



**ANALISIS JARINGAN LISTRIK DI PERUMAHAN JEMBER  
PERMAI DENGAN MENGGUNAKAN  
ALGORITMA PRIM**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar sarjana pendidikan

Oleh

**MOHAMMAD HABIBI**

**030210101050**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2008**

## RINGKASAN

**ANALISIS JARINGAN LISTRIK DI PERUMAHAN JEMBER PERMAI DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA PRIM;** Mohammad Habibi, 030210101050; 2008: 77 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan MIPA, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan.

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak persoalan yang dapat disimpulkan sebagai persoalan yang berhubungan dengan himpunan, yang mana logika dari persoalan tersebut seringkali dapat digambarkan dengan sebuah graf. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf dinyatakan berupa objek sebagai noktah (titik) atau bulatan, sedangkan hubungan antara objek-objek dinyatakan dengan garis.

Penggunaan Teori Graf banyak memberikan solusi untuk menyelesaikan permasalahan yang terjadi di dalam masyarakat. Contoh umum dari teori graf adalah penggunaan minimal spanning tree dengan menggunakan Algoritma Prim. Salah satu penggunaan Algoritma dalam memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari adalah pengoptimalisasian jaringan listrik dengan menggunakan algoritma tersebut.

Jaringan listrik dapat direpresentasikan sebagai graf, dimana tiang listrik dan rumah sebagai titik sedangkan kabel sebagai sisi. Untuk mendapatkan jaringan listrik yang optimal (dengan panjang kabel terpendek) maka diperlukan suatu metode atau algoritma. Dalam menyelesaikan masalah tersebut dapat digunakan Algoritma Prim yang merupakan algoritma untuk mencari pohon perentang minimum (*minimal spanning tree*).

Berdasarkan data yang diperoleh dari PLN cabang Jember dapat diketahui bahwa panjang kabel total yang terpasang di Perumahan Jember Permai adalah sepanjang 1306 meter. Untuk melakukan analisis dengan menggunakan Algoritma

Prim terhadap jaringan listrik yang terpasang di Perumahan Jember Permai, maka harus dilakukan penelitian lebih lanjut, yaitu dengan cara melakukan pengukuran jarak antar rumah, antar tiang listrik dan antara rumah dan tiang listrik. Setelah dilakukan pengukuran, data yang diperoleh dari PLN cabang Jember dan data hasil pengukuran direpresentasikan dalam graf, yang mana graf hasil representasi tersebut siap untuk dianalisis dengan menggunakan Algoritma Prim.

Analisis graf hasil representasi dari jaringan listrik yang terpasang di Perumahan Jember Permai dengan menggunakan Algoritma Prim menghasilkan *minimal spanning tree* dengan bobot total 1151. Dari bobot total minimal spanning tree yang diperoleh maka dapat diketahui panjang kabel pada rancangan jaringan listrik optimal yang terpasang di perumahan jember permai yaitu 1151 meter. Dengan demikian dapat diketahui bahwa jaringan listrik yang terpasang di Perumahan Jember Permai belum optimal.

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b> .....	<b>v</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>vi</b>
<b>PRAKATA</b> .....	<b>vii</b>
<b>RINGKASAN</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>xi</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xiv</b>
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>	
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	<b>3</b>
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	<b>3</b>
<b>1.4 Tujuan Penelitian</b> .....	<b>4</b>
<b>1.5 Manfaat Penelitian</b> .....	<b>4</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
<b>2.1 Jaringan Listrik</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2 Definisi Graf</b> .....	<b>6</b>
<b>2.3 Istilah-istilah dalam Graf</b> .....	<b>7</b>
2.3.1 Tetangga ( <i>Adjacent</i> ) .....	<b>7</b>
2.3.2 Derajat ( <i>Degree</i> ) .....	<b>7</b>
2.3.3 Lintasan ( <i>Path</i> ) .....	<b>7</b>
2.3.4 Sirkuit ( <i>Cycle</i> ) .....	<b>8</b>
2.3.5 Graf Terboboti ( <i>Weighted Graf</i> ) .....	<b>8</b>

