LAPORAN TAHUN TERAKHIR

PENELITIAN DISERTASI DOKTOR

Konstruksi Metode Titik Interior pada Pemrograman Linear Interval dengan Menggunakan Nilai Batas Bawah Terbesar dan Nilai Batas Atas Terkecil

Tahun Ke-1 dari Rencana 1 tahun

Ketua

Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si (0002087111)

UNIVERSITAS JEMBER

Oktober 2017

HALAMAN PENGESAHAN

Judul	: Konstruksi Metode Titik Interior pada Pemrograman Linear Interval dengan Menggunakan Nilai Batas Bawah Terbesar dan Nilai Batas Atas Terkecil
Peneliti/Pelaksana	
Nama Lengkap	: AGUSTINA PRADJANINGSIH, S.Si., M.Si.
Perguruan Tinggi	: Universitas Jember
NIDN	: 0002087111
Jabatan Fungsional	: Lektor Kepala
Program Studi	: Matematika
Nomor HP	: 08123455367
Alamat surel (e-mail)	: tinapradja.math@gmail.com
Institusi Mitra (jika ada)	
Nama Institusi Mitra	: -
Alamat	: -
Penanggung Jawab	: -
Tahun Pelaksanaan	: Tahun ke 1 dari rencana 1 tahun
Biaya Tahun Berjalan	: Rp 50,000,000
Biaya Keseluruhan	: Rp 50,000,000

Mengetahui,
Dekan FMIPA Universitas Jember

(Drs. SUJITO, Ph.D.)
NIP/NIK 196102041987111001

Kota Jember, 22 - 10 - 2017
Ketua,

(AGUSTINA PRADJANINGSIH, S.Si., M.Si.)
NIP/NIK 197108022000032009

Menyetujui,
Ketua LP/LPPM Universitas Jember

(Prof. Ir. ACHMAD SUBAGIO, M.Agr., Ph.D.)
NIP/NIK 196905171992011001

RINGKASAN

Pada berbagai situasi kehidupan terdapat pengambilan keputusan yang menyangkut permasalahan optimasi. Permasalahan optimisasi dibedakan menjadi dua yaitu pemrograman linear dan pemrograman nonlinear. Pola umum masalah yang dapat dikategorikan dalam pemrograman linear, jika memenuhi asumsi-asumsi *proportionality*, *additivity*, *divisibility*, dan *certainty*/kepastian. **Asumsi mengenai kepastian** adalah bahwa semua koefisien pada model, merupakan konstanta yang diketahui dengan pasti. **Namun dalam situasi sesungguhnya, terkadang terdapat konstanta yang tidak pasti**. Pada permasalahan riil ketidakpastian ini dapat berupa naik turunnya harga barang ataupun sedikit/banyaknya ketersediaan sumber daya dan lain-lain. Permasalahan ketidak pastian ini **diantisipasi dengan membuat nilai pendekatan dalam bentuk interval** pada konstanta tersebut.

Perkembangan pemrograman linear interval dimulai dari pemrograman linear dengan **koefisien berbentuk interval** yang selanjutnya berkembang menjadi pemrograman linear dengan **koefisien dan variabel keputusan berbentuk interval**. **Semua kajian tentang pemrograman linear interval di atas diselesaikan dengan metode simpleks** ataupun metode simpleks yang dimodifikasi. Selain metode simpleks terdapat pula **metode titik interior (*interior point*) untuk menyelesaikan pemrograman linear**. Kajian dari metode ini menghasilkan kesimpulan bahwa untuk **pemrograman linear yang berukuran besar maka metode titik interior lebih efisien dibandingkan metode simpleks**. Hingga saat ini menurut penelusuran peneliti **belum ada yang menggunakan** metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear dengan koefisien dan variabel yang berbentuk interval.

Berdasarkan hal tersebut maka penelitian ini **bertujuan** untuk **mengkonstruksi metode titik interior pada pemrograman linear dengan koefisien dan variabel keputusan berbentuk interval** dengan penyelesaian permasalahan menggunakan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil. Untuk mencapai tujuan tersebut maka diperlukan **dua tahapan metode penelitian** yaitu (**1**) mengkonstruksi metode titik interior pada pemrograman linier dengan koefisien berbentuk interval selanjutnya (**2**) Mengkonstruksi metode titik interior pada pemrograman linier dengan koefisien dan variabel berbentuk interval.

Hasil dari **penelitian ini merupakan penemuan baru** (skala 3) yang diharapkan bisa diaplikasikan pada persoalan nyata yang ada dalam masyarakat. Sesuai dengan rencana kelulusan S3 peneliti sekitar pertengahan tahun 2018, tahapan penelitian ini dirancang dalam

jangka waktu 9 bulan dan hasilnya telah *submitted* pada dua jurnal internasional. Disamping itu hasil penelitian ini telah dipresentasikan pada satu seminar nasional dan dua seminar internasional. **Hasil penelitian lain** adalah diperoleh draft disertasi doktor sebagai bagian dari studi program doktoral yang ditempuh oleh peneliti.

PRAKATA

Puji dan syukur kami panjatkan ke hadirat Allah Subhanahu wa ta'ala yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada peneliti sehingga peneliti dapat menyusun laporan kemajuan penelitian ini. Shalawat dan Salam semoga senatiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad Sholallahu Alaihi Wassalam. Laporan Kemajuan ini peneliti susun sebagai salah satu pertanggung jawaban telah dilaksanakan sekitar 70% penelitian dari rancangan 100% penelitian yang telah berjalan. Terimakasih peneliti haturkan Dirjen Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi Republik Indonesia selaku penyandang dana dalam penelitian ini yang merupakan bagian dari Penelitian Disertasi Doktor. Besar harapan peneliti agar penelitian ini dapat dilanjutkan menjadi disertasi untuk program doktor yang sedang penulis jalani.

Surabaya, Oktober 2017

Peneliti

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMPIRAN

1. Status *submission* artikel 1
2. Status *submission* artikel 2
3. Sertifikat eksplorasi platform *sciencedirect* dan *scopus*
4. Sertifikat seminar nasional matematika dan aplikasinya
5. Sertifikat workshop dan klinik peningkatan kualitas hasil penelitian
6. *Certificate the asian mathematical conference*
7. *CertificateiInternational conference and workshops on basic and applied sciences*
8. Sertifikat pelatihan penulisan artikel untuk jurnal internasional dan proposal penelitian

BAB 1. PENDAHULUAN

Pemrograman linear adalah suatu alat matematika yang dikembangkan untuk menangani permasalahan optimasi yang terdiri dari fungsi tujuan dan fungsi kendala berbentuk linear.

Pola umum masalah yang dapat dikategorikan dalam pemrograman linear, jika memenuhi asumsi-asumsi *proportionality*, *additivity*, *divisibility*, dan *certainty*/kepastian (Winston, 1994). Asumsi mengenai *certainty*/kepastian adalah bahwa semua koefisien pada model, merupakan konstanta yang diketahui dengan pasti. Namun dalam situasi sesungguhnya, terkadang terdapat konstanta yang tidak pasti. Permasalahan ketidak pastian ini diantisipasi dengan membuat nilai pendekatan dalam bentuk interval pada konstanta tersebut. Hal ini ditunjang dengan konsep dan teori analisis interval yang dikembangkan oleh Moore (1966).

