



**ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14**

**SKRIPSI**

Oleh :

Maulida Istiqomah

NIM 160210101043

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2020**



**ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14**

**SKRIPSI**

**Oleh**

**Maulida Istiqomah**

**NIM 160210101043**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah S.Pd., M.Si.

Dosen Penguji 1 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

Dosen Penguji 2 : Dr.Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

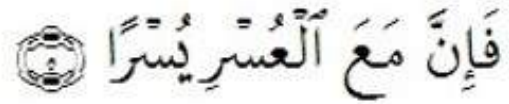
**2020**

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadirat Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi besar, Nabi Muhammad S.A.W., ku persembahkan sebuah rasa syukur dengan penuh kebahagiaan atas perjalanan dan perjuangan studiku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Bapak M. Saiful Rohim dan Ibu Fatimatul Zahro yang senantiasa mencurahkan doa, rasa cinta dan kasih sayang serta adikku Alvin Maulana yang senantiasa memberi semangat;
2. Bapak Prof. Drs.Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Bapak Ibu dosen yang telah memberikan ilmu, pengalaman dan membimbingku dengan penuh kesabaran dan kasih sayang;
4. Almamater tercinta Universitas Jember, khususnya Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
5. Teman-teman terdekatku Umi Salamah, Mutiara Winda Santoso dan Endah Dwi Cahyanti;
6. Teman-teman seperjuangan Pemodelan Ivan Fajar Humayyun, Mutia Aris Pradina, Theriq Azis Al-Husein, Akhmad Sholihin, Moch. Yahya Rio S, Diah Putri M, Devi Permatasari, Rachmita Aulia;
7. Teman-teman "ALGEBRA" Pendidikan Matematika yang sudah menjadi keluarga baru di Universitas Jember Angkatan 2016;

HALAMAN MOTTO



"Maka sesungguhnya beserta kesulitan itu ada kemudahan"

(Q.S. Al-Insyirah: 5)

"Menuntut ilmu adalah takwa. Menyampaikan ilmu adalah ibadah.  
Mengulang-ulang ilmu adalah zikir. Mencari ilmu adalah jihad."

- Abu Hamid Al Ghazali -

"Mulailah dari tempatmu berada. Gunakan yang kau punya.  
Lakukan yang kau bisa."

- Arthur Ashe -

**HALAMAN PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Maulida Istiqomah

NIM : 160210101043

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ” *Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan Game Online Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 14*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 21 Februari 2020

Yang menyatakan,

Maulida istiqomah

NIM. 160210101043

HALAMAN PENGAJUAN

ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Maulida Istiqomah  
NIM : 160210101043  
Tempat, tanggal Lahir : Jember, 20 Juli 1998  
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / Pendidikan Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.  
NIP. 19820529 200912 1 003

**HALAMAN PENGESAHAN**

Skripsi berjudul : Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan *Game Online* Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 14 telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin

Tanggal : 9 Maret 2020

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc. Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.  
NIP. 19820529 200912 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19700307 199512 2 001

Dr.Arika Indah K, S.Si., M.Pd.  
NIP. 19760502 200604 2 001

Mengetahui,  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

## RINGKASAN

**Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan *Game Online* Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 14;** Maulida Istiqomah, 160210101043; 2020: 166 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember. Kecanduan *game online* merupakan jenis kecanduan mental yang ditandai dengan intensitas yang berlebihan dalam bermain *game online* sehingga berdampak buruk bagi dirinya. Penggunaan *game online* berkembang pesat akibat penyebaran melalui interaksi antara satu individu dengan individu lain di suatu lingkungan. Interaksi yang dilakukan dapat berupa interaksi secara langsung maupun melalui pertemanan di sosial media sehingga dapat dibentuk kedalam model matematika. Model matematika yang digunakan yaitu model SEIRS yang merupakan pengembangan model SIR dan SEIR. Model SEIRS membagi individu kedalam 4 kategori yaitu rentan (S), terpapar (E), terinfeksi (I), sembuh namun rentan (R). Hal tersebut sesuai dengan kasus kecanduan *game online* sehingga, kasus kecanduan *Game Online* ini dimodelkan kedalam model SEIRS yang merupakan sistem persamaan diferensial biasa (PDB) orde satu non linier yang dikemukakan oleh Kermack Mckendric dan telah ditulis oleh Okosun pada tahun 2007. Penelitian ini menggunakan metode satu langkah yaitu metode Runge-Kutta orde 14 untuk menganalisis sistem persamaan diferensial orde satu non linier model SEIRS kasus kecanduan *Game Online*.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan kasus kecanduan *Game Online* kedalam model SEIRS kemudian diselesaikan menggunakan metode Runge-kutta orde 14. Sebelumnya dicari sifat metode Runge-Kutta orde 14, formulasi metode Runge-Kutta orde 14, dan konvergensi metode Runge-Kutta orde 14.

Metode pengumpulan data yang dilakukan pada penelitian ini adalah metode dokumentasi dan metode kuesioner. Metode dokumentasi diartikan sebagai teknik pengumpulan data dengan menghimpun dan menganalisa dokumen-dokumen, baik dokumen tertulis, gambar, hasil karya, maupun elektronik. Dalam penelitian ini peneliti menggunakan jurnal yang ditulis



oleh Danling Zao, dkk yaitu tentang model SEIR pada penggunaan jejaring sosial *online* dan berbagai sumber lainnya yang relevan dengan penelitian ini. Parameter dan nilai awal yang digunakan diperoleh dari kuesioner yang dibagikan kepada siswa SMKN 1 Jember dengan usia 15-18 tahun.

Adapun hasil penelitian disimpulkan sebagai berikut. Pertama Model matematika SEIRS pada kasus kecanduan *game online* sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -0.02SI + 0.03R & S(0) &= 52 \\ \frac{dE}{dt} &= 0.02SI - 0.017E & E(0) &= 32 \\ \frac{dI}{dt} &= 0.01E - 0.01I & I(0) &= 13 \\ \frac{dR}{dt} &= 0.01I + 0.07E - 0.03R & R(0) &= 0\end{aligned}$$

Kedua, Metode Runge-Kutta empat belas tahap yang sekaligus berorde empat belas mempunyai sifat sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^m b_i &= 1 \text{ dimana } m = 14 \\ \sum_{i=2}^m b_i c_i^p &= \frac{1}{p+1}, \text{ dimana } p = 1, 2, 3, 4, \dots, m-1 \\ \sum_{i=3}^{m-1} b_i \left( \sum_{j=2}^{i-1} c_j^q a_{ij} \right) &= \frac{1}{(q+1)(q+2)}, \text{ dimana } q = 1, 2, 3, 4, \dots, m-3\end{aligned}$$

Ketiga, Hasil penurunan formula metode Runge-Kutta orde empat belas adalah:

$$\begin{aligned}y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{10000} (203k_1 + 1399k_2 - 777k_3 + 3879k_4 - 3770k_5 + 5137k_6 - \\ &1071k_7 - 1071k_8 + 5137k_9 - 3770k_{10} + 3879k_{11} - 777k_{12} + \\ &1399k_{13} + 203k_{14})\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_n, y_n) \\
 k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{13}, y_n + \frac{h}{13}k_1\right) \\
 k_3 &= f\left(x_n + \frac{2h}{13}, y_n + \frac{2h}{13}k_2\right) \\
 k_4 &= f\left(x_n + \frac{3h}{13}, y_n + \frac{3h}{13}k_3\right) \\
 k_5 &= f\left(x_n + \frac{4h}{13}, y_n + \frac{4h}{13}k_4\right) \\
 k_6 &= f\left(x_n + \frac{5h}{13}, y_n + \frac{h}{1742}(33k_1 - 453k_3 + 1566k_4 - 476k_5)\right) \\
 k_7 &= f\left(x_n + \frac{6h}{13}, y_n + \frac{6h}{13}k_6\right) \\
 k_8 &= f\left(x_n + \frac{7h}{13}, y_n + \frac{7h}{13}k_7\right) \\
 k_9 &= f\left(x_n + \frac{8h}{13}, y_n + \frac{h}{702}(191k_2 - 122k_5 + 419k_6 + 79k_7 - 135k_8)\right) \\
 k_{10} &= f\left(x_n + \frac{9h}{13}, y_n + \frac{9h}{13}k_9\right) \\
 k_{11} &= f\left(x_n + \frac{10h}{13}, y_n + \frac{h}{1248}(-197k_4 + 1574k_9 - 417k_{10})\right) \\
 k_{12} &= f\left(x_n + \frac{11h}{13}, y_n + \frac{11h}{13}k_{11}\right) \\
 k_{13} &= f\left(x_n + \frac{12h}{13}, y_n + \frac{h}{2444}(-307k_3 + 2785k_{11} - 222k_{12})\right) \\
 k_{14} &= f\left(x_n + \frac{13h}{13}, y_n + \frac{h}{1118}(523k_6 + 595k_{13})\right)
 \end{aligned}$$

Keempat, Metode Runge-Kutta orde empat belas merupakan metode yang konvergen karena telah memenuhi sifat  $\|e_n\| \leq \frac{h^{14}M_{15}}{15!K}(e^{(x_n-x_0)K} - 1)$ , dimana  $K$  adalah konstanta Lipschitz.

Terakhir, Berdasarkan hasil eksekusi *programming* metode Runge-Kutta orde empat belas merupakan metode yang efektif dalam menyelesaikan model SEIRS pada kasus kecanduan *Game Online*.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan *Game Online* Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 14. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Jember;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Peguji I dan Dosen Penguji II yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 21 Februari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	ii
HALAMAN MOTTO .....	iii
HALAMAN PERNYATAAN .....	iv
HALAMAN PENGAJUAN .....	v
HALAMAN PENGESAHAN .....	vi
RINGKASAN .....	vii
KATA PENGANTAR .....	x
DAFTAR ISI .....	xiii
DAFTAR GAMBAR .....	xiv
DAFTAR TABEL .....	xv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	5
1.6 Kebaharuan Penelitian .....	5
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>6</b>
2.1 Kecanduan <i>Game Online</i> .....	6
2.2 Model Matematika dan Pemodelan Matematika .....	8
2.2.1 Model Matematika SIR .....	9
2.2.2 Model Matematika SEIR .....	10
2.2.3 Model Matematika SEIRS .....	11
2.3 Persamaan Diferensial Biasa .....	13
2.3.1 Sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB) .....	15
2.3.2 Metode Penyelesaian Sistem PDB .....	16
2.4 Analisis Numerik .....	18
2.5 Aturan Matematika yang Digunakan dalam Penelitian....	21