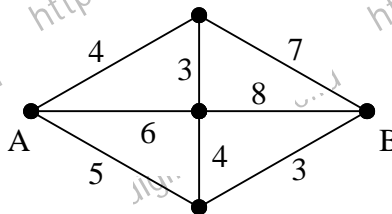
2.3.6 Subgraf .....	9
<b>2.4 Graf-graf Khusus.....</b>	<b>9</b>
2.4.1 Graf Sederhana ( <i>Simple Graf</i> ).....	9
2.4.2 Graf Tak Berarah ( <i>Undirected Graf</i> ) .....	10
2.4.3 Multigraf.....	10
2.4.4 Pseudograph ( <i>Graf Semu</i> ) .....	11
2.4.5 Graf lengkap ( <i>Complete Graf</i> ) .....	11
2.4.6 Graf Pohon ( <i>Tree</i> ) .....	12
<b>2.5 Pohon Perentang Minimum (<i>Minimal Spanning Tree</i>).....</b>	<b>12</b>
2.5.1 Spanning Tree ( <i>Pohon Merentang</i> ).....	12
2.5.2 Minimal Spanning Tree ( <i>Pohon Perentang Minimum</i> ).....	13
<b>2.6 Algoritma Prim .....</b>	<b>13</b>
<b>2.7 Representasi Jaringan Listrik dalam Graf .....</b>	<b>18</b>
<b>2.6 Analisis Jaringan Listrik dengan Menggunakan Algoritma Prim .....</b>	<b>18</b>
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b>	
<b>3.1 Rancangan Penelitian.....</b>	<b>19</b>
<b>3.2 Tempat dan Waktu Penelitian.....</b>	<b>21</b>
<b>3.3 Metode Pengumpulan Data .....</b>	<b>21</b>
<b>3.4 Analisa Data .....</b>	<b>24</b>
<b>3.5 Representasi Jaringan Listrik Dalam Graf.....</b>	<b>24</b>
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
<b>4.1 Hasil Penelitian .....</b>	<b>26</b>
<b>4.2 Analisa Data .....</b>	<b>29</b>
<b>4.3 Pembahasan.....</b>	<b>93</b>
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
<b>5.1 Kesimpulan.....</b>	<b>96</b>
<b>5.2 Saran .....</b>	<b>97</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>99</b>
<b>LAMPIRAN</b>	

## BAB. 1 PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

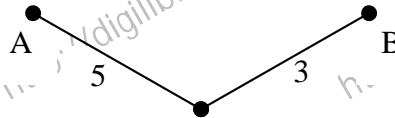
Dalam kehidupan sehari-hari, banyak persoalan yang dapat disimpulkan sebagai persoalan yang berhubungan dengan himpunan, yang mana logika dari persoalan tersebut seringkali dapat digambarkan dengan sebuah graf. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf dinyatakan berupa objek sebagai noktah (titik) atau bulatan, sedangkan hubungan antara objek-objek dinyatakan dengan garis (Wibisono, 2004:115).

Penggunaan Teori Graf banyak memberikan solusi untuk menyelesaikan permasalahan yang terjadi di dalam masyarakat. Solusi tersebut bisa berupa penyelesaian masalah yang berkaitan dengan optimasi jaringan telepon, jaringan komputer, jaringan listrik, penentuan jarak terpendek antar dua kota dan optimasi jaringan transportasi. Salah satu contoh penerapan graf adalah penggunaan graf untuk menentukan jarak terpendek antara dua kota. Untuk mencari jarak terpendek antara kedua kota tersebut, maka kedua kota tersebut direpresentasikan sebagai titik, misalkan titik A dan titik B. Cara yang digunakan untuk mencari jarak terpendek antara kedua kota tersebut adalah menentukan sisi dengan bobot terpendek yang menghubungkan titik A dengan titik B.



Gambar 1.1 Graf sebagai representasi jarak antar kota

Cara sederhana yang dapat digunakan untuk menentukan jarak terpendek antara kedua kota tersebut adalah dengan cara mencari sisi yang menghubungkan dua kota tersebut yang jumlah bobotnya paling minimal yaitu  $5 + 3 = 8$ .



Gambar 1.2 Graf sebagai representasi jarak terpendek dua kota

Untuk mempermudah dalam mencari solusi pada berbagai permasalahan di atas dapat digunakan beberapa algoritma pada teori graf. Di antara algoritma tersebut antara lain algoritma jarak terpendek, algoritma Kruskal Greedy, dan Algoritma Prim.