Perkembangan pemrograman linear interval dimulai dari pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval (baik koefisien fungsi tujuan, koefisien fungsi kendala ataupun batasan sumber daya). Ramadhan (1997), Chinnek & Ramadhan (2000) menguraikan permasalahan pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval yang diselesaikan dengan pendekatan batas bawah terbesar dan batas atas terkecil. Kuchta (2005) menyajikan pemrograman linear dengan koefisien kendala berbentuk fuzzy. Selanjutnya Alolyan (2013) membahas penyelesaian permasalahan pemrograman linear interval berdasarkan hubungan antar interval.

Selanjutnya pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval berkembang menjadi pemrograman linear dengan koefisien dan variabel keputusan berbentuk interval. Suprajitno & Mohd (2008) mengkaji hal tersebut dengan penyelesaian pendekatan menggunakan batas bawah terbesar dan batas atas terkecil. Sedangkan Suprajitno & Mohd (2010) mengkaji pemrograman linear interval dengan penyelesaian pendekatan menggunakan seluruh komponen interval. Ramesh & Ganesan (2011) menyelesaikan permasalahan pemrograman linear interval dengan menggunakan asumsi pemberian nilai interval pada nilai koefisien-koefisien yang pasti. Selanjutnya Ramesh & Ganesan (2012) membahas konsep penyelesaian pemrograman linear interval dengan penggunaan titik tengah interval dan lebar interval.

Sampai dengan tahun 2013 permasalahan pemrograman linear dengan koefisien dan variabel berbentuk interval tersebut diselesaikan dengan metode simpleks ataupun metode simpleks yang dimodifikasi. Selain metode simpleks terdapat pula metode titik interior (*interior point*) untuk menyelesaikan pemrograman linear. Metode titik interior ini diperkenalkan oleh Narendra Karmakar (1984) yang mengkaji suatu algoritma untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear yang berukuran besar (kompleks). Kajian tersebut menghasilkan kesimpulan bahwa metode titik interior dapat menyelesaikan permasalahan 100 kali lebih cepat (lebih efisien) dibandingkan metode simpleks. Tahun 2013, Indriani dkk menganalisa metode titik interior dalam menyelesaikan pemrograman linear dengan bantuan program Matlab. Dari analisa tersebut diperoleh hasil bahwa untuk pemrograman linear yang berukuran besar maka metode titik interior lebih efisien dibandingkan metode simpleks. Sedangkan Gondzio (2011) menyatakan bahwa metode titik interior perlu mendapatkan apresiasi yang lebih luas sama seperti metode simpleks.

Selama ini metode titik interior dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear standar yang memenuhi asumsi kepastian (*certainty*), dengan koefisien dan variabelnya konstan (Hillier & Lieberman, 2010). Tetapi hingga saat ini menurut penelusuran peneliti belum ada yang menggunakan metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear dengan koefisien dan variabel yang berbentuk interval. Hal inilah yang menyebabkan penelitian konstruksi metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear interval (*Interval Linier Programming*), menarik untuk dilakukan.

Temuan yang ditargetkan dari penelitian ini adalah pemodelan matematika yaitu Pemrograman Linear Interval yang dapat mengantisipasi keadaan perhitungan yang tidak pasti dalam dunia nyata. Selanjutnya penelitian ini diharapkan dapat memberikan **kontribusi mendasar** pada bidang ilmu matematika khususnya matematika terapan. Kontribusi tersebut adalah digunakannya metode titik interior pada pemrograman linear interval sebagai salah satu alternatif metode penyelesaian disamping metode simpleks yang telah digunakan sebelumnya. Disamping itu penerapan metode titik interior diharapkan dapat meningkatkan efisiensi untuk permasalahan pemrograman linear interval dengan variabel berukuran besar/kompleks.

Rencana target capaian dari penelitian ini adalah **submitted publikasi ilmiah internasional** dan disajikan dalam seminar internasional. **Hasil awal telah disajikan pada seminar internasional ICOWOBAS** dan **hasil selanjutnya telah terdaftar pada seminar internasional AMC yang akan dilaksanakan di Bali**. Hasil dari **penelitian ini merupakan penemuan baru** (skala 3) yang diharapkan bisa diaplikasikan pada persoalan nyata yang ada dalam masyarakat.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. PEMROGRAMAN LINEAR (PL)

Permasalahan pemrograman linear standar direpresentasikan sebagai berikut :
Memaksimumkan/Meminimumkan fungsi tujuan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j , \tag{2.1}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq (=, \geq) b_i \quad \text{dan} \;\; x_j \geq 0, \tag{2.2}$$

dan $i = 1,2, \dots m$, $j = 1,2, \dots , n$, x_j variabel keputusan, c_j koefisien fungsi tujuan, a_{ij} koefisien fungsi kendala, b_i batas sumber daya, Z fungsi tujuan, serta $c_j, a_{ij}, b_i \in R$.

Permasalahan pemrograman linear yang dirumuskan pada persamaan (2.1) dan persamaan (2.2) dapat direpresentasikan juga dalam bentuk matriks sebagai berikut:
Memaksimumkan/Meminimumkan fungsi tujuan

$$\mathbf{Z} = \mathbf{c}^{\mathbf{T}}\mathbf{x}, \tag{2.3}$$

dengan kendala

$$\mathbf{Ax} \leq (=, \geq)\mathbf{b} \quad \text{dan} \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \tag{2.4}$$

$$\mathbf{c}^{\mathbf{T}} = [c_1, c_2, \dots , c_n], \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \;\; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \;\; \mathbf{0_n} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1\mathrm{n}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2\mathrm{n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Penulisan $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ ($\mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}$), berarti bahwa nilai setiap elemen $\mathbf{Ax}$ lebih kecil dari atau sama dengan (lebih besar dari atau sama dengan) dari nilai elemen $\mathbf{b}$ yang bersesuaian.

Definisi 2.1.1 Himpunan semua pasangan terurut $(x_1, x_2, \dots , x_\mathrm{n})$ yang memenuhi semua kendala dari persamaan (2.2) disebut dengan himpunan penyelesaian fisibel (daerah solusi fisibel atau daerah penyelesaian fisibel)

Definisi 2.1.2 Elemen $(x_1{}^*, x_2{}^*, \dots , x_\mathrm{n}{}^*)$ pada daerah penyelesaian fisibel yang memaksimumkan/meminimumkan fungsi tujuan pada persamaan (2.1) disebut dengan penyelesaian optimal.

2.2. ALGORITMA TITIK INTERIOR

Dengan tidak menghilangkan keumumannya, permasalahan pemrograman linear untuk penerapan algoritma titik interior menggunakan fungsi tujuan memaksimumkan dengan kendala kurang dari atau sama dengan ($\leq$), yang dituliskan dalam persamaan berikut.

Memaksimumkan fungsi tujuan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \,, \tag{2.5}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad \text{dan} \quad x_j \geq 0, \tag{2.6}$$

dan $i = 1,2, \dots m,\ j = 1,2, \dots, n,\ x_j$ variabel keputusan, c_j koefisien fungsi tujuan, a_{ij} koefisien fungsi kendala, b_i batas sumber daya, Z fungsi tujuan, serta $c_j, a_{ij}, b_i \in R$.

Permasalahan pemrograman linear yang dirumuskan pada persamaan (2.5) dan persamaan (2.6) dibawa ke bentuk kanonik sebagai berikut

Memaksimumkan fungsi tujuan

$$\mathbf{Z} = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}, \tag{2.7}$$

dengan kendala

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \;\; \text{dan} \;\; \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \tag{2.8}$$

$\mathbf{c}, \mathbf{x}, \mathbf{b}$, dan $\mathbf{0}$ vektor kolom serta $\mathbf{A}$ matriks :

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{n+m} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

dan vektor kolom $\mathbf{c}$, $\mathbf{x}$, dan $\mathbf{0}$ berordo $(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m}) \times 1$; $\mathbf{b}$ berordo $\boldsymbol{m} \times \mathbf{1}$ serta matriks $\mathbf{A}$ berordo $\boldsymbol{m} \times (\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m})$.

Untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear dengan metode titik interior, diperlukan beberapa langkah penyelesaian yang tersusun dalam algoritma titik interior. Langkah-langkah algoritma titik interior yang diambil dari Hillier & Lieberman (2010) adalah sebagai berikut :

Langkah 1 : Memilih titik interior awal $\widetilde{\mathrm{X}}^0 = (x_1, x_2, \dots, x_{n+m})$ secara acak yang memenuhi batas kendala permasalahan dan menghitung nilai $\mathrm{Z}_0 = \mathrm{c}^{\mathrm{T}}\widetilde{\mathrm{X}}^0$. Menentukan matriks diagonal, yaitu $\mathbf{D}_{i+1} = \mathrm{diag}(\widetilde{\mathrm{X}}^0)$, yaitu

$$\mathbf{D}_{i+1} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x_{n+m} \end{bmatrix}.$$

Langkah 2 : a. Menghitung $\mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{AD}_{i+1}$ dan b. Menghitung $\mathbf{C}_{i+1} = \mathbf{D}_{i+1}\mathbf{c}$.

Langkah 3 : a. Menghitung matriks proyeksi yaitu

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{I} - \mathbf{A}_{i+1}{}^{T}(\mathbf{A}_{i+1}\mathbf{A}_{i+1}{}^{T})^{-1}\mathbf{A}_{i+1},$$

dengan **I** matriks identitas. Matriks proyeksi ini dimaksudkan agar titik yang diperoleh berada dalam daerah penyelesaian fisibel.

b. Menghitung tingkat kemiringan/gradien yang diproyeksikan (gradien terhadap garis yang memuat nilai penyelesaian), yaitu

$$\mathbf{C}_{P_{i+1}} = \mathbf{P}_{i+1}\mathbf{C}_{i+1}.$$

Langkah 4 : a. Menentukan $\mathbf{V}_{i+1} = \left|\min\left(\mathbf{C}_{P_{i+1}}\right)\right|$ dan b. Menghitung $\mathbf{M}_{i+1}$ dengan orde *n*+*m*,

$$\mathbf{M}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{\mathbf{V}_{i+1}}\mathbf{C}_{P_{i+1}},$$

Penentuan nilai $\mathbf{V}_{i+1}$ agar komponen terkecil dari $\mathbf{M}_{i+1}$ sama dengan nol jika $\alpha = 1$. Sedangkan konstanta α bernilai $0 < \alpha < 1$, yang bertujuan agar nilai $\mathbf{M}_{i+1}$ selalu berada dalam daerah penyelesaian fisibel.

Langkah 5 : Menghitung $\widetilde{\mathrm{X}}^{i+1} = \mathbf{D}_{i+1}\mathbf{M}_{i+1}$ yaitu titik interior untuk iterasi berikutnya.

Langkah 6 : Menghitung $\mathrm{Z}_{i+1} = \mathrm{c}^{\mathrm{T}}\widetilde{\mathrm{X}}^{i+1}$.

a. Jika $\mathrm{Z}_{i+1} > \mathrm{Z}_i$, maka dilanjutkan ke perhitungan iterasi berikutnya dengan langkah yang sama seperti pada perhitungan iterasi sebelumnya dengan $\widetilde{\mathrm{X}}^{i+1}$ menjadi titik interior untuk iterasi tersebut.

b. Jika $Z_{i+1} \leq Z_i$, maka berhenti dan diperoleh nilai optimum (dalam hal ini maksimum)

2.3. ANALISIS INTERVAL

Definisi dan teorema pada analisis interval ini diambil dari Alefeld & Herzberger (1983).

Definisi 2.3.1 Interval tertutup $[x_I, x_S]$ yang dinotasikan dengan $\underline{x}$ didefinisikan sebagai

$$\underline{x} = [x_I, x_S] = \{x \in R | x_I \leq x \leq x_S;\ x_I, x_S \in R\}.$$

Dalam hal ini x_I adalah batas bawah terbesar $\underline{x}$ dan x_S adalah batas atas terkecil $\underline{x}$

Definisi 2.3.2 Suatu interval $\underline{x} = [x_I, x_S]$ disebut interval degenerate jika $x_I = x_S$.

Definisi 2.3.3 Misalkan diberikan interval $\underline{x}, \underline{y} \in I(R)$ dengan $\underline{x} = [x_I, x_S]$ dan $\underline{y} = [y_I, y_S]$.

Operasi atas interval $\underline{x}$ dan $\underline{y}$ didefinisikan sebagai berikut :

1. Penjumlahan : $\underline{x} + \underline{y} = [x_I + y_I, x_S + y_S]$
2. Pengurangan : $\underline{x} - \underline{y} = [x_I - y_S, x_S - y_I]$
3. Perkalian : $\underline{x}\underline{y} = [\min\{x_I y_I, x_I y_S, x_S y_I, x_S y_S\}, \max\{x_I y_I, x_I y_S, x_S y_I, x_S y_S\}]$
4. Pembagian : $\frac{\underline{x}}{\underline{y}} = [x_I, x_S]\left[\frac{1}{y_S}, \frac{1}{y_I}\right]$ dengan $0 \notin \underline{y}$
5. Titik tengah interval : $m(\underline{x}) = \frac{1}{2}(x_I + x_S)$
6. Radius interval : $r(\underline{x}) = \frac{1}{2}(x_S - x_I)$
7. Nilai mutlak interval : $|\underline{x}| = max\{|x_I|, |x_S|\}$
8. Panjang/lebar interval : $w(\underline{x}) = x_S - x_I$.

Selanjutnya untuk definisi perbandingan interval diambil Suprajitno & Mohd (2010).

Definisi 2.3.4 Misalkan diberikan interval $\underline{x}, \underline{y} \in I(R)$ dengan $\underline{x} = [x_I, x_S]$ dan $\underline{y} = [y_I, y_S]$.

Pernyataan

$$\underline{x} \leq \underline{y} \text{ jika dan hanya jika } x_I + x_S \leq y_I + y_S$$

Adalah benar jika salah satu syarat berikut dipenuhi :

1. $x_S \leq y_I$
2. $x_I \leq y_I \leq x_S \leq y_S$
3. $y_I \leq x_I \leq x_S \leq m(\underline{y}) \leq y_S$
4. $y_I < x_I < m\left(\underline{y}\right)$ dan $m\left(\underline{y}\right) \leq x_S < m\left(\underline{y}\right) + \varepsilon, \left(\varepsilon = m\left(\underline{y}\right) - x_I\right)$

2.4. PEMROGRAMAN LINEAR INTERVAL

Pemrograman linear interval dapat dibedakan menjadi dua tipe yaitu pemrograman linear interval dengan koefisien berbentuk interval dan pemrograman linear interval dengan koefisien dan variabel berbentuk interval.

