prediksi

Estimasi: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k$

Kovariansi *error*: $\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{A}_k P_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{G}_k Q_k \mathbf{G}_k^T$

Tahap koreksi

Kalman Gain: $\mathbf{K}_{k+1} = P_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} P_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$

Estimasi: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + K_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-)$

Kovariansi *error*: $\mathbf{P}_{k+1} = [\mathbf{I} - K_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}] P_{k+1}^-$

(Wicaksono, 2010).

2.4 Metode *Extended Kalman Filter*

KF sederhana hanya dapat diaplikasikan pada sistem linier. Tetapi pada dunia nyata sistem nonlinier ada baik pada model sistem atau model pengukuran atau keduanya. Oleh karena itu dikembangkanlah metode EKF yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem nonlinier dengan kondisi model sistem dan model pengukuran menjadi fungsi turunan dari variabel keadaan. Fungsi turunan dari variabel keadaan membentuk matriks Jacobi (Jose, 2009).

Sama halnya dengan KF, estimasi EKF dilakukan dengan dua tahapan yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasar sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi.

Misal diberikan model sistem stokastik nonlinier

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (2.6)$$

dengan model pengukuran nonlinier $z_k \in \mathfrak{R}^p$ yang memenuhi

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2.7)$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

dimana w_k dan v_k bersebaran normal, *white* dan independen.

Fungsi f dan h merupakan fungsi nonlinier, sehingga diperlukan linierisasi sebelum proses estimasi. Linierisasi dilakukan dengan pendefinisian sebagai berikut:

$$x_{k+1}^* = f(\hat{x}_k, u_k) \quad (2.8)$$

$$z_{k+1}^* = h(x_{k+1}^*) \quad (2.9)$$

$$\mathbf{A} = [A_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right] \quad (2.10)$$

$$\mathbf{H} = [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j}(x_{k+1}^*) \right]. \quad (2.11)$$

\mathbf{A} dan \mathbf{H} merupakan matriks Jacobi yang diperoleh dari penurunan f dan h terhadap variabel estimasi x_i . Berdasar persamaan (2.8) – (2.11) dan definisi deret Taylor, persamaan (2.6) dan (2.7) diaproksimasi linier menjadi

$$x_{k+1} \approx x_{k+1}^* + \mathbf{A}(x_k - \hat{x}_k) + w_k \quad (2.12)$$

$$z_{k+1} \approx z_{k+1}^* + \mathbf{H}(x_{k+1} - x_{k+1}^*) + v_{k+1}. \quad (2.13)$$

Setelah menjadi bentuk linier seperti pada persamaan (2.12) dan (2.13), maka algoritma KF dapat diimplementasikan (Purnomo, 2008).

Algoritma EKF adalah sebagai berikut:

Model sistem dan model pengukuran

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{H}\mathbf{x}_{k+1} + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

Inisialisasi: $\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{\hat{x}_0}$

Tahap prediksi $\mathbf{A} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right]$

Estimasi: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = f(\hat{x}_k, u_k)$

Kovariansi *error*: $\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{A}P_k\mathbf{A}^T + \mathbf{G}_k\mathbf{Q}_k\mathbf{G}_k^T$

Tahap koreksi

Kalman Gain: $\mathbf{K}_{k+1} = P_{k+1}^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H}P_{k+1}^- \mathbf{H}^T + R_{k+1})^{-1}$

Estimasi: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-)$

Kovariansi *error*: $\mathbf{P}_{k+1} = [\mathbf{I} - K_{k+1}\mathbf{H}]P_{k+1}^-$

(Purnomo, 2008).

2.5 Metode *Unscented Kalman Filter*

Berdasar dari sejarah UKF, metode UKF dalam proses estimasinya diawali dengan *unscented transformation* sebelum diimplementasikan ke dalam algoritma UKF itu sendiri.

2.5.1 *Unscented Transformation*

Unscented Transformation (UT) merupakan sebuah metode untuk menghitung mean dan kovariansi dari sebuah variabel acak yang mengalami transformasi nonlinier (Julier & Uhlmann, 1997). Misalkan diberikan sebuah model sistem stokastik nonlinier dan model pengukuran dengan *noise* yg bersifat aditif:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (2.14)$$

$$z_k = H(x_k, k) + v_k \quad (2.15)$$

dengan x_k berdimensi- N_x serta memiliki mean \bar{x} dan kovariansi P_x , *noise* sistem w_k berdimensi- N_w dengan kovariansi P_w , fungsi pengukuran z_k , matriks pengukuran H , dan *noise* pengukuran v_k berdimensi- N_v dengan kovariansi P_v . Sistem didekati dengan *unscented transformation* membentuk matriks titik sigma χ .

a. Non-augmented Unscented Transformation

Non-augmented Unscented Transformation merupakan *unscented transformation* dari variabel keadaan x_k berdimensi- N_x yang didekati dengan $2N_x + 1$ titik sigma χ_i berdasar persamaan (2.16).

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} \\ \chi_i &= \bar{x} + \left(\sqrt{(N_x + \lambda)P_x} \right)_i, \quad i = 1, \dots, N_x \\ \chi_i &= \bar{x} - \left(\sqrt{(N_x + \lambda)P_x} \right)_{i-N}, \quad i = N_x + 1, \dots, 2N_x \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dimana $\lambda = \tau^2(N_x + \kappa) - N_x$ adalah parameter penskalaan, τ adalah konstanta bernilai positif kecil yang digunakan untuk menentukan sebaran dari titik sigma di sekeliling \bar{x} dan κ adalah parameter penskalaan tambahan, dimana nilai yang digunakan untuk sebaran normal yaitu $\kappa = 3 - N_x$.

b. Augmented Unscented Transformation

Augmented Unscented Transformation adalah *unscented transformation* yang menggunakan variabel keadaan yang diperbesar. Yuanxin *et al.* (2005) menyatakan bahwa *augmented unscented transformation* lebih baik dari *non-augmented unscented transformation* berdasar nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) yang lebih rendah.

Dari persamaan (2.14) dan (2.15) diperoleh sistem yang diperbesar

$$\mathbf{x}_k^{aug} = \begin{bmatrix} x_k^T & w_k^T & v_k^T \end{bmatrix}^T \quad (2.17)$$

dengan dimensi $N = N_x + N_w + N_v$ dan kovariansi sebagai berikut

$$\mathbf{P}_k^{aug} = \begin{bmatrix} P_{x_k} & 0 & 0 \\ 0 & P_{w_k} & 0 \\ 0 & 0 & P_{v_k} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Unscented transformation dari variabel keadaan x_k^{aug} berdimensi- N didekati dengan $2N + 1$ titik sigma χ_i berdasar persamaan (2.19).

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x}_k^{aug} \\ \chi_i &= \bar{x}_k^{aug} + \left(\sqrt{(N + \lambda) P_{x_k^{aug}}} \right)_i, \quad i = 1, \dots, N \\ \chi_i &= \bar{x}_k^{aug} - \left(\sqrt{(N + \lambda) P_{x_k^{aug}}} \right)_{i-N}, \quad i = N + 1, \dots, 2N \end{aligned} \quad (2.19)$$

Jika dinyatakan dalam bentuk matriks, titik-titik sigma dapat dituliskan menjadi,

$$\boldsymbol{\chi} = [\chi_0 \quad \chi_1 \quad \dots \quad \chi_N \quad \chi_{N+1} \quad \chi_{N+2} \quad \dots \quad \chi_{2N}]$$

Karena $x_{k+1} = f(x_k, u_k)$, maka penyebaran titik sigma adalah:

$$X_i = f(\chi_i), \quad i = 0, \dots, 2N.$$

Nilai mean dan kovariansi didekati dengan mean dan kovariansi sampel yang terboboti dari titik sigma berikut,

$$\begin{aligned} \bar{x} &\approx \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(m)} X_i \\ P_x &\approx \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} (X_i - \bar{x}) (X_i - \bar{x})^T \end{aligned}$$

Dengan bobot W_i diberikan oleh:

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{N_x + \lambda} \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{N + \lambda} + 1 - \tau^2 + \beta \\ W_i^{(m)} = W_i^{(c)} &= \frac{1}{2(N + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2N. \end{aligned}$$

Nilai β optimal untuk sebaran normal adalah $\beta = 2$ dan $(\sqrt{(N + \lambda)P_x})_i$ adalah kolom ke- i matriks akar kuadrat (Wan & Merwe, 2000).

2.5.2 Algoritma *Unscented Kalman Filter*

Unscented Kalman Filter merupakan perluasan dari *unscented transformation*. Pada tahap inialisasi didefinisikan sistem yang diperbesar dari persamaan (2.14) dan (2.15) seperti pada persamaan (2.17) beserta matriks kovariansi yang dituliskan sesuai persamaan (2.18). Kemudian dilanjutkan dengan pembentukan matriks titik sigma berdasar persamaan (2.19). Titik-titik sigma yang terbentuk itulah yang akan diestimasi pada tahap prediksi dan koreksi.

Algoritma UKF dituliskan sebagai berikut:

Model sistem dan model pengukuran

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$z_k = H(x_k, k) + v_k$$

Inialisasi:

$$\hat{x}_0 = E[x_0]$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$$

$$\hat{x}_0^{aug} = E[x^{aug}] = E[\hat{x}_0^T \quad 0 \quad 0]^T$$

$$P_0^{aug} = E[(x_0^{aug} - \hat{x}_0^{aug})(x_0^{aug} - \hat{x}_0^{aug})^T] = \begin{bmatrix} P_x & 0 & 0 \\ 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}$$

Membangun matriks titik sigma:

$$\chi_{k-1}^{aug} = \left[\hat{x}_{k-1}^{aug} \quad \hat{x}_{k-1}^{aug} + \sqrt{(N + \lambda)P_{k-1}^{aug}} \quad \hat{x}_{k-1}^{aug} - \sqrt{(N + \lambda)P_{k-1}^{aug}} \right]$$

Dalam hal ini: $\lambda = \tau^2(N + \kappa) - N$

Tahap prediksi:

$$\chi_{k|k-1}^x = f(\chi_{k-1}^x, \chi_{k-1}^w)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^- = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(m)} \boldsymbol{\chi}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}^x$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^- = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} \left(\boldsymbol{\chi}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^- \right) \left(\boldsymbol{\chi}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^- \right)^T$$

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{k}|\mathbf{k}-1} = \mathbf{H} \left(\boldsymbol{\chi}_{\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}^x, \boldsymbol{\chi}_{\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}^v \right)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}^- = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}$$

Tahap koreksi:

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}} = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} \left(\mathbf{z}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1} - \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}^- \right) \left(\mathbf{z}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1} - \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}^- \right)^T$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}} = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} \left(\boldsymbol{\chi}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^- \right) \left(\mathbf{z}_{i,\mathbf{k}|\mathbf{k}-1} - \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}^- \right)^T$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^- + \mathbf{K} \left(\mathbf{z}_{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}^- \right)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}} = \mathbf{P}_{\mathbf{k}}^- - \mathbf{K} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}} \mathbf{K}^T$$

(Wan & Merwe, 2000).

BAB 3. METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini. Berikut adalah prosedur yang digunakan yaitu:

- a. Menentukan nilai awal dari variabel-variabel model dinamik misil

Model dinamik misil yang dipakai dalam penelitian ini bersumber dari Subchan dan Zbikowski (2009). Model dinamik misil berupa fungsi nonlinear dan kontinu seperti pada persamaan (2.1) – (2.4). Data masukan awal yang digunakan untuk misil yang diluncurkan dari darat berupa sudut lintas terbang $\gamma = 45^\circ$ (dalam radian), posisi horisontal $d = 0$ m, dan posisi vertikal $h = 0$ m. Sedangkan untuk misil yang diluncurkan dari udara $\gamma = 0^\circ$ (dalam radian), $d = 0$ m dan $h = 400$ m. Kecepatan $V = 250$ m/s, gaya dorong $T = 6000$ N dan sudut serang $\alpha = 0^\circ$ berlaku untuk kedua kondisi. Letak target untuk target di darat diasumsikan diam dengan $d = 10000$ m untuk misil darat – darat, $d = 1000$ m untuk misil udara – darat dan $h = 0$ m, sedangkan untuk target yang berada di udara diasumsikan bergerak dengan kecepatan konstan gerak horisontal 25 m/s, $d = 100$ m dan $h = 800$ m. Dalam hal ini parameter fisik misil seperti pada Tabel 2.1.

- b. Melakukan diskritisasi model

Model dinamik misil masih dalam bentuk kontinu, sehingga harus dilakukan diskritisasi agar dapat diimplementasikan pada algoritma EKF dan UKF. Proses pendiskritan model menggunakan metode beda hingga maju seperti pada persamaan (2.5). Untuk masing-masing variabel pendiskritan terhadap waktu dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{d\gamma}{dt} \approx \frac{\gamma_{k+1} - \gamma_k}{\Delta t}$$

$$\frac{dV}{dt} \approx \frac{V_{k+1} - V_k}{\Delta t}$$

$$\frac{dd}{dt} \approx \frac{d_{k+1} - d_k}{\Delta t}$$

$$\frac{dh}{dt} \approx \frac{h_{k+1} - h_k}{\Delta t}$$

Proses ini mendiskritkan ruas kiri dari persamaan (2.1) – (2.4) sehingga diperoleh model diskrit dalam bentuk fungsi nonlinier $x_{k+1} = f(x_k, u_k)$.

c. Menambahkan *noise* pada model diskrit

Model diskrit pada persamaan di atas masih dalam bentuk deterministik sehingga belum dapat diimplementasikan pada EKF dan UKF. Oleh karena itu harus diubah ke dalam bentuk stokastik dengan menambahkan faktor stokastik berupa *noise*. *Noise* disimbolkan dengan w_k dan v_k dimana keduanya secara berurutan merupakan *noise* sistem dan *noise* pengukuran. Penambahan *noise* dilakukan dengan membangkitkan sejumlah bilangan acak dari komputer, serta diasumsikan bersebaran normal dengan mean nol. Variansi dari *noise* diasumsikan konstan sebesar Q dan R . Pada Matlab 7.8.0, *noise* sistem dan *noise* pengukuran dituliskan dengan formula $w = \text{sqrt}(Q) * \text{randn}(4, 1)$ dan $v = \text{sqrt}(R) * \text{randn}(4, 1)$.

d. Mengimplementasikan algoritma EKF dan UKF

Model dinamik misil selanjutnya diimplementasikan pada algoritma EKF dan UKF. Untuk EKF, sebelum diimplementasikan perlu adanya linearisasi dengan matriks Jacobi sehingga membentuk persamaan (2.12). Berbeda dengan UKF yang tidak memerlukan linearisasi pada model dinamik misil, akan tetapi diawali dengan *unscented transformation* untuk mencari matriks titik sigma χ_k^{aug} yang sesuai dari variabel keadaan tambahan $\mathbf{x}_k^{aug} = [\mathbf{x}_k^T \ w_k^T \ v_k^T]^T$ berdasar persamaan

(2.19). Variabel yang diestimasi pada tahap ini adalah sudut lintas terbang γ , kecepatan V , posisi horisontal d , dan posisi vertikal h . Dengan waktu estimasi sebagai variabel bebas. Simulasi pada proses ini menggunakan *software* Matlab 7.8.0.

e. Menganalisis hasil simulasi

Pada simulasi ini, misil diasumsikan diluncurkan dari daratan dengan posisi vertikal $h_0 = 0$ m dan dari udara dengan posisi vertikal $h_0 = 400$ m. Setelah disimulasi maka dapat diketahui hasil estimasi dari variabel keadaan misil dan *Root Mean Square Error* (RMSE) dari masing-masing algoritma. Analisis yang dilakukan terutama dengan melihat selisih posisi akhir pada estimasi variabel keadaan posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target dan membandingkan nilai RMSE dari metode EKF dan UKF dengan waktu jelajah maksimal yaitu 40 s dan $\Delta t = 0,1$ s. Metode yang terbaik memiliki selisih posisi akhir terdekat dengan letak target dan RMSE yang lebih kecil. Proses perbandingan dilakukan untuk posisi horisontal dan posisi vertikal misil.

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Di dalam bab ini model dinamik misil dalam bentuk sistem nonlinier dan kontinu akan didiskritkan sehingga algoritma EKF dan UKF dapat dijalankan dalam pemrograman di Matlab. Model misil yang masih deterministik harus diubah menjadi model stokastik dengan cara menambahkan *noise* pada model sistem dan model pengukuran. Pada algoritma EKF terdapat linierisasi dengan membentuk matriks Jacobi **A**. Sedangkan pada algoritma UKF diawali dengan *unscented transformation* untuk mencari matriks titik sigma dari variabel keadaan. Selanjutnya akan dibandingkan selisih posisi akhir terhadap target dari posisi horisontal dan posisi vertikal kemudian nilai RMSE antara EKF dan UKF untuk mengetahui metode yang terbaik.

4.1 Diskritisasi Model Misil

Model dinamik misil ditunjukkan pada persamaan (2.1) – (2.4). Persamaan (2.1) – (2.4) harus didiskritkan agar dapat diimplementasikan pada metode EKF dan UKF. Jika γ_k menyatakan posisi sudut pada saat $k\Delta t$ begitu juga untuk kecepatan, posisi horisontal dan posisi vertikal maka dapat dituliskan

$$\gamma = \gamma_k; \quad V = V_k; \quad d = d_k; \quad h = h_k.$$

Diskritisasi dilakukan dengan menggunakan metode beda hingga maju sehingga aproksimasi variabel keadaan terhadap waktu diperoleh

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} \approx \frac{\gamma_{k+1} - \gamma_k}{\Delta t} \quad (4.1)$$

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} \approx \frac{V_{k+1} - V_k}{\Delta t} \quad (4.2)$$

$$\dot{d} = \frac{dd}{dt} \approx \frac{d_{k+1} - d_k}{\Delta t} \quad (4.3)$$

$$\dot{h} = \frac{dh}{dt} \approx \frac{h_{k+1} - h_k}{\Delta t}. \quad (4.4)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.1) – (4.4) ke dalam persamaan (2.1) – (2.4) serta memisahkan variabel yang memuat indeks $(k+1)$ di ruas kiri dan indeks k di ruas kanan, maka diperoleh model misil (4.5) – (4.8).

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{k+1} - \gamma_k}{\Delta t} &\approx \frac{T-D}{mV_k} \sin \alpha + \frac{L}{mV_k} \cos \alpha - \frac{g \cos \gamma_k}{V_k} \\ \gamma_{k+1} &\approx \left(\frac{T-D}{mV_k} \sin \alpha + \frac{L}{mV_k} \cos \alpha - \frac{g \cos \gamma_k}{V_k} \right) \Delta t + \gamma_k \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{k+1} - V_k}{\Delta t} &\approx \frac{T-D}{m} \cos \alpha - \frac{L}{m} \sin \alpha - g \sin \gamma_k \\ V_{k+1} &\approx \left(\frac{T-D}{m} \cos \alpha - \frac{L}{m} \sin \alpha - g \sin \gamma_k \right) \Delta t + V_k \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d_{k+1} - d_k}{\Delta t} &\approx V_k \cos \gamma_k \\ d_{k+1} &\approx (V_k \cos \gamma_k) \Delta t + d_k \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{h_{k+1} - h_k}{\Delta t} &\approx V_k \sin \gamma_k \\ h_{k+1} &\approx (V_k \sin \gamma_k) \Delta t + h_k \end{aligned} \quad (4.8)$$

Dalam bentuk matriks, persamaan (4.5) – (4.8) dapat dituliskan menjadi

$$\begin{bmatrix} \gamma_{k+1} \\ V_{k+1} \\ d_{k+1} \\ h_{k+1} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \left(\frac{T-D}{mV_k} \sin \alpha + \frac{L}{mV_k} \cos \alpha - \frac{g \cos \gamma_k}{V_k} \right) \Delta t + \gamma_k \\ \left(\frac{T-D}{m} \cos \alpha - \frac{L}{m} \sin \alpha - g \sin \gamma_k \right) \Delta t + V_k \\ (V_k \cos \gamma_k) \Delta t + d_k \\ (V_k \sin \gamma_k) \Delta t + h_k \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Gaya aksial aerodinamik D bergantung pada nilai C_D , kepadatan udara ρ dan kecepatan V . Sedangkan C_D bergantung pada besar α dan ρ bergantung pada h . Sehingga diperoleh

$$\rho_k = C_1 h_k^2 + C_2 h_k + C_3$$

$$C_{D_k} = A_1 \alpha_k^2 + A_2 \alpha_k + A_3$$

dan

$$D(h, V, \alpha)_k = \frac{1}{2} C_{D_k} \rho_k V_k^2 S_{ref}. \quad (4.10)$$

Kemudian, gaya normal aerodinamik L bergantung pada nilai C_L , ρ , dan V .

$$C_{L_k} = B_1 \alpha_k + B_2$$

$$L(h, V, \alpha)_k = \frac{1}{2} C_{L_k} \rho_k V_k^2 S_{ref} \quad (4.11)$$

Dari persamaan (4.10) – (4.11), maka persamaan (4.9) dituliskan menjadi

$$\begin{bmatrix} \gamma_{k+1} \\ V_{k+1} \\ d_{k+1} \\ h_{k+1} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \left(\frac{T - D_k}{m V_k} \sin \alpha_k + \frac{L_k}{m V_k} \cos \alpha_k - \frac{g \cos \gamma_k}{V_k} \right) \Delta t + \gamma_k \\ \left(\frac{T - D_k}{m} \cos \alpha_k - \frac{L_k}{m} \sin \alpha_k - g \sin \gamma_k \right) \Delta t + V_k \\ (V_k \cos \gamma_k) \Delta t + d_k \\ (V_k \sin \gamma_k) \Delta t + h_k \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Jika dituliskan secara lengkap untuk $k = 1, 2, 3, \dots, n$, maka model diskrit pada persamaan (4.12) secara umum dituliskan ke dalam bentuk fungsi nonlinier

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \quad (4.13)$$

dengan model pengukuran yang diasumsikan berbentuk linier seperti berikut

$$z_k = \mathbf{H} x_k. \quad (4.14)$$

\mathbf{H} merupakan matriks identitas berukuran 4×4 , dimana elemen pertama pada diagonal utama menunjukkan pengukuran untuk sudut lintas misil. Sedangkan elemen kedua hingga keempat pada diagonal utama secara berturut-turut menunjukkan pengukuran untuk kecepatan, posisi horisontal, dan posisi vertikal.