Algoritma prim adalah sebuah algoritma dalam teori graf yang digunakan untuk mencari pohon perentang minimum (*minimal spanning tree*) untuk sebuah graf terhubung berbobot, dengan kata lain sebuah himpunan bagian dari sisi-sisi yang membentuk suatu pohon yang terdiri dari semua titik, dimana bobot keseluruhan sisi dalam pohon adalah paling kecil. Algoritma ini ditemukan oleh ilmuwan komputer yang bernama Robert C. Prim pada tahun 1957 ([http://id.wikipedia.org/wiki/Algoritma\\_Prim](http://id.wikipedia.org/wiki/Algoritma_Prim)).

Jaringan listrik dapat direpresentasikan sebagai graf, dimana tiang listrik dan rumah sebagai titik sedangkan kabel sebagai sisi. Untuk mendapatkan jaringan listrik yang optimal (dengan panjang kabel terpendek) maka diperlukan suatu metode atau algoritma. Dalam menyelesaikan masalah tersebut dapat digunakan Algoritma Kruskal Greedy dan Algoritma Prim yang merupakan algoritma untuk mencari pohon perentang minimum (*minimal spanning tree*). Dalam penelitian ini digunakan Algoritma Prim karena cara kerjanya lebih mudah bila dibandingkan dengan Algoritma Kruskal Greedy.

Terdapat penelitian sejenis yang telah meneliti tentang analisis terhadap jaringan listrik di suatu perumahan. Penelitian sebelumnya menggunakan Algoritma Kruskal Greedy dalam menganalisis jaringan listrik, sedangkan penelitian ini menggunakan Algoritma Prim.

Algoritma Prim adalah algoritma yang digunakan untuk membentuk pohon perentang minimum (*minimal spanning tree*). Dan bila pohon perentang minimum yang terbentuk diterapkan untuk merancang kembali jaringan listrik tersebut, maka akan dapat dibentuk jaringan listrik yang lebih optimal karena jumlah kabel yang digunakan lebih pendek.

Berdasarkan uraian di atas, maka peneliti mengambil judul ” Analisis Jaringan Listrik Di Perumahan Jember Permai Dengan Menggunakan Algoritma Prim”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

- 1) Bagaimana representasi jaringan listrik yang terpasang di perumahan Jember Permai dalam bentuk graf?
- 2) Apakah jaringan listrik yang terpasang di Perumahan Jember Permai Jember telah optimal?
- 3) Jika belum optimal, maka bagaimana sebaiknya jaringan tersebut dipasang?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan di pecahkan maka masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

- 1) Jaringan listrik yang ada di perumahan Jember Permai
- 2) Hasil representasi dari jaringan listrik yang terpasang direpresentasikan dalam bentuk graf sederhana yang tak berarah.



- 3) Analisis jaringan listrik di Perumahan Jember Permai ditujukan untuk memperoleh jaringan listrik dengan panjang kabel terpendek tanpa memperhatikan kondisi jaringan.

#### **1.4 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian ini adalah:

- 1) Menentukan representasikan jaringan listrik diperumahan Jember Permai dalam bentuk graf.
- 2) Menentukan optimalisasi jaringan listrik di perumahan Jember Permai.

#### **1.5 Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

- 1) Bagi peneliti, diharapkan dapat menambah pengetahuan dalam bidang matematika dan aplikasinya.
- 2) Bagi PLN, diharapkan dapat digunakan sebagai acuan dalam pemasangan jaringan listrik.
- 3) Bagi peneliti lain yang sebidang, dapat digunakan sebagai pertimbangan untuk melakukan penelitian lebih lanjut.

## BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Jaringan Listrik

Energi listrik merupakan bentuk energi yang sering digunakan manusia dalam kehidupan sehari-hari. Energi listrik sering digunakan karena bentuk energi ini mudah dirubah menjadi bentuk energi yang lain. Sangat banyak peralatan rumah tangga yang pengoperasiannya membutuhkan energi listrik. Energi listrik tersebut berasal dari pembangkit listrik yang mana energi listrik yang keluar dari pembangkit tersebut mempunyai tegangan yang tinggi. Sebelum digunakan untuk peralatan elektronik energi tersebut harus melewati saluran transmisi, agar dapat digunakan untuk kehidupan sehari-hari.