Pemrograman linear dengan koefisien interval merupakan perluasan dari pemrograman linear standar dan dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil. Bentuk umum model pemrograman linear dengan koefisien interval menurut Ramadhan (1997) dinyatakan sebagai berikut :

Memaksimumkan/Meminimumkan fungsi tujuan

$$\underline{Z} = \sum_{j=1}^{n} [c_{jI}, c_{jS}] x_j , \tag{2.9}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{ijI}, a_{ijS}] x_j \leq (=, \geq) [b_I, b_S] \text{ dan } x_j \geq 0, \tag{2.10}$$

dan $i = 1,2, \ldots m$, $j = 1,2, \ldots, n$, x_j variabel keputusan, $[c_{jI}, c_{jS}]$ koefisien fungsi tujuan, $[a_{ijI}, a_{ijS}]$ koefisien fungsi kendala, $[b_I, b_S]$ batas sumber daya, $\underline{Z}$ fungsi tujuan, serta $[c_{jI}, c_{jS}], [a_{ijI}, a_{ijS}], [b_I, b_S] \in I(R)$.

Shaocheng dalam Ramadan (1997) dan Chinneck & Ramadan (2000) telah mendapatkan teorema tentang daerah penyelesaian fisibel terbesar dan daerah penyelesaian fisibel terkecil pada fungsi kendala untuk permasalahan pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval, sebagai berikut.

Teorema 2.4.1 Jika diberikan pertidaksamaan interval pada fungsi kendala

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{jI}, a_{jS}] x_j \leq [\, b_I, b_S]$$

dengan $x_j \geq 0$ $(j = 1,2, \ldots, n)$ maka

(a) Daerah penyelesaian fisibel terbesar adalah daerah penyelesaian yang memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{jI} x_j \leq b_S,$$

(b) Daerah penyelesaian fisibel terkecil adalah daerah penyelesaian yang memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{jS} x_j \leq b_I.$$

Langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval dengan melalui metode simpleks dapat dilihat pada Ramadan (1997).

Pemrograman linear interval dengan koefisien dan variabel berbentuk interval merupakan perluasan dari pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval. Pemrograman Linear dengan koefisien dan variabel interval, dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil. Model pemrograman linear interval telah dirumuskan oleh Suprajitno & Mohd (2008) sebagai berikut.

Memaksimumkan/Meminimumkan fungsi tujuan

$$\underline{Z} = \sum_{j=1}^{n} [c_{jI}, c_{jS}][x_{jI}, x_{jS}], \tag{2.11}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{ijI}, a_{ijS}][x_{jI}, x_{jS}] \leq (=, \geq)[b_I, b_S] \text{ dan } [x_{jI}, x_{jS}] \geq 0 \tag{2.12}$$

dan $i = 1,2, \dots m$, $j = 1,2, \dots, n$, $[x_{jI}, x_{jS}]$ variabel keputusan, $[c_{jI}, c_{jS}]$ koefisien fungsi tujuan, $[a_{ijI}, a_{ijS}]$ koefisien fungsi kendala, $[b_I, b_S]$ batas sumber daya, $\underline{Z}$ fungsi tujuan, serta $[x_{jI}, x_{jS}][c_{jI}, c_{jS}], [a_{ijI}, a_{ijS}], [b_I, b_S] \in I(R)$.

Teorema 2.4.2 Jika diberikan pertidaksamaan interval pada fungsi kendala

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{jI}, a_{jS}][x_{jI}, x_{jS}] \leq [\, b_I, b_S]$$

dengan $[x_{jI}, x_{jS}] \geq 0$, untuk setiap j dengan $j = 1,2, \dots, n$ maka

(a) Daerah penyelesaian fisibel terbesar adalah daerah penyelesaian yang memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n} \min\{a_{jI}x_{jI}, a_{jI}x_{jS}\} \leq b_S,$$

(b) Daerah penyelesaian fisibel terkecil adalah daerah penyelesaian yang memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n} \text{maks}\{a_{jS}x_{jI}, a_{jS}x_{jS}\} \leq b_I.$$

Langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linear dengan koefisien dan variabel berbentuk interval melalui metode simpleks dapat dilihat pada Suprajitno & Mohd (2008).

BAB 3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

3.1 TUJUAN PENELITIAN

Berdasarkan rumusan masalah penelitian maka yang menjadi tujuan penelitian ini adalah

1. Mengkonstruksi metode titik interior pada pemrograman linear dengan koefisien berbentuk interval.
2. Mengkonstruksi metode titik interior pada pemrograman linear dengan koefisien dan variabel keputusan berbentuk interval dengan penyelesaian permasalahan menggunakan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil.

3.2 MANFAAT PENELITIAN

Adapun manfaat penelitian ini adalah digunakannya metode titik interior pada pemrograman linear interval sebagai salah satu alternatif metode penyelesaian disamping metode simpleks yang telah digunakan sebelumnya. Disamping itu penerapan metode titik interior diharapkan dapat meningkatkan efisiensi untuk permasalahan pemrograman linear dengan variabel berukuran besar/kompleks.

BAB 4. METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini terdiri dari dua (2) tahap untuk mencapai tujuan akhir yang akan diteliti.

Pada Tahap I, akan dikonstruksi metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear dengan ***koefisien berbentuk interval***. Pendekatan yang digunakan adalah dengan menentukan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil.

Pada Tahap II, akan dikonstruksi metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear dengan ***koefisien dan variabel berbentuk interval***. Pendekatan yang digunakan adalah dengan menentukan daerah nilai maksimum dan daerah nilai minimum pada fungsi kendala selanjutnya menentukan nilai batas atas terkecil dan nilai batas bawah terbesar pada fungsi tujuan.

BAB 5. HASIL DAN LUARAN YANG DICAPAI

Hasil dan luaran yang dicapai dari penelitian ini adalah diperolehnya langkah-langkah penyelesaian untuk mengkonstruksi metode titik interior pada **pemrograman linear interval dengan menggunakan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil**. Langkah-langkah ini akan dijabarkan dalam Tahap I dan Tahap II, sesuai dengan Metode Penelitian. Selanjutnya akan diberikan contoh perhitungan dan diberikan perbandingan dengan nilai yang diperoleh dari contoh perhitungan dari penelitian sebelumnya yaitu Ramadhan (1996)

5.1. TAHAP I

Pada Tahap I, akan dikonstruksi metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear dengan ***koefisien berbentuk interval***. Pendekatan yang digunakan adalah dengan menentukan nilai batas bawah terbesar dan nilai batas atas terkecil. Langkah-langkahnya sebagai berikut :

Langkah 1 : Membentuk permasalahan pemrograman linear menjadi

$$\text{Maksimumkan } \underline{Z} = \sum_{j=1}^{n} [c_{jI}, c_{jS}] x_j, \tag{5.1}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{ijI}, a_{ijS}] x_j \leq [b_I, b_S] \text{ dan } x_j \geq 0, \tag{5.2}$$

dan $i = 1,2, \dots m$, $j = 1,2, \dots, n$, x_j variabel keputusan, $[c_{jI}, c_{jS}]$ koefisien fungsi tujuan, $[a_{ijI}, a_{ijS}]$ koefisien fungsi kendala, $[b_I, b_S]$ batas sumber daya, $\underline{Z}$ fungsi tujuan, serta $[c_{jI}, c_{jS}], [a_{ijI}, a_{ijS}], [b_I, b_S] \in I(R)$.

