



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI  
DARI GRAF MATAHARI**

**SKRIPSI**

**Oleh**

**TANTI WINDARTINI**

**NIM 080210191031**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI  
DARI GRAF MATAHARI**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

**Oleh**

**TANTI WINDARTINI**

**NIM 080210191031**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**

## PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk ciptaan-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam setiap detik perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

1. Ayahanda Kuswadi dan Ibunda tercinta Tik'amah, serta Saudara-saudaraku, Sukma Erliana (Mb Elin), Tito Kurniawan, Edwin Firdhaus Saputra (Dek Firdha), keponakanku Keshia Anindya Maheswari, serta Almh. nenek yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi saya;
2. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
3. Keluarga citra (Neni, Tri, Kiki, Indra, Suhe, Annas, dan Dhanar), sahabatku Icha dan Sandra serta teman-teman tim basketku yang selalu menemani di kota perantauan ini dengan suka dan duka;
4. Orang-orang terkasih yang selalu setia memberikan bantuan, semangat dan dukungannya untuk saya;
5. Teman-temanku penghuni kosan "Puri Asri" (Opsy, Melda, Vani, Vipril, Adin, Singo, dan Sholeh) yang membuatku mengerti akan rasanya jadi anak kosan;
6. Warga Matematika Reguler dan Non Reguler '08 yang berjuang dalam 4 tahun kebersamaan;
7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

## MOTO

”Beruntung itu bertemunya antara kemauan dan kemampuan.”

”Jika nasib adalah titik dan usaha adalah sisi, maka hidup adalah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama. (Slamin)”

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Tanti Windartini

NIM : 080210191031

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "Nilai Ke-takteraturan Total sisi dari Graf Matahari" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 31 Juli 2012

Yang menyatakan,

Tanti Windartini

NIM. 080210191031

**PENGAJUAN**  
**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI**  
**GRAF MATAHARI**

**SKRIPSI**

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Tanti Windartini  
NIM : 080210191031  
Tempat dan Tanggal Lahir : Banyuwangi, 15 April 1989  
Jurusan / Program : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Slamir, M.Comp Sc PhD  
NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

# SKRIPSI

## NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF MATAHARI

Oleh:

Tanti Windartini

NIM 080210191031

Dosen Pembimbing I : Drs. Slamin, M.Comp.Sc, Ph.D

Dosen Pembimbing II : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Matahari" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Selasa

tanggal : 31 Juli 2012

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd  
NIP. 19630616 198802 1 001

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamun, M.Comp.Sc., Ph.D.  
NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Toto Bara S., M.Si  
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005



## RINGKASAN

**Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Matahari;** Tanti Windartini, 080210191031; 2012: 70 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Graf merupakan model matematika yang sangat kompleks dan rumit, namun graf juga bisa menjadi solusi yang tepat dalam menyelesaikan beberapa kasus tertentu. Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total sisi irregular pada graf matahari. Graf matahari adalah sebuah graf yang dibentuk dari graf siklus dengan  $n$  titik, yang pada setiap titiknya terdapat sebuah bandul. Gabungan graf matahari yang akan diteliti adalah gabungan graf matahari isomorfis dan non-isomorfis. Permasalahannya adalah bagaimana melabeli graf matahari baik yang tunggal maupun gabungannya sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label pada beberapa variasi pelabelan total sisi irregular adalah semimumimum mungkin. Bilangan bulat positif terbesar yang minimum tersebut dinamakan dengan *total edge irregularity strength* dari graf  $G$  yang dinotasikan dengan  $tes(G)$ . Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui berapa nilai  $tes$  dari graf matahari baik yang tunggal maupun gabungannya.

Penelitian ini diawali dengan menentukan nilai batas bawah dari  $tes$  graf matahari dengan menerapkan teorema Bača, Jendrol, Miller, Ryan (2002) yakni  $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G)$ , selanjutnya menentukan nilai batas atas dari  $tes$  graf matahari dengan mencari formulasi dari pelabelan ketakteraturan total sisi sedemikian hingga bobot setiap sisinya berbeda. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan ketakteraturan total sisi dari *total edge irregularity strength* ( $tes$ ) pada graf matahari baik yang tunggal maupun gabungannya.