Saluran transmisi membawa tenaga listrik dari pusat-pusat pembangkitan ke pusat-pusat beban melalui saluran tegangan tinggi (STT) 150 kV, atau saluran udara ekstra tinggi 500 kV. Travo penurunan akan menurunkan tegangan menjadi tegangan subtransmisi 70 kV, yang kemudian digardu induk (GI) diturunkan lagi menjadi tegangan distribusi primer 20 kV. Pada gardu induk distribusi yang tersebar pada pusat-pusat beban, tegangan diubah oleh travo distribusi menjadi tegangan rendah 220/380V yang dikenal dengan saluran rumah (SR) (Zuhal, 1995:148).

Jaringan listrik tegangan rendah yang terpasang pada saluran rumah tersebut dapat dianalogkan sebagai suatu graf. Dengan menggunakan Algoritma Prim, akan dapat dibentuk pohon perentang minimum (*minimal spanning tree*). Dan bila pohon perentang minimum yang terbentuk diterapkan untuk merancang kembali jaringan listrik tersebut, maka akan dapat dibentuk jaringan listrik yang mempunyai panjang kabel yang lebih pendek. Dengan panjang kabel yang semakin pendek, maka jaringan listrik yang terbentuk akan semakin optimal. Keoptimalan jaringan listrik tersebut disebabkan semakin pendek panjang kabel yang digunakan, maka semakin kecil pula hambatan pada kabel tersebut. Hal ini dapat dibuktikan melalui rumus tahanan dari sebuah konduktor yang diberikan oleh:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Keterangan :  $R$  = Tahanan dari suatu konduktor

$\rho$  = Relativitas / Hambatan jenis dari suatu konduktor

$l$  = Panjang konduktor

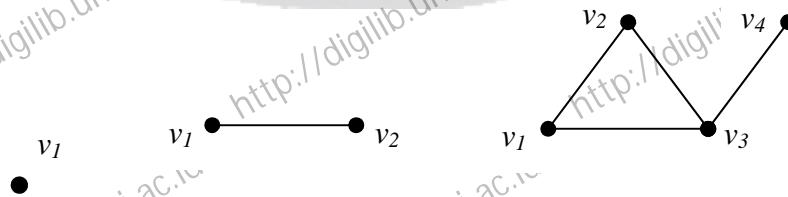
$A$  = Luas penampang konduktor (Hutauruk, 1985:6).

Dari rumus di atas maka dapat dibuktikan bahwa semakin pendek kabel yang digunakan, maka semakin kecil pula hambatan pada kabel yang mengakibatkan semakin optimal pula jaringan listrik yang terpasang.

## 2.2 Definisi Graf

Sebuah graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$  dimana  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari elemen yang disebut titik (*vertex*) dan  $E$  adalah himpunan dari pasangan tak terurut dua titik  $(x, y)$  dimana  $x, y \in G$ , yang disebut sisi (*edge*) (Fletcher, 1991: 410).

Berdasarkan definisi 2.2, komponen utama terbentuknya suatu graf adalah titik. Graf dapat digambarkan sebagai kumpulan titik dalam bidang dua yang dihubungkan dengan sekumpulan sisi, seperti tampak pada gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.1 Contoh graf secara umum

Gambar 2.1 mengilustrasikan  $G_1$  adalah sebuah graf yang hanya terdiri dari himpunan titik tanpa sisi;  $V(G_1) = \{v_1\}$ .  $G_2$  adalah graf yang terdiri dari himpunan

titik dan sisi;  $V(G_2) = \{v_1, v_2\}$  dan  $E(G_2) = \{v_1 v_2\}$ .  $G_3$  adalah sebuah graf yang terdiri dari himpunan titik dan sisi;  $V(G_3) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  dan  $E(G_3) = \{v_1 v_2, v_1 v_3, v_2 v_3, v_2 v_4\}$ .

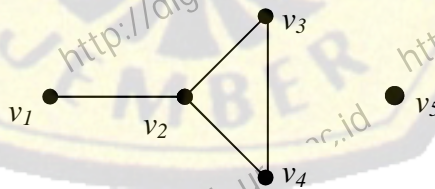
## 2.3 Istilah–istilah dalam Graf

### 2.3.1. Tetangga (*Adjacent*)

Jika  $v_1$  dan  $v_2$  merupakan titik pada graf  $G$ , maka  $v_1$  dikatakan bertetangga (*adjacent*) dengan  $v_2$ , apabila terdapat sisi  $e$  di antara  $v_1$  dan  $v_2$ , yaitu  $e = (v_1 v_2)$ . Dengan kata lain kedua titik  $v_1$  dan  $v_2$  terhubung (*incident*) dengan sisi  $e$ . Sebagai contoh terdapat pada gambar 2.2, titik  $v_1$  bertetangga dengan titik  $v_2$ , dan titik  $v_2$  menempel pada sisi  $(v_1 v_2)$ ,  $(v_2 v_3)$ ,  $(v_2 v_4)$ .