2.6	Metode Runge-Kutta .....	23
2.6.1	Konsep Konvergensi Metode Runge-Kutta .....	25
2.6.2	Penurunan Formula Metode Runge-Kutta .....	26
2.6.3	Metode Runge-Kutta Orde Empat Belas .....	28
2.7	Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde 14 .....	32
2.8	Jumlah Iterasi .....	33
2.9	Algoritma dan Pemrograman MATLAB .....	33
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN .....</b>		<b>36</b>
3.1	Jenis Penelitian .....	36
3.2	Definisi Operasional .....	36
3.3	Prosedur Penelitian .....	37
3.4	Tempat Penelitian .....	40
3.5	Metode Pengumpulan Data .....	40
3.6	Analisis Data .....	42
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>		<b>44</b>
4.1	Model SEIRS pada Kasus Kecanduan <i>Game Online</i> .....	44
4.2	Formulasi Metode Runge-Kutta Orde Empat Belas .....	46
4.2.1	Sifat Metode Runge-Kutta Orde Empat Belas .....	46
4.2.2	Formula Metode Runge-Kutta Orde Empat Belas .....	65
4.3	Konvergensi Metode Runge-Kutta Orde Empat Belas .....	73
4.4	Efektifitas Metode Runge Kutta Orde 14 .....	79
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>		<b>98</b>
5.1	Kesimpulan .....	98
5.2	Saran .....	99
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>		<b>100</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>		<b>103</b>
<b>A. Matrik Penelitian .....</b>		<b>103</b>
<b>B. Kuesioner Penelitian .....</b>		<b>104</b>
<b>C. Instrumen Penelitian .....</b>		<b>108</b>
<b>D. Penjabaran Penilaian Lembar Validasi .....</b>		<b>109</b>
<b>E. Hasil Validasi .....</b>		<b>113</b>

F. Analisis Hasil Validasi.....	117
G. Data Hasil Penelitian .....	118
H. Konvergensi Metode Runge-Kutta Order 14 dengan Matlab.....	139



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Pemain Aktif <i>Game Online</i> Indonesia Tahun 2017 .....	7
2.2 Diagram model SIR .....	10
2.3 Diagram model SEIR.....	11
2.4 Diagram model SEIRS .....	12
2.5 Diagram Aproksimasi .....	21
2.6 <i>Butcer Array</i> .....	24
2.7 <i>Butcer Array</i> .....	24
2.8 <i>Butcer Array Metode Runge-Kutta orde tiga</i> .....	28
2.9 <i>Tampilan MATLAB</i> .....	35
3.1 Diagram alir prosedur penelitian .....	39
4.1 Grafik eksekusi RK14 pada Individu S dengan $h=0.01$ .....	90
4.2 Grafik eksekusi RK14 pada Individu E dengan $h=0.01$ .....	91
4.3 Grafik eksekusi RK14 pada Individu I dengan $h=0.01$ .....	91
4.4 Grafik eksekusi RK14 pada Individu R dengan $h=0.01$ .....	92
4.5 Grafik eksekusi RK14 iterasi 30000 dengan $h=0.01$ .....	94
4.6 Grafik eksekusi RK14 iterasi 100 dengan $h=0.01$ .....	95
4.7 Grafik eksekusi RK14 iterasi 500 dengan $h=0.01$ .....	95
4.8 Grafik eksekusi RK14 iterasi 3000 dengan $h=0.01$ .....	96
4.9 Grafik eksekusi RK14 iterasi 30000 dengan $h=0.01$ .....	97
4.10 Grafik eksekusi RK14 iterasi 50000 dengan $h=0.01$ .....	97

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Jumlah Download <i>Game Online</i> Populer .....	8
2.2 Definisi Parameter .....	13
3.1 Kategori Intepretasi Koefisien Validitas .....	42
4.1 Parameter dan Nilai Awal .....	46
4.2 Matriks Koefisien Runge-Kutta Orde Empat Belas .....	68
4.3 Data Efektifitas Metode Runge-Kutta Orde 14 dengan 3000 iterasi .....	93
4.4 Data Efektifitas Metode Runge-Kutta Orde 14 .....	96



## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang memiliki peran penting terhadap perkembangan ilmu lainnya. Konsep dan prinsip Matematika digunakan dalam setiap kegiatan sehari-hari seperti menghitung dan mengukur. Selain itu, peran ilmu Matematika sangat penting dalam menyelesaikan masalah di bidang ilmu-ilmu Fisika, Kimia, Biologi, Teknik, Kesehatan maupun berbagai fenomena yang ada di lingkungan masyarakat. Fenomena yang sedang marak saat ini tidak luput dari adanya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Perkembangan tersebut semakin memudahkan manusia dalam berbagai aktivitas, salah satunya yaitu perkembangan internet.

Perkembangan teknologi berupa internet memberikan manfaat yang sangat besar dalam kehidupan. Semakin hari, internet mengalami kemajuan dengan meningkatkan berbagai fitur yang diberikan guna memuaskan penggunanya. Perkembangan tersebut selain membantu aktivitas manusia dalam pekerjaan maupun pendidikan juga menyuguhkan hiburan seperti sosial media dan *game*. Beberapa tahun yang lalu, bermain *game* hanya dapat dilakukan oleh beberapa orang saja melalui *personal computer* (PC) yang dihubungkan melalui kabel satu sama lain dan biasa disebut *game offline*. Namun, saat ini bermain *game* dapat dilakukan kapan saja dan dimana saja menggunakan ponsel, laptop maupun PC (*Personal Computer*). Pemain dapat terhubung diseluruh dunia tanpa terhalang jarak dengan adanya internet. *Game* seperti itu biasa disebut dengan *game online*. Bermain *game online* secara berlebihan akan mengakibatkan penggunanya mengalami kecanduan. *Game online* selain memberikan hiburan juga memberikan tantangan yang menarik untuk diselesaikan, sehingga individu yang kecanduan akan bermain tanpa memperhitungkan waktu demi memperoleh kepuasan.

Pemodelan matematika adalah proses merepresentasikan masalah di dunia nyata dalam suatu persamaan matematika untuk memperoleh penyelesaian. Menurut Lovitt (1991) pemodelan matematika ditandai oleh dua ciri utama, yaitu (1) pemodelan bermula dan berakhir dengan dunia nyata, (2) pemodelan

membentuk suatu siklus. Saat ini, fenomena kecanduan *game online* sedang marak terjadi baik di Indonesia maupun di Luar Negeri. Fenomena ini menarik untuk diperbincangkan dan dikaji lebih dalam menggunakan pemodelan matematika karena penyebarannya yang semakin pesat dari waktu ke waktu. Penyebaran *game online* ini dapat terjadi melalui interaksi antara satu individu dengan individu lain di suatu lingkungan. Interaksi yang dilakukan dapat berupa interaksi secara langsung maupun melalui pertemanan di sosial media.

Kasus kecanduan *game online* ini dimodelkan kedalam model SEIRS. Model matematika identik dengan membagi individu menjadi kelas-kelas, pemain *game online* dibagi menjadi empat kelas yaitu individu rentan (S) merupakan individu yang belum mengenal *game online* namun berpotensi mengalami kecanduan *game online*, individu terpapar (E) yaitu individu yang sudah mulai bermain *game online* dengan intensitas jarang, individu terinfeksi (I) yaitu individu yang mengalami kecanduan *game online*, dan individu sehat namun rentan (R) merupakan individu sembuh dari kecanduan *game online* namun berpotensi mengalami kecanduan *game online* karena perkembangan internet saat ini. Model ini merupakan pengembangan dari model SIR atau biasa disebut model *Kermack Mckendrick* dan model SEIR. Model SEIRS pada kasus kecanduan *game online* ini berdasarkan jurnal milik Danling Zhao, dkk yang berisi tentang model SEIR pada penggunaan jejaring sosial *online*.

Proses penurunan model matematika dimulai dari tahap observasi, menentukan variabel keadaan, menentukan hubungan sebab akibat, dan menurunkan model matematika. Model yang terbentuk berupa persamaan diferensial biasa (PDB) dengan waktu sebagai variabel bebasnya. Persamaan Diferensial Biasa adalah persamaan diferensial yang hanya memiliki satu variabel bebas. Terdapat beberapa metode dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa yaitu metode analitik, metode kualitatif, dan metode numerik. Pada penelitian ini digunakan metode numerik karena masalah sehari-hari pada praktiknya tidak sederhana sehingga, tidak dapat diselesaikan menggunakan metode analitik maupun metode kualitatif.

Metode numerik yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan

diferensial terdapat dua macam, yaitu metode satu langkah (*one step method*) dan metode banyak langkah (*multi step method*). Salah satu metode numerik yang menggunakan metode satu langkah dengan nilai awal yang diketahui adalah metode Runge-Kutta. Beberapa penelitian sebelumnya telah banyak menggunakan metode Runge-Kutta untuk menyelesaikan pemodelan matematika dalam berbagai bidang ilmu seperti bidang kesehatan dan fenomena yang banyak terjadi di masyarakat. Metode Runge-Kutta adalah perbaikan dari metode euler dengan menggunakan aturan Taylor. Metode euler merupakan metode numerik satu langkah yang paling sederhana. Metode euler disebut juga metode Runge-Kutta orde pertama yang mempunyai ketelitian kurang dan galat (*error*) yang cukup besar dibandingkan metode numerik lainnya. Beberapa penelitian dilakukan dengan meningkatkan orde pada metode Runge-Kutta untuk mengetahui tingkat efektif dan efisiensinya dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Masalah yang digunakan dalam penelitian ini yaitu asus kecanduan *game online* yang ditujukan kepada siswa SMKN 1 Jember dengan usia antara 15-18 tahun.

Peningkatan orde pada metode Runge-Kutta terus dilakukan untuk memperoleh tingkat ketelitian yang lebih besar. Beberapa penelitian diantaranya oleh Ardhilia (2013) menemukan formulasi metode Runge-Kutta orde delapan dalam menyelesaikan model matematika penyebaran penyakit malaria. Selanjutnya Anggraeni (2013) menemukan formulasi metode Runge-Kutta orde sembilan untuk menyelesaikan model infeksi mycobacterium tuberculosis yang lebih efektif dan efisien dibanding metode Runge-Kutta orde sebelumnya maupun metode Adam Bashforth Moulton orde yang sama. Terakhir adalah Suharyono (2015) menggunakan metode Runge-Kutta orde sepuluh pada penyebaran virus avian influenza. Dengan memperhatikan solusi-solusi numerik hasil penelitian yang dilakukan oleh peneliti lain dan model persamaan diferensial biasa dengan kondisi nilai awal yang diketahui dalam berbagai bidang ilmu maka, dilakukan penelitian yang serupa dalam menyelesaikan kasus kecanduan *game online* menggunakan orde yang lebih tinggi yaitu metode Runge-Kutta orde empat belas. Sehingga peneliti

melakukan penelitian yang berjudul "Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan *Game Online* Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 14".