Sesuai dengan tujuan dan hasil dalam penelitian ini, ditemukan beberapa teorema baru mengenai nilai  $tes$  dari nilai ketakteraturan total sisi pada graf matahari yaitu:

1.  $tes(M_n) = \lceil \frac{2n+2}{3} \rceil$ , untuk  $s \geq 1$  dan  $n \geq 3$ ;
2.  $tes(sM_n) = \lceil \frac{s(2n)+2}{3} \rceil$ , untuk  $s \geq 2$  dan  $n \geq 3$ ;
3.  $tes(M_{3k} \cup M_n) = tes(M_{3k}) + tes(M_n) - 1$ , untuk  $k \geq 1$  dan  $n \geq 3$ .

## PRAKATA

Segala puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Matahari " ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Bapak Drs. Slamir, M.Comp.Sc.,Ph.D., selaku Dosen Pembimbing I, Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D., selaku Dosen Pembimbing II sekaligus sebagai Dosen Pembimbing Akademik yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi saya ini;
2. Kedua orang tua dan seluruh keluarga yang telah memberikan dorongan dan doanya demi terselesaikannya skripsi ini;
3. Teman seperjuanganku, Bagos, Dewi, Rendra, Kunti dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;
4. Sahabat, teman-teman seperjuangan, dan seluruh keluarga MSC yang telah memberi semangat selama 4 tahun kebersamaan;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang tidak dapat disebut satu per satu.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, 31 Juli 2012

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	ii
HALAMAN MOTO . . . . .	iii
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	iv
PENGAJUAN . . . . .	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN . . . . .	vi
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	vii
RINGKASAN . . . . .	viii
PRAKATA . . . . .	x
DAFTAR ISI . . . . .	xii
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xiv
DAFTAR TABEL . . . . .	xv
DAFTAR LAMPIRAN . . . . .	xvi
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	4
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	4
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	5
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>6</b>
2.1 Sejarah Graf . . . . .	6
2.2 Aplikasi Graf . . . . .	7
2.3 Teori Dasar Graf . . . . .	12
2.3.1 Teori Himpunan . . . . .	12
2.3.2 Relasi dan Fungsi . . . . .	13
2.3.3 Notasi Lantai ( <i>Floor</i> ) dan Notasi Atap ( <i>Ceiling</i> ) . . . . .	13
2.4 Terminologi Dasar Graf . . . . .	14
2.5 Gabungan Dua Graf . . . . .	20

2.6	<b>Keisomorfisan Graf</b>	20
2.7	<b>Graf-graf Khusus</b>	22
2.8	<b>Gabungan Graf Matahari</b>	26
2.9	<b>Pelabelan Graf</b>	30
2.9.1	Pelabelan Total Titik Irregular	32
2.9.2	Pelabelan Total Sisi Irregular	33
2.9.3	Pelabelan Total Sisi Irregular Pada Graf Matahari	35
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	40
3.1	<b>Metode Penelitian</b>	40
3.2	<b>Definisi Operasional</b>	40
3.3	<b>Rancangan Penelitian</b>	41
3.3.1	Penggabungan Graf Matahari	41
3.3.2	Teknik Penelitian	42
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	45
4.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Matahari Tunggal	45
4.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Matahari Isomorfis	51
4.3	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Matahari Non-Isomorfis	65
4.4	Pembahasan	65
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	68
5.1	<b>Kesimpulan</b>	68
5.2	<b>Saran</b>	68
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	69
	<b>LAMPIRAN</b>	71