4.2 Penambahan *Noise*

Model dinamik misil pada persamaan (4.13) dan model pengukuran pada persamaan (4.14) masih dalam bentuk deterministik. Oleh karena itu, perlu ditambahkan faktor stokastik dalam bentuk *noise* sehingga diperoleh model stokastik

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (4.15)$$

$$z_k = \mathbf{H}x_k + v_k \quad (4.16)$$

dengan $f(x_k, u_k)$ merupakan fungsi nonlinier yang didefinisikan pada persamaan (4.12). Jika ditulis secara lengkap, maka persamaan (4.15) dan (4.16) mempunyai bentuk

$$\begin{bmatrix} \gamma_{k+1} \\ V_{k+1} \\ d_{k+1} \\ h_{k+1} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \left(\frac{T - D_k}{mV_k} \sin \alpha_k + \frac{L_k}{mV_k} \cos \alpha_k - \frac{g \cos \gamma_k}{V_k} \right) \Delta t + \gamma_k \\ \left(\frac{T - D_k}{m} \cos \alpha_k - \frac{L_k}{m} \sin \alpha_k - g \sin \gamma_k \right) \Delta t + V_k \\ (V_k \cos \gamma_k) \Delta t + d_k \\ (V_k \sin \gamma_k) \Delta t + h_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_k^\gamma \\ w_k^V \\ w_k^d \\ w_k^h \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$z_k = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \gamma_k \\ V_k \\ d_k \\ h_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_k^\gamma \\ v_k^V \\ v_k^d \\ v_k^h \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Noise sistem (w_k) dan *noise* pengukuran (v_k) dibangkitkan melalui komputer secara random dengan diasumsikan berdistribusi normal serta memiliki mean nol. Variansi *noise* sistem dinyatakan dengan Q_k dan variansi *noise* pengukuran dinyatakan dengan R_k . Variansi dari kedua *noise* diasumsikan konstan yaitu $Q_k = 10^{-4}$ dan $R_k = 10^{-4}$.

4.3 Implementasi Algoritma EKF untuk Model Dinamik Misil

Sebelum mengimplementasikan algoritma EKF, terlebih dahulu dihitung matriks Jacobi \mathbf{A} dari persamaan (4.17) dengan rumus

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_k} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial d_k} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial h_k} \\ \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_{k+1}} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_{k+1}} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_{k+1}} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_{k+1}} \\ \frac{\partial \gamma_k}{\partial d_{k+1}} & \frac{\partial V_k}{\partial d_{k+1}} & \frac{\partial d_k}{\partial d_{k+1}} & \frac{\partial h_k}{\partial d_{k+1}} \\ \frac{\partial \gamma_k}{\partial h_{k+1}} & \frac{\partial V_k}{\partial h_{k+1}} & \frac{\partial d_k}{\partial h_{k+1}} & \frac{\partial h_k}{\partial h_{k+1}} \\ \frac{\partial \gamma_k}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial V_k}{\partial V_k} & \frac{\partial d_k}{\partial d_k} & \frac{\partial h_k}{\partial h_k} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

dengan

$$\frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial \gamma_k} = \frac{g \sin \gamma_k}{V_k} \Delta t + 1;$$

$$\frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_k} = \left(- \left(\frac{T - \frac{1}{2} C_{D_k} V_k^2 \rho_k S_{ref}}{m V_k^2} \right) \sin \alpha_k - \frac{C_{D_k} \rho_k S_{ref}}{m} \sin \alpha_k + \frac{C_{L_k} \rho_k S_{ref}}{2m} \cos \alpha_k + \frac{g \cos \gamma_k}{V_k^2} \right) \Delta t;$$

$$\frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial d_k} = 0;$$

$$\frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial h_k} = \left(\left(- \frac{C_{D_k} V_k S_{ref} (2C_1 h_k + C_2)}{2m} \right) \sin \alpha_k + \frac{C_{L_k} V_k S_{ref} (2C_1 h_k + C_2)}{2m} \cos \alpha_k \right) \Delta t;$$

$$\frac{\partial V_{k+1}}{\partial \gamma_k} = (-g \cos \gamma_k) \Delta t;$$

$$\frac{\partial V_{k+1}}{\partial V_k} = \left(- \frac{C_{D_k} V_k S_{ref} \rho_k}{m} \cos \alpha_k - \frac{C_{L_k} V_k S_{ref} \rho_k}{m} \sin \alpha_k \right) \Delta t + 1;$$

$$\frac{\partial V_{k+1}}{\partial d_k} = 0;$$

$$\frac{\partial V_{k+1}}{\partial h_k} = \left(- \frac{C_{D_k} V_k^2 S_{ref} (2C_1 h_k + C_2)}{2m} \cos \alpha_k - \frac{C_{L_k} V_k^2 S_{ref} (2C_1 h_k + C_2)}{2m} \sin \alpha_k \right) \Delta t$$

$$\frac{\partial d_{k+1}}{\partial \gamma_k} = (-V_k \sin \gamma_k) \Delta t; \quad \frac{\partial d_{k+1}}{\partial V_k} = (\cos \gamma_k) \Delta t;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial d_{k+1}}{\partial d_k} &= 1; & \frac{\partial d_{k+1}}{\partial h_k} &= 0; \\ \frac{\partial h_{k+1}}{\partial \gamma_k} &= (V_k \cos \gamma_k) \Delta t; & \frac{\partial h_{k+1}}{\partial V_k} &= (\sin \gamma_k) \Delta t; \\ \frac{\partial h_{k+1}}{\partial d_k} &= 0; & \frac{\partial h_{k+1}}{\partial h_k} &= 1. \end{aligned}$$

Sedangkan untuk matriks \mathbf{H} tidak dihitung karena model pengukuran yang digunakan dianggap linier.

Langkah-langkah berikutnya dalam EKF adalah sebagai berikut

1. Pelinieran model sistem

Persamaan (4.17) dilinierkan menggunakan matriks Jacobi pada persamaan (4.19) sehingga menjadi

$$\begin{bmatrix} \gamma_{k+1} \\ V_{k+1} \\ d_{k+1} \\ h_{k+1} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial V_k} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial d_k} & \frac{\partial \gamma_{k+1}}{\partial h_k} \\ \frac{\partial V_{k+1}}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial V_{k+1}}{\partial V_k} & \frac{\partial V_{k+1}}{\partial d_k} & \frac{\partial V_{k+1}}{\partial h_k} \\ \frac{\partial d_{k+1}}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial d_{k+1}}{\partial V_k} & \frac{\partial d_{k+1}}{\partial d_k} & \frac{\partial d_{k+1}}{\partial h_k} \\ \frac{\partial h_{k+1}}{\partial \gamma_k} & \frac{\partial h_{k+1}}{\partial V_k} & \frac{\partial h_{k+1}}{\partial d_k} & \frac{\partial h_{k+1}}{\partial h_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_k \\ V_k \\ d_k \\ h_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_k^\gamma \\ w_k^V \\ w_k^d \\ w_k^h \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Secara umum persamaan (4.20) yang telah linier dan diskrit dapat ditulis

$$x_{k+1} = \mathbf{A}x_k + w_k.$$

2. Inisialisasi masing-masing variabel keadaan pada saat $k = 0$ untuk misil yang diluncurkan dari darat yaitu $\gamma_0 = 45^\circ$ (dalam radian), $V_0 = 250 \text{ m/s}$, $d_0 = 0 \text{ m}$, dan $h_0 = 0 \text{ m}$. Sedangkan untuk misil yang diluncurkan dari udara $\gamma_0 = 0^\circ$ (dalam radian), $V_0 = 250 \text{ m/s}$, $d_0 = 0 \text{ m}$, dan $h_0 = 400 \text{ m}$.

3. Tahap prediksi

Pada tahap ini, matriks Jacobi yang digunakan yaitu persamaan (4.19). Nilai variabel yang diestimasi diperoleh dengan menggunakan persamaan

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{w}_k$$

dan nilai kovariansi *error*-nya diperoleh dengan menggunakan persamaan

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{A}\mathbf{P}_k\mathbf{A}^T + \mathbf{G}_k\mathbf{Q}_k\mathbf{G}_k^T.$$

4. Tahap koreksi

Pada tahap ini dicari nilai *kalman gain* menggunakan persamaan berikut

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}^T + R_{k+1})^{-1}.$$

Nilai estimasi EKF merupakan nilai yang diperoleh dari

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} (z_{k+1} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-)$$

sedangkan untuk kovariansi *error* diperoleh menggunakan persamaan berikut

$$\mathbf{P}_{k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}]\mathbf{P}_{k+1}^-.$$

5. Kembali ke langkah ke-3 untuk iterasi berikutnya sampai waktu k yang diinginkan.

4.4. Implementasi Algoritma UKF untuk Model Dinamik Misil

Model persamaan yang dipakai merupakan model dinamik misil pada persamaan (4.17) dan persamaan (4.18) sebagai model pengukuran. Selanjutnya didefinisikan sistem yang diperbesar (*augmented*) yang merupakan gabungan dari variabel keadaan, *noise* sistem dan *noise* pengukuran dalam bentuk matriks berikut.

$$\mathbf{x}_k^{aug} = \begin{bmatrix} \gamma_k \\ V_k \\ d_k \\ h_k \\ w_k \\ v_k \end{bmatrix}$$

Sedangkan kovariansi dari sistem yang diperbesar didefinisikan dengan

$$\mathbf{P}_k^{aug} = \begin{bmatrix} P_{\gamma\gamma} & P_{\gamma V} & P_{\gamma d} & P_{\gamma h} & 0 & 0 \\ P_{V\gamma} & P_{VV} & P_{Vd} & P_{Vh} & 0 & 0 \\ P_{d\gamma} & P_{dV} & P_{dd} & P_{dh} & 0 & 0 \\ P_{h\gamma} & P_{hV} & P_{hd} & P_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}.$$

Langkah-langkah berikutnya dalam UKF adalah sebagai berikut

1. Inisialisasi masing-masing variabel dari sistem yang diperbesar pada saat $k = 0$ untuk misil yang diluncurkan dari darat seperti berikut

$$\hat{\mathbf{x}}_0^{aug} = E[\mathbf{x}_0^{aug}] = E \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ V_0 \\ d_0 \\ h_0 \\ w_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45^\circ \\ 250 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

γ_0 pada misil yang diluncurkan dari darat memiliki satuan dalam radian. Sedangkan untuk misil yang diluncurkan dari udara inisialisasi awal adalah $\gamma_0 = 0^\circ$ (dalam radian), $V_0 = 250 \text{ m/s}$, $d_0 = 0 \text{ m}$ dan $h_0 = 400 \text{ m}$. Untuk *noise* sistem $w_0 = 0$ dan *noise* pengukuran $v_0 = 0$.

Kovariansi dari sistem yang diperbesar yaitu

$$\mathbf{P}_0^{aug} = \begin{bmatrix} P_{\gamma\gamma} & P_{\gamma V} & P_{\gamma d} & P_{\gamma h} & 0 & 0 \\ P_{V\gamma} & P_{VV} & P_{Vd} & P_{Vh} & 0 & 0 \\ P_{d\gamma} & P_{dV} & P_{dd} & P_{dh} & 0 & 0 \\ P_{h\gamma} & P_{hV} & P_{hd} & P_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}_{k=0}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{\gamma\gamma} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{V\gamma} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{dd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_v \end{bmatrix}_{k=0}$$

Berdasar *unscented transformation*, akan dibentuk matriks titik sigma dari sistem yang diperbesar \mathbf{x}_k^{aug} yang berdimensi-6 menggunakan persamaan (2.19) sehingga diperoleh 13 titik sigma untuk $k = 1, 2, 3, \dots$

$$\boldsymbol{\chi}_{k-1}^{aug} = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\ \hat{V}_{k-1}^{aug} & \hat{V}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{V}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{V}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\ \hat{d}_{k-1}^{aug} & \hat{d}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{d}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{d}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\ \hat{h}_{k-1}^{aug} & \hat{h}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{h}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{h}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\ \hat{V}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{V}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{V}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\ \hat{d}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{d}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{d}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\ \hat{h}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{h}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{h}_{k-1}^{aug} + \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\ 0 & \left(\sqrt{(N+\lambda)P_w} \right)_5 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\sqrt{(N+\lambda)P_v} \right)_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc}
\hat{\gamma}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\
\hat{V}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{V}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{V}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\
\hat{d}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{d}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{d}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\
\hat{h}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_1 & \hat{h}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_2 & \hat{h}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_3 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
\hat{\gamma}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{\gamma}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\
\hat{V}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{V}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{V}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\
\hat{d}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{d}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{d}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\
\hat{h}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_4 & \hat{h}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_5 & \hat{h}_{k-1}^{aug} - \left(\sqrt{(N+\lambda)P_{x_{k-1}^{aug}}} \right)_6 \\
0 & -\left(\sqrt{(N+\lambda)P_w} \right)_5 & 0 \\
0 & 0 & -\left(\sqrt{(N+\lambda)P_v} \right)_6
\end{array}$$

2. Tahap prediksi

Pada tahap ini, titik-titik sigma yang telah diperoleh selanjutnya ditransformasikan melalui fungsi f berikut

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^x = f(\boldsymbol{\chi}_{k-1}^x, \boldsymbol{\chi}_{k-1}^w).$$

Transformasi dari titik-titik sigma ini akan digunakan untuk mencari mean dan kovariansi pada tahap prediksi menurut persamaan berikut

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_k^- &= \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(m)} \boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}^x \\
\mathbf{P}_k^- &= \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} (\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\boldsymbol{\chi}_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T
\end{aligned}$$

Titik-titik sigma juga ditransformasi melalui fungsi pengukuran dan dicari meannya.

$$\mathbf{Z}_{k|k-1} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^x, \boldsymbol{\chi}_{k-1}^v)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(m)} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}$$

3. Tahap Koreksi

Pada tahap ini dicari kovariansi dari fungsi pengukuran

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_k, \hat{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} (\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_k^-) (\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_k^-)^T .$$

Kovariansi silang dihitung melalui,

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2N} W_i^{(c)} (\mathbf{x}_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_k^-)^T .$$

Setelah itu dicari *kalman gain*

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{z}}_k} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_k, \hat{\mathbf{z}}_k}^{-1} .$$

Kalman gain yang diperoleh digunakan untuk menghitung nilai estimasi dan kovariansi *error*.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K} (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-) \\ \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_k, \hat{\mathbf{z}}_k} \mathbf{K}^T \end{aligned}$$

4. Kembali ke langkah ke-2 untuk iterasi berikutnya sampai waktu k yang diinginkan.

4.5 Simulasi dan Evaluasi

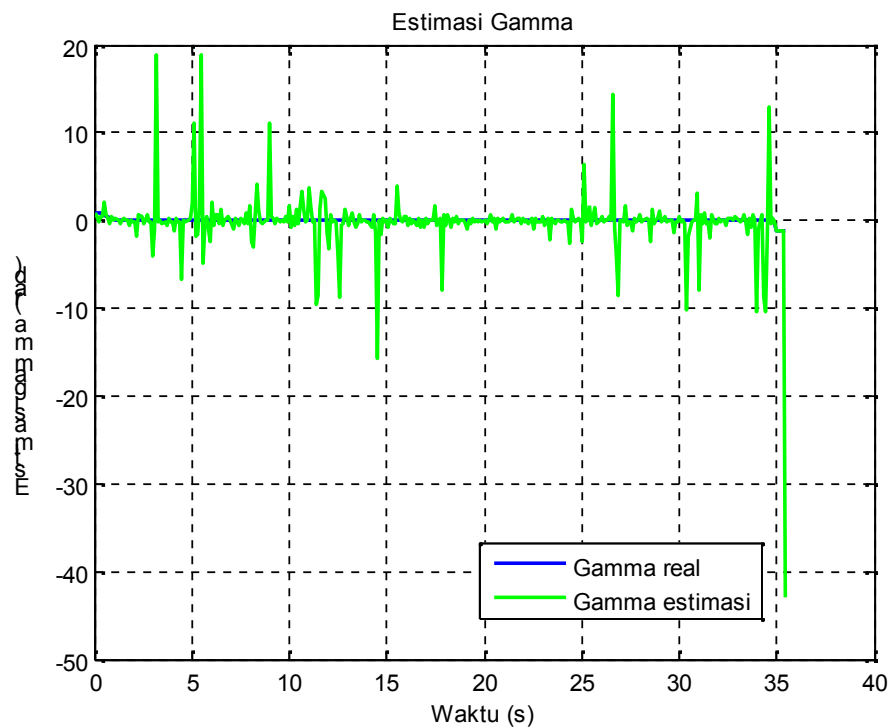
Simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma EKF dan UKF pada model dinamik misil dengan waktu jelajah maksimal 40 s dan $\Delta t = 0,1$ s. Proses simulasi dibagi berdasarkan posisi peluncuran misil dan posisi target, yaitu misil yang diluncurkan dari darat dengan target di darat, misil yang diluncurkan dari darat dengan target di udara, misil yang diluncurkan dari udara dengan target di darat, dan misil yang diluncurkan dari udara dengan target di udara. Hasil simulasi akan dievaluasi terutama dengan cara membandingkan selisih posisi akhir dari estimasi variabel keadaan posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target kemudian hasil estimasi nilai RMSE dari kedua metode. Simulasi dilakukan dengan menerapkan metode EKF terlebih dahulu dengan nilai kovariansi awal $P_0 = 10^{-3}$ yang kemudian

akan dibandingkan dengan hasil estimasi dari metode UKF. Dalam subbab ini, hanya ditunjukkan output berupa grafik real dan estimasi dari masing – masing variabel.

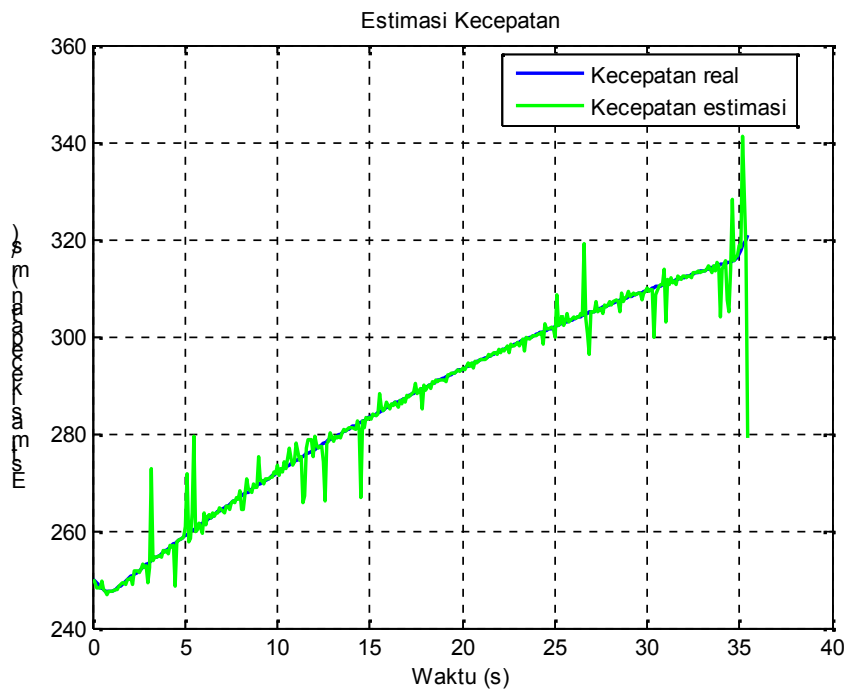
4.5.1 Estimasi dengan Metode EKF

a. Estimasi misil darat – darat

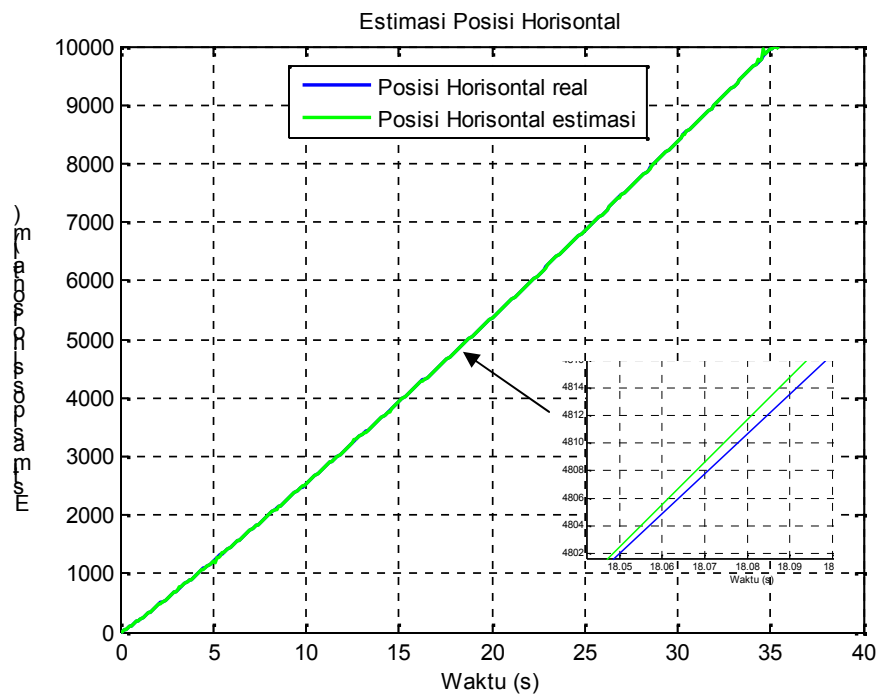
Misil darat – darat merupakan sebutan untuk misil yang diluncurkan dari darat dengan target di darat. Variabel keadaan misil jenis ini pada saat $k = 0$ yaitu sudut lintas $\gamma_0 = 45^\circ$ (dalam radian), kecepatan $V_0 = 250$ m/s, posisi horisontal $d_0 = 0$ m, dan posisi vertikal $h_0 = 0$ m. Sedangkan posisi horisontal target yaitu 10000 m. Hasil estimasi misil jenis ini dengan metode EKF untuk masing-masing variabel dapat dilihat pada Gambar 4.1 sampai dengan Gambar 4.4.