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan dalam penelitian ini sebagai berikut:

- 1) bagaimana model matematika SEIRS pada kasus kecanduan *game online*?
- 2) bagaimana formulasi metode Runge-Kutta orde empat belas pada kasus kecanduan *game online*?
- 3) bagaimana konvergensi metode Runge-Kutta order empat belas pada kasus kecanduan *game online*?
- 4) bagaimana efektifitas metode Runge-Kutta order empat belas dalam menyelesaikan model matematika pada kasus kecanduan *game online*?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

- 1) model matematika yang digunakan pada kasus kecanduan *game online* adalah model matematika SEIRS
- 2) metode yang digunakan untuk menganalisis model matematika SEIRS adalah metode Runge-Kutta order empat belas
- 3) Pengelompokan individu S,E,I,R pada kasus kecanduan *game online* tidak menggunakan ketentuan dari bidang kedokteran maupun psikologi

## 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan yang akan dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) untuk mengetahui model matematika SEIRS pada kasus kecanduan *game online*;
- 2) untuk mengetahui formulasi metode Runge-Kutta order empat belas pada kasus kecanduan *game online*;
- 3) untuk mengetahui konvergensi metode Runge-Kutta order empat belas pada kasus kecanduan *game online*;

- 4) untuk mengetahui efektifitas metode Runge-Kutta order empat belas dalam menyelesaikan model matematika pada kasus kecanduan *game online*.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) dalam bidang ilmu eksak khususnya Matematika, dapat memberikan kontribusi berupa formulasi dan hasil *programming* metode Runge-Kutta order empat belas;
- 2) bagi peneliti lain, dapat digunakan sebagai referensi dan bahan pertimbangan apabila ingin melakukan penelitian sejenis;
- 3) bagi peneliti, dapat menambah pengetahuan serta wawasan dalam menganalisis model matematika pada kasus kecanduan *game online* menggunakan metode Runge-Kutta order empat belas;

### 1.6 Kebaharuan Penelitian

Adapun kebaruan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) model matematika SEIRS pada kasus kecanduan *game online*;
- 2) formulasi metode Runge-Kutta order empat belas pada kasus kecanduan *game online*.

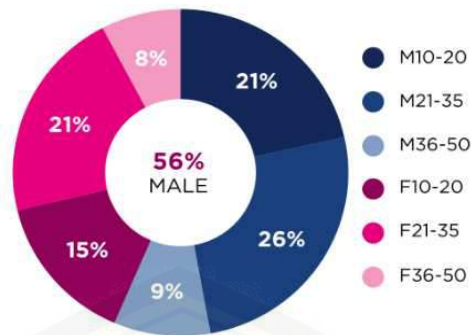
## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Kecanduan *Game Online*

*Game online* merupakan permainan yang dioperasikan menggunakan koneksi internet (Kurniawan, 2017). Pada awalnya *game online* lebih dikenal dengan *game* jaringan dimana beberapa *personal computer* (PC) dihubungkan melalui kabel satu sama lain dan dapat bermain *game* bersama didalamnya. Berkembangnya zaman menyebabkan *game* jaringan ini akhirnya digantikan oleh *game online*. Jaringan yang digunakan saat ini untuk bermain adalah internet. Peminat *game online* sekarang ini meningkat dikarenakan fitur-fitur serta ragam permainan yang dapat dimainkan lebih banyak. Modifikasi model permainan yang tidak terbatas serta komunikasi yang tidak terbatas jarak menjadi alasan utama orang lebih menyukai *game online*. Pemain dapat bermain dari berbagai tempat secara bersama sehingga tidak perlu untuk berkumpul bersama disatu tempat (Wijayanto, 2018).

Weinsten (dalam Prastyo., dkk, 2017) mengemukakan istilah kecanduan (*addiction*) awalnya digunakan terutama mengacu kepada penggunaan alkohol dan obat-obatan. Kecanduan adalah ketergantungan yang menetap dan kompulsif pada suatu perilaku atau zat. Kecanduan *game online* ditandai oleh sejauh mana seseorang bermain *game* secara berlebihan yang dapat berpengaruh negatif bagi pemain *game* tersebut.

Terdapat beberapa kasus kecanduan *game online* yang terjadi di beberapa daerah di Indonesia, termasuk di kabupaten Jember. Dampak yang ditimbulkan cenderung mengarah pada hal yang negatif bagi dirinya sendiri maupun orang lain. Dikutip dari Newzoo (2017) Pada 2017 ada 43.7 juta *gamer* di Indonesia, menghabiskan total 880 juta dollar. Hal tersebut menjadikan Indonesia urutan 16 di seluruh dunia dalam hal pendapatan *game*. 56% *gamer* pada PC/Laptop adalah pria, 26% adalah pria berusia antara 21-35 tahun, 21% pria berusia 10-20 tahun, dan 9% pria berusia 36-50 tahun. sedangkan 46% sisanya adalah *gamer* wanita yang juga didominasi sebanyak 21% oleh wanita berusia 21-35 tahun, disusul dengan 15% wanita berusia 10-20 tahun, dan terakhir 8% wanita berusia 36-50 tahun.



Gambar 2.1 Pemain Aktif *Game Online* Indonesia Tahun 2017  
(sumber : newzoo.com)

Menurut WHO (2018) Seseorang dikatakan kecanduan *game online* apabila memenuhi kriteria sebagai berikut:

1. Ada gangguan kontrol untuk melakukan permainan tersebut (tidak dapat mengendalikan diri);
2. Lebih memprioritaskan memainkan permainan tersebut dibandingkan dengan aktivitas yang seharusnya lebih diutamakan;
3. Intensitasnya semakin meningkat dan berkelanjutan meskipun ada konsekuensi atau dampak negatif yang dirasakan;
4. Perilaku berpola tersebut menyebabkan gangguan yang bermakna pada fungsi pribadi, keluarga, sosial, pendidikan dan area penting lainnya;
5. Pola tersebut sudah berlangsung selama 12 bulan.

*Game Online* dapat dimainkan di komputer/laptop maupun di ponsel. Bermain *game online* di ponsel jauh lebih mudah dimana saja dan kapan saja. Selain itu, untuk memperoleh *game online* tersebut cukup dengan mengunduh melalui aplikasi *play store* maupun aplikasi lain yang sejenis. Berikut ini beberapa sampel *game online* dengan jumlah download cukup banyak melalui aplikasi *play store*:

Tabel 2.1 Jumlah Download *Game Online* Populer

<i>Nama Game Online</i>	<i>Jumlah Download</i>
Clash of Clans	500 jt+
PUBG Mobile	100 jt+
Garena Free Fire	100 jt+
Hago	100 jt+
Mobile Legend	100 jt+
Lords Mobile	100 jt+
Clash Royale	100 jt+
Crisis Action	10 jt+
Garena AOV	10 jt+
Auto Chess	5 jt+

## 2.2 Model Matematika dan Pemodelan Matematika

Model matematika merupakan terjemahan ide atau gagasan matematika dari suatu masalah nyata yang diungkapkan melalui lambang atau simbol matematika dalam pemecahan masalah. Model matematika dibuat sebagai cara dalam penyelesaian masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari yang diselesaikan menggunakan matematika (Pitriani, 2016).

Ripno, 2011 mengemukakan secara umum pemodelan matematika merupakan usaha perancangan rumusan matematika yang secara potensial menggambarkan bagaimana mendapatkan penyelesaian masalah matematika yang digeneralisasikan untuk diterapkan pada perilaku atau kejadian alam. Jadi pemodelan matematika merupakan proses untuk merepresentasikan sistem atau masalah di dunia nyata ke dalam pernyataan matematika. Sedangkan menurut Pagalay, 2009 Pemodelan matematika merupakan gambaran logika yang tertuang ke dalam persamaan matematika. Secara epidemiologi, Pemodelan Matematika terdiri atas kajian pada fenomena di masyarakat dan fenomena di dalam tubuh (*human*). Menurut Lovitt (1991) pemodelan matematika ditandai oleh dua ciri utama, yaitu (1) pemodelan bermula dan berakhir dengan dunia nyata, (2) pemodelan membentuk suatu siklus. Penyusunan pemodelan Matematika akan mengikuti beberapa tahap, yaitu sebagai berikut.



1. Pengamatan fenomena sistem fisik yang akan dimodelkan;
2. Mengidentifikasi beberapa elemen yang menyusun sistem, termasuk variabel terikat dan variabel bebas;
3. Identifikasi banyak elemen yang menyusun sistem dan pengidentifikasian hubungan sebab akibat, sebagaimana pada persamaan konservasi yang berhubungan dengan kuantitas keadaan sistem;
4. Penurunan model Matematika menggunakan variabel terikat, yaitu dengan mengeksplor hubungan antara sebab akibat yang dimiliki (Iswanto, 2012).

Berdasarkan uraian di atas, pemodelan Matematika yang dimaksud merupakan usaha merancang rumusan Matematika dari kasus kecanduan *game online* agar diperoleh suatu penyelesaian berdasarkan data-data yang diperoleh.

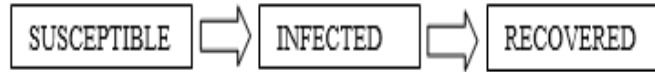
### 2.2.1 Model Matematika SIR

Model SIR pertama kali diperkenalkan oleh W.O.Kermack dan Mc.Kendrick dalam makalahnya yang berjudul "A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics", yang kemudian muncul dalam *Proceeding Royal Society London* halaman 700-721 tahun 1927, dan kemudian menjadi peranan penting dalam perkembangan matematika epidemi. Di dalam modelnya, populasi manusia dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu rentan dengan simbol S, terinfeksi dengan simbol I dan sembuh atau recovery dengan simbol R, yang masing-masing diberikan dalam bentuk S, I, dan R. Jumlah populasi dari kelompok tersebut adalah

$$N = S + I + R \quad (2.1)$$

Model SIR umumnya ditulis dalam bentuk persamaan diferensial biasa (PDB), yang merupakan salah satu bagian model *deterministik* dengan waktu kontinyu. Analoginya hampir sama dengan reaksi kinetik, dimana kita dapat mengasumsikan perubahan individu terinfeksi dan susceptible terjadi dengan laju proporsional terhadap jumlah populasi. Laju perubahan individu terinfeksi baru didefinisikan sebagai  $\alpha SI - \beta I$ , dengan  $\alpha$  merupakan nilai transmisivitas sedangkan  $\beta$  merupakan nilai laju penyembuhan. Individu yang terinfeksi diasumsikan dapat kembali sembuh dengan probabilitas konstan sepanjang waktu, yang kemudian berubah secara konstan dengan laju penyembuhan per

kapita yang dinotasikan sebagai  $\beta$  dan keseluruhannya disimbolkan sebagai  $\beta I$ . Berdasarkan asumsi ini, maka kita dapat membentuk skema model ini menjadi sebagai berikut.



Gambar 2.2 Diagram model SIR

Diagram tersebut dapat dibentuk dalam persamaan diferensial sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\alpha SI \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha SI - \beta I \\ \frac{dR}{dt} &= \beta I\end{aligned}\quad (2.2)$$

Persamaan ini menggambarkan mengenai transisi masing-masing individu dari  $S$  ke  $I$  lalu ke  $R$ . Dengan menambahkan ketiga persamaan tersebut kita dapat menunjukkan dengan mudah bahwa total populasi adalah konstan (Iswanto, 2012).