### 2.3.2 Derajat (*Degree*)

Derajat (*Degree*) dari titik  $v$  di  $G$  adalah banyak titik yang bertetangga dengan  $v$ . Jika titik  $v$  mempunyai derajat 0 artinya titik  $v$  tidak mempunyai tetangga, maka  $v$  disebut titik terisolasi. Sedangkan titik yang mempunyai derajat satu disebut titik *pendant*.



Gambar 2.2 titik  $v_5$  : titik terisolasi

titik  $v_1$  : titik pendant

### 2.3.3 Lintasan (*Path*)

Lintasan yang panjangnya  $n$  dari titik awal  $v_0$  ke titik tujuan  $v_n$  di dalam graf  $G$  ialah barisan berselang-seling titik-titik dan sisi-sisi yang berbentuk  $v_0, e_1, v_2, \dots, v_{n-1},$

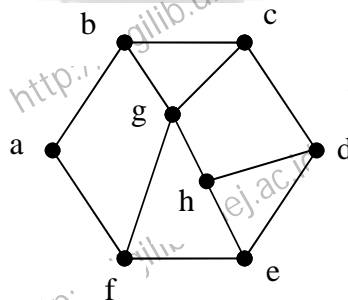
$e_1, v_n$  sedemikian hingga  $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$  adalah sisi-sisi dari graf  $G$  (Munir, 2005:369).

#### 2.3.4 Sirkuit (Cycle)

Sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada titik yang sama (Munir, 2005:369). Hasil representasi dari jaringan listrik dalam bentuk graf tidak mengandung sirkuit.

#### 2.3.5 Graf Terboboti (Weighted Graf)

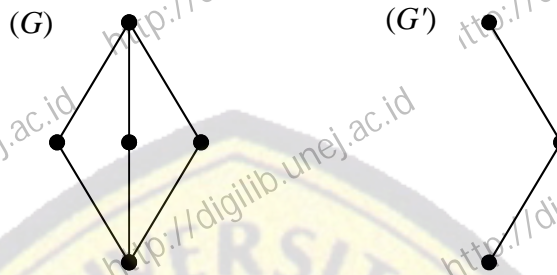
Graf terboboti didefinisikan sebagai sebuah pasangan terurut ganda empat  $(V, E, f, g)$ , atau sebuah pasangan terurut ganda tiga  $(V, E, f)$ , atau pasangan terurut tiga  $(V, E, g)$ ; dalam hal ini  $V$  himpunan semua titik pada graf,  $E$  himpunan semua sisinya,  $f$  sebuah fungsi dengan daerah asal  $V$ , dan  $g$  sebuah fungsi dengan daerah asal  $E$ . Fungsi  $f$  memberi bobot pada titik, sedangkan fungsi  $g$  memberi bobot pada sisi. Bobot tersebut bisa berupa bilangan, lambang, atau besaran apapun yang akan diberikan pada titik atau sisi (Liu, 1995:149). Jaringan listrik yang terpasang di perumahan dapat direpresentasikan sebagai graf berbobot, yang mana bobot diberikan pada sisi sehingga panjang kabel yang terpasang direpresentasikan sebagai bobot dari sisi. Gambar 2.3 adalah contoh graf terboboti, yang mana pada graf tersebut yang diboboti adalah titiknya.



Gambar 2.3 Graf Terboboti

### 2.3.6 Subgraf

Definisi dari subgraf adalah sebagai berikut: jika  $G = (V, E)$  dan  $G' = (V', E')$  adalah graf, maka  $G'$  adalah sebuah subgraf dari  $G$  jika  $V' \subseteq V$  dan  $E' \subseteq E$ . Gambar 2.4 adalah contoh dari graf dan subgrafnya (Truss, 1999:322).



