



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF SEMI PARASUT**

SKRIPSI

Oleh

Karinda Rizqy Aprilia

NIM 101810101032

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER**

2014



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF SEMI PARASUT**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Karinda Rizqy Aprilia

NIM 101810101032

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER**

2014

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Orang tuaku tercinta dan terkasih: Ayahanda Edy Setyo Handono dan Ibunda Nurlaili, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
2. Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. dan Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D yang telah memberikan bimbingan, dukungan dan motivasi selama ini;
3. Teman-teman chaponiks yang selalu membantuku dan selalu menemani hariku;
4. Teman-teman angkatan 2010 Matematika MIPA dan semuanya yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah yang tak terlupakan;
5. Teman-teman pejuang graf: (Putri H.P, Nika, Icha, RIda, Alfian, Iil, Ina, Sari, Latifah, Misi) yang selalu berbagi suka dan duka untuk menemukan rumus dan selalu memberikan dukungan untuk terus semangat;
6. Almamater Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;

MOTTO

"Pahlawan bukanlah orang yang berani menetakkan pedangnya ke pundak lawan, tetapi pahlawan sebenarnya ialah orang yang sanggup menguasai dirinya dikala ia marah menggambarkan ketulusan hati yang kuat dalam menghadapi banyak hal."

(Sabda Nabi Muhammad SAW)

"Resiko dari menyerah adalah kehilangan keberhasilan yang terletak dekat di tikungan di depan sana."

(Mario Teguh)

"Hidupmu itu terlalu berharga untuk kau buang-buang percuma menyesali kesalahan masa lalumu. Move on, move up!"

(Mario Teguh)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Karinda Rizqy Aprilia

NIM : 101810101032

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Semi Parasut adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2015

Yang menyatakan,

Karinda Rizqy Aprilia

NIM. 101810101032

PERSETUJUAN

**PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA
GRAF SEMI PARASUT**

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Karinda Rizqy Aprilia
NIM : 101810101032
Jurusan : Matematika
Angkatan Tahun : 2010
Daerah Asal : Jember
Tempat, Tanggal Lahir : Jember, 21 April 1992

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Ika Hesti Agustin S.Si., M.Si
NIP. 19840801 200801 2 006

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Semi Parasut telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam pada:

Hari :

Tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji :

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

NIP.19840801 200801 2 006

Dosen Penguji Utama,

Prof. Drs Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP.19680802 199303 1 004

Dosen Penguji Anggota,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

NIP.19661012 199303 1 001

M. Ziaul Arif, S.Si., M.Sc.

NIP. 19850111 200812 1 002

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika Dan Ilmu Pegetahuan Alam

Universitas Jember

Prof. Drs. Kusno, DEA.,Ph.D.

NIP. 19610108 198602 1 001

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic; Karinda Rizqy A, 101810101032; 2014: 84 halaman; Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Graf adalah salah satu kajian dalam matematika diskrit. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit tersebut. Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic (SEATL), dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda.

Salah satu jenis graf yang belum diketahui pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic adalah graf semi parasut yang dinotasikan SP_{2n-1} . Graf semi parasut adalah salah satu jenis graf yang diperoleh dari hasil pengembangan graf lain dengan bentuk yang menarik dan menyerupai graf parasut. Gabungan diskonektif graf semi parasut merupakan gabungan saling lepas dari m duplikat graf semi parasut dan dinotasikan mSP_{2n-1} .

Graf semi parasut dinotasikan SP_{2n-1} adalah sebuah graf yang memiliki himpunan *vertex*, $V = \{x_i, y_j, z; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq n - 1\}$ dan himpunan *edge*, $E = \{zx_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_1x_n\} \cup \{x_iy_i; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{y_ix_i + 1; 1 \leq i \leq n - 1\}$. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan lemma yang telah ada tentang nilai batas d dan lemma untuk pelabelan graf saat $d = 1$, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf SP_{2n-1} dan mSP_{2n-1} dan metode pendeteksian pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf semi parasut. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf SP_{2n-1} dan mSP_{2n-1} . Teorema dan lemma yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. Ada pelabelan titik $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} un-

tuk $n \geq 2$, telah dibuktikan pada Lemma 4.1.1.