### 2.2.2 Model Matematika SEIR

Model SEIR secara umum pemodelannya identik dengan penurunan model SIR. Akan tetapi dalam model yang baru ini ditambahkan sebuah variabel, yaitu exposed ( $E$ ) yang merupakan individu terpapar atau sudah terdeteksi penyakit namun belum sepenuhnya terinfeksi. Jumlah seluruh populasi, dalam hal ini  $S, E, I$ , dan  $R$  merupakan konstan, yang diberikan didalam rumusan sebagai berikut:

$$N = S + E + I + R \quad (2.3)$$

Konsep yang sama diberikan pada model SEIR, yaitu berupa transisi masing-masing keadaan sebagai sebuah dinamika perubahan di dalam populasi. Pada keadaan awal individu dapat dikatakan susceptible yang dapat bertransisi ke individu exposed, akan tetapi individu ini belum sepenuhnya terinfeksi

penyakit. Jika individu exposed menjadi terinfeksi maka dapat dikatakan bahwa individu tersebut berubah menjadi infected. Setelah terinfeksi dan kemudian menjadi sembuh, individu ini menjadi recovered. Secara umum perubahan tersebut dapat dilihat pada diagram berikut ini.

Model persamaan diferensial utama dalam SEIR ini dirumuskan sebagai berikut:



Gambar 2.3 Diagram model SEIR

Persamaan yang terbentuk adalah:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= -\alpha SI \\
 \frac{dE}{dt} &= \alpha SI - \gamma E \\
 \frac{dI}{dt} &= \gamma E - \beta I \\
 \frac{dR}{dt} &= \beta I
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Parameter  $\alpha$  dalam persamaan tersebut adalah transmisivitas. Sedangkan bentuk  $\alpha SI$  merupakan standar kinetik, berdasarkan hal ini mempertemukan setiap unit waktu dalam setiap susceptible dan infected. Transmisivitas  $\alpha$  didefinisikan dengan pertemuan antara frekuensi dan efisiensi yang menyebabkan sebuah penyakit dapat berkembang atau menular. Parameter  $\gamma$  diberikan sebagai transisi dari keadaan exposed menjadi keadaan terinfeksi. Parameter  $\beta$  mendeskripsikan transisi antara terinfeksi dan recovered (Iswanto, 2012).

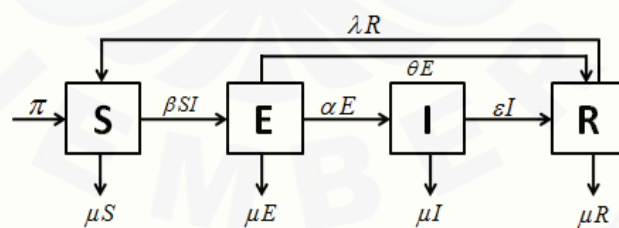
### 2.2.3 Model Matematika SEIRS

Model Matematika didasari oleh pemikiran yang sama yaitu membagi individu menjadi kelas-kelas. Model matematika kecanduan *game online* menggunakan model SEIRS yang membagi individu menjadi 4 kelas yaitu individu rentan ( $S$ ), individu terpapar ( $E$ ), individu terinfeksi ( $I$ ), dan individu sembuh namun rentan ( $R$ ).

S, E, I, R didefinisikan sebagai berikut :

- S(*Susceptible*) adalah individu rentan, merupakan individu yang belum mengenal *game online* atau sudah mengenal namun tidak bermain *game online*. Individu ini rentan untuk kecanduan *game online*.
- E(*Exposed*) adalah individu terpapar, merupakan individu yang bermain *game online* namun dengan intensitas jarang. Individu terpapar (E) dapat sembuh tanpa menjadi individu terinfeksi.
- I(*Infected*) adalah Individu yang kecanduan *game online*. Mereka bermain minimal 30 jam dalam seminggu atau minimal 4 sampai 5 jam dalam sehari, berlangsung minimal dalam 1 tahun, tidak dapat berhenti bermain *game online*, tidak melakukan sesuatu yang seharusnya dikerjakan karena bermain *game online*, lebih mementingkan bermain *game online* daripada bersosialisasi dengan lingkungan sekitar atau orang lain, menyadari dampak negatif dari bermain *game online* namun tetap bermain *game online* secara terus menerus.
- R(*Recovered*) adalah individu sembuh, merupakan Individu terpapar atau individu terinfeksi yang sudah berhenti bermain *game online* karena alasan tertentu. Individu ini dapat rentan kembali bermain *game online* karena penyebaran *game online* yang semakin pesat di era modern saat ini.

Diagram model SEIRS dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.4 Diagram model SEIRS

Persamaan yang terbentuk yaitu:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \pi - \mu S - \beta SI + \lambda R \\
\frac{dE}{dt} &= \beta SI - \alpha E - \mu E - \theta E \\
\frac{dI}{dt} &= \alpha E - \varepsilon I - \mu I \\
\frac{dR}{dt} &= \varepsilon I - \mu R + \theta E - \lambda R
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Tabel 2.2 Definisi Parameter

Parameter	Definisi
$S(t)$	Banyaknya individu rentan pada waktu $t$
$E(t)$	Banyaknya individu terpapar pada waktu $t$
$I(t)$	Banyaknya individu terinfeksi pada waktu $t$
$R(t)$	Banyaknya individu sembuh namun rentan pada waktu $t$
$\pi$	Tingkat pengguna masuk <i>game online</i>
$\mu$	Tingkat pengguna keluar <i>game online</i>
$\beta$	Laju perpindahan dari $S$ ke $E$
$\alpha$	Laju perpindahan dari $E$ ke $I$
$\varepsilon$	Laju kesembuhan
$\lambda$	Laju perpindahan dari $R$ ke $S$
$\theta$	Laju perpindahan dari $E$ ke $R$

Diagram dan persamaan diatas mengembangkan penelitian milik Danling Zhao, dkk yang berjudul "An Extended Seir Model Considering Homepage Effect for The Information Propagation of Online Social Networks" pada tahun 2018. Penelitian tersebut membahas tentang model SEIR pada penyebaran informasi pada jejaring sosial *online*. Sedangkan pada penelitian ini digunakan model SEIRS yang disesuaikan dengan kasus kecanduan *game online* dimana pada pengguna sembuh dapat kembali menjadi individu rentan dengan adanya perkembangan *game online* yang pesat.

### 2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan yang terbentuk dari model kecanduan *game online* merupakan persamaan diferensial. Persamaan diferensial adalah persamaan yang

mengandung beberapa turunan dari suatu fungsi (Suharyono, 2015). Terdapat dua jenis persamaan diferensial yaitu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial(PDP).

Menurut Ibbas (2017) Persamaan diferensial adalah persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih, yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dan turunannya dalam berbagai order. Persamaan diferensial memegang peranan penting dalam rekayasa, fisika, ilmu ekonomi dan berbagai macam disiplin ilmu. Persamaan diferensial muncul dalam berbagai bidang sains dan teknologi, bilamana hubungan deterministik yang melibatkan besaran yang berubah secara kontinyu dimodelkan oleh fungsi matematika dan laju perubahannya dinyatakan sebagai turunan diketahui atau dipostulatkan. Pada dasarnya persamaan diferensial dibagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa (PDB) dan persamaan diferensial parsial (PDP). Persamaan diferensial biasa (PDB) atau Ordinary Differential Equations (ODE) adalah persamaan diferensial yang hanya mempunyai satu variabel bebas sedangkan PDP adalah persamaan diferensial yang mempunyai dua atau lebih variabel bebas.

Persamaan kecanduan *game online* berbentuk persamaan diferensial biasa (PDB) dengan waktu ( $t$ ) sebagai variabel bebasnya. Bentuk umum dari Persamaan Diferensial Biasa (PDB) adalah:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0 \quad (2.6)$$

dimana  $F$  adalah suatu fungsi dari variabel bebas  $x$ , variabel terikat  $y$ , dan turunan  $y$  sampai order ke- $n$ . Sehubungan dengan itu, Ibbas (2017) menyatakan order pada persamaan diferensial adalah order dari turunan yang terdapat pada persamaan itu yang tingkatannya paling tinggi.

Persamaan Diferensial Biasa order  $n$  dikatakan linier apabila ia dapat dituliskan dalam bentuk:

$$a_0(x)y^n + a_1(x)y^{n-1} + \dots + a_n(x)y = F(x), a_0(x) \neq 0 \quad (2.7)$$

Nilai  $a_0(x) \neq 0$  tidak boleh bernilai 0 arena jika bernilai 0 maka PDB tersebut tidak berorde  $n$ . Fungsi  $a_0(x), a_1(x), \dots, a_n(x)$  disebut koefisien dari PDB. Jika suatu PDB tidak bisa dinyatakan dalam bentuk persamaan (2.7), maka PDB tersebut dikatakan PDB tidak linier. Apabila semua koefisien adalah fungsi

konstan, maka PDB tersebut dikatakan mempunyai koefisien konstanta. Apabila semua koefisien adalah fungsi dari variabel  $x$ , maka PDB tersebut dikatakan mempunyai koefisien variabel. Apabila  $F(x) = 0$ , maka PDB tersebut dikatakan homogen. Sebaliknya PDB dikatakan tak homogen apabila  $F(x)$  tidak identik dengan 0.

### 2.3.1 Sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB)

Suatu fenomena biasa dimodelkan dalam suatu sistem PDB. Sistem PDB adalah suatu sistem yang melibatkan beberapa persamaan diferensial yang memuat beberapa variabel terikat, variabel bebas dan parameter yang saling berkaitan satu sama lain. Variabel yang berada dalam sistem PDB berkaitan erat dengan faktor-faktor dalam suatu fenomena.

Suatu fungsi  $y(x)$  dikatakan solusi dari suatu PDB apabila  $y(x)$  disubstitusikan kedalam PDB, persamaan yang dihasilkan adalah benar untuk semua  $x$  dalam domain  $y(x)$ . Secara umum, solusi dari sistem PDB dikategorikan ke dalam tiga jenis solusi yaitu:

1. solusi umum, yaitu solusi yang mengandung konstanta esensial;
2. solusi khusus, yaitu solusi yang tidak mengandung konstanta esensial yang disebabkan oleh tambahan syarat awal pada suatu PDB;
3. solusi singular, yaitu solusi yang tidak didapat dari hasil mensubstitusikan suatu nilai pada konstanta solusi umumnya.

Persamaan diferensial biasa order pertama dapat disajikan dalam bentuk berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \text{ atau } y' = f(x, y) \quad (2.8)$$

Solusi dari persamaan ini adalah  $y(x)$  yang memenuhi persamaan  $y'(x) = f(x, y(x))$  di semua titik pada interval domain  $[a, b]$ . Selanjutnya persamaan (2.8) dikatakan merupakan masalah nilai awal bila solusi itu memenuhi nilai awal  $y(a) = y_0$ , sehingga persamaan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y' = f(x, y), a \leq x \leq b$$

$$y(a) = y_0$$

Kemudian bila persamaan ini terdiri dari lebih dari satu persamaan yang saling terkait maka dikategorikan sebagai sistem persamaan diferensial. Sistem persamaan diferensial order pertama dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y'_1 &= f_1(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ y'_2 &= f_2(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ &\vdots \\ y'_n &= f_n(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned}$$

Atau dalam bentuk umum,

$$y'_i = f_i(t, y_1, y_2, \dots, y_n), \quad i = 1, 2, \dots, n; a \leq t \leq b \quad (2.9)$$

dan dengan nilai awal  $y_1(a) = \alpha_1, y_2(a) = \alpha_2, \dots, y_n(a) = \alpha_n$ .