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Gabungan graf matahari $M_9 \cup M_9$ . . . . .	3
2.1	Model graf representasi jembatan Königsberg . . . . .	6
2.2	Peta Königsberg . . . . .	7
2.3	Contoh jaringan sederhana . . . . .	8
2.4	Contoh jaringan <i>bus</i> . . . . .	9
2.5	Contoh jaringan <i>mesh</i> . . . . .	9
2.6	Contoh jaringan pohon . . . . .	10
2.7	Contoh jaringan bintang . . . . .	11
2.8	Contoh topologi cincin . . . . .	11
2.9	Ilustrasi topologi matahari . . . . .	12
2.10	Contoh bentuk graf . . . . .	14
2.11	Contoh graf berhingga $G_1$ dan tak berhingga $G_2$ . . . . .	15
2.12	Graf kosong $N_{10}$ . . . . .	16
2.13	Graf yang semua titiknya berderajat empat . . . . .	17
2.14	Graf dengan dua bandul dan dua titik terisolir . . . . .	18
2.15	Contoh graf, subgraf perentang, dan subgrafnya . . . . .	18
2.16	Graf terhubung $G_1$ dan graf tidak terhubung $G_2$ . . . . .	19
2.17	Graf terpotong . . . . .	19
2.18	Contoh gabungan dari dua graf . . . . .	20
2.19	Contoh dua buah graf isomorfis . . . . .	21
2.20	Graf siklus $C_n; 3 \leq n \leq 5$ . . . . .	22
2.21	Graf lengkap . . . . .	23
2.22	Graf bintang . . . . .	23
2.23	Graf ladder . . . . .	24
2.24	Graf diamond ladder . . . . .	24
2.25	Graf friendship . . . . .	25
2.26	Graf Petersen $P(6, 2)$ . . . . .	25
2.27	Graf matahari $M_9$ . . . . .	26

2.28	Gabungan graf matahari . . . . .	27
2.29	Gabungan graf matahari isomorfis . . . . .	28
2.30	Gabungan graf matahari non-isomorfis . . . . .	29
2.31	Gabungan graf matahari non-isomorfis $M_3 \cup M_8$ . . . . .	30
2.32	Pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total . . . . .	31
2.33	Pelabelan pada graf matahari $M_3 \leq n \leq M_6$ . . . . .	37
2.34	Pelabelan pada graf matahari $M_7$ . . . . .	38
2.35	Pelabelan pada graf matahari $M_8$ . . . . .	38
2.36	Pelabelan pada graf matahari $M_9$ dan $M_{10}$ . . . . .	39
3.1	Rancangan Penelitian . . . . .	44
4.1	Pelabelan pada graf matahari $M_8$ . . . . .	51
4.2	Pelabelan <i>tes</i> pada Gabungan Graf Matahari $sM_n$ dengan $n = 3$ dan $s = 6$ . . . . .	64
4.3	Pelabelan <i>tes</i> pada Gabungan Graf Matahari Non-Isomorfis $sM_n$ dengan $M_6 \cup M_5$ . . . . .	65

## DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan nilai $tvs$ pada beberapa graf khusus . . . . .	33
2.2	Ringkasan nilai $tes$ pada beberapa graf khusus . . . . .	35



## DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN . . . . .	71
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI . . . . .	72

## DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf $G$
$G(V, E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf $G$
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf $G$
$v_n$	=	Titik ke- $n$ pada suatu graf
$e_n$	=	Sisi ke- $n$ dari suatu graf
$\Delta$	=	Derajat maksimum suatu graf
$\delta$	=	Derajat minimum suatu graf
$tv_s(G)$	=	<i>Total vertex irregularity strength</i> dari graf $G$
$tes(G)$	=	<i>Total edge irregularity strength</i> dari graf $G$
$\lambda(v)$	=	Label sebuah titik pada suatu graf
$\lambda(e)$	=	Label sebuah sisi pada suatu graf
$weight(w)$	=	Bobot
$M_n$	=	Graf matahari dengan $n$ vertex
$sM_n$	=	Gabungan sebanyak $s$ graf matahari dengan $n$ vertex
$u_{i,j}$	=	Titik bandul ke- $i$ dalam komponen ke- $j$ dari $sM_n$
$v_{i,j}$	=	Titik ke- $i$ pada siklus dalam komponen ke- $j$ dari $sM_n$
$u_{i,j}v_{i+1,j}$	=	Sisi pada bandul ke- $i$ dalam komponen ke- $j$ dari $sM_n$
$v_{i,j}u_{i,j}$	=	Sisi pada siklus ke- $i$ dalam komponen ke- $j$ dari $sM_n$
$\lceil x \rceil$	=	Bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan dengan $x$
$\lfloor x \rfloor$	=	Bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan dengan $x$