Langkah 2 : Mengubah permasalahan pada langkah 1 menjadi dua model untuk menentukan nilai batas atas terkecil dan nilai batas bawah terbesar .

a. Menentukan nilai batas atas terkecil dari model

$$\text{Maksimumkan } z_S = \sum_{j=1}^{n} c_{jS} x_j, \tag{5.3}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ijI} x_j \leq b_S \text{ dan } x_j \geq 0, \tag{5.4}$$

b. Menentukan nilai batas bawah terbesar dari model

$$\text{Maksimumkan } z_{\mathrm{I}} = \sum_{j=1}^{n} c_{jI} x_j, \tag{5.5}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ijS} x_j \leq b_I \ \text{ dan } \ x_j \geq 0, \tag{5.6}$$

Langkah 3 : Menyelesaikan perhitungan untuk nilai batas atas terkecil z_S

a. Membentuk permasalahan nilai batas atas terkecil ke bentuk kanonik seperti pada persamaan (2.7) dan persamaan (2.8).
b. Selanjutnya melakukan langkah-langkah algoritma titik interior seperti pada Sub Bab 2.2, sehingga diperoleh nilai batas atas terkecil z_S.

Langkah 4 : Menyelesaikan perhitungan untuk nilai batas bawah terbesar z_I

a. Membentuk permasalahan nilai batas bawah terbesar ke bentuk kanonik seperti pada persamaan (2.7) dan persamaan (2.8).
b. Selanjutnya melakukan langkah-langkah algoritma titik interior seperti pada Sub Bab 2.2, sehingga diperoleh nilai batas bawah terbesar z_I.

Langkah 5 : Dari Langkah 3 dan Langkah 4 diperoleh interval optimum (dalam hal ini maksimum) $\underline{Z}$ yang berbentuk $\underline{Z} = [z_I, z_S]$.

Contoh Metode Titik Interior pada Pemograman Linear dengan Koefisien Berbentuk Interval

Maksimumkan

$$Z = 4x_1 + [8,12]x_2,$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} &C1: \ 6x_1 + [4.25,5.75]x_2 \leq 30, \\ &C2: \ [0.95,1.05]x_1 \leq 3, \\ &C3: \ x_2 \leq [3.6,4.4], \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1. Menentukan nilai batas atas terkecil dengan menggunakan persamaan (5.3) dan (5.4) diperoleh, dan menetukan nilai batas bawah terbesar dengan menggunakan persamaan (5.5) dan (5.6)

(a) batas atas terkecil	(b) batas bawah terbesar
Maximize $z_S = 4x_1 + 12x_2$, Subject to C1a : $6x_1 + 4.25x_2 \le 30$, C2a : $0.95x_1 \le 3$, C3a : $x_2 \le 4.4$, $x_1, x_2 \ge 0$	Maximize $z_I = 4x_1 + 8x_2$, Subject to C1b : $6x_1 + 5.75x_2 \le 30$ C2b : $1.05x_1 \le 3$ C3b : $x_2 \le 3.6$ $x_1, x_2 \ge 0$

2. By using interior point algorithm in section 2, the optimal supremum as follows, (α = 0.95)

Iteration	x_i	Zi	Optimality Tes		Decision
0	(2,3)	44.0000000	Z_{i+1} - Z_i	Z_0	cont.
1	(1.666684,4.329999)	58.6267390	14.6267390	$Z_1 \ge Z_0$	cont.
2	(1.889353,4.372708)	60.0299137	1.4031747	$Z_2 \ge Z_1$	cont.
3	(1.873683,4.398635)	60.2783580	0.2484443	$Z_3 \ge Z_2$	cont.
4	(1.883498,4.399017)	60.3222020	0.0438440	$Z_4 \ge Z_3$	cont.
5	(1.882956,4.399950)	60.3312351	0.0090331	$Z_5 \ge Z_4$	cont.
6	(1.883338,4.399963)	60.3329175	0.0016824	$Z_6 \ge Z_5$	cont.
7	(1.883318,4.399998)	60.3332536	0.0003361	$Z_7 \ge Z_6$	cont.
8	(1.883333,4.399998)	60.3333175	0.0000639	$Z_8 \ge Z_7$	cont.
9	(1.883332,4.399999)	60.3333303	0.0000128	$Z_9 \ge Z_8$	cont.
10	(1.883333,4.400000)	60.3333335	0.0000032	$Z_{10} \ge Z_9$	cont.
11	(1.883333,4.400000)	60.3333334	-0.0000001	$Z_{11} \le Z_{10}$	stop

$x_{1S} \cong 1.883333$ and $x_{2S} \cong 4.400000$ as well as $z_S = 60.3333334$

3. By using interior point algorithm in section 2, the optimal infimum as follows, (α = 0.95)

Iteration	x_i	Zi	Optimality Test		Decision
0	(2,2)	24.000000	Z_{i+1} - Z_i	Z_0	cont.
1	(1.942044,3.134387)	32.843283	8.843283	$Z_1 \ge Z_0$	cont.
2	(1.527426,3.576719)	34.723460	1.880177	$Z_2 \ge Z_1$	cont.
3	(1.558583,3.588701)	34.943947	0.220488	$Z_3 \ge Z_2$	cont.

Iteration	x_i	Zi	Optimality Test		Decision
4	(1.548703,3.599435)	34.990296	0.046349	$Z_4 \geq Z_3$	cont.
5	(1.550284,3.599606)	34.997995	0.007699	$Z_5 \geq Z_4$	cont.
6	(1.549946,3.599980)	34.999629	0.001634	$Z_6 \geq Z_5$	cont.
7	(1.5500103.599985)	34.999926	0.000297	$Z_7 \geq Z_6$	cont.
8	(1.549997,3.599999)	34.999986	0.000060	$Z_8 \geq Z_7$	cont.
9	(1.550000,3.599999)	34.999997	0.000011	$Z_9 \geq Z_8$	cont.
10	(1.549999,3.599999)	34.999998	0.000001	$Z_{10} \geq Z_9$	cont.
11	(1.549999,3.600000)	35.000004	0.000006	$Z_{11} \geq Z_{10}$	cont.
12	(1.550000,3.600002)	35.000022	0.000019	$Z_{12} \geq Z_{11}$	cont.
13	(1.550003,3.599999)	35.000014	-0.000009	$Z_{13} \leq Z_{12}$	stop

$$x_{1I} \cong 1.550003 \text{ and } x_{2I} \cong 3.599999 \text{ as well as } z_{\text{I}} = 35.000014.$$

4. Optimal interval Z = [35.000014, 60.3333334]. Hasil yang diperoleh sama seperti hasil yang diperoleh pada perhitungan oleh Ramadhan (1997).

5.2. TAHAP II

Pada Tahap II, akan dikonstruksi metode titik interior untuk menyelesaikan pemrograman linear dengan ***koefisien dan variabel berbentuk interval***. Pendekatan yang digunakan adalah dengan menentukan daerah nilai maksimum dan daerah nilai minimum pada fungsi kendala selanjutnya menentukan nilai batas atas terkecil dan nilai batas bawah terbesar pada fungsi tujuan. Langkah-langkahnya sebagai berikut :

Langkah 1: Membentuk permasalahan pemrograman linear menjadi

$$\text{Maksimumkan } \underline{Z} = \sum_{j=1}^{n} [c_{jI}, c_{jS}][x_{jI}, x_{jS}] \tag{5.7}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} [a_{ijI}, a_{ijS}][x_{jI}, x_{jS}] \leq [b_I, b_S] \text{ dan } [x_{jI}, x_{jS}] \geq 0 \tag{5.8}$$

dan $i = 1,2, \dots m$, $j = 1,2, \dots, n$, $[x_{jI}, x_{jS}]$ variabel keputusan, $[c_{jI}, c_{jS}]$ koefisien fungsi tujuan, $[a_{ijI}, a_{ijS}]$ koefisien fungsi kendala, $[b_I, b_S]$ batas sumber daya, $\underline{Z}$ fungsi tujuan, serta $[x_{jI}, x_{jS}][c_{jI}, c_{jS}], [a_{ijI}, a_{ijS}], [b_I, b_S] \in I(R)$.