### 2.3.2 Metode Penyelesaian Sistem PDB

Metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan PDB pada dasarnya ada tiga yaitu analitik, kualitatif, dan numerik. Penjelasan masing-masing metode tersebut ialah sebagai berikut:

#### 1. Metode Analitik

Representasi secara analitik dari suatu solusi bisa berbentuk salah satu dari bentuk berikut:

- Bentuk eksplisit  $y = F(x)$ , dalam hal ini variabel terikat terisolasi secara penuh dan hanya nampak sebagai pangkat satu pada sisi suatu persamaan. Di sisi lain dari persamaan tersebut hanya mengandung ekspresi dalam variabel  $x$  atau konstanta;
- Bentuk implisit adalah persamaan  $F(x, y) = 0$  yang mengandung variabel bebas maupun variabel terikat tetapi tidak mengandung turunannya.

Kelebihan dari solusi secara analitik adalah formula yang diinginkan bisa diperoleh baik secara eksplisit maupun implisit. Namun tidak semua persamaan diferensial biasa dapat diselesaikan secara analitik, tergantung pada karakteristiknya (kelinieran dan homogenitas), artinya persamaan diferensial biasa pada tingkat order tertentu sulit diselesaikan secara analitik.



Disamping itu juga penyelesaian persamaan diferensial biasa secara analitik juga mempunyai keterbatasan pada alat hitungnya.

## 2. Metode Kualitatif

Representasi secara kualitatif dari solusi PDB memudahkan pembaca untuk menginterpretasikannya dan biasanya mampu memberikan informasi secara jelas tentang kelakuan solusi (meskipun) tanpa harus mendapatkan formula untuk solusi tersebut. Metode ini sering digunakan untuk menganalisa kestabilan gerak suatu sistem, baik gerak suatu benda maupun pertumbuhan spesies. Secara geometris, solusi PDB order satu suatu kurva dengan gradien di sebarang titik pada kurva merupakan nilai turunan pertama pada titik tersebut seperti yang diberikan oleh PDB.

## 3. Metode Numerik

Metode numerik merupakan salah satu metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan sistem PDB. Metode numerik dipilih karena pada pratiknya, permasalahan di dunia nyata tidaklah sederhana dan tidak dapat diselesaikan menggunakan metode analitik maupun metode kualitatif. Konsep metode numerik menggunakan teknik pendekatan atau aproksimasi dimana terdapat selisih antara solusi sejati dengan solusi numerik yang dihasilkan. Selisih tersebut biasa disebut galat atau *error*.

Menentukan solusi PDB secara numerik pada dasarnya adalah mencari barisan  $x_i, y_i$ . Metode numerik untuk menyelesaikan PDB itu sendiri dibedakan menjadi dua yaitu metode satu langkah (*one step method*) dan metode banyak langkah (*multi step method*). Dikatakan metode satu langkah apabila untuk menentukan  $y_{n+1}$  hanya memerlukan nilai  $y_n$ , sedangkan apabila nilai  $y_{n+1}$  diperoleh menggunakan lebih dari satu nilai  $y$  sebelumnya, misalkan  $y_{n-2}, y_{n-1}, y_n, \dots$  maka metode tersebut dikatakan metode banyak langkah.

## 2.4 Analisis Numerik

Analisis numerik adalah terapan matematika untuk menganalisis sebuah metode numerik. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Metode artinya cara, sedangkan numerik artinya angka. Jadi metode numerik secara harafiah berarti cara berhitung dengan menggunakan angka-angka (Munir, 2010).

Perbedaan utama antara metode numerik dengan metode analitik terletak pada dua hal. Pertama, solusi dengan menggunakan metode numerik selalu berbentuk angka. Bandingkan dengan metode analitik yang biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk fungsi matematik yang selanjutnya fungsi matematik tersebut dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka. Kedua, dengan metode numerik, kita hanya memperoleh solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati sehingga solusi numerik dinamakan juga solusi hampiran (*approxomation*) atau solusi pendekatan, namun solusi hampiran dapat dibuat seteliti yang kita inginkan. Solusi hampiran jelas tidak tepat sama dengan solusi sejati, sehingga ada selisih antara keduanya. Selisih inilah yang disebut dengan galat (*error*) (Munir, 2010).

Enam tahap yang dilakukan dakam pemecahan persoalan dunia nyata dengan metode numerik menurut Munir (2010) yaitu:

1. Pemodelan

Tahap pertama yaitu pemodelan. Persoalan dunia nyata dimodelkan ke dalam persamaan matematika. Pada penelitian ini pemodelan dilakukan pada fenomena kecanduan game online menggunakan model SEIRS.

2. Penyederhanaan Model

Model matematika yang dihasilkan dari tahap 1 mungkin saja terlalu kompleks, yaitu memasukkan banyak peubah (variabel) atau parameter. Semakin kompleks model matematikanya, semakin rumit penyelesaiannya. Model matematika yang diperoleh dari penyederhanaan menjadi lebih sederhana sehingga solusinya akan lebih mudah diperoleh.

### 3. Formulasi Numerik

Setelah model matematika yang sederhana diperoleh, tahap selanjutnya adalah memformulasikannya secara numerik, antara lain:

**a.** menentukan metode numerik yang akan dipakai bersama-sama dengan analisis galat awal (yaitu taksiran galat, penentuan ukuran langkah, dan sebagainya).

- apakah metode tersebut teliti?
- apakah metode tersebut mudah diprogram dan waktu pelaksanaannya cepat?
- apakah metode tersebut tidak peka terhadap perubahan data yang cukup kecil?

**b.** menyusun algoritma dari metode numerik yang dipilih.

### 4. Pemrograman

Tahap selanjutnya adalah menerjemahkan algoritma ke dalam program komputer dengan menggunakan salah satu bahasa pemrograman yang dikuasai.

### 5. Operasional

Pada tahap ini, program komputer dijalankan dengan data uji coba sebelum data yang sesungguhnya.

### 6. Evaluasi

Bila program sudah selesai dijalankan dengan data yang sesungguhnya, maka hasil yang diperoleh diinterpretasi. Interpretasi meliputi analisis hasil *run* dan membandingkannya dengan prinsip dasar dan hasil-hasil empirik untuk menaksir kualitas solusi numerik, dan keputusan untuk menjalankan kembali program untuk memperoleh hasil yang lebih baik.

Solusi suatu permasalahan menggunakan metode numerik tidak terlepas dari menentukan fungsi aproksimasi yang terdekat dengan fenomena yang akan diselesaikan. Penentuan fungsi aproksimasi biasanya diperoleh dari pengembangan fungsi-fungsi polinomial, fungsi rasional ataupun fungsi

eksponensial, yang masing-masing harus dianalisis kedekatannya untuk menentukan fungsi yang dianggap paling sesuai. Sehingga diperlukan konsep-konsep seperti pengertian vektor dan matrik untuk memberikan gambaran lebih lengkap bagaimana menetapkan fungsi-fungsi aproksimasi. Khusus dalam kegiatan mengukur kedekatan fungsi aproksimasi dengan fungsi yang diaproksimasi diperlukan konsep teoritis tambahan yaitu konsep Norm dan Ruang Linier.

Norm terdiri dari dua jenis yaitu norm vektor dan norm matriks. Penelitian ini menggunakan norm vektor, berikut definisi norm vektor menurut (Ishabu, 2010):

**Definisi 2.4.1 (Norm Vektor)** Diberikan  $X$  adalah ruang linier atas field  $F$  ( $R$  atau  $C$ ). Fungsi  $\|\cdot\| : X \rightarrow R$  adalah norm vektor jika untuk setiap  $x, y \in X$  berlaku aksioma berikut:

1.  $\|x\| \geq 0$  untuk setiap  $x \in X$
2.  $\|x\| = 0$  jika dan hanya jika  $x = 0$
3.  $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$  untuk semua skalar  $\alpha \in F$  dan untuk setiap  $x \in X$
4.  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$  untuk setiap  $x \in X$

**Definisi 2.4.3 (Ruang Linier (RL))** Himpunan  $F$  dikatakan suatu ruang linier bila operasi penjumlahan dan perkalian terdefinisi di dalamnya sehingga  $f \cdot g \in F$  dan  $\alpha f + \beta g \in F$  untuk  $\forall f, g \in F$ .

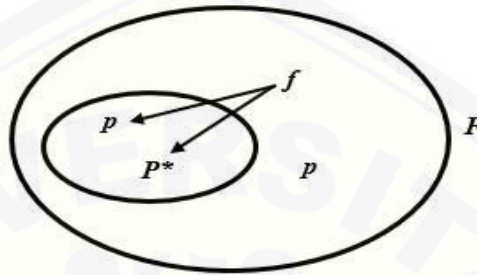
**Definisi 2.4.4 (Ruang Linier Norm (RLN))**  $F$  dikatakan suatu ruang linier norm bila  $F$  merupakan ruang linier dan terdapat fungsi norm sehingga

1.  $\|f\| > 0$  untuk  $f \neq 0$  atau  $\|f\| = 0$  untuk  $f = 0$
2.  $\|\alpha f\| = |\alpha| \|f\|$
3.  $\|f + g\| \leq \|f\| + \|g\|$

untuk semua  $f, g \in F$

Dari definisi norm dan ruang linier di atas, maka fungsi aproksimasi yang paling dekat ( $p^*$ ) dengan fungsi yang diaproksimasi ( $f$ ) dapat ditunjukkan dengan

membandingkan norm dari  $(f - p^*)$  dan norm dari  $(f - p)$ , dimana  $p$  adalah fungsi-fungsi aproksimasi lainnya. Dengan demikian misal  $f \in F$  dan  $f \in P$  maka teknik aproksimasi sebenarnya adalah masalah untuk menentukan  $p^* \in P$  sedemikian hingga  $\|f - p^*\| \leq \|f - p\|, \forall p \in P$ . Selanjutnya  $p^*$  disebut aproksimasi terbaik terhadap  $f$ , dan dapat digambarkan dalam diagram Venn pada gambar (2.5)



Gambar 2.5 Diagram Aproksimasi

Untuk meminimalisasi kesalahan dalam teknik numerik diatasi dengan teknik penghitungan berulang dan setiap satu kali perulangan iterasi dievaluasi dan dikonfirmasi dengan toleransi  $e$  yang telah ditetapkan. Artinya perulangan (*looping*) itu dilakukan agar  $\|f - p^*\| \leq e$ . Apabila hal ini dipenuhi, proses iterasi itu akan otomatis dihentikan karena target akurasi sudah dicapai oleh komputer, dengan kata lain  $\|f - p^*\|$  konvergen atau  $\lim_{n \rightarrow \infty} \|f - p^*\| = 0$ . Solusi numerik pada dasarnya adalah aproksimasi untuk nilai variabel terikat pada nilai-nilai tertentu, sehingga solusi yang diperoleh mengandung galat (*error*).