2. Ada pelabelan total super $(5n + 2, 0)$ -sisi antimagic yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.1.1.
3. Ada pelabelan total super $(2n+2i+2, 2)$ -sisi antimagic yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.1.2.
4. Ada pelabelan total super $(\frac{7n+6}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} untuk $n \geq 2$ dan n genap yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.1.3.
5. Ada pelabelan titik $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf semi parasut mSP_{2n-1} jika $m \geq 3$, m ganjil dan $n \geq 2$, yang telah dibuktikan melalui pembuktian Lemma 4.2.1.
6. Ada pelabelan total super $(\frac{10nm+m+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic jika $m \geq 3$, m ganjil dan $n \geq 2$ yang telah dibuktikan pada teorema 4.2.1.
7. Ada pelabelan total super $(\frac{4nm+3m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic jika $m \geq 3$, m ganjil dan $n \geq 2$ yang telah dibuktikan pada teorema 4.2.2.
8. Ada pelabelan total super $(\frac{14nm+4m+8}{4}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf semi parasut mSP_{2n-1} untuk $m \geq 3$, $m \equiv 1 \pmod{4}$ dan $n \geq 2$, dan n genap yang telah dibuktikan pada 4.2.3

Dari kajian diatas ada beberapa batasan n dan m yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 1** Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} , dengan $n \geq 2$ n ganjil untuk $d = 1$.
2. **Masalah Terbuka 2** Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf semi parasut mSP_{2n-1} , dengan $n \geq 2$; $m \equiv 3 \pmod{4}$, untuk $d = 1$.
3. **Masalah Terbuka 3** Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf semi parasut mSP_{2n-1} , dengan $n \geq 2$; m genap untuk $d = 0$, $d = 1$ dan $d = 2$.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic Pada Graf Semi Parasut. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
3. Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing I dan Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. Dosen dan Karyawan Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
5. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini;

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
Halaman Persembahan	ii
HALAMAN MOTTO	iii
Halaman Pernyataan	iv
HALAMAN PERSETUJUAN	v
Halaman Pengesahan	vi
RINGKASAN	vii
Kata Pengantar	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
2 TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Terminologi Dasar Graf	4
2.2 Graf Khusus	8
2.3 Pelabelan Graf	11
2.3.1 Definisi pelabelan graf	11
2.3.2 Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic	12
2.4 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika	16
2.5 Aplikasi Graf	18
2.6 Hasil-Hasil Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf tunggal dan gabungan saling lepasnya.	19
3 METODE PENELITIAN	22

3.1	Metode Penelitian	22
3.2	Rancangan Penelitian	22
3.2.1	Pelabelan total super (a, d) -Sisi antimagic	22
3.2.2	Graf semi parasut SP_{2n-1}	23
3.2.3	Gabungan saling lepas graf semi parasut mSP_{2n-1}	23
3.3	Teknik Penelitian	23
3.4	Observasi Awal	27
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	29
4.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Semi Parasut SP_{2n-1}	29
4.2	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Gabungan Saling Lepas Graf Semi Parasut mSP_{2n-1}	41
4.3	Pembahasan	65
5	KESIMPULAN DAN SARAN	71
5.1	Kesimpulan	71
5.2	Saran	71
	DAFTAR PUSTAKA	72
	LAMPIRAN-LAMPIRAN	74

DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf sederhana	4
2.2	Pseudograf	5
2.3	(a) Graf hingga (b) Graf tak hingga	5
2.4	Keisomorfisan graf	7
2.5	Contoh graf dan matrik <i>adjacencynya</i>	7
2.6	Contoh gabungan graf	8
2.7	Graf Lobster $\mathcal{L}_{4,2,1}$	8
2.8	Graf <i>Generalized Petersen</i>	9
2.9	Graf Ladder L_4	9
2.10	Graf parasut P_n dengan $n=5$	10
2.11	Graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n=6$	10
2.12	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total	12
2.13	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif	17
2.14	Pelabelan sisi super (3,1)- L_3 antimagic pada graf triangular ladder	18
2.15	Pelabelan titik (3,1)- L_3 antimagic pada graf triangular ladder	19
2.16	Pelabelan titik (3,1)- L_3 antimagic pada graf triangular ladder	19
3.1	Graf semi parasut SP_{2n-1}	23
3.2	Gabungan saling lepas graf semi parasut mSP_{2n-1}	24
3.3	Rancangan Penelitian	26
3.4	Pelabelan total super (16,2)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{11}	27
3.5	Pelabelan total super (43,2)-sisi antimagic pada graf semi parasut $3SP_{11}$	28
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi pada graf Semi Parasut SP_{2n-1} dengan $n = 4$ dan $n = 6$	30
4.2	Pelabelan (3,1)-sisi antimagic titik pada SP_{11} dengan $n = 6$	32
4.3	SEATL graf semi parasut SP_{11} dengan $d = 0$	34
4.4	SEATL graf semi parasut SP_{11} dengan $d = 2$	36

4.5	SEATL graf semi parasut SP_{11} dengan $d = 1$	38
4.6	Pelabelan (9,1)-sisi antimagic titik pada $5SP_{2n-1}$	46
4.7	Pelabelan super (154, 0)-sisi antimagic total pada $5SP_{2n-1}$ dengan $n = 6$	51
4.8	Pelabelan super (70, 2)-sisi antimagic total pada $5SP_{2n-1}$ dengan $n = 6$	56
4.9	Pelabelan total super (263, 1)-sisi antimagic pada $9SP_{2n-1}$ dengan $n = 8$	68
5.1	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 2$	74
5.2	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 3$	74
5.3	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 5$	75
5.4	Pelabelan total super (12,0)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 2$	75
5.5	Pelabelan total super (17,0)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 3$	75
5.6	Pelabelan total super (27,0)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 5$	76
5.7	Pelabelan total super (8,2)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 2$	76
5.8	Pelabelan total super (10,2)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 3$	76
5.9	Pelabelan total super (14,2)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 5$	77
5.10	Pelabelan total super (10,1)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 3$	77
5.11	Pelabelan total super (17,1)-sisi antimagic pada graf semi parasut SP_{2n-1} dengan $n = 5$	77

5.12	Pelabelan titik (6,1)-sisi antimagic pada graf semi parasut mSP_{2n-1} dengan $n = 4$ dan $m = 3$	78
5.13	Pelabelan total super (145,0)-sisi antimagic pada graf semi parasut mSP_{2n-1} dengan $n = 4$ dan $m = 7$	81
5.14	Pelabelan total super (69,2)-sisi antimagic pada graf semi parasut mSP_{2n-1} dengan $n = 4$ dan $m = 7$	84

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf tunggal.	20
2.2	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada gabungan saling lepas graf.	21

DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	= Titik ke- n pada suatu graf
e_n	= Sisi ke- n dari suatu graf
$ V(G) $	= Banyaknya titik dari graf G yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	= Banyaknya sisi dari graf G yang disebut ukuran (<i>size</i>)
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic
d	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
a	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
SP_{2n-1}	= Graf Semi Parasut, dimana $2n - 1$ adalah banyaknya titik yang terhubung pada satu titik pusat dibawahnya Semi Parasut
mSP_{2n-1}	= Gabungan graf Semi Parasut, dimana m menyatakan jumlah <i>copy</i> dari graf semi parasut
x	= titik yang terhubung dengan satu titik pusat dibawah
y	= titik yang menghubungkan antara x satu dengan lainnya
z	= titik pusat dibawah
$\alpha(p)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik untuk graf semi parasut tunggal
w_{α_p}	= Bobot sisi dari pelabelan titik α_p
W_{α_p}	= Bobot total dari pelabelan total α_p
$\beta(v^k)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik gabungan graf semi parasut <i>copy</i> ke- k
W_{β_p}	= Bobot total dari pelabelan total β_p pada gabungan graf semi parasut