Langkah 2 : Menentukan daerah penyelesaian fisibel terbesar dan daerah penyelesaian fisibel terkecil pada fungsi kendala. Jika diberikan pertidaksamaan interval pada fungsi kendala

$$\sum_{j=1}^{n}[a_{jI},a_{jS}][x_{jI},x_{jS}] \leq [\,b_I,b_S] \tag{5.9}$$

a. Daerah penyelesaian fisibel terbesar adalah daerah penyelesaian yang memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n}\min\{a_{jI}x_{jI}\,,a_{jI}x_{jS}\} \leq b_S\,, \tag{5.10}$$

b. Daerah penyelesaian fisibel terkecil adalah daerah penyelesaian yang memenuhi

$$\sum_{j=1}^{n}\text{maks}\{a_{jS}x_{jI}\,,a_{jS}x_{jS}\} \leq b_I\,. \tag{5.11}$$

Langkah 3 : Menentukan nilai batas atas terkecil dan nilai batas bawah terbesar pada fungsi tujuan.

Langkah 4 : Menyelesaikan perhitungan untuk nilai batas atas terkecil pada fungsi tujuan yaitu z_S dengan menggunakan daerah penyelesaian fisibel terbesar pada fungsi kendala.

a. Membentuk permasalahan ke bentuk kanonik seperti pada persamaan (2.7) dan persamaan (2.8).
b. Selanjutnya melakukan langkah-langkah algoritma titik interior seperti pada Sub Bab 2.2, sehingga diperoleh nilai batas atas terkecil z_S.

Langkah 5 : Menyelesaikan perhitungan untuk nilai batas bawah terbesar pada fungsi tujuan yaitu z_I dengan menggunakan daerah penyelesaian fisibel terkecil pada fungsi kendala.

a. Membentuk permasalahan ke bentuk kanonik seperti pada persamaan (2.7) dan persamaan (2.8).
b. Selanjutnya melakukan langkah-langkah algoritma titik interior seperti pada Sub Bab 2.2, sehingga diperoleh nilai batas atas terkecil z_I.

Langkah 6*:* Dari Langkah 4, langkah 5 dan Langkah 6 diperoleh $\underline{x} = [x_I, x_S]$ dan interval optimum (dalam hal ini maksimum) $\underline{Z}$ yang berbentuk $\underline{Z} = [z_I, z_S]$.

Contoh Metode Titik Interior pada Pemograman Linear dengan Koefisien dan Variabel Berbentuk Interval.

Maksimumkan

$$Z = [-20{,}50][x_{1I},x_{1S}] + [0{,}10][x_{2I},x_{2S}],$$

dengan kendala

$$10[x_{1I}, x_{1S}] + 60[x_{2I}, x_{2S}] \leq 1080,$$
$$10[x_{1I}, x_{1S}] + 20[x_{2I}, x_{2S}] \leq 400,$$
$$10[x_{1I}, x_{1S}] + 10[x_{2I}, x_{2S}] \leq 240,$$
$$30[x_{1I}, x_{1S}] + 10[x_{2I}, x_{2S}] \leq 420,$$
$$40[x_{1I}, x_{1S}] + 10[x_{2I}, x_{2S}] \leq 520,$$
$$[x_{1I}, x_{1S}], [x_{2I}, x_{2S}] \geq 0.$$

a. Permasalahan dibawa ke bentuk pemrograman linear dengan koefisien dan variabelnya berbentuk interval, menjadi

Maksimumkan

$$Z = [-20,50][x_{1I}, x_{1S}] + [0,10][x_{2I}, x_{2S}],$$

dengan kendala

$$[10,10][x_{1I}, x_{1S}] + [60,60][x_{2I}, x_{2S}] \leq [1080,1080]$$
$$[10,10][x_{1I}, x_{1S}] + [20,20][x_{2I}, x_{2S}] \leq [400,400]$$
$$[10,10][x_{1I}, x_{1S}] + [10,10][x_{2I}, x_{2S}] \leq [240,240]$$
$$[30,30][x_{1I}, x_{1S}] + [10,10][x_{2I}, x_{2S}] \leq [420,420]$$
$$[40,40][x_{1I}, x_{1S}] + [10,10][x_{2I}, x_{2S}] \leq [520,520]$$
$$[x_{1I}, x_{1S}], [x_{2I}, x_{2S}] \geq 0.$$

Atau

Maksimumkan

$$Z = [-20,50][x_{1I}, x_{1S}] + [0,10][x_{2I}, x_{2S}],$$

dengan kendala

$$[10x_{1I} + 60x_{2I}, 10x_{1S} + 60x_{2S}] \leq [1080,1080],$$
$$[10x_{1I} + 20x_{2I}, 10x_{1S} + 20x_{2S}] \leq [400,400],$$
$$[10x_{1I} + 10x_{2I}, 10x_{1S} + 10x_{2S}] \leq [240,240],$$
$$[30x_{1I} + 10x_{2I}, 30x_{1S} + 10x_{2S}] \leq [420,420],$$
$$[40x_{1I} + 10x_{2I}, 40x_{1S} + 10x_{2S}] \leq [520,520],$$
$$x_{1I}, x_{1S}, x_{2I}, x_{2S} \geq 0.$$

b. Menentukan daerah penyelesaian fisibel terbesar dengan menggunakan persamaan (12.d) dan menetukan daerah penyelesaian fisibel terkecil dengan menggunakan persamaan (12.e) diperoleh

b1. daerah penyelesaian fisibel terbesar	b2. daerah penyelesaian fisibel terkecil
$10x_{1I} + 60x_{2I} \leq 1080,$ $10x_{1I} + 20x_{2I} \leq 400,$	$10x_{1S} + 60x_{2S} \leq 1080,$ $10x_{1S} + 20x_{2S} \leq 400,$

$10x_{1I} + 10x_{2I} \leq 240,$ $30x_{1I} + 10x_{2I} \leq 420,$ $40x_{1I} + 10x_{2I} \leq 520,$ $x_{1I}, x_{2I} \geq 0.$	$10x_{1S} + 10x_{2S} \leq 240,$ $30x_{1S} + 10x_{2S} \leq 420,$ $40x_{1S} + 10x_{2S} \leq 520,$ $x_{1S}, x_{2S} \geq 0.$

c. Dari fungsi tujuan diperoleh

c1. batas atas terkecil	c2. batas bawah terbesar
$z_S = 50x_{1S} + 10x_{2S}$	$z_I = -20x_{1S}$

d. Dengan menggunakan algoritma titik interior pada bagian 3 dan α = 0.95, dihitung nilai batas atas terkecil (c1) dengan batas kendala daerah penyelesaian fisibel terbesar (b1), diperoleh nilai batas atas terkecil tak terbatas, sehingga ditambahkan kendala daerah penyelesaian fisibel terkecil (b2).