## 2.5 Aturan Matematika yang Digunakan dalam Penelitian

Proses dalam menurunkan formula metode Runge-Kutta order empat belas diperlukan beberapa aturan matematika, diantaranya sebagai berikut :

1. **Aturan Taylor.** Aturan Taylor menyatakan bahwa suatu fungsi yang terdiferensiasi dapat dinyatakan dalam suatu deret pangkat atau suku banyak (polinomial). Koefisien polinomial tersebut hanya tergantung pada turunan fungsi pada titik yang bersangkutan. Lebih lanjut, aturan Taylor memberikan estimasi nilai galat dari seberapa banyaknya barisan dalam

deret yang digunakan. Taylor berasal dari nama matematikawan Brook Taylor, yang menyatakannya pada tahun 1712, meskipun hasilnya sudah ditemukan pertama kali tahun 1671 oleh James Gregory. Aturan Taylor sangat diperlukan dalam analisis numerik. Aturan Taylor secara umum digunakan untuk membantu dalam mendapatkan nilai koefisien Runge Kutta. Jika  $f(x)$  mempunyai sejumlah turunan yang kontinu pada  $[a, b]$  dan  $c$  merupakan suatu titik pada  $[a, b]$ , maka untuk semua  $x \in [a, b]$  terdapat,

$$f(x) = f(c) + f'(c)(x - c) + \frac{f''(c)(x - c)^2}{2!} + \dots + \frac{f^n(c)(x - c)^n}{n!} + R_{n+1}(x) \quad (2.10)$$

dimana,

$$R_{n+1}(x) = \frac{1}{n!} \int_c^x (x - s)^n f^{n+1}(s) ds \quad (2.11)$$

## 2. Aturan Rantai untuk Turunan Parsial.

$$y^{(1)} = f(x, y) \quad (2.12)$$

$$y^{(2)} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$= f_x + f_y y' = f_x + f_y f \quad (2.14)$$

$$y^{(3)} = f_{xx} + 2f_{xy}f + f_{yy}f^2 + f_y(f_x + f_y f) \quad (2.15)$$

$$f(x + m, y + n) = f(x, y) + (m \frac{\partial}{\partial x} + n \frac{\partial}{\partial y})f + \frac{1}{2!} (m \frac{\partial}{\partial x} + n \frac{\partial}{\partial y})^2 f + \dots \quad (2.16)$$

3. **Aturan Rantai.** Jika fungsi  $f(x, y, \dots, z)$  mempunyai turunan-turunan parsial pertama yang kontinyu terhadap masing-masing variabel, dan

$x = x(t), y = y(t), \dots, z = z(t)$  merupakan fungsi-fungsi yang dapat dideferensiasi dan kontinyu, maka

$$g'(t) = \frac{\partial f}{\partial x}x'(t) + \frac{\partial f}{\partial y}y'(t) + \dots + \frac{\partial f}{\partial z}z'(t) \quad (2.17)$$

## 2.6 Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta adalah salah satu metode numerik satu langkah yang memiliki tingkat ketelitian tinggi dalam menyelesaikan persamaan diferensial dengan nilai awal yang diketahui. Metode Runge-Kutta merupakan perbaikan dari metode euler dengan menggunakan aturan taylor.

Menurut Finizio (1988) Metode Runge-Kutta dikembangkan oleh ahli matematika bernama Carl Runge dan Martin Wilhelm Kutta sekitar tahun 1900. Dasar pemikiran dari metode Runge-Kutta ialah mempertahankan hampiran Taylor (dalam hubungan dengan kesalahan yang terbawa) sementara menghilangkan kepentingan untuk menghitung berbagai turunan parsial dari  $f$  yang tersertakan.

Metode Runge-Kutta mempunyai tiga sifat khas yaitu :

1. metode Runge-Kutta adalah metode satu langkah: untuk memperoleh  $y_{m+1}$ , kita hanya perlu informasi yang tersedia pada titik sebelumnya,  $x_m, y_m$ ;
2. metode Runge-Kutta sesuai dengan deret Taylor sampai dengan suku  $h^p$ , dimana  $p$  berbeda untuk metoda berbeda dan disebut order metode tersebut;
3. metode Runge-Kutta tidak memerlukan evaluasi setiap turunan  $f(x, y)$ , tetapi hanya fungsi  $f$  itu sendiri (Dorn, 1986:381).

Secara umum metode Runge-Kutta dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^m b_i k_i \quad (2.18)$$

dimana,

$$k_i = f(x_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.19)$$

dengan asumsi:

$$c_i = \sum_{j=i}^m a_{ij}, \text{ dan } \sum_{i=1}^m b_i = 1 \tag{2.20}$$

Keterangan :

$y_{n+1}$  = solusi numeris atau solusi aproksimasi pada  $n + 1$

$y_n$  = solusi numeris atau solusi aproksimasi pada  $n$

$h$  = ukuran langkah yang telah ditetapkan ( $x - x_0$ )

$a, b, c$  = tetapan unik

$k$  = titik terpilih dalam tiap subselang

Nilai dari  $a, b$ , dan  $c$  dapat ditulis dalam Butcer array dibawah ini:

<b>0</b>					
<b><math>c_2</math></b>	<b><math>a_{21}</math></b>				
<b><math>c_3</math></b>	<b><math>a_{31}</math></b>	<b><math>a_{32}</math></b>			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$		
<b><math>c_m</math></b>	<b><math>a_{m1}</math></b>	<b><math>a_{m2}</math></b>	$\cdots$	<b><math>a_{mm-1}</math></b>	
	<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	$\cdots$	<b><math>b_{m-1}</math></b>	<b><math>b_m</math></b>

Gambar 2.6 Butcer Array

$$\begin{array}{c|c} \mathbf{a} & \mathbf{A} \\ \hline & \mathbf{b}^T \end{array}$$

Gambar 2.7 Butcer Array

Sumbu vertikal yang memisahkan tetapan  $c$  dan tetapan  $a$ , menyatakan persamaan  $c_i = \sum_{j=i}^m a_{ij}$ . Tetapan  $b$  di bawah sumbu horisontal menyatakan persamaan  $\sum_{i=1}^m b_i = 1$ . Dari gambar di atas, didefinisikan vektor  $c$  dan  $b$  berdimensi  $m$  dan matriks  $A_{m \times m}$  oleh:

$$c = [c_1, c_2, \dots, c_m]^T, b = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T, A = [a_{ij}] \tag{2.21}$$



Metode Runge-Kutta diatas menggunakan metode eksplisit dimana,  $a_{ij} = 0, j \geq i, j = 1, 2, \dots, m$

Berikut ini beberapa definisi mengenai metode Runge-Kutta (Dafik, 2009):

**Definisi 2.6.1 (*Kesalahan Global*)** Kesalahan global didefinisikan sebagai:

$$e_n = y(x_n) - y_n$$

Keterangan :

$e_n$  = kesalahan global

$y(x_n)$  = solusi analitik atau solusi eksak

$y_n$  = solusi numeris atau solusi aproksimasi

**Definisi 2.6.2 (*Kesalahan Pemenggalan Lokal*)** Kesalahan Pemenggalan Lokal adalah kesalahan yang ditimbulkan oleh perumusan suatu metode dalam bentuk:

$$I_n = y(x_{n+1}) - y_{n+1}$$

Keterangan :

$I_n$  = kesalahan pemenggalan lokal

$y(x_{n+1})$  = solusi analitik atau solusi eksak

$y_{n+1}$  = solusi numeris atau solusi aproksimasi

**Definisi 2.6.3 (*Orde*)** Suatu metode dikatakan berorde  $p$  bila  $I_n = \phi(h^{p+1})$ .

**Definisi 2.6.4 (*Konsisten*)** Suatu metode dikatakan konsisten bila ordenya minimal satu.

Definisi diatas akan digunakan dalam penelitian ini untuk mengetahui kesalahan pemenggalan lokal ( $I_n$ ) dari formula metode Runge-Kutta order 14 untuk membuktikan apakah formula tersebut memenuhi syarat metode yang konsisten sesuai order yang digunakan.

### 2.6.1 Konsep Konvergensi Metode Runge-Kutta

Nababan (2018) memberikan definisi mengenai konsep konvergensi dalam metode Runge-Kutta. Suatu fungsi  $f(t, y)$  dikatakan memenuhi Syarat Lipschitz dalam variabel  $y$  di suatu domain  $D \in \mathbb{R}^2$  jika ada konstanta  $K > 0$  sedemikian hingga

$$\|f(t, y_1) - f(t, y_2)\| \leq K\|y_1 - y_2\| \quad (2.22)$$

untuk sembarang  $(t, y_1), (t, y_2) \in D$  dan konstanta  $K$  disebut sebagai konstanta Lipschitz. Konstanta  $K$  akan digunakan untuk menyederhanakan fungsi-fungsi yang berkaitan dengan pembuktian konvergensi sehingga digunakan Syarat Lipschitz dalam pembuktian konvergensi dari metode Runge-Kutta pada penelitian ini.

Selanjutnya suatu metode dikatakan konvergen bila

$$\max_{0 \leq i \leq n} \|y(x_i) - y_i\| \rightarrow 0, \text{ untuk } h \rightarrow 0 \quad (2.23)$$

dimana  $h$  adalah besarnya grid

### 2.6.2 Penurunan Formula Metode Runge-Kutta

Lambert (1997) menurunkan metode Runge-Kutta eksplisit 3-tahap (order tiga) yang dapat kita gunakan dalam menentukan proses penurunan metode Runge-Kutta order  $m$ .