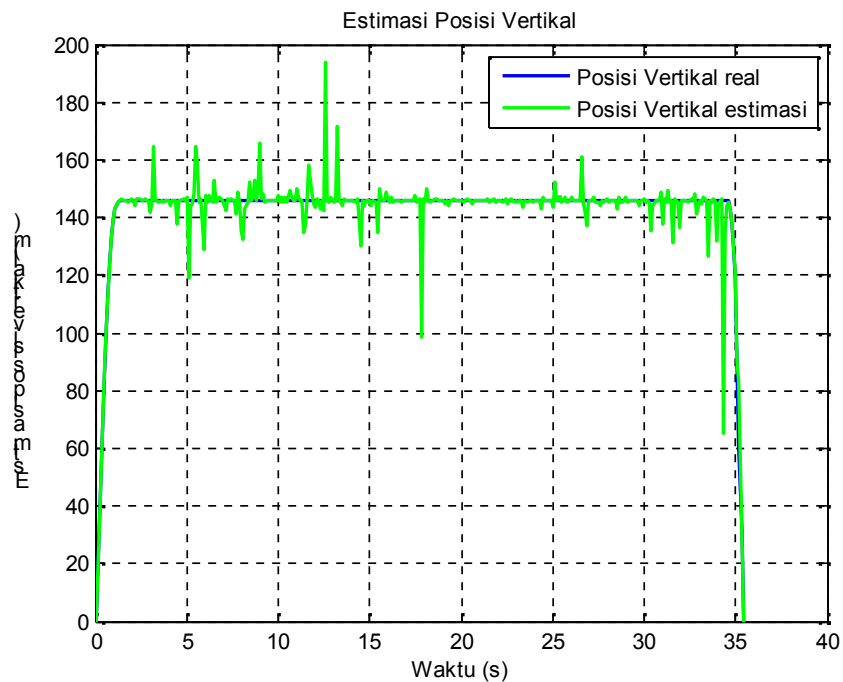
Gambar 4.1 Estimasi gamma misil darat – darat dengan EKF



Gambar 4.2 Estimasi kecepatan misil darat – darat dengan EKF



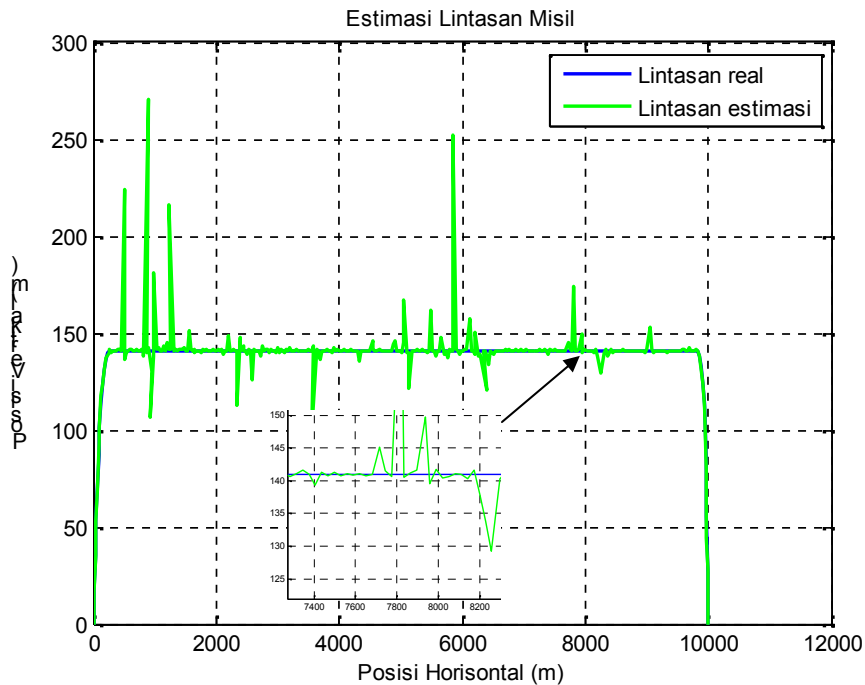
Gambar 4.3 Estimasi posisi horizontal misil darat – darat dengan EKF



Gambar 4.4 Estimasi posisi vertikal misil darat – darat dengan EKF

Gambar 4.1 sampai dengan Gambar 4.4 menunjukkan hasil estimasi dari variabel keadaan misil dengan waktu tempuh untuk menuju target 35,5 s. Gambar 4.1 menunjukkan bahwa besarnya γ (gamma) selama misil terbang menuju target berubah-ubah dari nilai awal $\gamma_0 = 45^\circ$ (dalam radian). Berdasar Gambar 4.1, perubahan estimasi nilai γ berada pada rentang 15 hingga -10 radian. Nilai RMSE untuk γ adalah sebesar 11,393. Gambar 4.2 menunjukkan perubahan kecepatan pada misil. Setelah misil diluncurkan dengan $V_0 = 250$ m/s, misil mengalami penurunan kecepatan untuk beberapa saat kemudian kecepatan terus naik mendekati 340 m/s. Nilai RMSE untuk kecepatan adalah sebesar 11,3628. Gambar 4.3 menunjukkan posisi horisontal misil dari posisi awal $d_0 = 0$ m hingga menuju target. Nilai RMSE dari posisi horisontal adalah sebesar 16,3643 dengan $d_{355} = 9994,6$ m. Gambar 4.4 menunjukkan posisi vertikal misil dari posisi vertikal awal $h_0 = 0$ m hingga menuju target dengan posisi vertikal $h_{355} = 0$ m. Rata-rata posisi vertikal misil berada

diantara 140 – 160 m, terkecuali sesaat setelah peluncuran dan ketika mendekati target. Nilai RMSE dari posisi vertikal adalah sebesar 18,1989.

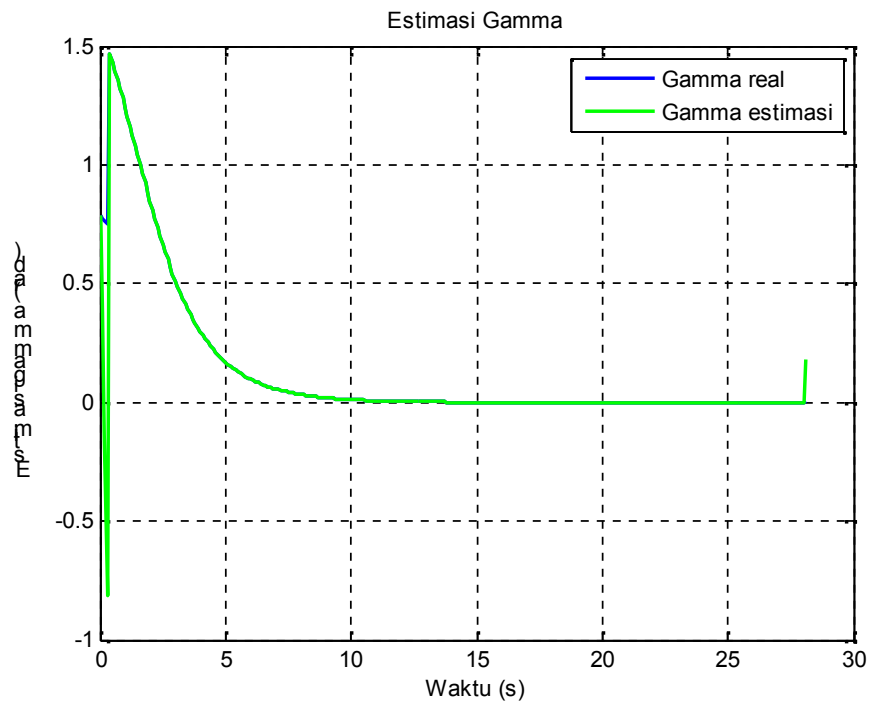


Gambar 4.5 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horizontal misil darat – darat dengan EKF

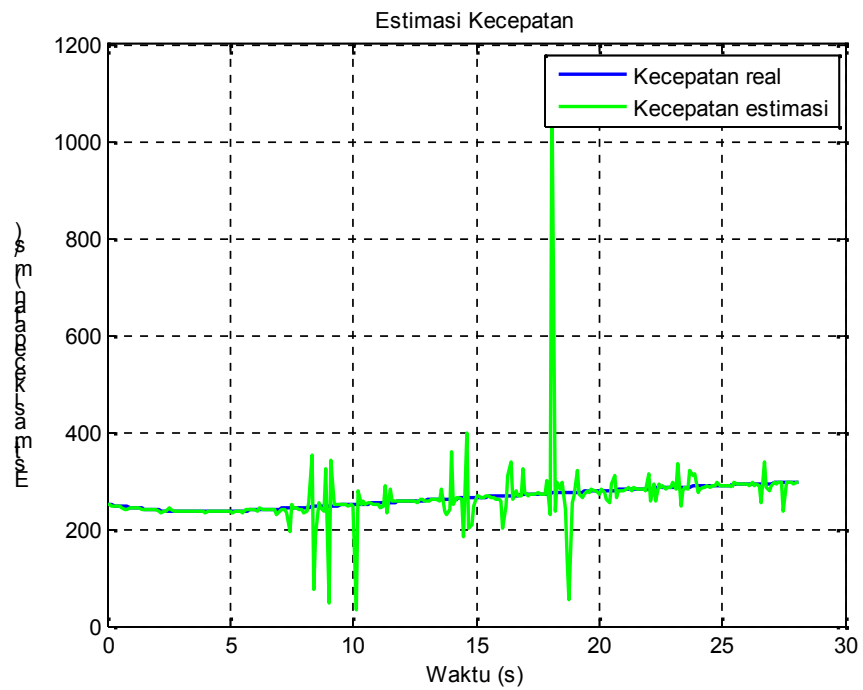
Gambar 4.5 menunjukkan estimasi posisi vertikal terhadap posisi horizontal. Saat awal diluncurkan dengan $d_0 = 0$ m dan $h_0 = 0$ m, kemudian misil menaik hingga posisi vertikal melebihi 140 m. Antara $d = 500 - 9500$ m misil bergerak dengan posisi vertikal antara 120 – 160 m. Setelah itu misil menghujam menuju target.

b. Estimasi misil darat – udara

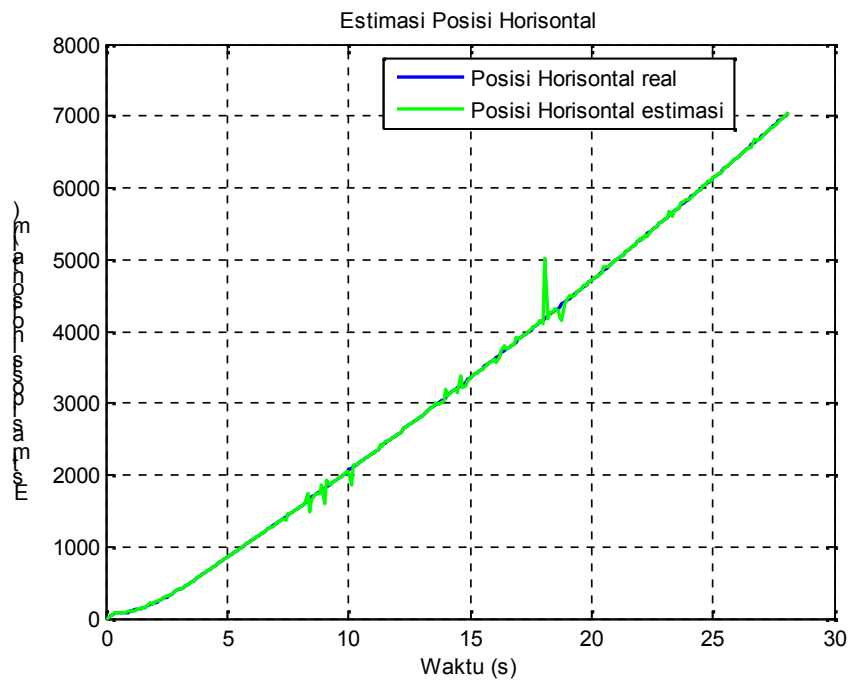
Misil darat – udara merupakan sebutan untuk misil yang diluncurkan dari darat dengan target di udara. Hasil estimasi dengan metode EKF untuk misil darat – udara dengan variabel keadaan misil saat $k = 0$ sama dengan misil darat – darat, sedangkan target bergerak pada posisi awal $d = 100$ m, posisi vertikal 800 m, kecepatan konstan gerak horisontal 25 m/s, dan kecepatan vertikal diasumsikan 0 m/s ditunjukkan pada Gambar 4.6 sampai dengan Gambar 4.9.



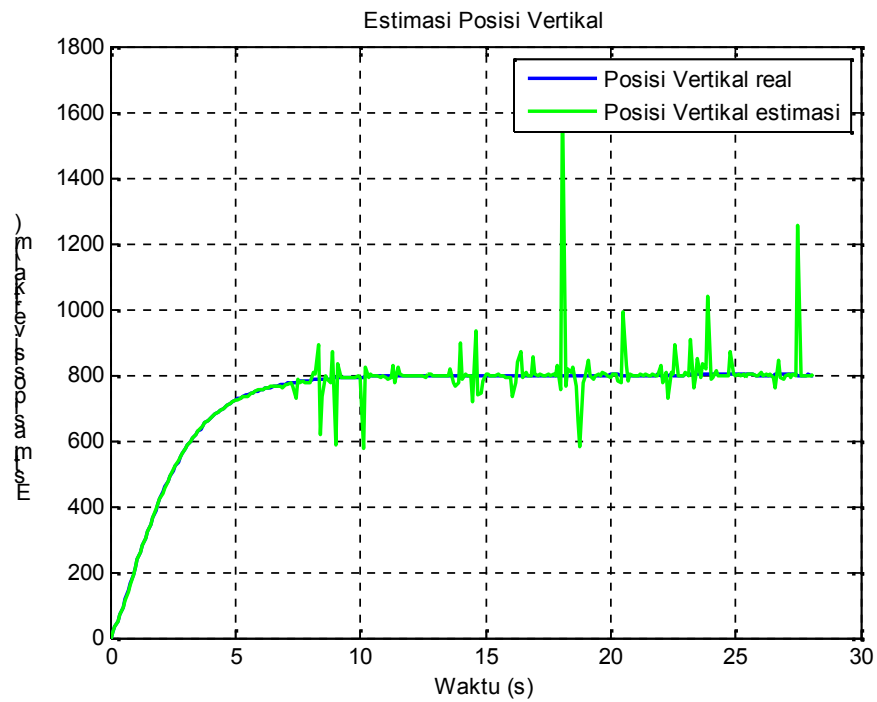
Gambar 4.6 Estimasi gamma misil darat – udara dengan EKF



Gambar 4.7 Estimasi kecepatan misil darat – udara dengan EKF

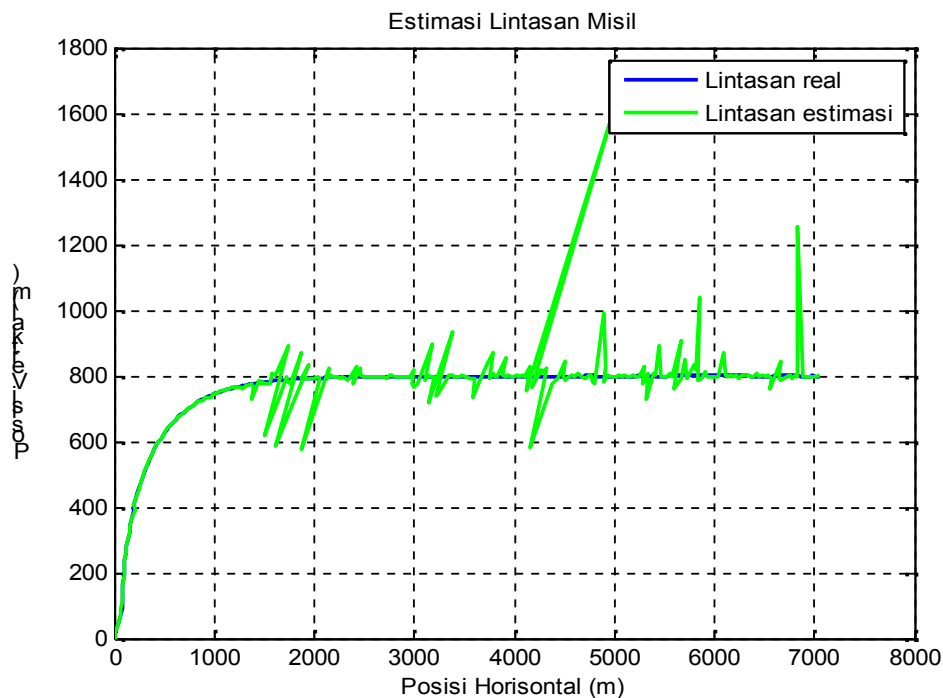


Gambar 4.8 Estimasi posisi horizontal misil darat – udara dengan EKF



Gambar 4.9 Estimasi posisi vertikal misil darat – udara dengan EKF

Gambar 4.6 sampai dengan Gambar 4.9 merupakan hasil estimasi dari variabel keadaan misil dengan waktu tempuh menuju target 28,2 s serta posisi akhir target $d = 7050$ m dan $h = 800$ m. Gambar 4.6 menunjukkan perubahan γ sejak pertama diluncurkan dengan γ_0 yang besarnya sama dengan misil darat – darat hingga menuju target bergerak yang berada di udara. Beberapa saat setelah peluncuran terjadi fluktuasi nilai estimasi γ yang nilainya jauh berbeda dari nilai real. Namun untuk t selanjutnya hingga $t = 28,1$ s, besarnya nilai γ terus menurun mendekati 0 radian dan sangat mendekati nilai real. Kemudian pada $t = 28,2$ s terjadi perbedaan nilai γ terhadap nilai real. Nilai RMSE untuk γ adalah sebesar 198,4697. Gambar 4.7 menunjukkan perubahan kecepatan gerak misil. Hasil estimasi kecepatan gerak misil dapat dikatakan tidak stabil, hal ini berdasar grafik estimasi pada Gambar 4.7 dimana sebagian besar nilai estimasinya jauh berbeda dari nilai real. Nilai RMSE untuk kecepatan misil yaitu sebesar 199,8327. Gambar 4.8 menunjukkan posisi horisontal misil dari $t = 0$ s hingga $t = 28,2$ s saat misil mendekati target yaitu pada $d = 7041,45$ m. Berdasar Gambar 4.8 hasil estimasi posisi horisontal cukup mendekati nilai real dengan nilai RMSE sebesar 202,53. Sedangkan untuk Gambar 4.9 menunjukkan grafik estimasi posisi vertikal terhadap nilai real dalam perjalanan misil menuju target. Dengan RMSE sebesar 223,129, misil berhasil mendekati target yang terletak pada posisi vertikal 800 m dengan posisi akhir $h = 799,8$ m.