Iterasi	x_i	z_i	Uji Optimal	Keputusan
0	(10,5)	550	Z_0	
1	(12.01046,3.60817)	636.60457	$Z_1 \geq Z_0$	lanjutkan
2	(12.92670,0.18041)	648.13930	$Z_2 \geq Z_1$	lanjutkan
3	(12.96727,0.12549)	649.61578	$Z_3 \geq Z_2$	lanjutkan
4	(12.99732,0.00627)	649.92888	$Z_4 \geq Z_3$	lanjutkan
5	(12.99879,0.00459)	649.98576	$Z_5 \geq Z_4$	lanjutkan
6	(12.99989,0.00023)	649.99729	$Z_6 \geq Z_5$	lanjutkan
7	(12.99996,0.00017)	649.99947	$Z_7 \geq Z_6$	lanjutkan
8	(12.99999,0.00001)	649.99986	$Z \geq Z_7$	lanjutkan
9	(12.99999,0.000001)	649.99989	$Z_9 \geq Z_8$	lanjutkan
10	(12.99998,0.0000003)	649.99931	$Z_{10} \leq Z_9$	stop

$x_{1I} = x_{2I} = 0, x_{1S} \cong 12.99998$ dan $x_{2S} \cong 0.0000003$ serta $z_S = 649.99931$

e. Dengan menggunakan algoritma titik interior pada bagian 3 dan α = 0.95, dihitung nilai batas bawah terbesar (c2) dengan batas kendala daerah penyelesaian fisibel terkecil (b2), diperoleh nilai batas bawah terbesar.

Iterasi	x_i	z_i	Uji Optimal	Keputusan
0	(0.1,0.1)	-2	Z_0	

1	(0.00499,0.10006)	-0.0998	$Z_1 \geq Z_0$	lanjutkan
2	(0.00025,0.100007)	-0.005	$Z_2 \geq Z_1$	lanjutkan
3	(0.00001,0.10007)	-0.0002	$Z_3 \geq Z_2$	lanjutkan
4	(0.00000,0.100007)	-0.00000	$Z_4 \geq Z_3$	lanjutkan
5	(0.00000,0.100007)	-0.00000	$Z_5 = Z_4$	stop

$x_{1I} = x_{2I} = 0, x_{1S} \cong 0$ dan $x_{2S} \cong 0.100007$ serta $z_I = 0$

a. Dari langkah d dan e diperoleh $x_{1S} \cong 12.99998$, $x_{2S} \cong 0.0000003$ dan $x_{1I} = x_{2I} = 0$, sehingga diperoleh penyelesaian dalam bentuk interval

$[x_{1I}, x_{1S}] = [0{,}12.99998]$ dan $[x_{2I}, x_{2S}] = [0{,}0.0000003]$ serta

$Z = [-259.9996{,}649.999003]$.

Hasil yang diperoleh sama seperti hasil yang diperoleh pada perhitungan oleh Suprajitno dan Mohd (2008).

BAB 6. KESIMPULAN DAN SARAN

6. 1 KESIMPULAN

Dari penelitian yang telah dilakukan, diperoleh **kesimpulan** bahwa permasalahan pemrograman linear interval bisa diselesaikan dengan menggunakan metode titik interior. Terlebih dahulu pemrograman linear interval dibawa ke pemrograman linear standar. Selanjutnya menentukan daerah penyelesaian fisibel terbesar dan daerah penyelesaian fisibel terkecil pada fungsi kendala. Pada fungsi tujuan ditentukan nilai batas atas terkecil dan nilai batas bawah terbesar sampai diperoleh nilai optimum yang berbentuk interval. Dua contoh yang disajikan menunjukkan hasil perhitungan yang sama dengan pemrograman linear interval yang menggunakan metode simpleks sebelumnya. Disamping itu penerapan metode titik interior diharapkan dapat meningkatkan efisiensi untuk permasalahan pemrograman linear dengan variabel berukuran besar/kompleks.

6.2 SARAN

Metode yang telah diperoleh dari hasil penelitian ini selanjutanya dapat **dikembangkan** untuk dengan mengkonstruksi metode titik interior pada pemeoragraman linear interval dengan melibatkan komponen interval secara langsung tanpa adanya pemisahan menjadi batas atas terkecil dan batas bawah terbesar.

DAFTAR PUSTAKA

Alefeld, G. & Herzberger J., 1983, Introduction To Interval Computation, Academic Press, 111 Fifth Avenue New York 10003.

Alolyan, I., 2013, Algorithm for Interval Linear Programming Involving Interval Constraints, *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*, Vol I, WCECS 2013, 23-25 October, 2013, San Francisco, USA.

Chinnek, J.W. & Ramadhan, K., 2000, Linear Programming With Interval Coeficients, *Journal of the operational Research Society* 51, 209-220. | doi:10.1057/palgrave.jors.2600891.

Gondzio, J., 2011, Interior Point Methods 25 Years Later, *European Journal of Operational Research*, September 2011.

Hillier, F.S. & Lieberman, G.J., 2010, Introduction to Operation Research, Ed.9th, New York, McGraw-Hill, Inc.

Indriani, Suyitno & Mashuri, 2013, Analisis Metode Karmarkar untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier, *Jurnal MIPA* 36 (1): 98-106.

Karmakar, N., 1984, A new Polynomial Time Algorithm for Linear Programming, *Combinatorica* 4, 373-395.

Kuchta, D., 2005, Fuzzy Solution Of The Linear Programming Problem With Interval Coefficients In The Constraints, *Badania Operacyjne I Decyzje*, 35-42.

Moore, R.E., 1966, Interval Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Ramadhan, K., 1997, Linear Programming With Interval Coeficients, *M.Sc Thesis*, Carleton University Ottawa Ontario.

Ramesh, G & Ganesan, K., 2011, Interval-Linear-Programming-With-Generalized-Interval-Arithmetic, *International Journal of Scientific & Engineering Research*, Volume 2, Issue 11, November-2011.

Ramesh, G. & Ganesan, K., 2012, Duality Theory for Interval Linear Programming Problems, *IOSR Journal of Mathematics* (*IOSRJM*), Volume 4, Issue 4 (Nov-Dec, 2012), 39-47. www.iosrjournals.org.

Suprajitno, H. & Mohd, 2008, Interval Linear Programming, *The 3 International Conference on Mathematics and Statistics* (*IcoMS-3*), Institut Pertanian Bogor, Indonesia 5-6 August 2008..

Suprajitno, H. & Mohd, 2010, Linear Programming with Interval Arithmetic, *Int. J. contemp. Math Sciences*, Vol. 5, No 7, 323-332.

Winston, W.L, 1994, Operation Research : Applications and Algorithms, Wadsworth, Inc.

LAMPIRAN

4746021: Acknowledging Receipt Kotak Masuk x

Journal of Applied Mathematics aya.ahmed@hindawi.com lewat amazonses.com 26 Okt (4 hari yang lalu)
ke fatma47unair, saya, herry-s

Inggris > Indonesia Terjemahkan pesan Nonaktifkan untuk: Inggris ×

Dear Dr. ,

The Research Article titled "Construction of Interior Point Method on Interval Linear Programming," by Agustina Pradjaningsih, Herry Suprajitno and Fatmawati has been received and assigned the number 4746021.

All authors will receive a copy of all the correspondences regarding this manuscript.

Thank you for submitting your work to Journal of Applied Mathematics.

Best regards,

--
****
Aya Ahmed
Editorial Office
Hindawi
http://www.hindawi.com
****

4193591: Acknowledging Receipt Kotak Masuk x

Advances in Operations Research heba.abdelsabour@hindawi.com lewat amazonses.com 14 Sep
ke saya, herry-s, fatma47unair

Inggris > Indonesia Terjemahkan pesan Nonaktifkan untuk: Inggris ×

Dear Dr. Pradjaningsih,

The Research Article titled "Construction of Interior Point Method on Interval Linear Programming," by Agustina Pradjaningsih, Herry Suprajitno and Fatmawati has been received and assigned the number 4193591.

