

**ANALISIS MODEL MATEMATIKA PROSES PENYEBARAN
LIMBAH CAIR PADA AIR TANAH**

SKRIPSI

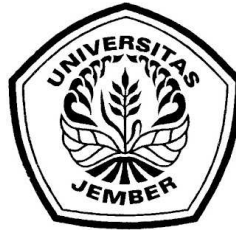
Oleh

M. GANGGA D. F. F. P.

NIM 070210191057

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2014



**ANALISIS MODEL MATEMATIKA PROSES
PENYEBARAN LIMBAH CAIR
PADA AIR TANAH**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

M. GANGGA D. F. F. P.

NIM 070210191057

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2014

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Almarhum Kakek dan Nenek tercinta, Ayahanda Supeno Haryon Inni dan Ibunda Qomariyah R. Lizza, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta, kasih sayang serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita, tidak lupa pula Adikku Rizki Nur R., Kakakku Afelda Herdianita Mega O.N., Tante dan Paman-pamanku yang senantiasa memberikan semangat dan doa selama masa studiku;
2. Semua guruku dari SD, MI, SMP, dan MA yang dengan sabar dan tulus dalam membimbingku untuk menimba ilmu;
3. Bapak Arif Fatahillah, S.Pd, M.Si dan Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;
4. Teman-teman angkatan 2007 FKIP Matematika: (Farid, Anggi, Mukhlis, Afton, Carina, Hendra, Meli, Sunarsih dan semuanya) yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan,
5. Teman-teman seperjuangan di Laboma: Joni, Banina, Quwniel, Yayuk, Marlia, Didin, Syaiful dan Zahro;
6. Teman-teman FKIP Matematika: Angkatan 2008 hingga Angkatan 2011 terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses perkuliahan dan penyelesaian skripsiku;
7. Orang yang kuanggap spesial dalam hidup ini;
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

”Ilmu tidak dapat diraih dengan mengistirahatkan badan (bermalas-malasan)”
(HR Muslim)

”Belajar tanpa disertai tujuan tak akan pernah bisa merubahnya menjadi ilmu
pengetahuan”
(Andre Raditya, LifeSigns Mentor)

”Optimisme adalah kepercayaan yang akan membawa kita pada suatu prestasi.
Hal tersebut tidak dapat dilakukan tanpa adanya harapan dan keyakinan”
(Helen Keller)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : M. Gangga Dwi F. F. P.

NIM : 070210191057

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: "*Analisis Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 30 Januari 2014

Yang menyatakan,

M. Gangga Dwi F. F. P.

NIM 070210191057

PENGAJUAN

ANALISIS MODEL MATEMATIKA PROSES PENYEBARAN LIMBAH CAIR PADA AIR TANAH

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : M. Gangga D. F. F. P.
NIM : 070210191057
Tempat dan Tanggal Lahir : Surabaya, 17 April 1989
Jurusan / Program : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 196808021993031004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 198205292009121003

SKRIPSI

ANALISIS MODEL MATEMATIKA PROSES PENYEBARAN LIMBAH CAIR PADA AIR TANAH

Oleh

M. GANGGA D. F. F. P.

NIM 070210191057

Pembimbing

Dosen Pembimbing I	: Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing II	: Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul Analisis Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 30 Januari 2014

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.
NIP. 195812091986031003

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 198205292009121003

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 196808021993031004

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 197003071995122001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd.
NIP. 195405011983031005

RINGKASAN

ANALISIS MODEL MATEMATIKA PROSES PENYEBARAN LIMBAH CAIR PADA AIR TANAH, M. Gangga D. F. F. P., 070210191057, 2014, 71 Halaman. Program studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Matematika merupakan ilmu yang mendasari pengembangan ilmu-ilmu lainnya. Hal ini dikarenakan pada sebagian disiplin ilmu tertentu, matematika sering digunakan untuk membantu dalam menyelesaikan berbagai permasalahan. Matematika sangat erat kaitannya pada bidang lingkungan. Adapun dalam hal ini yaitu mengenai penyebaran limbah cair pada air tanah. Pencemaran limbah cair di dunia telah mendapat perhatian yang serius.

Tahapan kegiatan penelitian meliputi, pertama, menentukan model matematika proses penyebaran limbah cair pada air tanah. Tahapan ini meliputi studi pustaka tentang proses penyebaran limbah cair pada air tanah kemudian membuat model dengan peninjauan perubahan momentum dan kontinuitas massa dengan menggunakan Metode Volume Hingga. Kedua, menentukan diskretisasi model matematika penyebaran limbah cair pada air tanah. Ketiga, membuat program matematika proses penyebaran limbah cair pada air tanah dengan MATLAB untuk mengetahui penyebaran konsentrasi limbah cair pada air tanah.