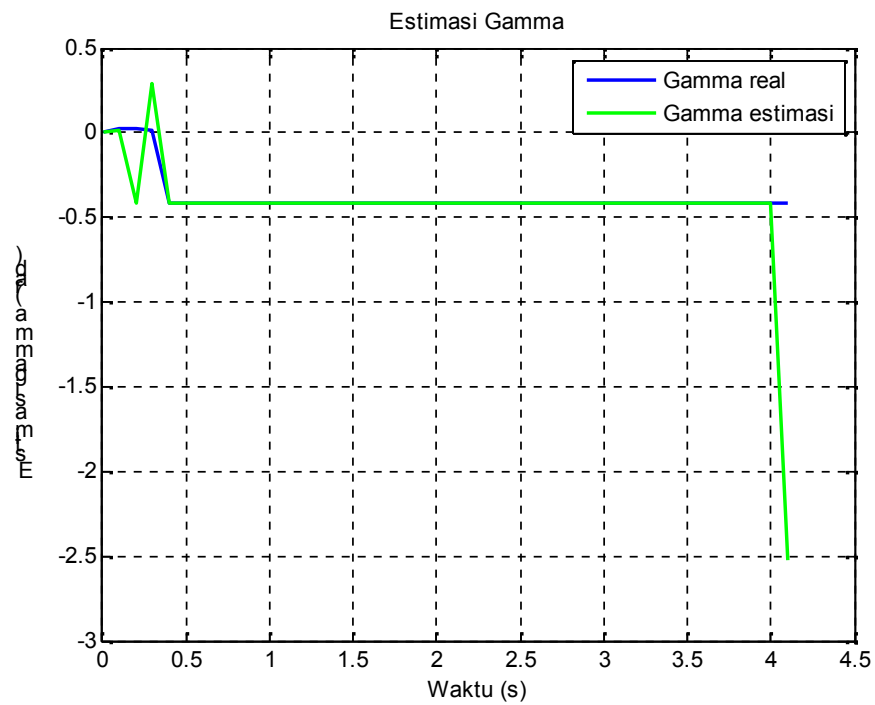


Gambar 4.10 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil darat – udara dengan EKF

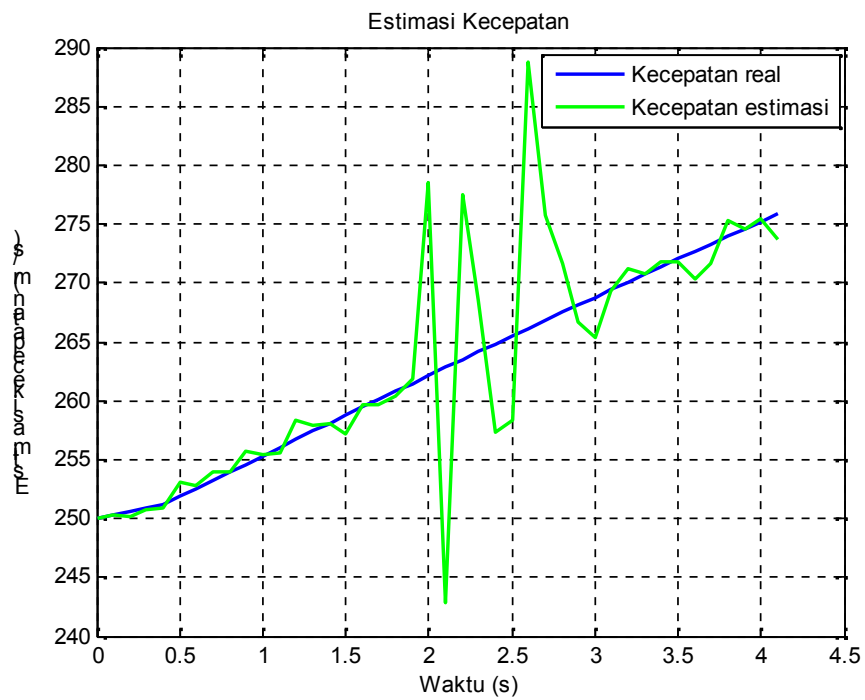
Gambar 4.10 merupakan lintasan misil saat menuju target yang meliputi pergerakan posisi horisontal dan posisi vertikal. Berdasarkan Gambar 4.10, tampak bahwa posisi horisontal misil lebih stabil daripada posisi vertikalnya. Selain itu dapat juga dilihat dari RMSE yang dihasilkan antara kedua variabel tersebut, dimana RMSE posisi horisontal lebih kecil dari posisi vertikal.

c. Estimasi misil udara – darat

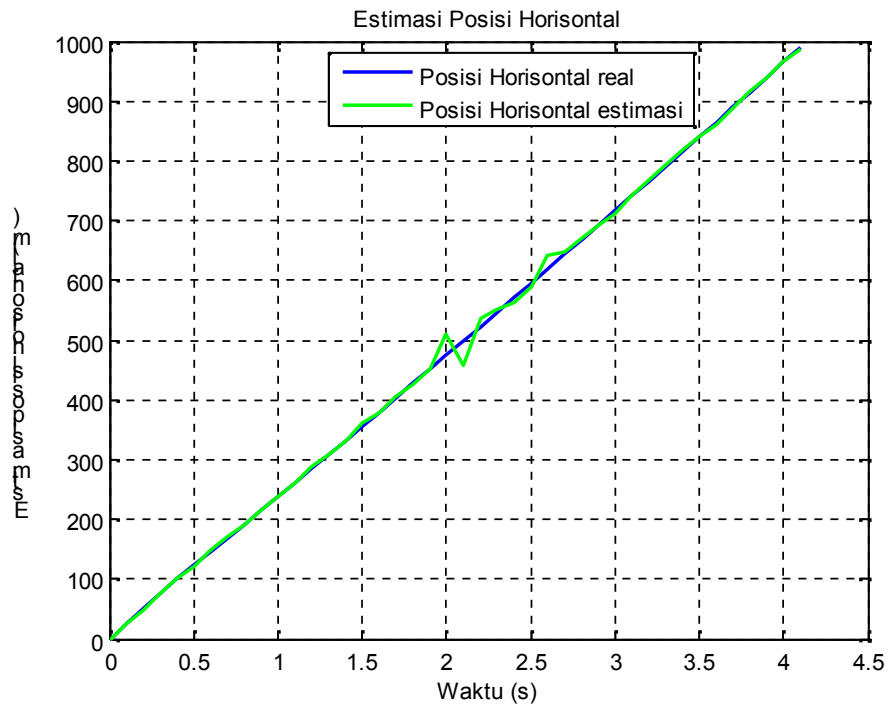
Misil udara – darat merupakan jenis misil yang diluncurkan dari udara dengan target di darat. Untuk estimasi misil jenis ini, misil diluncurkan dengan $\gamma_0 = 0^\circ$ (dalam radian), $V_0 = 250$ m/s, $d_0 = 0$ m dan $h_0 = 400$ m sedangkan target diasumsikan diam pada posisi horisontal 1000 m dengan posisi vertikal 0 m. Hasil estimasi dengan metode EKF ditunjukkan pada Gambar 4.11 sampai dengan Gambar 4.14.



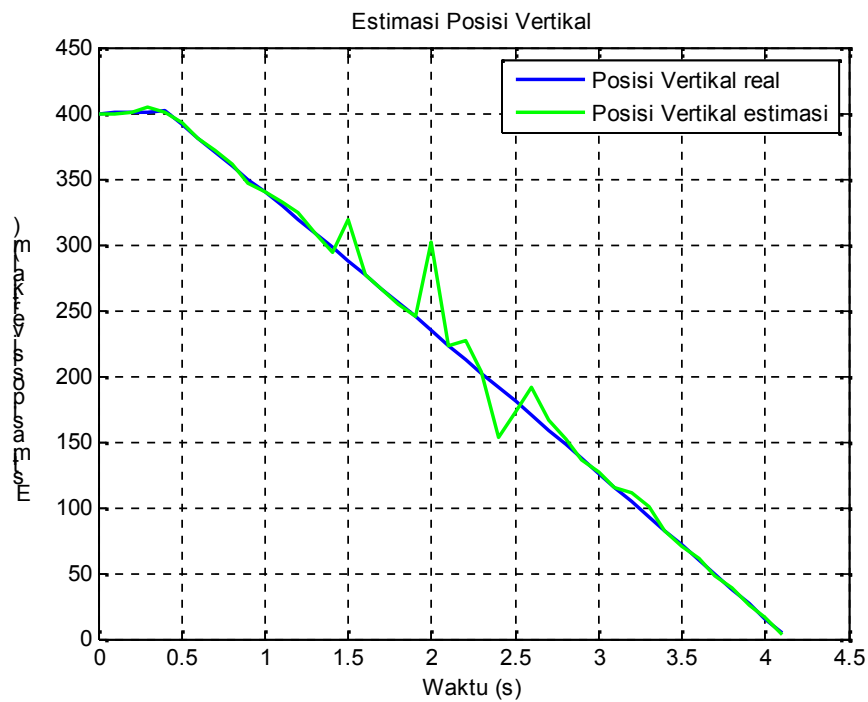
Gambar 4.11 Estimasi gamma misil udara – darat dengan EKF



Gambar 4.12 Estimasi kecepatan misil udara – darat dengan EKF

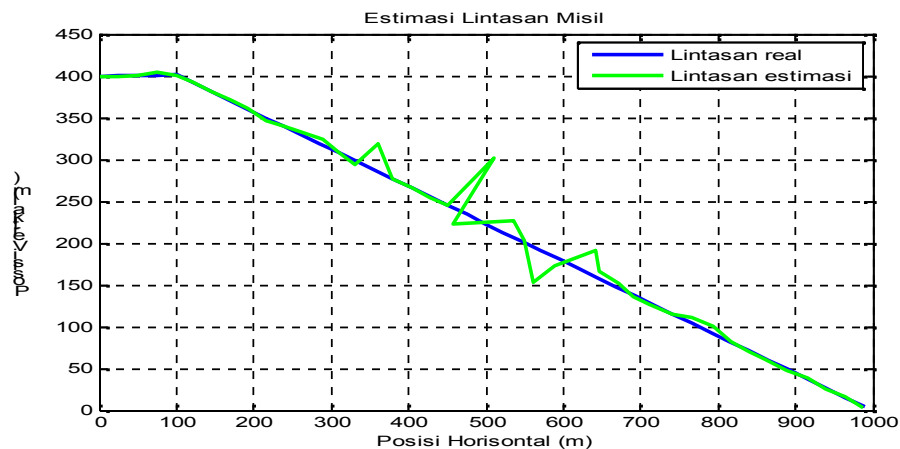


Gambar 4.13 Estimasi posisi horizontal misil udara – darat dengan EKF



Gambar 4.14 Estimasi posisi vertikal misil udara – darat dengan EKF

Gambar 4.11 sampai dengan Gambar 4.14 menunjukkan hasil estimasi dari keempat variabel keadaan misil untuk misil udara – darat saat menuju target yang ditempuh selama 4,2 s. Berdasar Gambar 4.11, tampak bahwa nilai estimasi γ saat misil mencapai target tepatnya pada $t = 0,3$ s, $t = 0,4$ s dan $t = 4,2$ s terdapat selisih dengan nilai real. Sedangkan pada t yang lain besarnya nilai γ dapat dikatakan sama besar dengan nilai real. Nilai RMSE yang dihasilkan sebesar 4,6119. Hasil estimasi untuk kecepatan ditunjukkan pada Gambar 4.12, dimana nilai estimasi kecepatan cenderung naik walaupun di beberapa t terjadi sedikit penurunan kecepatan. Penurunan kecepatan cukup besar terjadi saat $t = 1,1$ s. Nilai RMSE untuk estimasi kecepatan yaitu sebesar 4,4061. Gambar 4.13 menunjukkan pergerakan misil secara horisontal dari $t = 0$ s hingga mencapai target. Hasil estimasi posisi horisontal cukup baik, hal ini berdasar pada Gambar 4.13 dimana grafik nilai estimasi dengan nilai real hampir berimpit di semua t . Nilai RMSE untuk posisi horisontal yaitu sebesar 5,3117 dengan posisi akhir 990,42 m. Sedangkan untuk estimasi posisi vertikal ditunjukkan pada Gambar 4.14. Posisi vertikal untuk misil jenis ini setelah peluncuran hingga $t = 0,5$ s berkisar 400 m, namun setelah itu cenderung menurun hingga mencapai target. Untuk misil udara – darat, estimasi posisi vertikalnya menghasilkan nilai RMSE sebesar 5,5843 dengan posisi vertikal akhir 4,18 m.

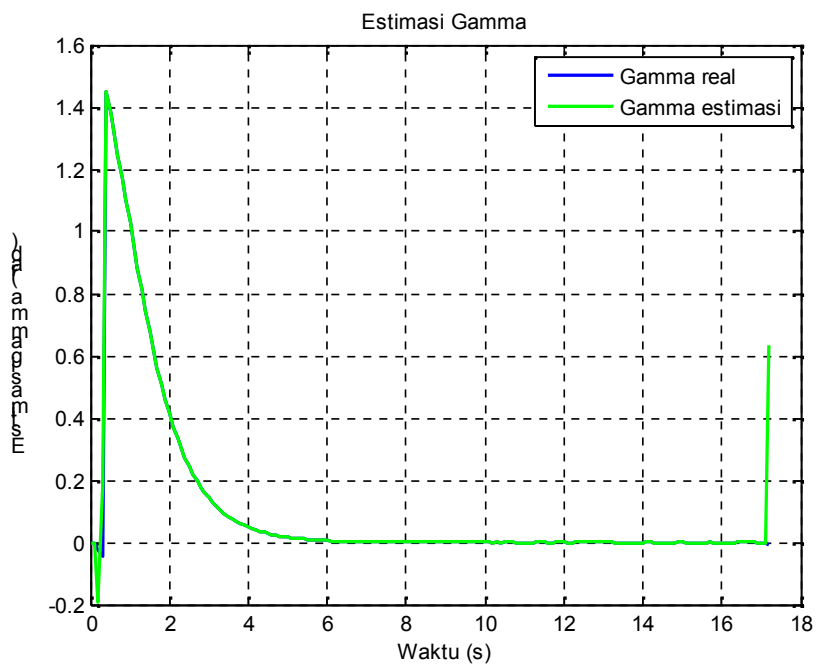


Gambar 4.15 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – darat dengan EKF

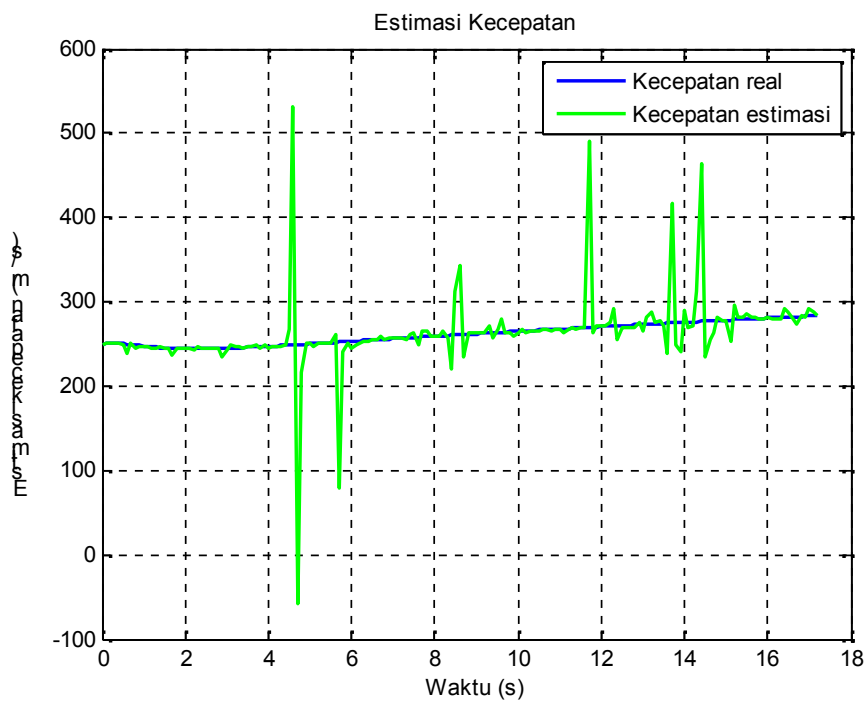
Gambar 4.15 menunjukkan lintasan misil yang merupakan perpaduan dari estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal. Untuk misil jenis ini, posisi horisontal berbanding terbalik dengan posisi vertikal. Semakin jauh posisi horisontal misil, semakin rendah posisi vertikalnya. Berdasar hasil estimasi sebelumnya dari masing-masing variabel, menunjukkan bahwa hasil estimasi posisi horisontal lebih baik dari posisi vertikal yang ditunjukkan dari nilai RMSE dari posisi horisontal yang lebih kecil.

d. Estimasi misil udara – udara

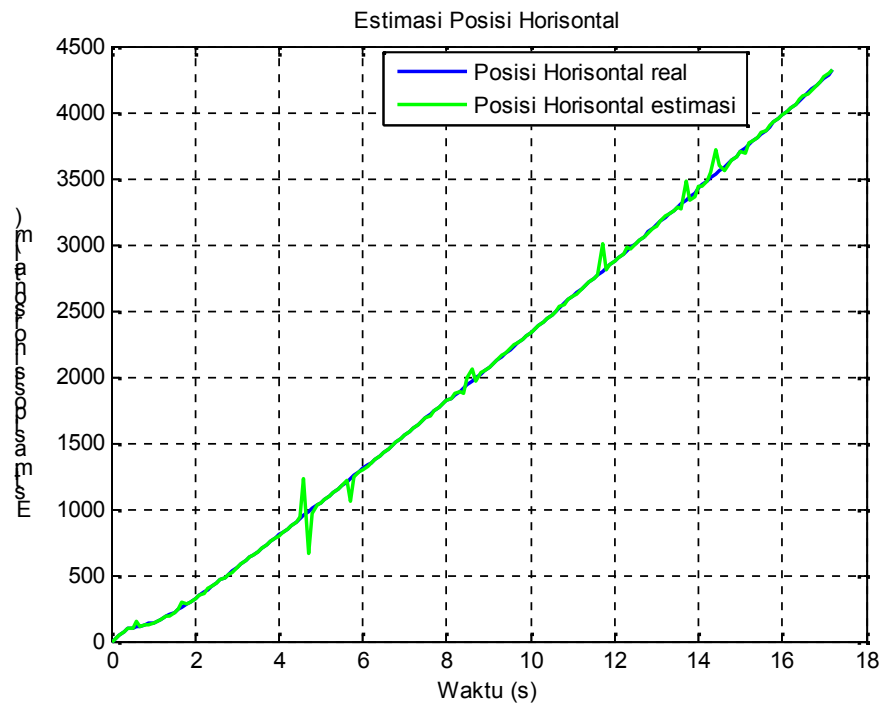
Misil udara – udara merupakan jenis misil yang diluncurkan dari udara dengan target di udara. Misil jenis ini diluncurkan dengan sudut lintas, kecepatan, posisi horisontal dan posisi vertikal awal yang sama dengan jenis misil udara – darat, sedangkan target pada posisi horisontal 100 m, posisi vertikal 800 m, kecepatan gerak horisontal 25 m/s, dan kecepatan vertikal diasumsikan 0 m/s. Hasil estimasi misil udara – udara dengan metode EKF ditunjukkan pada Gambar 4.16 sampai dengan Gambar 4.19.



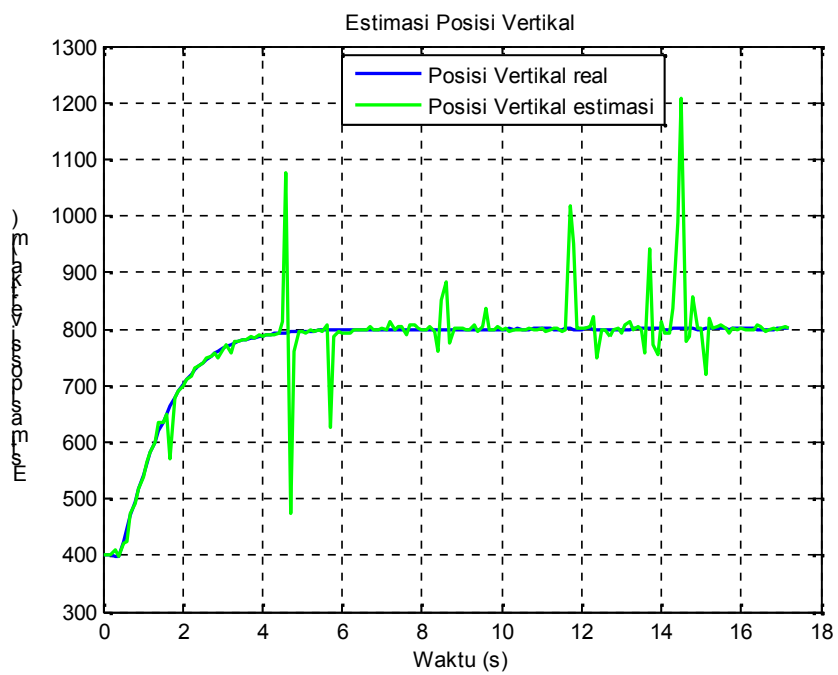
Gambar 4.16 Estimasi gamma misil udara – udara dengan EKF



Gambar 4.17 Estimasi kecepatan misil udara – udara dengan EKF

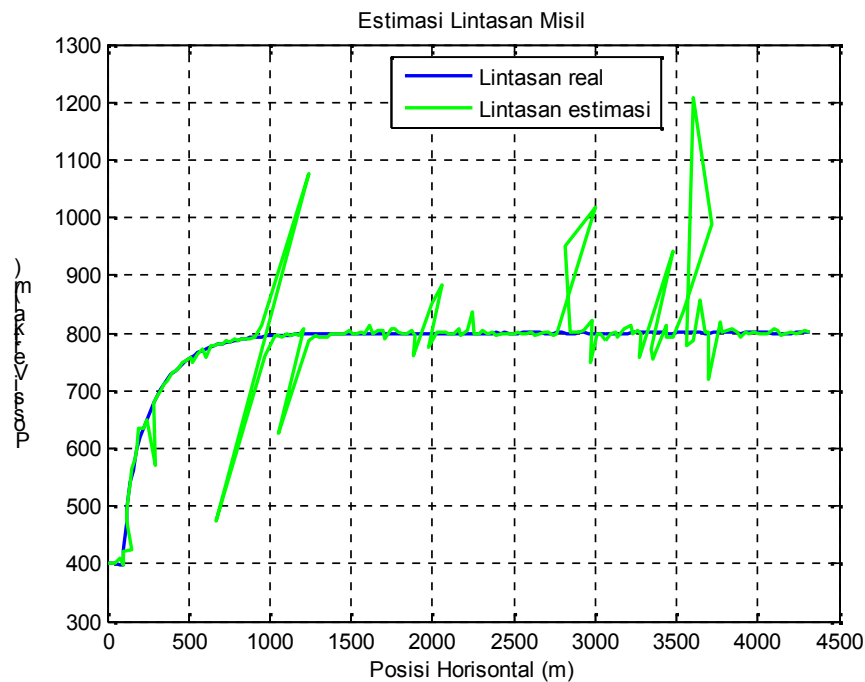


Gambar 4.18 Estimasi posisi horizontal misil udara – udara dengan EKF



Gambar 4.19 Estimasi posisi vertikal misil udara – udara dengan EKF

Gambar 4.16 sampai dengan Gambar 4.19 menunjukkan hasil estimasi dari variabel keadaan misil selama menuju target yang ditempuh selama 17,3 s. Gambar 4.16 merupakan hasil estimasi γ , dimana saat $t = 0,3$ s nilai γ mengalami perubahan yang cukup besar dari yang sebelumnya $-0,15$ radian menjadi $1,45$ radian. Nilai RMSE yang diperoleh untuk estimasi γ yaitu sebesar $110,2695$. Gambar 4.17 merupakan hasil estimasi untuk perubahan kecepatan misil. Berdasar Gambar 4.17, tampak bahwa kecepatan misil sejak diluncurkan hingga mencapai target berubah-ubah dan hampir seluruhnya berbeda dari nilai real. Kecepatan minimum hingga mendekati 100 m/s. Keadaan ini menghasilkan nilai RMSE sebesar $112,4373$. Untuk hasil estimasi posisi horisontal ditunjukkan pada Gambar 4.18. Berdasar Gambar 4.18, posisi horisontal misil semakin lama semakin jauh hingga pada posisi akhir $4310,6$ m. Hasil estimasi posisi horisontal menghasilkan nilai RMSE sebesar $115,358$. Pada Gambar 4.19 ditunjukkan hasil estimasi untuk posisi vertikal misil. Hasil estimasi posisi vertikal misil yang diluncurkan dengan $h_0 = 400$ m, setelah $t = 0,3$ s hingga $t = 17,3$ s menanjak hingga mendekati ketinggian target pada $792,27$ m. Nilai RMSE untuk hasil estimasi posisi vertikal yaitu sebesar $155,3191$.



