



TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GRAF ANTIPRISMA

SKRIPSI

Oleh:

Intan Kusuma Pratiwi

NIM: 070210101105

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2011



TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GRAF ANTIPRISMA

SKRIPSI

Diajukan Guna Melengkapi Tugas Akhir dan Memenuhi Salah Satu Syarat
untuk Menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan Mencapai Gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

Intan Kusuma Pratiwi

NIM: 070210101105

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2011

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

- 1. Ibunda Endang Khisyafa dan Ayahanda Djony HP tercinta, serta Kakakku Andry yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;*
- 2. Bapak Drs. Slamir, M.Comp, Ph.D dan Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
- 3. Ibu Susi Setiawani, S.Si, M.Sc selaku Dosen Pembimbing Akademik yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan perkuliahan;*
- 4. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 5. Adikku Rendratama yang telah memberikan dukungan positif bagiku dalam setiap hal yang akan dan telah aku lakukan dan semangat dalam penulisan skripsi ini;*
- 6. Teman-temanku FKIP Matematika 2007: nanik, ika, tacix, rahma, ana, anis, fary, irfan dan lainnya, kakak angkatan dan adik angkatan terima kasih atas dorongan semangat, doa dan bantuannya selama kuliah, dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan;*
- 7. Teman-temanku di kosan Jatiju: weny, uli, ipan, ida, diana, anggung dan lainnya yang membuatku mengerti akan asam manis persahabatan, jagalah selalu kekompakan kosan kita;*
- 8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

MOTO

"Raihlah ilmu pengetahuan setinggi langit,
dan rendahkanlah hatimu serendah mutiara intan di lautan"

"Saya percaya, esok sudah tidak boleh mengubah apa yang
berlaku hari ini,
tetapi hari ini masih boleh mengubah apa yang akan
terjadi pada hari esok "

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Intan Kusuma Pratiwi

NIM : 070210101105

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Total Vertex Irregularity Strength dari Graf Antiprisma adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Oktober 2011

Yang menyatakan,

Intan Kusuma Pratiwi

NIM. 070210101105

SKRIPSI

TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GRAF ANTIPRISMA

Oleh:

Intan Kusuma Pratiwi

NIM. 070210101105

Dosen Pembimbing I : Drs. Slamin, M.Comp, Ph.D

Dosen Pembimbing II : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Total Vertex Irregularity Strength dari Graf Antiprisma* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Jumat

tanggal : 28 Oktober 2011

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd
NIP. 19630616 198802 1 001

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengesahkan
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum
NIP. 19540712 198003 1 005

RINGKASAN

Total Vertex Irregularity Strength dari graf Antiprisma; Intan Kusuma Pratiwi,-070210101105; 2011: ... halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf merupakan teori lama yang hingga saat ini semakin banyak ditemukan aplikasinya di sekitar kita, baik dalam bidang ilmu matematika sendiri maupun dalam bidang ilmu lainnya. Topik yang mendapat perhatian dalam teori graf adalah pelabelan graf. Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total titik irregular pada graf antiprisma. Graf antiprisma A_n dengan $n \geq 3$ adalah sebuah graf reguler berderajat 4 dengan $|V(A_n)| = 2n$ dan $|E(A_n)| = 4n$ yang tersusun atas n siklus luar $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ dan n siklus dalam $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ dan antara siklus luar dengan siklus dalam dihubungkan oleh sekumpulan n jeruji $v_i u_i$ dan $v_i u_{i+1}$, sisi yang terhubung pada siklus luar $v_i v_{i+1}$ dan sisi-sisi yang terhubung pada siklus dalam $u_i u_{i+1}$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dengan pengambilan modulo n . Permasalahannya adalah bagaimana melabeli graf antiprisma dan gabungannya sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label pada beberapa variasi pelabelan total titik irregular adalah seminimum mungkin. Bilangan bulat positif terbesar yang minimum tersebut dinamakan dengan *total irregularity vertex strength* dari graf G yang dinotasikan dengan $tvs(G)$. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui berapa nilai (tvs) dari graf antiprisma dan gabungannya.

Penelitian ini diawali dengan menentukan nilai batas bawah dari tvs graf antiprisma dengan menerapkan teorema Bača, Jendrol, Miller, Ryan (2002) yakni $\lceil \frac{|V|+\delta}{\Delta+1} \rceil \leq tvs(G)$, selanjutnya menentukan nilai batas atas dari tvs graf antiprisma dengan mencari formulasi dari pelabelan total titik irregularnya sedemikian bobot setiap titik berbeda. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah

ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total titik irregular dari *total vertex irregularity strength* (*tv**s*) pada graf antiprisma dan gabungannya.