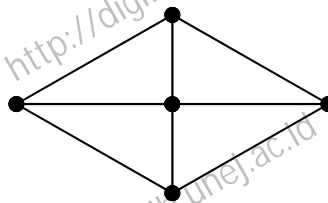
Gambar 2.4 Graf dan Subgrafnya

Gambar 2.4 mengilustrasikan  $G = (V, E)$  dan  $G' = (V', E')$  sebagai graf dan  $G'$  adalah subgraf dari  $G$ . Hal ini dapat dibuktikan dengan  $V' \subseteq V$  dan  $E' \subseteq E$ .

## 2.4 Graf-graf Khusus

### 2.4.1 Graf Sederhana (Simple Graf)

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda (Munir, 2005:357). Gambar 2.4 adalah contoh dari graf sederhana.



Gambar 2.5 Simple Graf

### 2.4.2 Graf Tak Berarah (*Undirected Graf*)

Graf tak berarah adalah graf yang tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan urutan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan (Munir, 2005:358). Jaringan listrik dapat direpresentasikan sebagai graf tak berarah, hal ini disebabkan saluran listrik dapat bekerja dua arah. Gambar 2.5 adalah contoh dari graf tak berarah.

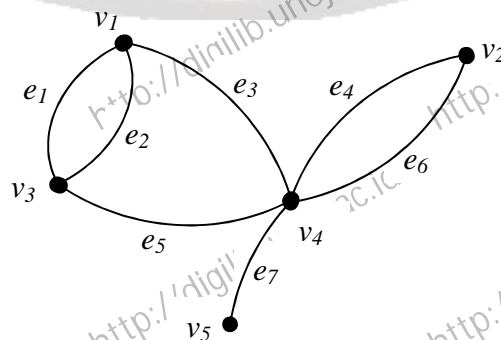


Gambar 2.6 Graf tak berarah

### 2.4.3 Multigraf

Multigraf adalah graf yang mempunyai satu atau lebih pasangan sisi ganda yang menghubungkan dua buah titiknya (Wibisono, 2004:117).

Gambar 2.9 adalah adalah contoh multigraf. Titik  $v_1$  dan  $v_3$  dihubungkan oleh dua buah sisi, yaitu  $e_1$  dan  $e_2$ , demikian juga titik  $v_2$  dan  $v_4$  dihubungkan oleh dua buah sisi, yaitu  $e_4$  dan  $e_6$ .

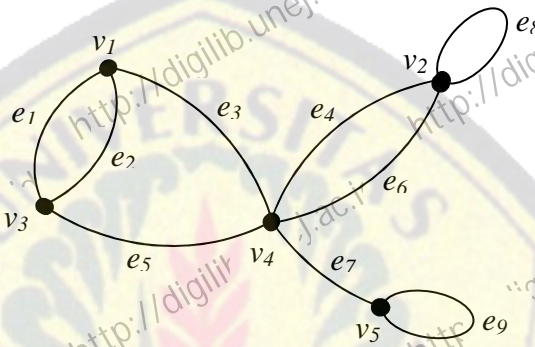


Gambar 2.7 Multigraf

#### 2.4.4 Graf Semu (*Pseudograph*)

Pseudograph adalah graf yang memiliki satu atau lebih pasang sisi ganda yang menghubungkan dua buah titiknya (*multigraph*) dan memiliki satu atau lebih loop pada titiknya.

Gambar 2.10 adalah contoh dari pseudograph. Graf pada gambar tersebut selain memiliki sisi ganda juga memiliki loop yaitu  $e_8$  dan  $e_9$ . *Loop* adalah sisi yang ujung-ujungnya hanya memiliki sebuah titik (Samuel Wibisono, 2004:118).

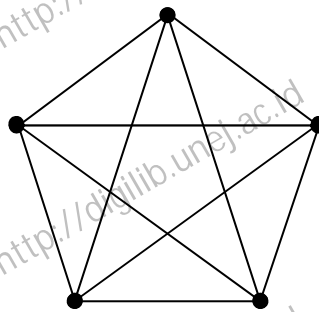


Gambar 2.8 Pseudograph

#### 2.4.5 Graf Lengkap (*Complete Graf*)

Graf lengkap (*complete graf*) adalah graf yang setiap titiknya terhubung dengan semua titik yang lain dengan hanya satu sisi (Wibisono, 2004:118).

Gambar 2.11 adalah contoh dari graf lengkap. Setiap titik terhubung dengan titik yang lain melalui satu sisi.



Gambar 2.9 Graf Lengkap