Hasil penelitian disimpulkan sebagai berikut, pertama, model matematika proses penyebaran limbah cair pada air tanah adalah persamaan yang diselesaikan dengan metode volume hingga yang dinyatakan dalam persamaan momentum dan kontinuitas massa. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{8\Delta t}\right)v_x\Delta x\Delta y^2(\rho-1)C(i-2,j) + \frac{7}{8\Delta t}v_x\Delta x\Delta y^2(\rho-1)C(i-1,j) + \\
& \frac{3}{8\Delta t}\Delta x\Delta y(v_x\Delta y + v_y\Delta x)(1-\rho)C(i,j) + \frac{3}{8\Delta t}v_x\Delta x\Delta y^2(1-\rho)C(i+1,j) + \\
& \left(-\frac{1}{8\Delta t}\right)v_y\Delta x^2\Delta y(\rho-1)C(i,j-2) + \frac{7}{8\Delta t}v_y\Delta x^2\Delta y(\rho-1)C(i,j-1) + \\
& \frac{3}{8\Delta t}v_y\Delta x^2\Delta y(1-\rho)C(i,j+1) = \frac{\rho g}{\Delta t}\Delta x\Delta y(\Delta y + \Delta x) - \\
& \frac{p}{\Delta t}\Delta x\Delta y(\Delta x + \Delta y) + 2\mu\left(v_x\frac{\Delta y^2}{\Delta t} + v_y\frac{\Delta x^2}{\Delta t}\right) + \frac{\mu}{\Delta t}\Delta x\Delta y(v_x + v_y) + \\
& \mu\left(v_x\frac{\Delta x^2}{\Delta t} + v_y\frac{\Delta y^2}{\Delta t}\right) - D_x\frac{C\Delta y^2}{\Delta t} - D_y\frac{C\Delta x^2}{\Delta t}
\end{aligned}$$

Kedua, dalam proses penyebaran limbah cair pada air tanah, konsentrasi limbah cair akan terbawa aliran air tanah menuju daerah yang lebih rendah atau daerah pantai. Hal ini dapat dilihat pada gambar di FLUENT.

Ketiga, persamaan penyebaran limbah cair pada air tanah adalah model yang akurat dalam menyelesaikan kasus penyebaran limbah cair pada air tanah karena persamaan ini *error* relatifnya sebesar 0.000898124 atau sebesar 0.0898124%.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 30 Desember 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
PENGAJUAN	v
HALAMAN BIMBINGAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Fluida	5
2.1.1 Jenis Aliran Fluida	6
2.2 Air Tanah dan Limbah Cair	7
2.3 Penyebaran Limbah Pada Air Tanah	9
2.3.1 <i>Dilution</i>	10
2.4 Model Matematika dan Pemodelan Matematika	13
2.5 Metode Volume Hingga	15
2.5.1 Persamaan Momentum	18
2.5.2 Kontinuitas Massa	19

2.5.3	Teknik Diskritisasi <i>Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics</i> (QUICK)	20
2.6	Computational Fluid Dynamics (CFD)	22
2.6.1	GAMBIT	24
2.6.2	FLUENT	26
2.7	Algoritma dan Pemrograman	27
2.7.1	Metode SOR (<i>Successive Overrelaxation</i>)	27
2.7.2	GALAT	31
2.7.3	MATLAB	32
3	METODE PENELITIAN	35
3.1	Jenis Penelitian	35
3.2	Tempat Penelitian	35
3.3	Definisi Operasional	35
3.4	Prosedur Penelitian	36
3.5	Metode Pengumpulan Data	38
3.6	Analisis Data	38
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	41
4.1	Persamaan Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah	41
4.2	Diskritisasi Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah Menggunakan Metode Volume Hingga Dengan Teknik Diskritisasi <i>QUICK</i>	45
4.3	Bentuk Matriks $n \times n$ Hasil Diskritisasi Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah Menggunakan Metode Volume Hingga Dengan Teknik Diskritisasi <i>QUICK</i>	52
4.4	Efektivitas Metode Volume Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> Dalam Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah .	56
4.4.1	Format <i>Programming</i>	57
4.4.2	Efektivitas Penggunaan <i>Error Relatif</i> Pada Metode Volume Hingga	58