Sesuai dengan tujuan dan hasil dalam penelitian ini, ditemukan beberapa teorema baru mengenai nilai *tv**s* dari pelabelan total titik irregular pada graf antiprisma yaitu:

Teorema 4.1.1 *Nilai Total Vertex Irregularity Strength dari Graf Antiprisma* (A_n) untuk $n \geq 3$ adalah

$$tv_s(A_n) = \left\lceil \frac{2n + 4}{5} \right\rceil$$

Teorema 4.2.1 *Nilai Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Graf Antiprisma Isomorfis* (sA_n) untuk $s \geq 2$ dan $n \geq 3$ adalah

$$tv_s(sA_n) = \left\lceil \frac{2sn + 4}{5} \right\rceil$$

Teorema 4.3.1 *Nilai Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Dua Graf Antiprisma Non – Isomorfis* ($A_k \cup A_n$) dimana $k < n$ untuk $k \geq 3$ dan $n \geq 3$ adalah

$$tv_s(A_k \cup A_n) = \left\lceil \frac{2(k + n) + 4}{5} \right\rceil$$

PRAKATA

Syukur ke hadirat Allah SWT atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, Oktober 2011

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i	
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii	
HALAMAN MOTO	iii	
HALAMAN PERNYATAAN	iv	
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v	
HALAMAN PENGESAHAN	vi	
RINGKASAN	vii	
PRAKATA	ix	
DAFTAR ISI	xii	
DAFTAR GAMBAR	xv	
DAFTAR TABEL	xvi	
DAFTAR LAMPIRAN	xvii	
DAFTAR LAMBANG	xviii	
1	PENDAHULUAN	1
1.1	Latar Belakang Masalah	1
1.2	Rumusan Masalah	4
1.3	Batasan Masalah	4
1.4	Tujuan Penelitian	4
1.5	Manfaat Penelitian	5

DAFTAR ISI

xi

2	TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1	Teori Dasar Graf	6
2.1.1	Terminologi Dasar Graf	6
2.1.2	Keisomorfisan Graf	12
2.1.3	Relasi Dan Fungsi	13
2.1.4	Gabungan Graf	13
2.1.5	Graf - Graf Khusus	14
2.2	Graf Antiprisma	20
2.2.1	Graf Antiprisma	20
2.2.2	Gabungan Graf Antiprisma	21
2.3	Pelabelan Graf	22
2.3.1	Pelabelan Total Titik Irregular	24
2.3.2	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf-Graf Khusus . . .	27
2.3.3	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf Antiprisma . . .	33
2.4	Aplikasi Graf	33
3	METODE PENELITIAN	41
3.1	Metode Penelitian	41
3.2	Definisi Operasional	41
3.3	Rancangan Penelitian	42
3.3.1	Graf Antiprisma	42
3.3.2	Penggabungan Graf Antiprisma	44
3.3.3	Teknik Penelitian	45
4	HASIL PENELITIAN	48
4.1	Total Vertex Irregularity Strength pada Graf Antiprisma	48

DAFTAR ISI

xii

4.2	Total Vertex Irregularity Strength pada Gabungan Graf Antiprisma Isomorfis	54
4.3	Total Vertex Irregularity Strength pada Gabungan Dua Graf Antiprisma Non-Isomorfis A_k dan A_n	67
4.4	Pembahasan	72
5	KESIMPULAN DAN SARAN	78
5.1	Kesimpulan	78
5.2	Saran	78
	DAFTAR PUSTAKA	79

DAFTAR GAMBAR

1.1	Graf A_5	3
2.1	Graf kosong dengan 5 titik	7
2.2	Contoh graf	7
2.3	Graf dengan <i>loop</i> dan <i>isolated vertex</i>	8
2.4	Contoh graf regular dan non-regular	8
2.5	Contoh jalan, lintasan, dan siklus	9
2.6	Contoh graf G , G_1 sub graf perentang graf dari G , dan G_2 sub graf dari G	10
2.7	Contoh graf terhubung G_1 dan graf tak terhubung G_2	11
2.8	Contoh graf terpotong	11
2.9	Keisomorfisan graf dan matriks ketetanggaannya	12
2.10	Contoh gabungan dari dua graf	14
2.11	Graf siklus C_5 dan C_6	14
2.12	Graf lintasan p_3 dan p_5	15
2.13	Graf bintang S_5 dan S_8	15
2.14	Graf friendship f_4 dan f_5	16
2.15	Graf lengkap K_5 dan K_6	17
2.16	Graf biparti $K_{3,3}$ dan $K_{3,4}$	17
2.17	Generalisasi graf petersen $P(6, 2)$ dan $P(6, 1)$ atau D_6	18
2.18	Graf prisma D_4 dan D_5	19