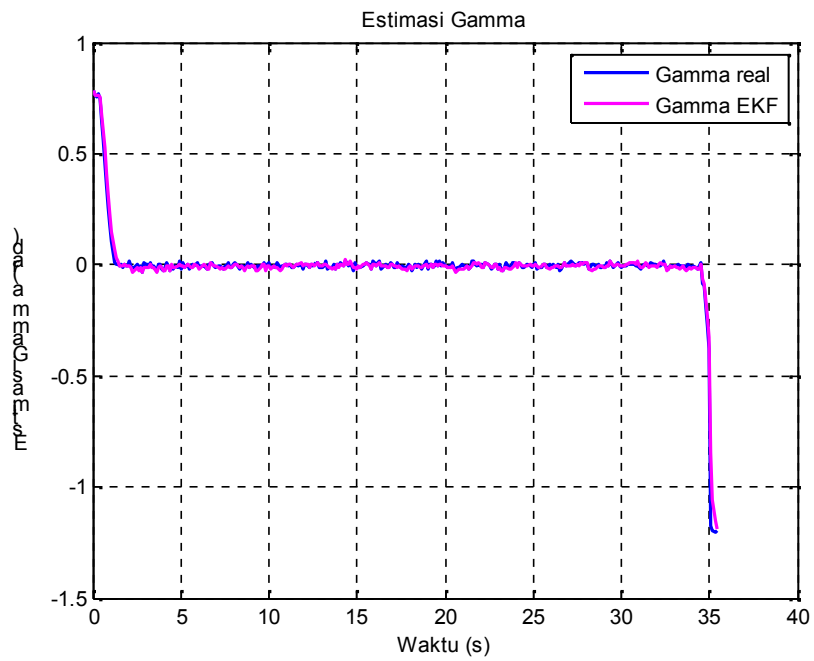
Gambar 4.20 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – udara dengan EKF

Gambar 4.20 menunjukkan lintasan misil yang meliputi posisi horisontal dan posisi vertikal. Berdasarkan Gambar 4.20, misil menanjak setelah mencapai jarak sejauh 73 m hingga mendekati target pada posisi horisontal sejauh 4310,6 m dan posisi vertikal 792,27 m.

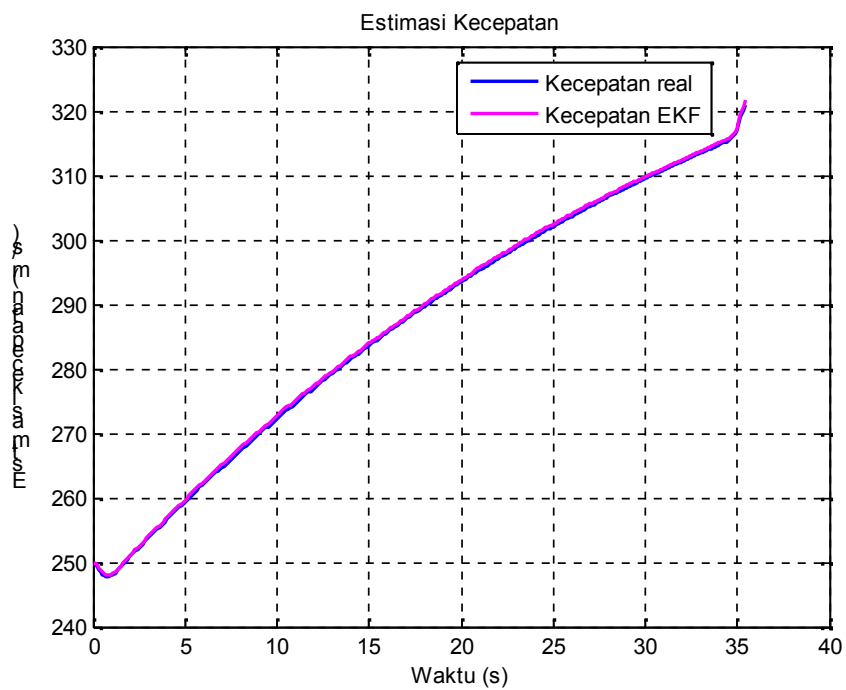
4.5.2 Estimasi dengan Metode UKF

a. Estimasi misil darat – darat

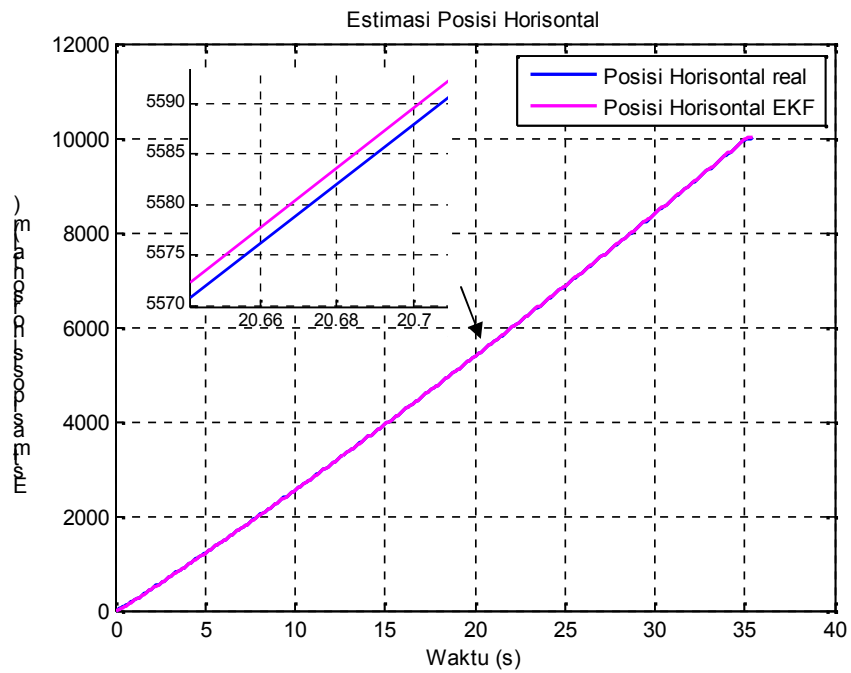
Hasil estimasi misil darat – darat dengan metode UKF untuk masing-masing variabel dapat dilihat pada Gambar 4.21 sampai dengan Gambar 4.24. Dengan inialisasi awal sama seperti pada estimasi misil darat – darat dengan menggunakan metode EKF.



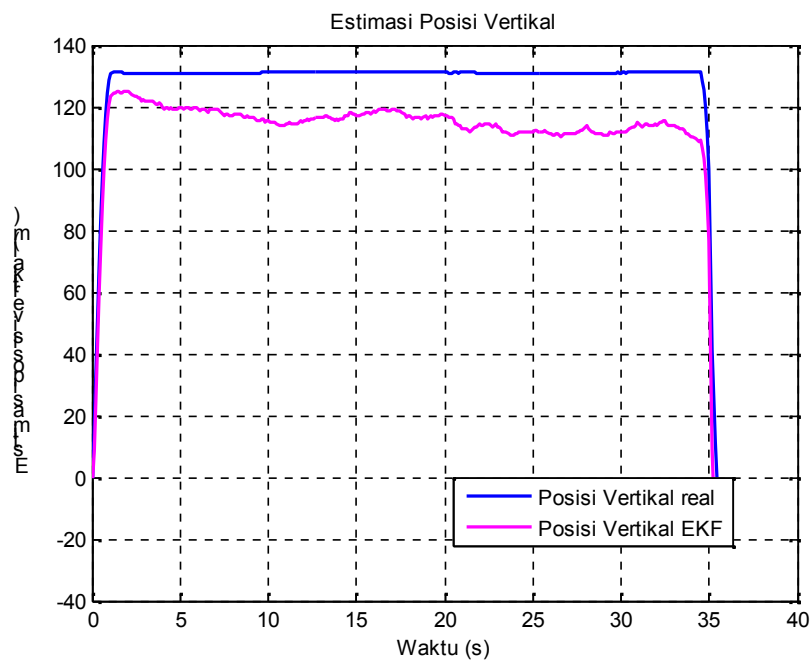
Gambar 4.21 Estimasi gamma misil darat – darat dengan UKF



Gambar 4.22 Estimasi kecepatan misil darat – darat dengan UKF

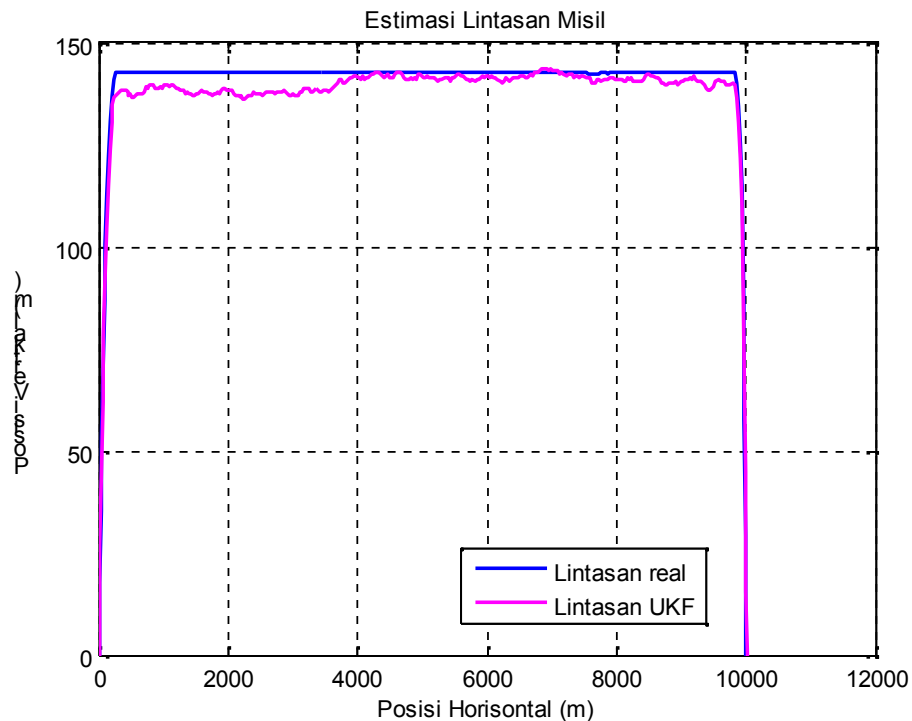


Gambar 4.23 Estimasi posisi horizontal misil darat – darat dengan UKF



Gambar 4.24 Estimasi posisi vertikal misil darat – darat dengan UKF

Gambar 4.21 sampai dengan Gambar 4.24 menunjukkan hasil estimasi dari variabel keadaan misil dengan waktu tempuh untuk menuju target 35,5 s. Gambar 4.21 menunjukkan bahwa besarnya γ selama misil terbang menuju target berubah-ubah dari nilai awal $\gamma_0 = 45^\circ$ (dalam radian). Setelah diluncurkan hingga $t = 1,2$ s, γ mengecil mendekati 0 radian. Pada $t = 1,3$ s hingga $t = 35,5$ s nilai estimasi γ berkisar antara -0,04 sampai 0,06 radian. Setelah itu hingga misil mencapai target γ mengarah ke bawah hingga melebihi -1,2 radian. Nilai RMSE untuk γ adalah sebesar 0,17107. Gambar 4.22 menunjukkan perubahan kecepatan pada misil. Setelah misil diluncurkan dengan $V_0 = 250$ m/s kemudian mengalami penurunan kecepatan untuk beberapa saat, akan tetapi pada saat $t = 1$ s hingga mencapai target kecepatan naik mencapai 320,845 m/s. Nilai RMSE untuk kecepatan adalah sebesar 2,0078. Gambar 4.23 menunjukkan posisi horisontal misil dari posisi awal $d_0 = 0$ m hingga mendekati target yang terletak pada posisi horisontal sejauh 10000 m pada posisi akhir $d_{355} = 10010$ m. Grafik hasil estimasi posisi horisontal sangat berimpit dengan grafik real, dengan nilai RMSE yang cukup besar yaitu 86,28. Gambar 4.24 menunjukkan hasil estimasi posisi vertikal misil dari posisi vertikal awal $h_0 = 0$ m hingga menuju target dengan posisi vertikal $h_{355} = 0$ m. Setelah diluncurkan, misil menanjak hingga ketinggian 124 m dibawah posisi vertikal real. Akan tetapi saat $t = 28,8$ s hingga $t = 35$ s estimasi posisi vertikal di atas nilai real hingga kemudian semakin berimpit saat mendekati target. Nilai RMSE dari posisi vertikal adalah sebesar 87,9612.

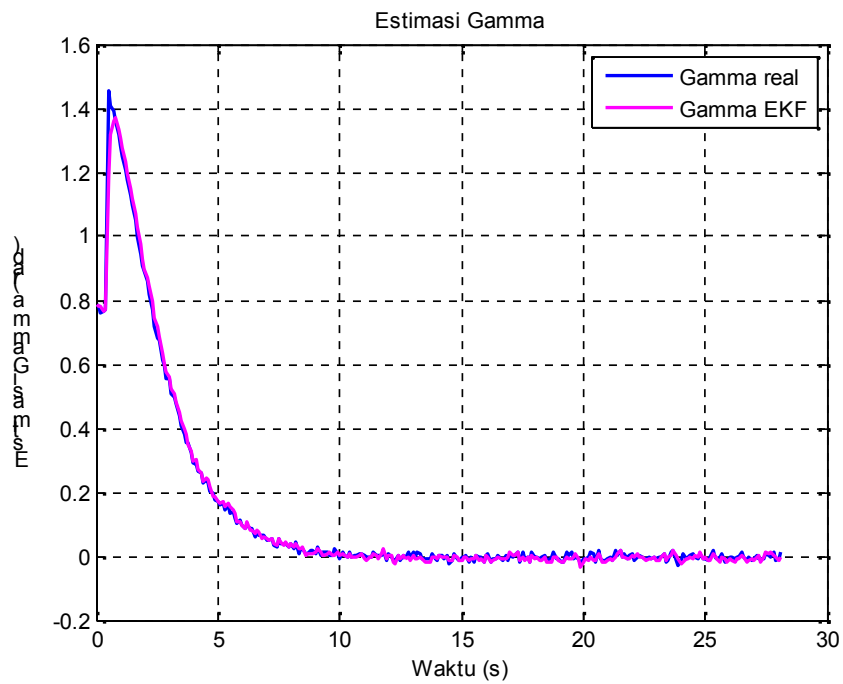


Gambar 4.25 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil darat – darat dengan UKF

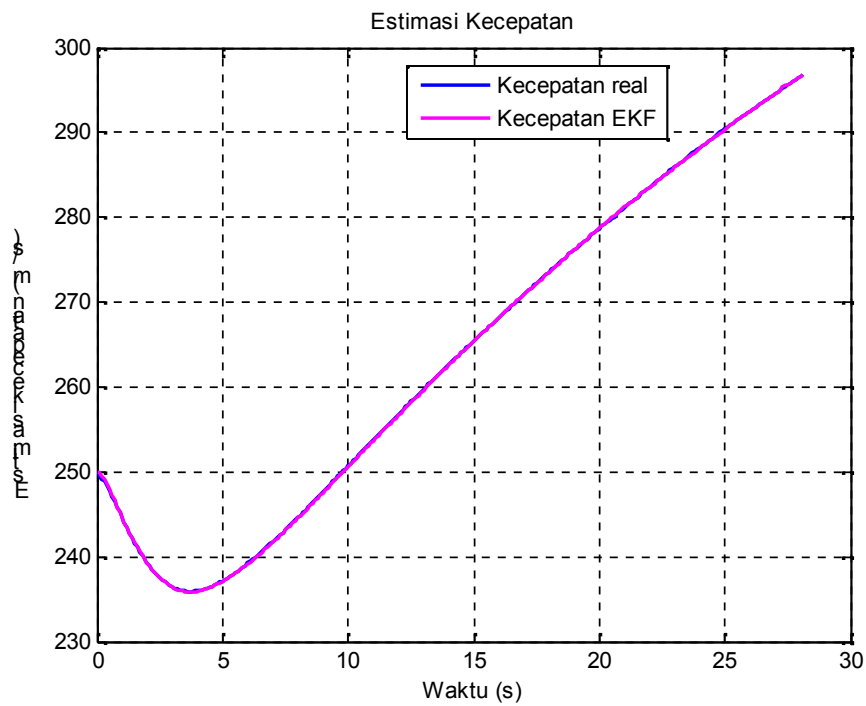
Gambar 4.25 menunjukkan estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal. Saat awal diluncurkan dengan $d_0 = 0$ m dan $h_0 = 0$ m, kemudian misil menanjak hingga $d = 250$ m dengan posisi vertikal mendekati 137 m. Antara $d = 250 - 9830$ m misil bergerak dengan posisi vertikal antara 100 – 140 m. Untuk posisi horisontal selanjutnya posisi vertikal misil menurun hingga mencapai target.

b. Estimasi misil darat – udara

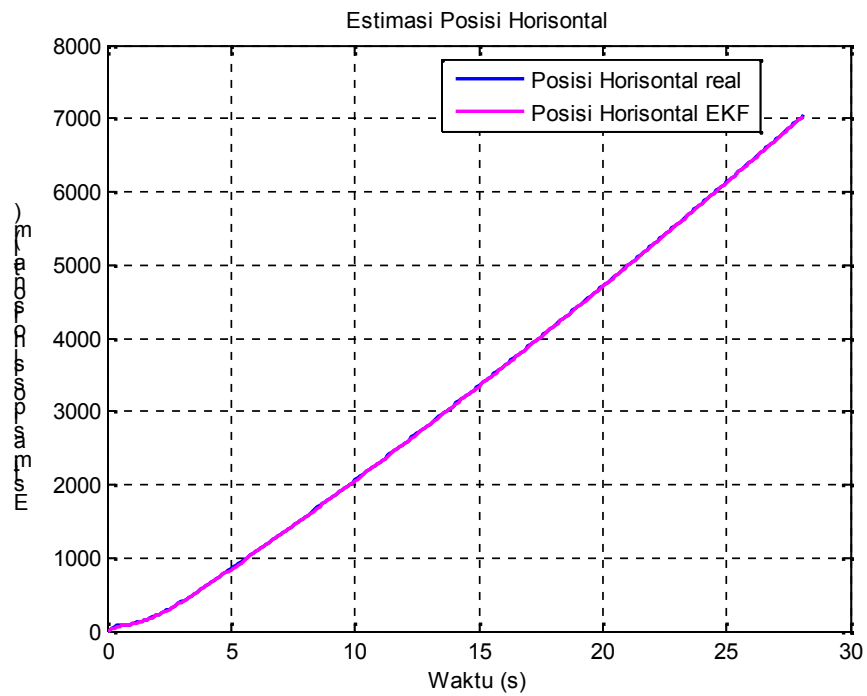
Hasil estimasi dengan metode UKF untuk misil darat – udara dengan variabel keadaan misil saat $k = 0$ dan keadaan target sama dengan estimasi misil darat – udara dengan menggunakan metode EKF, ditunjukkan pada Gambar 4.26 sampai dengan Gambar 4.29.