4.4.3	Simulasi Pemodelan Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah	59
4.5	Analisis dan Pembahasan	59
4.5.1	Komputasi <i>MATLAB</i>	60
4.5.2	Visualiasi Simulasi Fluent	63
4.5.3	Analisis Efektivitas Metode Volume Hingga Pada Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah	66
5	KESIMPULAN DAN SARAN	67
5.1	Kesimpulan	67
5.2	Saran	68
	DAFTAR PUSTAKA	69
	LAMPIRAN-LAMPIRAN	
	A. FORMAT <i>PROGRAMMING</i> MATLAB	73
	B. HASIL SIMULASI PENYEBARAN KONSENTRASI LIMBAH CAIR DENGAN METODE BIASA	88
	C. HASIL SIMULASI PENYEBARAN KONSENTRASI LIMBAH CAIR DENGAN METODE SOR	90
	D. PERBANDINGAN METODE BIASA DAN METODE SOR	92
	E. PERHITUNGAN <i>ERROR</i> RELATIF	94

DAFTAR GAMBAR

2.1	Aliran Laminar (http://muhnabil.wordpress.com)	6
2.2	Aliran Turbulen (http://muhnabil.wordpress.com)	7
2.3	Buangan Limbah Cair dari Pabrik (http://blog.ub.ac.id/)	9
2.4	Peresapan Limbah Cair Pada Air Tanah (Sumber: Todd and Mays, 2005)	10
2.5	Aliran Air Pada Media Tanah (Sumber: Todd and Mays, 2005)	11
2.6	sel vertex dan sel pusat	17
2.7	bentuk volume kendali dua dimensi	18
2.8	Bagan volume kendali(Tondok,2009:19)	18
2.9	Diskritisasi QUICK	20
2.10	tampilan GAMBIT	25
2.11	Tampilan FLUENT	26
3.1	Bagan alur penelitian	37
4.1	Gambar Aliran Momentum Dua Dimensi Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah	42
4.2	Aliran Massa Dua Dimensi Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah	44
4.3	Skema Diskritisasi Proses Penyebaran Limbah Cair Pada Air Tanah	55
4.4	Grafik Konsentrasi Metode Biasa dengan Konsentrasi Uji 280 <i>mg/l</i> , 290 <i>mg/l</i> , 300 <i>mg/l</i>	62
4.5	Perbesaran Grafik 4.4 Pada 10 Titik Terakhir	63
4.6	Grafik konsentrasi metode SOR dengan Konsentrasi Uji 280 <i>mg/l</i>	64
4.7	Grafik konsentrasi metode SOR dengan Konsentrasi Uji 300 <i>mg/l</i>	64
4.8	Hasil Simulasi Penyebaran Limbah Cair pada Air Tanah Berdasarkan Kecepatan Aliran Air Tanah	65
4.9	Hasil Simulasi penyebaran limbah cair pada air tanah Berdasarkan Berat Jenis	66

DAFTAR TABEL

B.1	Tabel Hasil Simulasi Konsentrasi dengan Metode Biasa	88
B.1	Tabel Hasil Simulasi Konsentrasi Uji 280 <i>mg/l</i> , 290 <i>mg/l</i> , 300 <i>mg/l</i> dengan Metode SOR	90
D.1	Tabel Hasil Perbandingan Antara Metode Biasa dan Metode SOR dengan Banyaknya Konsentrasi Awal 300 <i>mg/l</i>	92

DAFTAR LAMBANG

C_e	= kontrol konsentrasi <i>east</i> atau timur
C_w	= kontrol konsentrasi <i>west</i> atau barat
C_n	= kontrol konsentrasi <i>north</i> atau utara
C_s	= kontrol konsentrasi <i>south</i> atau selatan
C_0	= konsentrasi awal
CV	= <i>Control volume</i> atau volume kontrol
CS	= <i>Control surface</i> atau kontrol sisi
ϕ_e	= kontrol permukaan <i>east</i> atau timur
ϕ_w	= kontrol permukaan <i>west</i> atau barat
ϕ_n	= kontrol permukaan <i>north</i> atau utara
ϕ_s	= kontrol permukaan <i>south</i> atau selatan
Δx	= Partisi pada sumbu x
Δy	= Partisi pada sumbu y
Δt	= Perubahan waktu
\tilde{v}	= kecepatan Darcy
J_{adv}	= Adveksi
ΣF	= Resultan Gaya
$\frac{\partial}{\partial t}$	= derivatif fungsi waktu
ρ	= massa jenis
n	= Porositas efektif
A	= Volume yang dilalui oleh massa polutan
h_l	= Beda tinggi
L	= jarak
J_{dif}	= Difusi
D	= Koefisien Difusi
K	= Konduktivitas Hidrolik Jenuh
m	= Massa
v_x	= Komponen kecepatan pada sumbu x
v_y	= Komponen kecepatan pada sumbu y
g_1	= Gaya permukaan 1
g_2	= Gaya permukaan 2
μ	= Viskositas