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + h(b_1k_1 + b_2k_2 + b_3k_3) \\ k_1 &= f(x_n, y_n) \\ k_2 &= f(x_n + hc_2, y_n + hc_2k_1) \\ k_3 &= f(x_n + hc_3, y_n + h(c_3 - a_{32})k_1 + ha_{32}k_2) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Selanjutnya digunakan notasi singkat yaitu :

$$f := f(x, y), f_x := \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}, f_{xx} := \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2}, f_{xy} := \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}, \text{ dst}$$

Semua dievaluasi pada titik  $(x_n, y(x_n))$ . Kemudian, dengan mengekspan  $y(x_{n+1})$  ke dalam  $x_n$  sebagai deret Taylor, kita mempunyai :

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + hy^{(1)}(x_n) + \frac{1}{2}h^2y^{(2)}(x_n) + \frac{1}{6}h^3y^{(3)}(x_n) + 0(h^4).$$

Sekarang,

$$\begin{aligned}
 y^{(1)}(x_n) &= f(x_n, y_n) \\
 y^{(2)}(x_n) &= f_x + f_y y' = f_x + f f_y \\
 y^{(3)}(x_n) &= f_{xx} + f_{xy} f + f(f_{yx} + f_{yy} f) + f_y(f_x + f f_y) \\
 &= f_{xx} + 2f f_{xy} + f^2 f_{yy} + f_y(f_x + f f_y).
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Setelah itu, kita mempersingkat lagi notasi dengan mendefinisikan :

$$F := f_x + f f_y, G := f_{xx} + 2f f_{xy} + f^2 f_{yy}, \tag{2.26}$$

Sehingga kita bisa menuliskan ekspansi untuk  $y(x_{n+1})$  sebagai :

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + hf + \frac{1}{2}h^2 F + \frac{1}{6}h^3(F f_y + G) + o(h^4). \tag{2.27}$$

Gunakan aturan rantai dan substitusikan notasi  $F$  dan  $G$  untuk mengekspan  $k_i$  pada persamaan (2.24). Akibatnya diperoleh :

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_n, y_n) \\
 k_2 &= f(x_n + hc_2, y_n + hc_2 k_1) \\
 &= f + (hc_2 f_x + hc_2 k_1 f_y) + \frac{1}{2}(hc_2 f_x + hc_2 k_1 f_y)^2 + o(h^3) \\
 &= f + hc_2(f_x + f f_y) + \frac{1}{2}h^2 c_2^2(f_{xx} + 2f f_{xy} + f^2 f_{yy}) + o(h^3) \\
 &= f + hc_2 F + \frac{1}{2}h^2 c_2^2 G + o(h^3) \\
 k_3 &= f(x_n + hc_3, y_n + h(c_3 - a_{32})k_1 + ha_{32}k_2) \\
 &= f + h\{c_3 f_x + [(c_3 - a_{32})k_1 + a_{32}k_2] f_y\} + \\
 &\quad \frac{1}{2}h^2\{c_3^2 f_{xx} + 2c_3[(c_3 - a_{32})k_1 + a_{32}k_2] f_{xy} + \\
 &\quad [(c_3 - a_{32})k_1 + a_{32}k_2]^2 f_{yy}\} + o(h^3).
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Selanjutnya, substitusikan nilai  $k_1, k_2, dan k_3$  ke ekspansi  $y_{n+1}$  pada persamaan (2.24) sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}
 y_{n+1} &= y(x_n) + h(b_1 + b_2 + b_3)f + h^2(b_2 c_2 + b_3 c_3)F \\
 &\quad + \frac{1}{2}h^3[2b_3 c_2 a_{32} F f_y + (b_2 c_2^2 + b_3 c_3^2)G] + o(h^4).
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Dengan membandingkan persamaan (2.29) dengan ekspansi deret Taylor pada persamaan (2.27) maka diperoleh sistem persamaan dari metode Runge-Kutta 3-tahap yang sekaligus berorder 3 mempunyai sifat sebagai berikut :

$$\begin{aligned} b_1 + b_2 + b_3 &= 1 \\ b_2c_2 + b_3c_3 &= \frac{1}{2} \\ b_2c_2^2 + b_3c_3^2 &= \frac{1}{3} \\ b_2c_2a_{32} &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Berikut ini adalah formula Orde Tiga Heun dengan Butcher array:

<b>0</b>		
<b><math>\frac{1}{3}</math></b>	<b><math>\frac{1}{3}</math></b>	
<b><math>\frac{2}{3}</math></b>	<b>0</b>	<b><math>\frac{2}{3}</math></b>
<b><math>\frac{1}{4}</math></b>	<b>0</b>	<b><math>\frac{3}{4}</math></b>

Gambar 2.8 Butcher Array Metode Runge-Kutta orde tiga

### 2.6.3 Metode Runge-Kutta Orde Empat Belas

Metode Runge-Kutta adalah metode numerik satu langkah yang berusaha mencapai tingkat ketelitian lebih tinggi dengan cara meningkatkan ordenya. Penelitian sebelumnya juga meningkatkan orde pada metode Runge-Kutta ini untuk memperoleh tingkat ketelitian yang lebih tinggi. Peneliti tertarik untuk menganalisis metode Runge-Kutta orde empat belas sekaligus mengetahui tingkat efektifitas. Beberapa penelitian sebelumnya yaitu:

Ardhilia, dkk (2013) memperoleh formula metode Runge-Kutta orde delapan untuk meodel matematika pada penyebaran penyakit malaria sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_{n+1} = & y_n + \frac{h}{120960} (5257k_1 + 25039k_2 + 9261k_3 + 20923k_4 + 20923k_5 + 9261k_6 \\ & + 1.008k_6 + 25039k_7 + 5257k_8). \end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_n, y_n) \\
 k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{7}, y_n + \frac{1}{7}hk_1\right) \\
 k_3 &= f\left(x_n + \frac{2}{7}h, y_n + \frac{h}{1323}(7538k_1 - 7160k_2)\right) \\
 k_4 &= f\left(x_n + \frac{3}{7}h, y_n + \frac{h}{5978}(549k_1 + 4882k_2 - 2869k_3)\right) \\
 k_5 &= f\left(x_n + \frac{4}{7}h, y_n + \frac{h}{427}(-693k_1 + 682k_2 - 211k_3 + 466k_4)\right) \\
 k_6 &= f\left(x_n + \frac{5}{7}h, y_n + \frac{h}{378}(-79k_1 + 322k_2 + 224k_3 + 126k_4 + 323k_5)\right) \\
 k_7 &= f\left(x_n + \frac{6}{7}h, y_n + \frac{h}{3577}(-2537k_1 + 2568k_2 + 1021k_3 + 511k_4 + 511k_5 + 992k_6)\right) \\
 k_8 &= f\left(x_n + h, y_n + \frac{h}{1502}(-61k_1 + 102k_2 + 428k_3 - 112k_4 + 126k_5 + 242k_6 + 777k_7)\right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan penelitian tersebut dikatakan metode Runge-Kutta orde delapan merupakan metode yang konvergen. Selanjutnya Anggraeni, dkk (2013) menemukan metode Runge-Kutta orde sembilan dengan formulasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{105.000}(5.062k_1 + 27.357k_2 + 1.260k_3 + 1.275k_4 + 35.050k_5 \\
 &\quad -16.800k_6 + 19.440k_7 + 27.273k_8 + 5.083k_9).
 \end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(x_n, y_n) \\
k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{6}, y_n + \frac{h}{6}k_1\right) \\
k_3 &= f\left(x_n + \frac{h}{3}, y_n + \frac{h}{6}(k_1 + k_2)\right) \\
k_4 &= f\left(x_n + \frac{h}{3}, y_n + \frac{h}{3}(-k_1 + k_2 + k_3)\right) \\
k_5 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{10}(k_1 + 2k_2 + k_3 + k_4)\right) \\
k_6 &= f\left(x_n + \frac{2h}{3}, y_n + \frac{h}{48}(-10k_1 + 2k_2 + 25k_3 + 9k_4 + 6k_5)\right) \\
k_7 &= f\left(x_n + \frac{2h}{3}, y_n + \frac{h}{240}(65k_1 + 27k_2 + 27k_3 - 8k_4 + 93k_5 - 44k_6)\right) \\
k_8 &= f\left(x_n + \frac{5h}{6}, y_n + \frac{h}{5.4546}(-13.291k_1 + 24.768k_2 + 942k_3 - 3.336k_4 \right. \\
&\quad \left. + 1.008k_6 + 2.542k_5 + 6.612k_6 + 546k_7)\right) \\
k_9 &= f\left(x_n + h, y_n + \frac{h}{5.083}(-4.844k_1 + 984k_2 + 2.912k_3 + 125k_4 + 296k_5 \right. \\
&\quad \left. + 1.008k_6 + 1.008k_6 + 102k_7 + 4.500k_8)\right)
\end{aligned}$$

Metode Runge Kutta orde sembilan merupakan metode yang konvergen. Metode ini juga lebih efektif dan efisien dari metode sebelumnya maupun metode Adam Bashforth-Moulton orde sembilan dalam menyelesaikan model pada kekebalan untuk infeksi *Mycobacterium tuberculosis*. Penelitian selanjutnya yaitu Suharyono (2015) menemukan metode Runge Kutta orde sepuluh untuk menyelesaikan model penyebaran virus avian influenza. Berikut formulasi metode Runge-Kutta orde sepuluh:

$$\begin{aligned}
y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{89600}(2857k_1 + 15741k_2 + 1080k_3 + 19344k_4 + 5778k_5 + 5778k_6 \\
&\quad + 19344k_7 + 1080k_8 + 15741k_9 + 2857k_{10}).
\end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(x_n, y_n) \\
k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{9}, y_n + \frac{h}{9}k_1\right) \\
k_3 &= f\left(x_n + \frac{2}{9}h, y_n + \frac{h}{360}(-1617k_1 + 1697k_2)\right) \\
k_4 &= f\left(x_n + \frac{3h}{9}, y_n + \frac{h}{1080}(2501k_1 + 1000k_2 - 3141k_3)\right) \\
k_5 &= f\left(x_n + \frac{4h}{9}, y_n + \frac{h}{8667}(-154197k_1 - 8620k_2 - 8640k_3 + 175309k_4)\right) \\
k_6 &= f\left(x_n + \frac{5h}{9}, y_n + \frac{h}{5778}(99353k_1 - 5700k_2 - 5740k_3 + 5620k_4 - 90323k_5)\right) \\
k_7 &= f\left(x_n + \frac{6h}{9}, y_n + \frac{h}{5580}(-16343k_1 - 520k_2 + 5540k_3 - 5420k_4 - 5560k_5 + 26023k_6)\right) \\
k_8 &= f\left(x_n + \frac{7h}{9}, y_n + \frac{h}{450}(11546k_1 + 445k_2 - 440k_3 + 420k_4 + 320k_5 + 420k_6 - 12361k_7)\right) \\
k_9 &= f\left(x_n + \frac{8h}{9}, y_n + \frac{h}{4770}(-1281k_1 + 4720k_2 + 390k_3 + 1280k_4 - 2860k_5 + 2700k_6 - 4762k_7 + 4053k_8)\right) \\
k_{10} &= f\left(x_n + h, y_n + \frac{h}{1800}(-2500k_1 + 1000k_2 + 120k_3 + 1200k_4 - 600k_5 + 240k_6 + 1800k_7 + 540k_8)\right)
\end{aligned}$$