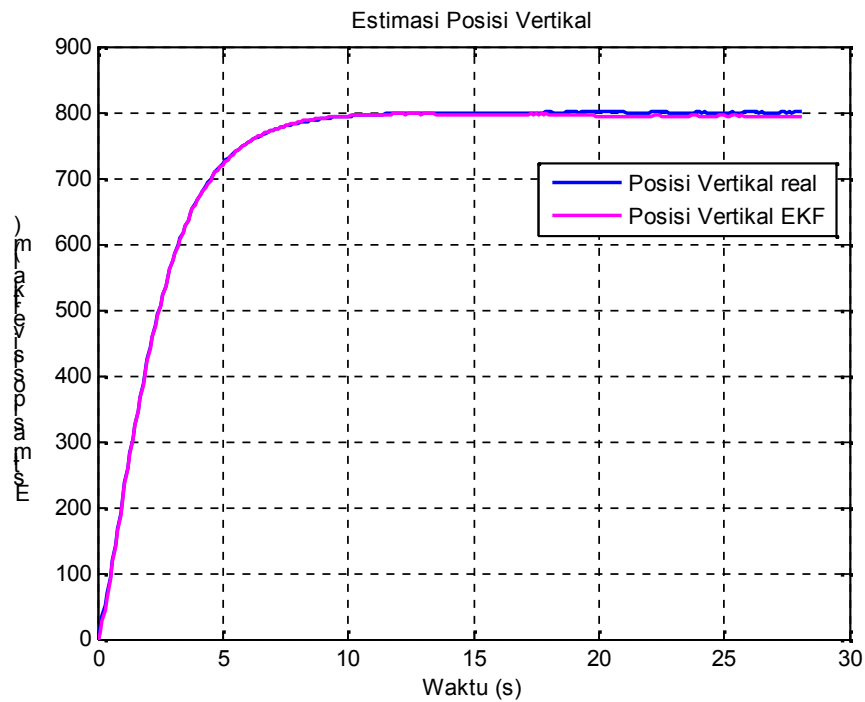
Gambar 4.26 Estimasi gamma misil darat – udara dengan UKF



Gambar 4.27 Estimasi kecepatan misil darat – udara dengan UKF

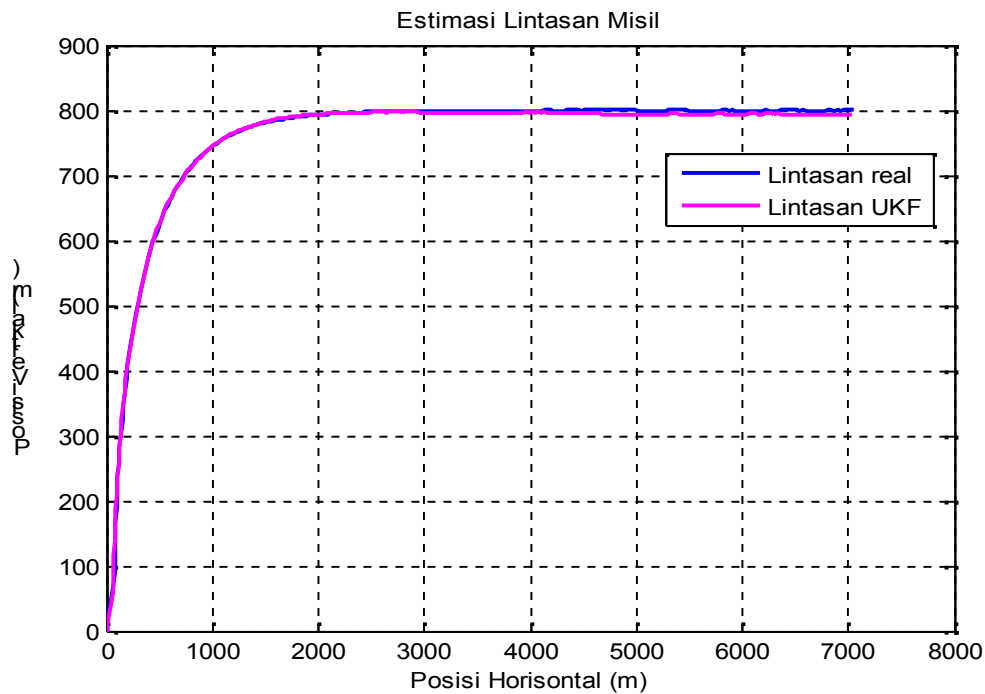


Gambar 4.28 Estimasi posisi horizontal misil darat – udara dengan UKF



Gambar 4.29 Estimasi posisi vertikal misil darat – udara dengan UKF

Gambar 4.26 sampai dengan Gambar 4.29 merupakan hasil estimasi dari variabel keadaan misil dengan waktu tempuh menuju target 28,2 s serta posisi akhir $x = 7050$ m dan $h = 800$ m . Gambar 4.26 menunjukkan perubahan γ sejak pertama diluncurkan dengan γ_0 yang besarnya sama dengan misil darat – darat hingga menuju target bergerak yang berada di udara. Nilai estimasi γ sesaat setelah peluncuran membesar hingga mendekati 1,6 radian kemudian menurun hingga mendekati 0 radian. Hal ini terjadi hingga misil mencapai target. Nilai RMSE untuk γ adalah sebesar 0,12962. Gambar 4.27 menunjukkan perubahan kecepatan gerak misil. Hasil estimasi kecepatan gerak misil dengan nilai real hampir selalu berimpit di setiap rentang waktu. Kecepatan menurun hingga mendekati 236 m/s beberapa saat setelah diluncurkan. Namun setelah itu kecepatan misil terus naik hingga mencapai target. Nilai RMSE untuk kecepatan misil yaitu sebesar 1,405. Gambar 4.28 menunjukkan posisi horisontal misil dari $t = 0$ s hingga $t = 28,2$ s saat misil mendekati target yaitu pada posisi akhir $d = 7036$ m . Hasil estimasi posisi horisontal monoton naik dengan nilai RMSE sebesar 60,9434. Sedangkan untuk Gambar 4.29 menunjukkan grafik estimasi posisi vertikal terhadap nilai real dalam perjalanan misil menuju target. Seperti halnya posisi horisontal, hasil estimasi posisi vertikal juga monoton naik hingga mencapai ketinggian 800 m. Dengan RMSE sebesar 26,816, misil berhasil mendekati target pada posisi vertikal akhir 803,85 m.

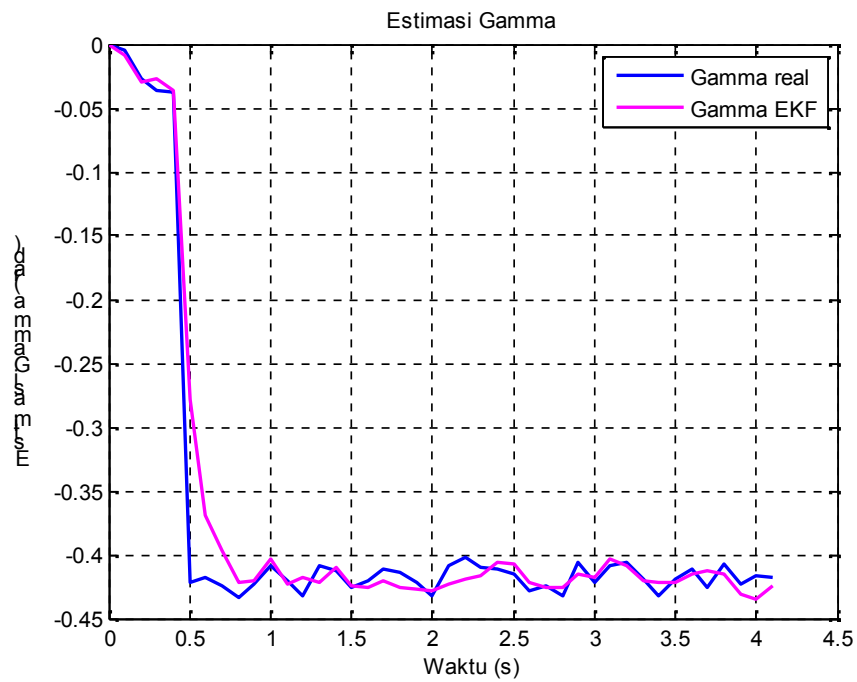


Gambar 4.30 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horizontal misil darat – udara dengan UKF

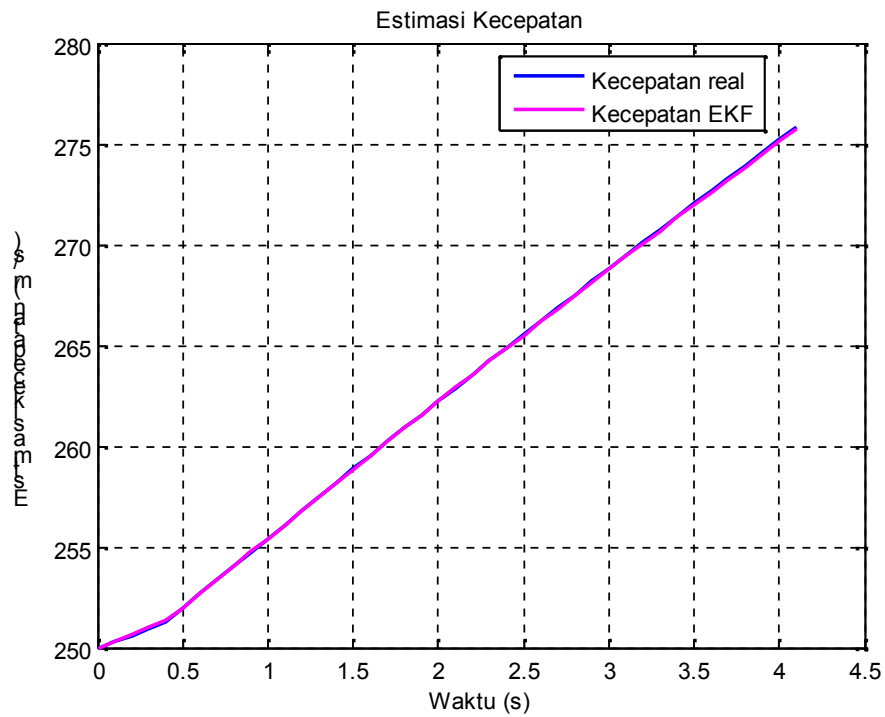
Gambar 4.30 merupakan lintasan misil saat menuju target yang meliputi pergerakan posisi horizontal dan posisi vertikal. Berdasarkan Gambar 4.30, tampak bahwa pada $d = 2000 - 7000$ m posisi vertikal misil tampak seolah-olah konstan pada 800 m. Akan tetapi sebenarnya posisi vertikal bergerak pada rentang 790 – 810 m.

c. Estimasi misil udara – darat

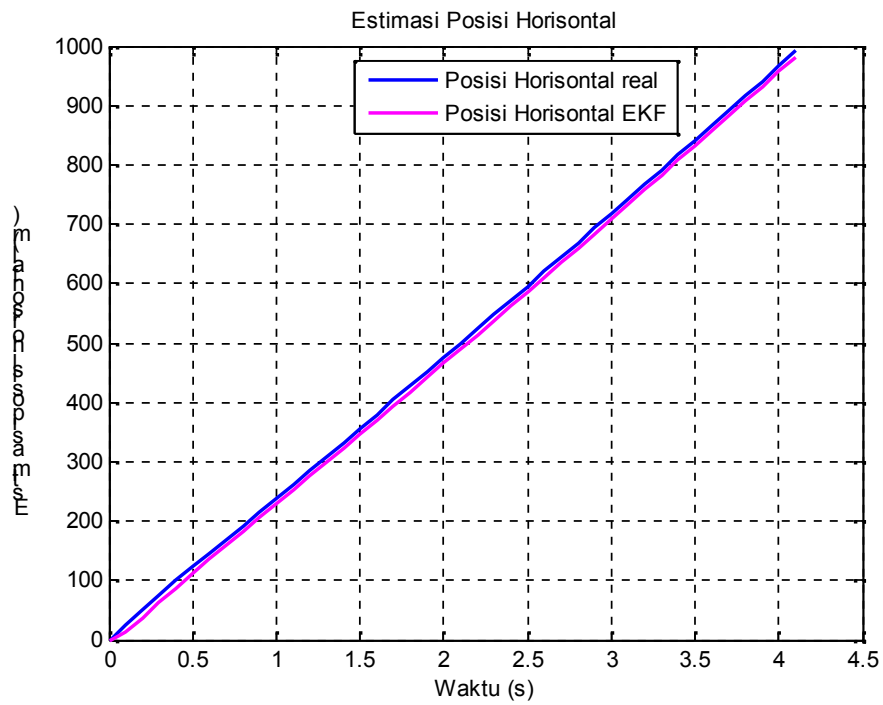
Hasil estimasi misil udara – darat dengan metode UKF ditunjukkan pada Gambar 4.31 sampai dengan Gambar 4.34. Dengan inisialisasi awal sama dengan estimasi misil udara – darat dengan menggunakan metode EKF.



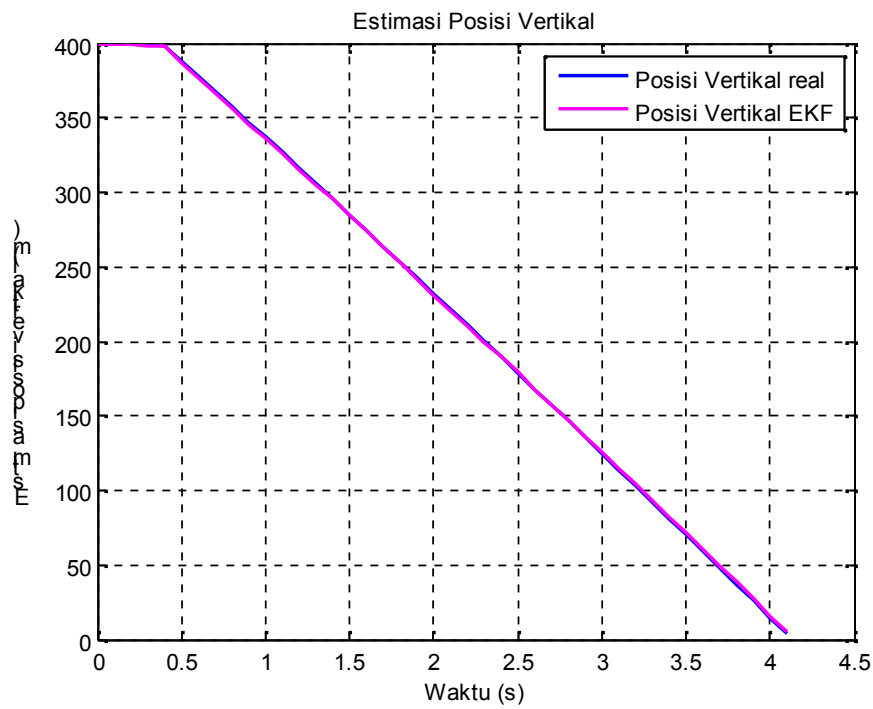
Gambar 4.31 Estimasi gamma misil udara – darat dengan UKF



Gambar 4.32 Estimasi kecepatan misil udara – darat dengan UKF

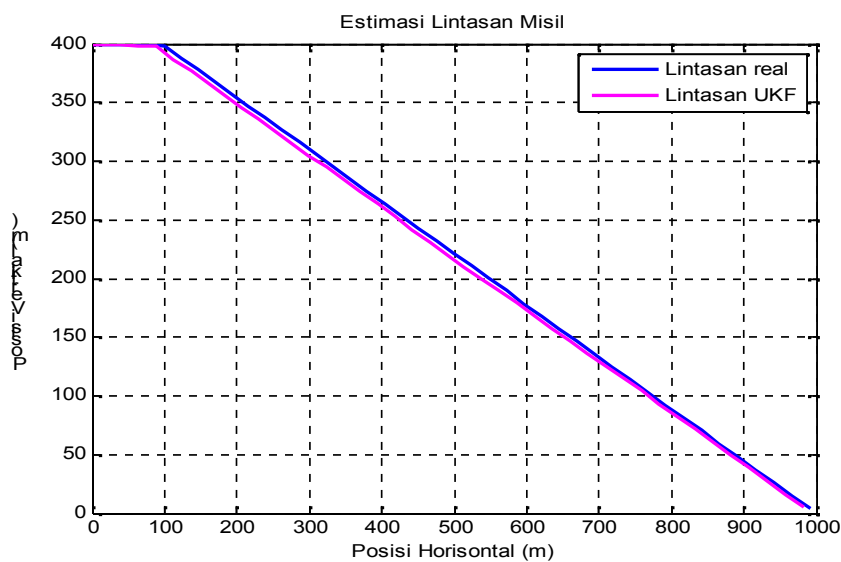


Gambar 4.33 Estimasi posisi horizontal misil udara – darat dengan UKF



Gambar 4.34 Estimasi posisi vertikal misil udara – darat dengan UKF

Gambar 4.31 sampai dengan Gambar 4.34 menunjukkan hasil estimasi dari keempat variabel keadaan misil untuk misil udara – darat saat menuju target yang ditempuh selama 4,2 s. Berdasar Gambar 4.31 tampak bahwa perubahan γ yang sangat besar setelah $t = 0,4$ s. Pada $t = 0,7$ s hingga $t = 4,2$ s nilai estimasi γ berkisar dalam rentang $-0,4$ hingga $-0,45$ radian. Nilai RMSE yang dihasilkan sebesar 0,02521. Hasil estimasi untuk kecepatan ditunjukkan pada Gambar 4.32, dimana nilai estimasi kecepatan selalu naik melebihi 275 m/s dan berimpit dengan nilai real. Nilai RMSE untuk estimasi kecepatan yaitu sebesar 0,05881. Gambar 4.33 menunjukkan pergerakan misil secara horisontal dari $t = 0$ s hingga mendekati target pada posisi akhir 981,12 m. Grafik estimasi posisi horisontal selalu di bawah grafik nilai real dan tidak berimpit. Hasil estimasi posisi horisontal monoton naik, artinya semakin bertambah k , maka semakin jauh pula posisi horisontal dari misil. Nilai RMSE untuk posisi horisontal yaitu sebesar 20,8411. Sedangkan untuk estimasi posisi vertikal ditunjukkan pada Gambar 4.34. Posisi vertikal misil untuk misil jenis ini menurun setelah $t = 0,4$ s hingga mencapai posisi vertikal akhir 3,4 m. Estimasi posisi vertikal menghasilkan nilai RMSE sebesar 2,1693.

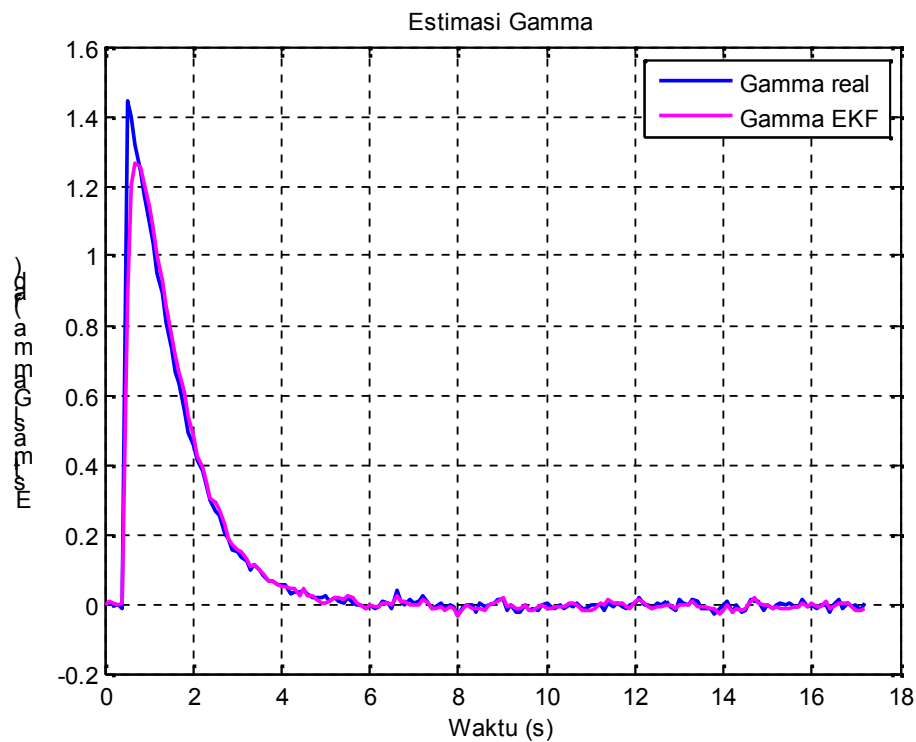


Gambar 4.35 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – darat dengan UKF

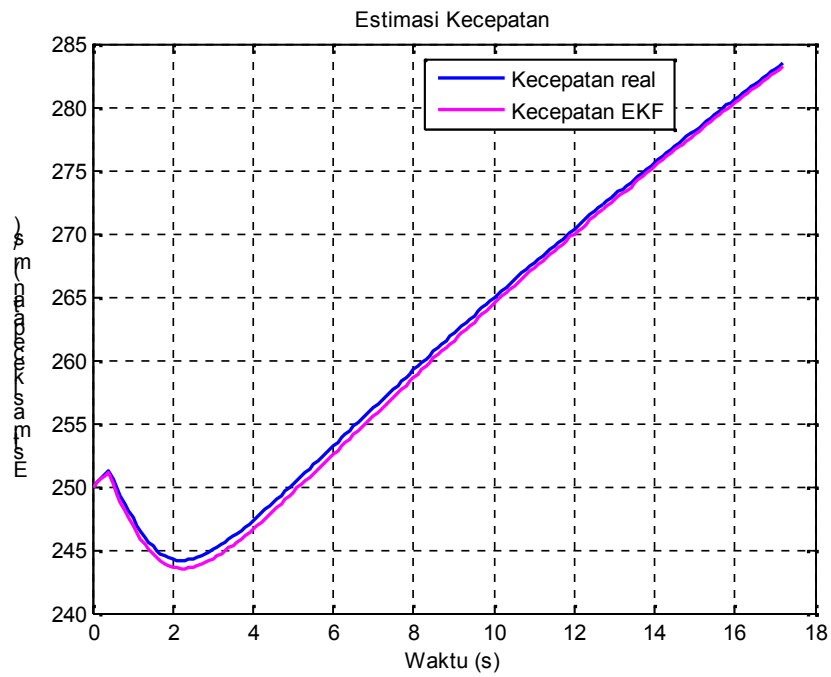
Gambar 4.35 menunjukkan lintasan misil yang merupakan perpaduan dari estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal. Setelah mencapai jarak 100 m, posisi vertikal misil yang sebelumnya berkisar pada 400 m kemudian menurun menuju target hingga posisi vertikal 3,4 m dan posisi horisontal 981,12 m.

d. Estimasi misil udara – udara

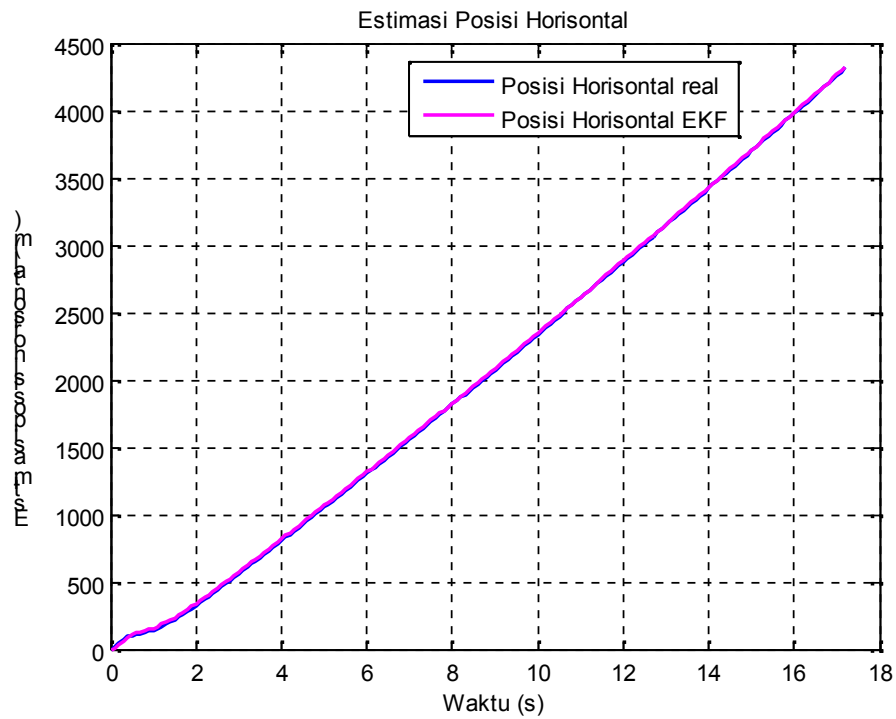
Hasil estimasi misil udara – udara dengan inisialisasi awal yang sama dengan estimasi misil udara – udara dengan menggunakan metode EKF ditunjukkan pada Gambar 4.36 sampai dengan Gambar 4.39.