All authors will receive a copy of all the correspondences regarding this manuscript.

Thank you for submitting your work to Advances in Operations Research.

Best regards,

--
****
Heba Abdelsabour
Editorial Office
Hindawi
http://www.hindawi.com
****

PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Sertifikat

No.Seri : 1246/UN3.13/PPD/2017

Diberikan kepada:

AGUSTINA P.

atas partisipasinya sebagai PESERTA

WORKSHOP SERIES :

Eksplorasi Platform Sciencedirect dan Scopus

Ruang Parlinah Moedjono, Perpustakaan Universitas Airlangga

25 Oktober 2017

Sponsored by :

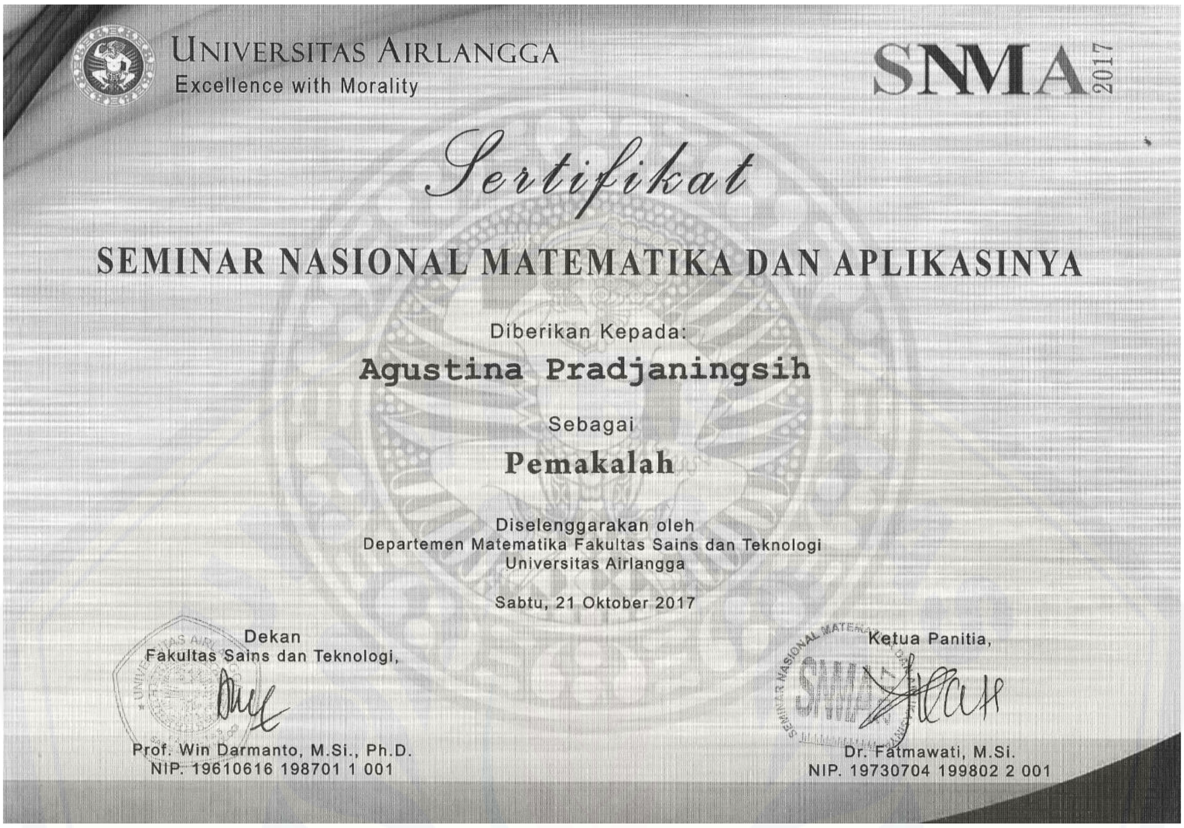
ELSEVIER

UNIVERSITAS AIRLANGGA PERPUSTAKAAN

Kepala Perpustakaan

Prof.Dr.I Made Narsa, SE.,M.Si.,Ak.,CA

NIP. 196506271991031003



UNIVERSITAS AIRLANGGA
Excellence with Morality

SNMA 2017

Sertifikat

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN APLIKASINYA

Diberikan Kepada:

Agustina Pradjaningsih

Sebagai

Pemakalah

Diselenggarakan oleh
Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Sabtu, 21 Oktober 2017

Dekan
Fakultas Sains dan Teknologi,

Prof. Win Darmanto, M.Si., Ph.D.
NIP. 19610616 198701 1 001

Ketua Panitia,

Dr. Fatmawati, M.Si.
NIP. 19730704 199802 2 001

DIREKTORAT JENDERAL PENGUATAN RISET DAN PENGEMBANGAN
KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
BEKERJASAMA DENGAN UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH MALANG

Sertifikat

Nomor : E.4.d/155/DPPM-UMM/VIII/2017

Diberikan Kepada

AGUSTINA PRADJANINGSIH

Sebagai

PESERTA

Workshop dan Klinik Peningkatan Kualitas Hasil Penelitian Program
Peningkatan Kapasitas Riset Tahun 2017
diselenggarakan pada tanggal : 29 - 31 Agustus 2017

Malang, 31 Agustus 2017
Direktorat Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat
Universitas Muhammadiyah Malang

Prof. Dr. Sujono, M.kes.
NIP 196410081 990021 001

SEAMS
South East Asian
Mathematical Society

Certificate

IndoMS
Indonesian Mathematical
Society

This is to certify that

Agustina Pradjaningsih

has presented a paper with entitled

"Construction of interval linear programming with interior point methods"

in

AMC 2016
THE ASIAN
MATHEMATICAL
CONFERENCE

on

25 - 29 JULY 2016

at

Bali Nusa Dua Convention Center
Bali - Indonesia

Organized by

ITB Unpad UGM UI UNUD

Prof. Dr. Edy Tri Baskoro
Chair of AMC 2016

Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana
President of IndoMS

CERTIFICATE

Fifth International Conference and Workshops on Basic and Applied Sciences 2015

This certificate is awarded to :

Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si

in recognition of his / her contribution as a

Oral Presenter

in the Fifth International Conference and Workshops on Basic and Applied Sciences - ICOWOBAS 2015 on October 16th-17th, 2015, Kampus C UNAIR Surabaya, East Java, Indonesia. Supported and organized by Universitas Airlangga, Universiti Teknologi Malaysia and Salahaddin University-Erbil.

Dean of the Faculty of Science and Technology
Universitas Airlangga

Prof. Win Darmanto, M.Si., Ph.D.

Program Chair

Dr. Moh. Yasin, M.Si.

UNAIR UTM

CRDF GLOBAL

HIMPUNAN MATEMATIKA INDONESIA 1976

Sertifikat

diberikan kepada:

Agustina Pradjaningsih

Atas partisipasinya sebagai

Peserta

Pelatihan Penulisan Artikel untuk Jurnal Internasional dan Proposal Penelitian

Diselenggarakan oleh:

The Indonesian Mathematical Society (IndoMS), IndoMS Wilayah Jawa Timur dan CRDF Global

Surabaya, 15 Nopember 2014

Presiden IndoMS
Periode 2014-2016,

HIMPUNAN MATEMATIKA INDONESIA PUSAT 1976

Prof. Dr. Budi Nurani R.

Ketua Pelaksana,

Prof. Dr. Basuki Widodo