DAFTAR GAMBAR

xiv

2.19	Graf matahari M_5 dan M_6	19
2.20	Graf antiprisma A_n	20
2.21	Graf antiprisma A_5	20
2.22	Gabungan graf antiprisma $2A_6$	21
2.23	Gabungan graf antiprisma isomorfis sA_n	22
2.24	Pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total	22
2.25	Pelabelan total sisi irregular pada graf siklus	24
2.26	Pelabelan total titik irregular pada graf siklus	26
2.27	Pelabelan total titik irregular pada graf <i>star</i> S_4 dan S_7	27
2.28	Pelabelan total titik irregular pada graf kipas F_5	28
2.29	Pelabelan total titik irregular pada graf prisma D_3 dan D_4	28
2.30	Pelabelan total titik irregular pada graf gabungan dua prisma $2D_6$	29
2.31	Pelabelan total titik irregular pada graf matahari M_6	30
2.32	Pelabelan total titik irregular pada graf siklus C_7 , C_8 dan C_{10}	30
2.33	Pelabelan total titik irregular pada graf roda W_4 dan W_5	31
2.34	Pelabelan total titik irregular pada graf friendship f_4	31
2.35	Jaringan LAN yang menggunakan topologi pohon	35
2.36	Representasi Graf dari Topologi Pohon pada sebuah Jaringan LAN	36
2.37	Graf yang menggambarkan topologi jaringan pada topologi pohon	37
2.38	kedatangan kereta api di stasiun	38
2.39	Penjadwalan dengan Graf	39
2.40	Penjadwalan dengan Graf	40
3.1	Graf antiprisma A_n	43

DAFTAR GAMBAR

xv

3.2	Graf antiprisma A_5	43
3.3	Gabungan graf antiprisma isomorfis sA_n	44
3.4	Gabungan graf antiprisma $2A_6$	45
3.5	Diagram alir penelitian	47
4.1	Pelabelan Total Titik Irregular pada Graf Antiprisma $tvs(A_3)=2$, $tvs(A_4)=3$, $tvs(A_5)=3$ dan $tvs(A_6)=4$	52
4.2	Pelabelan Total Titik Irregular pada Graf Antiprisma $tvs(A_{18}) =$ 8 dan $tvs(A_{22}) = 10$	53
4.3	Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf Antiprisma Isomorfis $tvs(2A_{12})=11$	59
4.4	Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf Antiprisma Isomorfis $tvs(3A_{10})=13$	65
4.5	Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf Antiprisma Isomorfis $tvs(6A_5)=13$	66
4.6	Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Dua Graf An- tiprisma Non-Isomorfis $tvs(A_{12} \cup A_{17}) = 13$	73
4.7	Gabungan Graf Antiprisma Non-Isomorfis dengan n Berurutan .	77

DAFTAR TABEL

2.1	Teorema nilai <i>tvs</i> dari beberapa graf khusus	32
2.2	Penetapan Jalur Kereta Api di Stasiun Kironggo	39

DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN	76
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI	77

DAFTAR LAMBANG

G	= graf
A_n	= graf antiprisma dengan n titik
sA_n	= gabungan dari sebanyak s graf antiprisma isomorfis
l	= graf antiprisma ke- l pada gabungan s
$v_{i,l}$	= titik cycle luar ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$u_{i,l}$	= titik cycle dalam ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$v_{i,l}u_{i,l}$	= sisi yang menghubungkan antara titik luar luar $v_{i,l}$ dan titik dalam $u_{i,l}$ dalam komponen ke- l dari A_n
$v_{i,l}u_{i+1,l}$	= sisi yang menghubungkan antara titik luar luar $v_{i,l}$ dan titik dalam $u_{i+1,l}$ dalam komponen ke- l dari A_n
$v_{i,l}v_{i+1,l}$	= sisi luar ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$u_{i,l}u_{i+1,l}$	= sisi dalam ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$V(sA_n)$	= himpunan titik dari sebanyak s graf antiprisma
$E(sA_n)$	= himpunan sisi dari sebanyak s graf antiprisma
$\lambda(v_{i,l})$	= label titik luar ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$\lambda(u_{i,l})$	= label titik dalam ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$\lambda(v_{i,l}u_{i,l})$	= label sisi yang menghubungkan antara titik luar luar $v_{i,l}$ dan titik dalam $u_{i,l}$ ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$\lambda(v_{i,l}u_{i+1,l})$	= label sisi yang menghubungkan antara titik luar luar $v_{i,l}$ dan titik dalam $u_{i+1,l}$ dalam komponen ke- l dari A_n
$\lambda(v_{i,l}v_{i+1,l})$	= label sisi luar ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$\lambda(u_{i,l}u_{i+1,l})$	= label sisi dalam ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$wt(v_{i,l})$	= bobot titik luar ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$wt(u_{i,l})$	= bobot titik dalam ke- i dalam komponen ke- l dari A_n
$\delta(G)$	= derajat terkecil yang dimiliki titik pada sebuah graf
$\Delta(G)$	= derajat terbesar yang dimiliki titik pada sebuah graf
$tvs(G)$	= Total Vertex Irregularity Strength pada graf G
$\lceil x \rceil$	= bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan x
$\lfloor x \rfloor$	= bilangan bulat terkecil yang lebih kecil atau sama dengan x