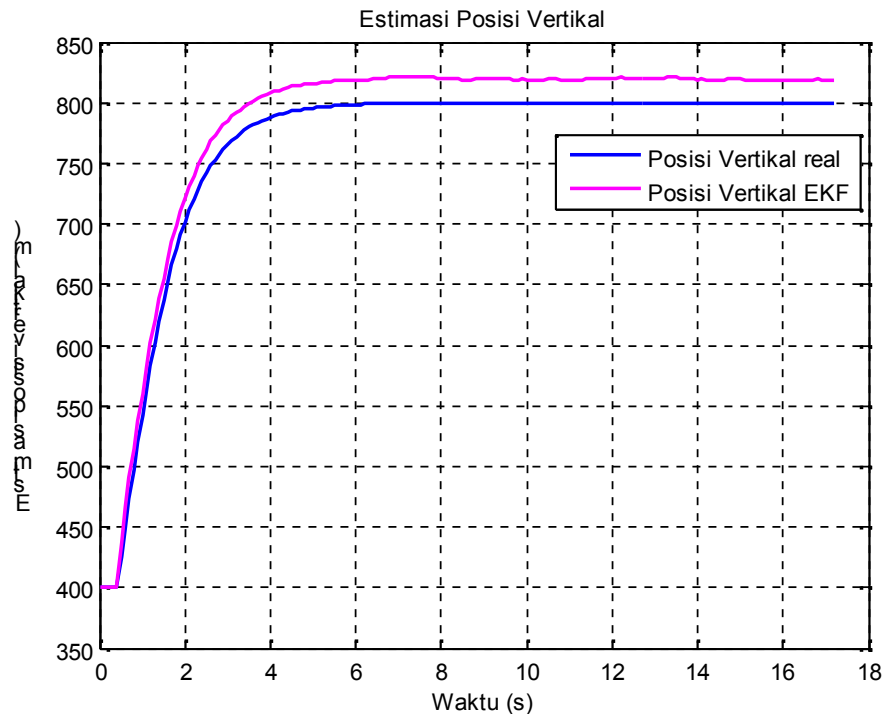
Gambar 4.36 Estimasi gamma misil udara – udara dengan UKF



Gambar 4.37 Estimasi kecepatan misil udara – udara dengan UKF



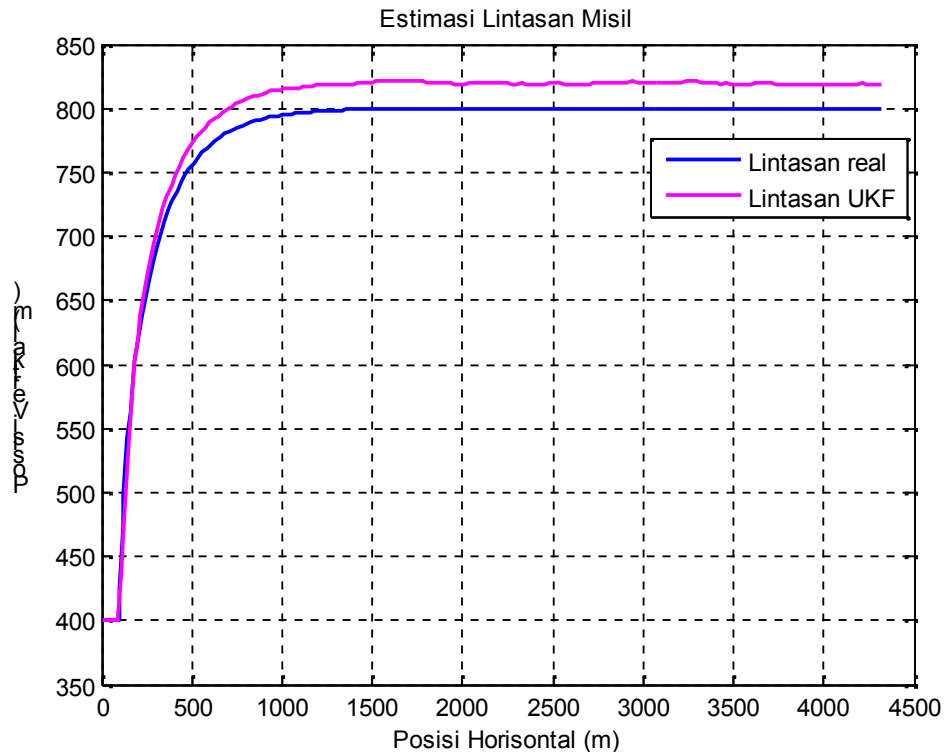
Gambar 4.38 Estimasi posisi horisontal misil udara – udara dengan UKF



Gambar 4.39 Estimasi posisi vertikal misil udara – udara dengan UKF

Gambar 4.36 sampai dengan Gambar 4.39 menunjukkan hasil estimasi dari variabel keadaan misil selama menuju target yang ditempuh selama 17,3 s. Gambar 4.36 merupakan hasil estimasi γ , dimana saat $t = 0,4$ s menuju $t = 0,5$ s nilai γ membesar dari 0,0107 radian menjadi 0,905 radian. Setelah itu γ mengecil hingga mendekati 0 radian. Nilai RMSE yang diperoleh untuk estimasi γ yaitu sebesar 0,11928. Gambar 4.37 merupakan hasil estimasi untuk perubahan kecepatan misil. Berdasar Gambar 4.37, tampak bahwa kecepatan misil sejak diluncurkan naik hingga mendekati 251,2 m/s. Setelah $t = 0,4$ s kecepatan turun mendekati 243,5 m/s, dan naik kembali setelah $t = 2,4$ s hingga misil mencapai target dengan kecepatan hampir mencapai 285 m/s. Keadaan ini menghasilkan nilai RMSE sebesar 4,6872. Untuk hasil estimasi posisi horisontal ditunjukkan pada Gambar 4.38. Berdasar Gambar 4.38, posisi horisontal misil semakin lama semakin jauh hingga 4323,275 m. Hasil estimasi untuk posisi horisontal menghasilkan RMSE sebesar 82,5191. Pada Gambar

4.39 ditunjukkan hasil estimasi untuk posisi vertikal misil. Hasil estimasi posisi vertikal misil yang diluncurkan dengan $h_0 = 400$ m, setelah itu menanjak untuk mencapai target yang terletak pada posisi vertika 1800 m dengan posisi vertikal akhir 816,9 m. Nilai RMSE untuk hasil estimasi posisi vertikal yaitu sebesar 164,9123.



Gambar 4.40 Estimasi posisi vertikal terhadap posisi horisontal misil udara – udara dengan UKF

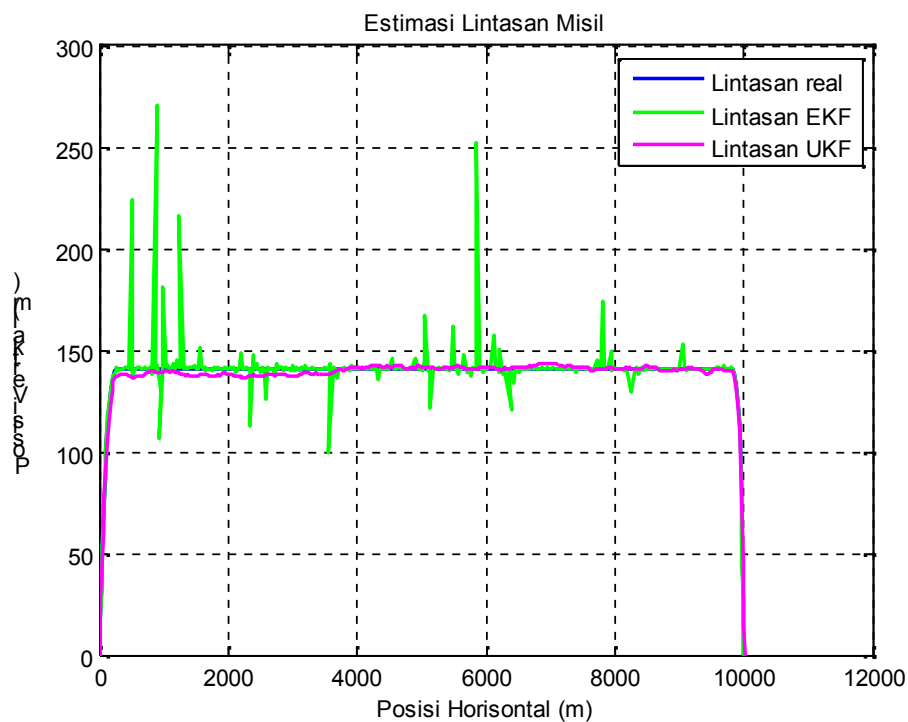
Gambar 4.40 menunjukkan lintasan misil yang meliputi posisi horisontal dan posisi vertikal. Berdasar Gambar 4.40, misil mulai menanjak saat posisi horisontal mendekati 100 m hingga mendekati target pada posisi horisontal 4323,275 m. Sedangkan posisi vertikal akhir estimasi melebihi posisi vertikal target yaitu 816,9 m. Nilai RMSE posisi vertikal jauh lebih besar daripada nilai RMSE posisi horisontal, hal ini terjadi karena setelah menanjak hingga ketinggian melebihi 800 m terdapat selisih dengan nilai real hingga saat mendekati target yang ditunjukkan dengan grafik dari keduanya yang tidak berimpit.

4.5.3 Perbandingan Hasil Estimasi Metode EKF dan UKF

Perbandingan hasil estimasi dilakukan pada variabel keadaan misil yang menyatakan lintasan misil yaitu posisi horisontal (d) dan posisi vertikal (h) pada posisi akhir terhadap posisi target dan nilai RMSE yang dihasilkan dari masing-masing estimasi.

a. Estimasi misil darat – darat

Hasil estimasi posisi horisontal dan posisi vertikal pada misil darat – darat dengan target berada pada posisi horisontal dan vertikal secara berturut-turut 10000 m dan 0 m menggunakan metode EKF dan UKF serta grafik nilai real ditunjukkan pada Gambar 4.41.



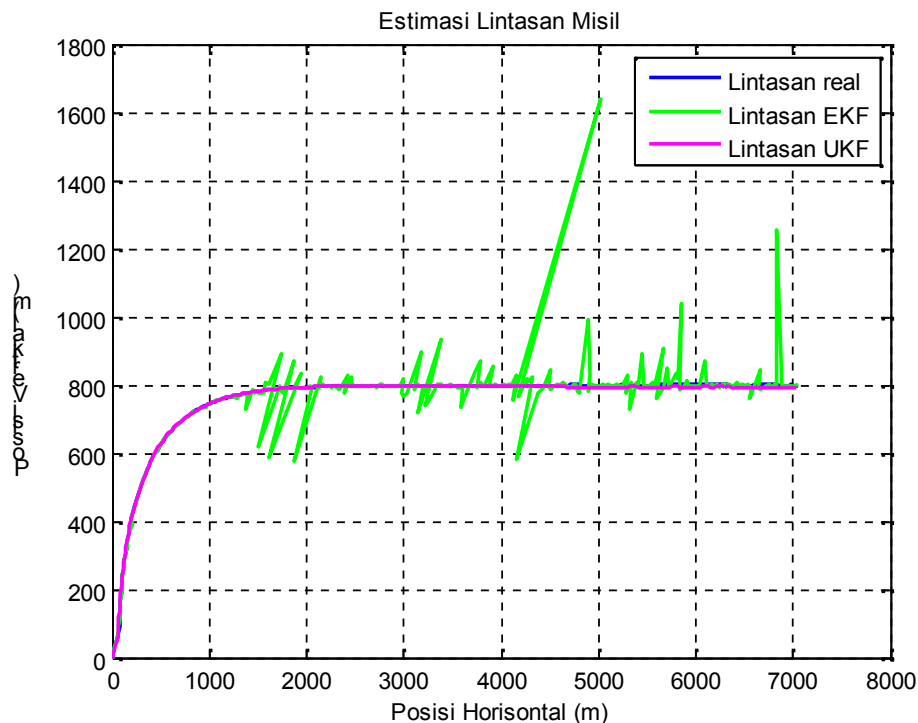
Gambar 4.41 Estimasi lintasan misil darat – darat menggunakan metode EKF dan UKF

Gambar 4.41 menunjukkan hasil estimasi menggunakan metode EKF dan UKF beserta grafik nilai real untuk lintasan misil yang mencakup posisi horisontal dan posisi vertikal misil. Posisi akhir estimasi lintasan misil menggunakan metode

EKF berada pada posisi horisontal 10005 m yang memiliki selisih 5 m lebih jauh dari posisi target yang terletak pada posisi horisontal 10000 m dan posisi vertikal berada 0 m tanpa selisih dengan ketinggian target. Sedangkan estimasi menggunakan metode UKF posisi akhir dari posisi horisontal berada pada 10014 m, dimana selisih terhadap posisi target lebih jauh dibanding dengan posisi akhir dari estimasi menggunakan metode EKF, sedangkan untuk posisi vertikal berada pada 0 m juga. Begitu juga RMSE yang dihasilkan, dimana nilai RMSE EKF 36,276 lebih kecil dari nilai RMSE UKF yaitu 59,3178 pada estimasi posisi horisontal. Pada estimasi posisi vertikal nilai RMSE UKF 65,5374 juga lebih besar dari RMSE EKF yang hanya sebesar 46,3563.

b. Estimasi misil darat – udara

Hasil estimasi misil darat – udara dengan menggunakan metode EKF dan UKF ditunjukkan pada Gambar 4.42.

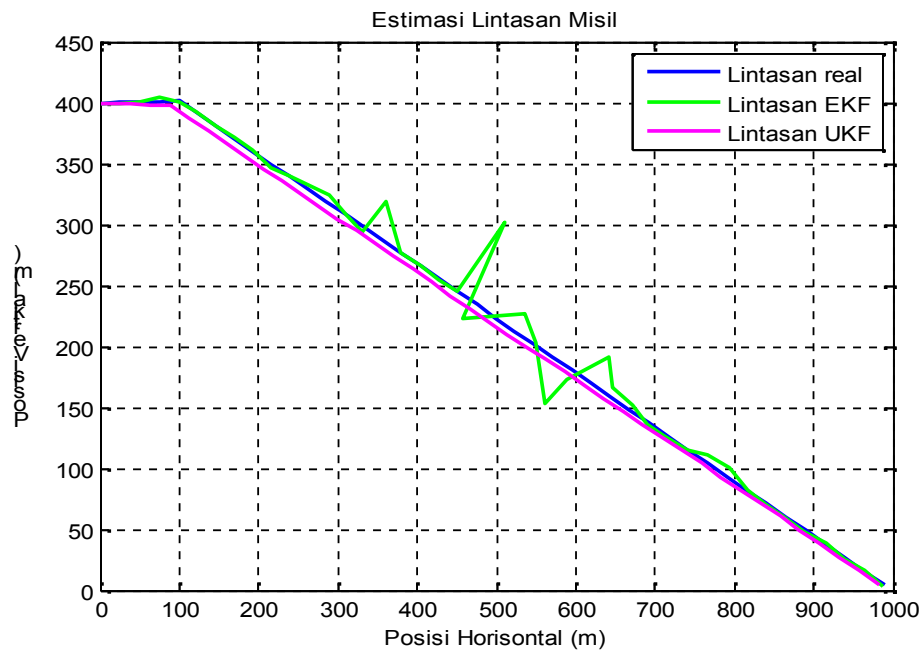


Gambar 4.42 Estimasi lintasan misil darat – udara menggunakan metode EKF dan UKF

Gambar 4.42 merupakan hasil estimasi lintasan misil yang diluncurkan dari darat dengan target berada pada posisi horisontal awal 100 m, posisi vertikal 800 m dan kecepatan konstan horisontal 25 m/s. Pada Gambar 4.42 tampak bahwa hasil estimasi lintasan misil pada posisi horisontal UKF lebih baik dari EKF. Hal ini ditunjukkan dengan nilai RMSE UKF 49,65 yang lebih kecil dari RMSE EKF yaitu 219,4025. Namun hal terpenting yaitu posisi akhir estimasi terhadap target, dimana posisi akhir estimasi EKF berada pada 7068,1 m selisih 0,3 m dari posisi akhir target yang terletak pada 7068,4. Sedangkan posisi akhir estimasi UKF berada pada 7065 m dengan selisih terhadap target 3,4 m. Pada gambar juga tampak bahwa grafik hasil estimasi posisi vertikalnya UKF lebih stabil dari EKF, hal ini juga menggambarkan keadaan RMSE yang dihasilkan dari kedua metode dimana RMSE EKF lebih besar dari RMSE UKF. Akan tetapi posisi akhir estimasi EKF berada pada 799,75 hanya selisih 0,25 m dari posisi target yang terletak pada ketinggian 800 m. Sedangkan posisi akhir estimasi UKF berada pada 805,5 m dengan selisih hingga 5,5 m dari target.

c. Estimasi misil udara – darat

Hasil estimasi lintasan misil yang meliputi posisi horisontal dan posisi vertikal pada misil udara – darat dengan target diam terletak pada posisi horisontal 1000 m dan posisi vertikal 0 m menggunakan metode EKF dan UKF ditunjukkan pada Gambar 4.43.

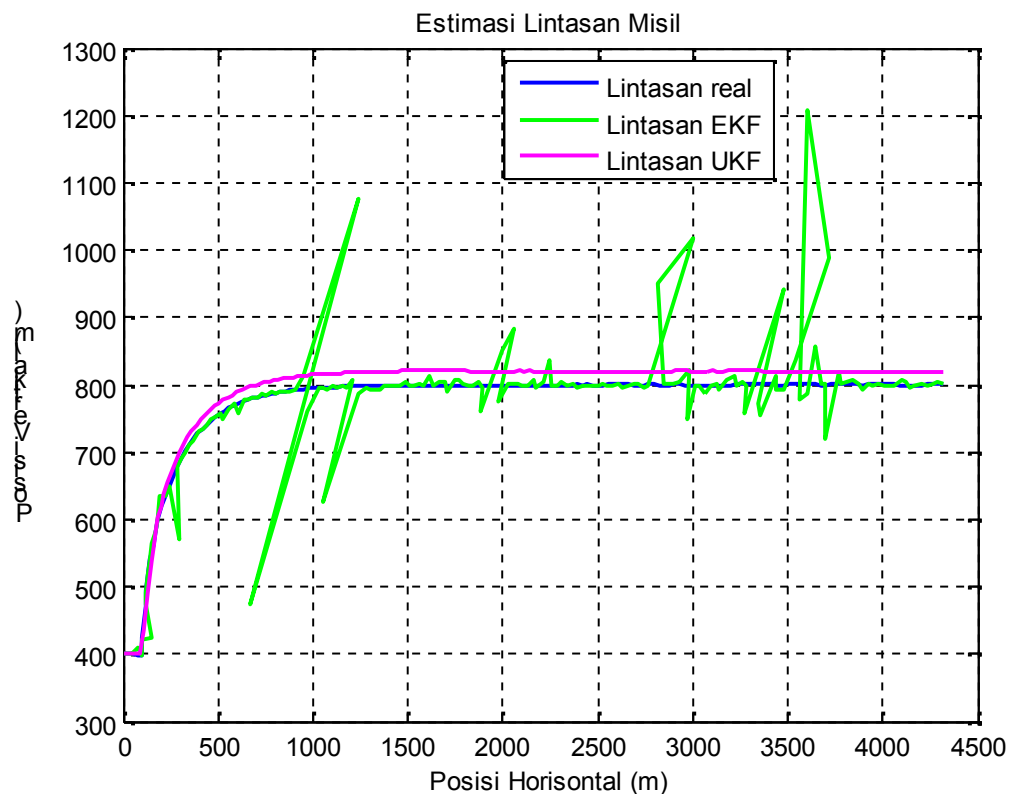


Gambar 4.43 Estimasi lintasan misil udara – darat menggunakan metode EKF dan UKF

Gambar 4.43 merupakan hasil estimasi lintasan misil udara – darat dengan waktu jelajah 4,2 s. Gambar 4.43 menunjukkan hasil estimasi posisi horisontal menggunakan metode EKF dan UKF terhadap grafik real. Berdasarkan gambar, tampak bahwa hasil estimasi EKF lebih baik yang ditunjukkan dengan letak posisi akhir estimasi posisi horisontal lebih dekat dengan target yaitu pada 990,75 m begitu juga untuk posisi vertikal misil yang memiliki posisi akhir estimasi terletak pada 4,5 m dari target yang terletak 0 m. Sedangkan posisi akhir estimasi UKF posisi horisontal berada pada 982,34 m jauh dari target yang berada pada posisi 1000 m dan posisi vertikal posisi akhir estimasinya berada pada 5,85 m. Untuk nilai RMSE yang dihasilkan pada estimasi posisi horisontal EKF untuk posisi horisontal dan posisi vertikal lebih kecil dari UKF.

d. Estimasi misil udara – udara

Hasil estimasi lintasan misil udara – udara menggunakan metode EKF dan UKF ditunjukkan pada Gambar 4.44.



Gambar 4.44 Estimasi lintasan misil udara – udara menggunakan metode EKF dan UKF

Gambar 4.44 menunjukkan hasil estimasi lintasan misil yang mencakup posisi horisontal dan posisi vertikal pada misil udara – udara. Dengan hasil estimasi posisi akhir EKF yaitu pada posisi horisontal 4316,8 m terhadap target yang terletak pada 4325 m dan posisi horisontal berada pada 800,55 m terhadap target yang berada pada 800 m. Sedangkan posisi akhir estimasi UKF pada posisi horisontal 4323,4 m lebih dekat dengan target, akan tetapi posisi vertikal 818,3 m lebih jauh dari target jika dibanding dengan estimasi akhir EKF. Untuk nilai yang dihasilkan RMSE EKF pada posisi horisontal lebih besar dari RMSE UKF tetapi untuk posisi vertikal nilai RMSE EKF lebih kecil dari RMSE UKF.

BAB 5. PENUTUP

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang diperoleh dari penerapan metode *Extended Kalman Filter* dan *Unscented Kalman Filter* pada estimasi lintasan misil, serta diberikan saran yang dapat dilakukan sebagai kelanjutan dari skripsi ini.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan berikut.

- a. Pada misil darat – darat estimasi posisi horisontal dan posisi vertikal menggunakan EKF lebih baik dibanding estimasi UKF yang ditunjukkan dengan nilai RMSE EKF untuk kedua variabel tersebut lebih kecil dari RMSE UKF. Untuk posisi akhir estimasi dari posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target, EKF lebih mendekati target dibanding posisi akhir dari UKF.
- b. Pada misil darat – udara estimasi posisi horisontal dan posisi vertikal menggunakan UKF lebih baik dibanding estimasi EKF yang ditunjukkan dengan nilai RMSE UKF untuk kedua variabel tersebut lebih kecil dari RMSE EKF. Untuk posisi akhir estimasi dari posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target, EKF lebih mendekati target dibanding posisi akhir dari UKF.
- c. Pada misil udara – darat estimasi posisi horisontal menggunakan EKF lebih baik dibanding estimasi UKF, sedangkan untuk posisi vertikal estimasi UKF lebih baik dari estimasi EKF yang ditunjukkan dengan nilai RMSE yang dihasilkan kedua variabel tersebut. Untuk posisi akhir estimasi dari posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target, EKF lebih mendekati target dibanding posisi akhir dari UKF.

- d. Pada misil udara – udara estimasi posisi horisontal menggunakan UKF lebih baik dibanding estimasi EKF , sedangkan untuk posisi vertikal estimasi EKF lebih baik dari estimasi UKF yang ditunjukkan dengan nilai RMSE yang dihasilkan kedua variabel tersebut. Untuk posisi akhir estimasi dari posisi horisontal dan posisi vertikal terhadap target, EKF lebih mendekati target dibanding posisi akhir dari UKF.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, metode yang dibandingkan hanya *Extended Kalman Filter* dan *Unscented Kalman Filter*. Estimasi dengan menggunakan metode lain seperti metode *Adaptive Covariance Rank Unscented Kalman Filter* yang merupakan pengembangan dari metode Kalman Filter *ter-update* dan membandingkan dengan hasil metode yang terbaik.

DAFTAR PUSTAKA

- Darmawan, R. A. 2010. "Perencanaan Lintasan Pesawat Udara Nir Awak (PUNA) dengan Menggunakan Pythagorean Hodograph." Tidak Diterbitkan. Skripsi. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Gumilar, A. 2011. "Estimasi Peluru Kendali pada Lintasan Menggunakan Unscented Kalman Filter." Tidak Diterbitkan. Skripsi. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Jose, J. M. 2009. *Performance Comparison of Extended and Unscented Kalman Filter Implementation in INS-GPS Integration*. Prague: Czech Technical University.
- Kleinbauer, R. 2004. *Kalman Filtering Implementation with Matlab*. Helsinki: University Stuttgart.
- Luknanto, D. 2003. *Model Matematika*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.
- Pancahayani, S. 2011. "Estimasi Lintasan Misil dengan Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF)." Tidak Diterbitkan. Skripsi. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Purnomo, K. D. 2008. "Aplikasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Model Populasi Plankton." Tidak Diterbitkan. Tesis. Surabaya: Program Pascasarjana Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Subchan, S. & Zbikowski, R. 2009. *Computational Optimal Control: Tools and Practice*. United Kingdom: John Wiley & Sons.
- Wan, E. A. & Merwe, R. V. D. 2000. *The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation*. Oregon: Oregon Graduate Institute of Science & Technology.
- Welch, G. & Bishop, G. 2006. *An Introduction to The Kalman Filter*. Chapel Hill: University of North Carolina.
- Wicaksono, R. D. 2010. "Penerapan Extended Kalman Filter Untuk Mendeteksi Waktu Terjadinya Kerak pada Alat Penukar Panas." Tidak Diterbitkan. Skripsi. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Yuanxin, Dwen, Meiping, & Xiaoping. 2005, June 8-10. *Unscented Kalman Filter for Additive Noise Case: Augmented vs. Non-augmented*. Portland, OR, USA: American Control Conference.

LAMPIRAN

A. Skrip Program Metode EKF

```
pilh1=get(u1,'value'); ulang=0;
pilh2=get(v1,'value');
if pilh1==pilh2 && pilh1==1
    pilh=1;pilh11=1;
else
    pilh=0;pilh11=0;
end
tot_jarak=0;
clear x0x00sVxV

%inisialisasi parameter fisik misik
g=9.81; %m/s^2
A1=-1.9431;
A2=-0.1499;
A3=0.2359;
B1=21.9;
B2=0;
C1=3.312*10^(-9); %kg/m^5
C2=-1.142*10^(-4); %kg/m^4
C3=1.224; %kg/m^3
mas=1005; %kg
Sref=0.3376; %m^2
T=6000; %N

x0(:,1)=[a;v0;0;h0]; %real
x00(:,1)=[a;v0;0;h0]; %koreksi

P =0.001 ;
Q=0.01; %kovariansi noise sistem
R=0.01; %kovariansi noise pengukuran
H=eye(4);
dt =0.1;

for i=1:m
    alpha(i)=deg2rad(0);
end

%looping
for k=2:m+1
    if k>=tb
        benda(1)=benda(1)+xb;
        benda(2)=benda(2)+yb;
    end
    if k>=3
        xv4=x0(4,k-1); benda2=benda(2);
```

```

vx3=x0(3,k-1); bendal=benda(1);
xv4o=x0(4,k-2);vx3o=x0(3,k-2);
tot_jarak=sqrt((xv4-xv4o)^2 + (vx3-vx3o)^2)+tot_jarak;
% rumus jarak 2 titik
if k<=tb% posisi vertikal
else
if pilh==0
depan=(benda(2)-x0(4,k-1));
datar=(benda(1)-x0(3,k-1));
sud=depan/datar;
s1=atan(sud);
if depan < 0 && datar < 0
s1=s1+3.1416;
end
if depan > 0 && datar < 0
s1=s1+3.1416;
end
if s1<=0.001
x0(1,k-1)=s1;x00(1,k-1)=s1;
else
x0(1,k-1)=s1;x00(1,k-1)=s1;
end
elseif pilh==1 % Untuk darat ke darat
s2=x0(1,k-1);
if s2>0
s2=s2-0.0873;jarak=bendal-x0(3,k-1);
if s2<0
s2=0;
end
else
end

if s2<=0
jarak=bendal-x0(3,k-1);
if jarak>150
s2=0;
end
end
if jarak<200
s2=s2-0.0873;
if jarak<=100
pilh=0;
end
end
x0(1,k-1)=s2;
end
end
end

%=====
%MATRIKS JACOBIAN
Fkor=[(g*sin(x00(1,k-1)))/x00(2,k-1) ((g*cos(x00(1,k-1)))/

```

```

x00(2,k-1)^2-(sin(alpha(k-1))*(T-(Sref*x00(2,k-1)^2*(C1*x00(4,k-1)^2+C2*x00(4,k-1)+C3))*((A1*alpha(k-1)^2)+(A2*alpha(k-1))+A3))/2)/(mas*x00(2,k-1)^2)-(sin(alpha(k-1))*((A1*alpha(k-1)^2+A2*alpha(k-1)+A3)*(C1*x00(4,k-1)^2+C2*x00(4,k-1)+C3)*Sref)/mas)+(Sref*cos(alpha(k-1))*(B2+(B1*alpha(k-1)))*(C1*x00(4,k-1)^2+C2*x00(4,k-1)+C3))/(2*mas)) 0 (Sref*x00(2,k-1)*cos(alpha(k-1))*(B2+B1*alpha(k-1))*(C2+2*C1*x00(4,k-1)))/(2*mas)-(Sref*x00(2,k-1)*sin(alpha(k-1))*(C2+2*C1*x00(4,k-1))*(A1*alpha(k-1)^2+A2*alpha(k-1)+A3))/(2*mas));
-g*cos(x00(1,k-1)) -((Sref*x00(2,k-1)*sin(alpha(k-1))*(B2+B1*alpha(k-1))*(C1*x00(4,k-1)^2+C2*x00(4,k-1)+C3))/mas+(Sref*x00(2,k-1)*cos(alpha(k-1))*(C1*x00(4,k-1)^2+C2*x00(4,k-1)+C3)*(A1*alpha(k-1)^2+A2*alpha(k-1)+A3))/mas) 0 -(Sref*x00(2,k-1)^2*cos(alpha(k-1))*(C2+2*C1*x00(4,k-1))*(A1*alpha(k-1)^2+A2*alpha(k-1)+A3))/(2*mas)-(Sref*x00(2,k-1)^2*sin(alpha(k-1))*(B2+B1*alpha(k-1))*(C2+2*C1*x00(4,k-1))/(2*mas));
-x00(2,k-1)*sin(x00(1,k-1)) cos(x00(1,k-1)) 0 0;
x00(2,k-1)*cos(x00(1,k-1)) sin(x00(1,k-1)) 0 0];

%REAL
Dre=[((T-((A1*(alpha(k-1))^2+A2*(alpha(k-1))+A3)*(C1*x0(4,k-1)^2+C2*x0(4,k-1)+C3)*x0(2,k-1)^2*Sref)/2))*sin(alpha(k-1))/(mas*x0(2,k-1))+((B1*(alpha(k-1))+B2)*(C1*x0(4,k-1)^2+C2*x0(4,k-1)+C3)*x0(2,k-1)*Sref*cos(alpha(k-1)))/(2*mas)-(g*cos(x0(1,k-1)))/x0(2,k-1))*dt+x0(1,k-1);
(((T-((A1*(alpha(k-1))^2+A2*(alpha(k-1))+A3)*(C1*x0(4,k-1)^2+C2*x0(4,k-1)+C3)*x0(2,k-1)^2*Sref)/2))*cos(alpha(k-1))/mas-((B1*(alpha(k-1))+B2)*(C1*x0(4,k-1)^2+C2*x0(4,k-1)+C3)*x0(2,k-1)^2*Sref*sin(alpha(k-1)))/(2*mas)-g*sin(x0(1,k-1)))*dt+x0(2,k-1);
(x0(2,k-1)*cos(x0(1,k-1)))*dt+x0(3,k-1);
(x0(2,k-1)*sin(x0(1,k-1)))*dt+x0(4,k-1)];

x0(:,k)=Dre+Q*randn(4,1);
z(:,k)=H*x0(:,k)+R*randn(4,1);

%TAHAP PREDIKSI
Dkor=eye(4)+Fkor*dt;
%estimasi pada tahap prediksi
xpre(:,k)=Dkor*x00(:,k-1)+Q*randn(4,1);
%kovariansi error pada tahap prediksi
Ppre = Dkor*P*Dkor'+Q;

%TAHAP KOREKSI
% Kalman's gain
D = H*Ppre*H' + R;
K = Ppre*H'*inv(D);%Ppre*H'*inv(D)
% estimasi pada tahap koreksi
x00(:,k) = xpre(:,k) + K * (z(:,k)-H*xpre(:,k));
% kovariansi error pada tahap koreksi

```



```

P=(eye(4)-K*H)*Ppre;
error(:,k)=abs(x0(:,k)-x00(:,k));
%=====

RMSE1=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(1,:))^2));
RMSE2=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(2,:))^2));
RMSE3=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(3,:))^2));
RMSE4=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(4,:))^2));

if pil1==1
figure(2);clf;
    plot(x0(1,1:k),'-b','linewidth',1.5);hold on;
    plot(x00(1,1:k),'-m','linewidth',1.5);hold on;
    grid on;
    legend('Gamma real','Gamma estimasi');
    title('Estimasi Gamma');
    xlabel('Waktu (s)');
    ylabel('Estimasi gamma (rad)');
end
if pil2==1
figure(3);clf;
    plot(x0(2,1:k),'-b','linewidth',1.5);hold on;
    plot(x00(2,1:k),'-m','linewidth',1.5);hold on;
    grid on;
    legend('Kecepatan real','Kecepatan estimasi');
    title('Estimasi Kecepatan');
    xlabel('Waktu (s)');
    ylabel('Estimasi kecepatan (m/s)');
end

if pil3==1
figure(4);clf; hold on;
    plot(x0(3,1:k),'-b','linewidth',1.5);hold on;
    plot(x00(3,1:k),'-m','linewidth',1.5);hold on;
    grid on;
    legend('Posisi Horizontal real','Posisi Horizontal
    estimasi');
    title('Estimasi Posisi Horizontal');
    xlabel('Waktu (s)');
    ylabel('Estimasi posisi horizontal (m)');
end

if pil4==1
figure(5);clf; hold on;
    plot(x0(4,1:k),'-b','linewidth',1.5);hold on;
    plot(x00(4,1:k),'-m','linewidth',1.5);hold on;
    grid on;
    legend('Posisi vertikal real','Posisi vertikal
    estimasi');
    title('Estimasi Posisi vertikal');
    xlabel('Waktu (s)');

```

```

        ylabel('Estimasi posisi vertikal (m)');
    end

    if pil5==1
    figure(6); clf
        plot(x00(3,1:k),x00(4,1:k),'-m','linewidth',1'); hold on;
        plot(x0(3,1:k),x0(4,1:k),'-b','linewidth',1');hold on;
        grid on;
        legend('Lintasan estimasi','Lintasan real');
        title('Estimasi Lintasan Misil');
        xlabel('Posisi Horisontal (m)');
        ylabel('Posisi vertikal (m)');
    end

```

B. Skrip Program Metode UKF

```

    pilh1=get(u1,'value'); ulang=0;
    pilh2=get(v1,'value');
    if pilh1==pilh2 && pilh1==1
        pilh=1;pilh11=1;
    else
        pilh=0;pilh11=0;
    end
    tot_jarak=0;
    clear x0x00sVxV

    g=9.81;                %m/s^2
    A1=-1.9431;
    A2=-0.1499;
    A3=0.2359;
    B1=21.9;
    B2=0;
    C1=3.312*10^(-9);      %kg/m^5
    C2=-1.142*10^(-4);    %kg/m^4
    C3=1.224;              %kg/m^3
    mas=1005;              %kg
    Sref=0.3376;          %m^2
    T=6000;                %N
    n=4;
    d0=0;                  %m

    dt =0.1;
    Q=0.01*eye(n); % covariance of process
    R=0.01;

    for k=1:1
        alpha1=deg2rad(0);
    end

    f=@(x)

```

```

[ ((T-(1/2*(A1*(alpha)^2+A2*(alpha)+A3)*(C1*x(4)^2+C2*x(4)+C3)*
x(2)^2*Sref))/(mas*x(2))*sin(alpha)+(1/2*(B1*(alpha)+B2)*
(C1*x(4)^2+C2*x(4)+C3)*x(2)^2*Sref)/(mas*x(2))*cos(alpha)-
g*cos(x(1))/x(2))*dt+x(1);
((T-(1/2*(A1*(alpha)^2+A2*(alpha)+A3)*(C1*x(4)^2+C2*x(4)+C3)*
x(2)^2*Sref))/mas*cos(alpha)-(1/2*(B1*(alpha)+B2)*
(C1*x(4)^2+C2*x(4)+C3)*x(2)^2*Sref)/mas*sin(alpha)-
g*sin(x(1))*dt+x(2);
(x(2)*cos(x(1))*dt+x(3);
(x(2)*sin(x(1))*dt+x(4)];

h=@(x)x(1);
s=[gamma0;v0;d0;h0];
x=s+Q*randn(4,1);
P = eye(n);
xV = zeros(n,N);           %estimate
xV(:,1)=s;
sV = zeros(n,N);           %actual
sV(:,1)=s;
zV = zeros(n,N);

for k=2:N+1
    %=====
    %mencari target benda
    if k>=tb
        benda(1)=benda(1)+xb;
        benda(2)=benda(2)+yb;
    end

    if k>=3
        xv4=sV(4,k-1); benda2=benda(2);
        vx3=sV(3,k-1); benda1=benda(1);
        xv4o=sV(4,k-2); vx3o=sV(3,k-2);
        tot_jarak=sqrt((xv4-xv4o)^2 + (vx3-vx3o)^2)+tot_jarak;
        % rumus jarak 2 titik
    if k<=tb% posisi vertikal
    else
        if pilh==0
            depan=(benda(2)-sV(4,k-1));
            datar=(benda(1)-sV(3,k-1));
            sud=depan/datar;
            s1=atan(sud);
            if depan < 0 && datar < 0
                s1=s1+3.1416;
            end
            if depan > 0 && datar < 0
                s1=s1+3.1416;
            end
            if s1<=0.001
                s(1)=s1;
            else

```

```

        s(1)=s1;
    end
elseif pilh==1 % Untuk dari darat ke darat
    s2=s(1);
    if s2>0
        s2=s2-0.0873;jarak=benda1-sV(3,k-1);
        if s2<0
            s2=0;
        end
    else
    end
    if s2<=0
        jarak=benda1-sV(3,k-1);
        if jarak>150
            s2=0;
        end
    end
    if jarak<200
        s2=s2-0.0873;
        if jarak<=100
            pilh=0;
        end
    end
    s(1)=s2;
end
end
end

%=====
%UKF
s = f(s) + Q*randn(n,1); % update process
z = h(s) + R*randn; % measurments
sV(:,k)= s; % save actual state
zV(:,k)= z; % save measurment
[x,P] = ukf_exm(f,x,P,h,z,Q,R); % ukf
xV(:,k) = x; % save estimate
error(:,k)= abs(sV(:,k)- xV(:,k));
%=====

RMSE11=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(1,:))^2));
RMSE21=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(2,:))^2));
RMSE31=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(3,:))^2));
RMSE41=num2str(sqrt((1/m)*sum(error(4,:))^2));

if pill==1
figure(12);clf;
plot(sV(1,1:k),'-b','linewidth',1.5);hold on;
plot(xV(1,1:k),'-m','linewidth', 1.5);hold on;
grid on;
legend('Gamma real','Gamma estimasi');

```

```

        title('Estimasi Gamma');
        xlabel('Waktu (s)');
        ylabel('Estimasi Gamma (rad)');
    end

    if pil2==1
        figure(13);clf;
        plot(sV(2,1:k),'-b','linewidth', 1.5);hold on;
        plot(xV(2,1:k),'-m','linewidth', 1.5);hold on;
        grid on;
        legend('Kecepatan real','Kecepatan estimasi');
        title('Estimasi Kecepatan');
        xlabel('Waktu (s)');
        ylabel('Estimasi kecepatan (m/s)');
    end

    if pil3==1
        figure(14);clf; hold on;
        plot(sV(3,1:k),'-b','linewidth', 1.5);hold on;
        plot(xV(3,1:k),'-m','linewidth', 1.5);hold on;
        grid on;
        legend('Posisi Horisontal real','Posisi Horisontal
        estimasi');
        title('Estimasi Posisi Horisontal');
        xlabel('Waktu (s)');
        ylabel('Estimasi posisi horisontal (m)');
    end

    if pil4==1
        figure(15);clf; hold on;
        plot(sV(4,1:k),'-b','linewidth', 1.5);hold on;
        plot(xV(4,1:k),'-m','linewidth', 1.5);hold on;
        grid on;
        legend('Posisi vertikal real','Posisi vertikal
        estimasi');
        title('Estimasi Posisi vertikal');
        xlabel('Waktu (s)');
        ylabel('Estimasi posisi vertikal (m)');
    end

    if pil5==1
        figure(16); clf
        plot(xV(3,1:k),xV(4,1:k),'-m', 'linewidth',1'); hold on;
        plot(sV(3,1:k),sV(4,1:k),'-b', 'linewidth',1'); hold on;
        grid on;
        legend('Lintasan estimasi','Lintasan real');
        title('Estimasi Lintasan Misil');
        xlabel('Posisi Horisontal (m)');
        ylabel('Posisi vertikal (m)');
    end
end

```