Penelitian tersebut diatas akan digunakan sebagai acuan dalam menentukan formulasi metode Runge-Kutta orde empat belas dalam menyelesaikan kasus kecanduan *game online*. Berdasarkan persamaan (2.18), metode Runge-Kutta Orde empat belas didefinisikan dengan :

$$\begin{aligned}
y_{n+1} &= y_n + h \sum_{i=1}^m b_i k_i \quad \text{dimana } m = 14 \\
&= y_n + h(b_1 k_1 + b_2 k_2 + b_3 k_3 + b_4 k_4 + b_5 k_5 + b_6 k_6 + b_7 k_7 + \\
&\quad b_8 k_8 + b_9 k_9 + b_{10} k_{10} + b_{11} k_{11} + b_{12} k_{12} + b_{13} k_{13} + b_{14} k_{14})
\end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(x_n, y_n) \\
k_2 &= f(x_n + c_2h, y_n + ha_{21}k_1) \\
k_3 &= f(x_n + c_3h, y_n + h(a_{31}k_1 + a_{32}k_2)) \\
k_4 &= f(x_n + c_4h, y_n + h(a_{41}k_1 + a_{42}k_2 + a_{43}k_3)) \\
k_5 &= f(x_n + c_5h, y_n + h(a_{51}k_1 + a_{52}k_2 + a_{53}k_3 + a_{54}k_4)) \\
k_6 &= f(x_n + c_6h, y_n + h(a_{61}k_1 + a_{62}k_2 + a_{63}k_3 + a_{64}k_4 + a_{65}k_5)) \\
k_7 &= f(x_n + c_7h, y_n + h(a_{71}k_1 + a_{72}k_2 + a_{73}k_3 + a_{74}k_4 + a_{75}k_5 + a_{76}k_6)) \\
k_8 &= f(x_n + c_8h, y_n + h(a_{81}k_1 + a_{82}k_2 + a_{83}k_3 + a_{84}k_4 + a_{85}k_5 + a_{86}k_6 + a_{87}k_7)) \\
k_9 &= f(x_n + c_9h, y_n + h(a_{91}k_1 + a_{92}k_2 + a_{93}k_3 + a_{94}k_4 + a_{95}k_5 + a_{96}k_6 + a_{97}k_7 \\
&\quad + a_{98}k_8)) \\
k_{10} &= f(x_n + c_{10}h, y_n + h(a_{101}k_1 + a_{102}k_2 + a_{103}k_3 + a_{104}k_4 + a_{105}k_5 + a_{106}k_6 + \\
&\quad a_{107}k_7 + a_{108}k_8 + a_{109}k_9)) \\
k_{11} &= f(x_n + c_{11}h, y_n + h(a_{111}k_1 + a_{112}k_2 + a_{113}k_3 + a_{114}k_4 + a_{115}k_5 + \\
&\quad a_{116}k_6 + a_{117}k_7 + a_{118}k_8 + a_{119}k_9 + a_{1110}k_{10})) \\
k_{12} &= f(x_n + c_{12}h, y_n + h(a_{121}k_1 + a_{122}k_2 + a_{123}k_3 + a_{124}k_4 + a_{125}k_5 + \\
&\quad a_{126}k_6 + a_{127}k_7 + a_{128}k_8 + a_{129}k_9 + a_{1210}k_{10} + a_{1211}k_{11})) \\
k_{13} &= f(x_n + c_{13}h, y_n + h(a_{131}k_1 + a_{132}k_2 + a_{133}k_3 + a_{134}k_4 + a_{135}k_5 + \\
&\quad a_{136}k_6 + a_{137}k_7 + a_{138}k_8 + a_{139}k_9 + a_{1310}k_{10} + a_{1311}k_{11} + a_{1312}k_{12})) \\
k_{14} &= f(x_n + c_{14}h, y_n + h(a_{141}k_1 + a_{142}k_2 + a_{143}k_3 + a_{144}k_4 + a_{145}k_5 + a_{146}k_6 \\
&\quad + a_{147}k_7 + a_{148}k_8 + a_{149}k_9 + a_{1410}k_{10} + a_{1411}k_{11} + a_{1412}k_{12} + a_{1413}k_{13}))
\end{aligned}$$

## 2.7 Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde 14

Efektivitas adalah tingkat keberhasilan dalam pencapaian tujuan-tujuan yang telah ditentukan. Efektivitas berfokus pada kesuksesan terhadap sesuatu yang lebih mengacu pada penggunaannya. sebagai contoh, jika suatu pekerjaan dapat terselesaikan dengan suatu cara, maka cara tersebut dikatakan benar atau efektif. Sedangkan Efisiensi adalah penggunaan sumber daya secara minimum dengan hasil paling optimum. Efisiensi menganggap bahwa tujuan-tujuan yang benar telah ditentukan dan berusaha untuk mencapai tujuan tersebut dengan cara



yang paling baik. sebagai contoh, suatu pekerjaan dapat selesai dalam waktu 10 menit menggunakan cara A, namun akan selesai dalam waktu 5 menit jika menggunakan cara B, maka cara B disebut efisien dibandingkan dengan cara A.

Suatu metode numerik dikatakan Efektif apabila hasil eksekusi matlab pada grafik memiliki nilai *error* yang kecil dari batas iterasi yang ditentukan. Waktu dan *error* dalam suatu algoritma berkaitan dengan iterasinya. Dalam penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat efektivitas metode Runge-Kutta Orde 14 dalam menyelesaikan model matematika kecanduan *game online*.

## 2.8 Jumlah Iterasi

Penelitian yang dilakukan menggunakan teknik komputerisasi yang membahas mengenai suatu programming sehingga indikator yang diambil adalah jumlah iterasi dengan pengertiannya sebagai berikut. Pengertian iterasi berkaitan dengan proses perhitungan berulang dalam komputer untuk mengevaluasi kesalahan. Misal domain masalah yang akan diselesaikan adalah  $a \leq x \leq b$  maka teknik numerik dilakukan dengan membagi domain itu ke dalam  $n$  bagian (*grid*) dengan jarak antara bagian yang satu dan yang lain  $h$  satuan, sehingga kalkulasi diproses berdasarkan langkah tahap  $x_i = a + ih$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ . Jumlah iterasi secara kongkrit adalah tergantung pada sejauh mana  $i$  melangkah. Bila proses perhitungan mencapai  $i = k$  maka komputer dikatakan melakukan  $k$  iterasi (Suharyono, 2015).

Metode numerik menggunakan pendekatan secara iterasi untuk menghitung jawaban. Dalam pendekatan ini, suatu aproksimasi dibuat berdasarkan aproksimasi sebelumnya. Untuk meminimalisir kesalahan, metode numerik menggunakan toleransi ( $e$ ) yang telah ditetapkan. Galat relatif tersebut diperkirakan sebagai selisih antara aproksimasi sebelumnya dengan aproksimasi yang baru, dirumuskan sebagai berikut :  $\|\varepsilon\| = \|y_{n+1} - y_n\| \leq e$ .

## 2.9 Algoritma dan Pemrograman MATLAB

Algoritma merupakan fondasi yang harus dipahami atau dikuasai oleh seseorang yang akan menyelesaikan suatu masalah dengan komputer, dalam hal ini dengan membuat program. Algoritma berasal dari kata *al-kwarizmi*

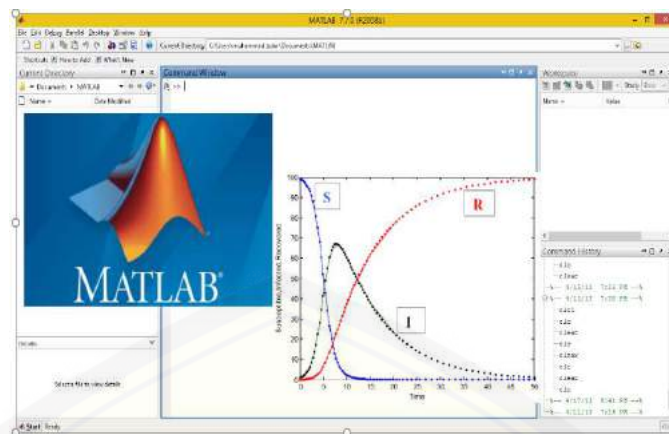
yang terdapat di buku Abu Ja'far Muhammad Ibnu Musa Al-Kwarizmi, seorang ahli matematika dari Persia dengan judul bukunya "Aljabar wal Muqabala". Algoritma adalah susunan langkah penyelesaian suatu masalah secara *sistematika* dan *logis* (Sitorus, 2015). Peran komputer disini hanyalah salah satu pemroses. Agar dapat dilaksanakan oleh komputer, algoritma harus ditulis dalam notasi bahasa pemrograman sehingga dinamakan program. Jadi program adalah perwujudan atau implementasi teknis algoritma yang ditulis dalam bahasa pemrograman tertentu sehingga dapat dilaksanakan oleh komputer (Shodiq, 2012).

Untuk melihat faktor efektifitas dari algoritma, dapat dilakukan analisis terhadap suatu algoritma dengan melihat pada:

1. Waktu tempuh (*Running Time*) dari suatu algoritma, yaitu satuan waktu yang ditempuh atau diperlukan oleh suatu algoritma dalam menyelesaikan suatu masalah.
2. Jumlah memori yang digunakan. Banyaknya langkah yang digunakan dan jenis variabel data yang dipakai dalam suatu algoritma akan sangat mempengaruhi penggunaan memori. Dalam hal ini, pengguna diharapkan dapat memperkirakan seberapa banyak kebutuhan memori yang diperlukan selama proses berlangsung hingga proses selesai dikerjakan. Dengan demikian, dapat disiapkan *storage* yang memadai agar proses suatu algoritma berjalan tanpa ada hambatan atau kekurangan memori.

MATLAB merupakan kependekan dari Matrix Laboratory, sebuah produk dari The Mathworks, Inc. MATLAB adalah salah satu bahasa pemrograman komputasi tingkat tinggi dan terbungkus dalam satu paket rapi yang didalamnya telah tersedia tampilan interaktif untuk mengembangkan suatu algoritma tetentu, serta dibangun untuk keperluan komputasi numerik, pengolahan dan analisa data, visualisasi data, serta optimasi.

MATLAB pada awalnya adalah sebuah bahasa pemrograman tingkat tinggi dan perangkat lunak yang diciptakan pada tahun 1970-an oleh Clove Moler dan koleganya untuk keperluan internal di Universitas New Mexico.



Gambar 2.9 *Tampilan MATLAB*

Ada alasan yang melatarbelakangi pembuatan MATLAB, yaitu kesadaran bahwa kuantitas-kuantitas terukur dapat dituliskan dalam bentuk matriks, dan diperlukan suatu perangkat untuk memudahkan perhitungan dan pengolahan matriks ini. (Stefandi, 2014). Fungsi MATLAB yang banyak digunakan yaitu:

1. pengembangan dan algoritma;
2. matematika dan komputasi;
3. pemrograman modeling, simulasi, pembuatan prototipe;
4. analisis data, eksplorasi dan visualisasi;
5. analisis numerik dan statistik;
6. pengembangan aplikasi teknik.

## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Jenis Penelitian

Penelitian sangat penting bagi perkembangan ilmu pengetahuan. Berdasarkan jenisnya, penelitian ini merupakan jenis penelitian eksperimen. Metode eksperimen adalah metode meneliti atau menyelidiki guna mencari jawaban atau pemecahan dari suatu kasus ataupun obyek penelitian. Pengumpulan data dengan metode eksperimen merupakan pengumpulan data yang dilakukan dengan cara mengadakan pengamatan dan pencatatan yang dilakukan secara sistematis terhadap indikator penelitian sesuai dengan perlakuan yang diberikan dan gejala-gejala apa yang akan terjadi (Suharyono, 2015). Hal-hal yang akan diamati dalam penelitian ini adalah error, jumlah iterasi, *running time* dan grafik.

### 3.2 Definisi Operasional

Pemodelan Matematika pada kasus kecanduan *game online* merupakan usaha merancang rumusan Matematika dari kasus kecanduan *game online* agar diperoleh suatu penyelesaian berdasarkan data-data yang diperoleh dari kuesioner.

Model SEIRS merupakan model matematika yang membagi pengguna *game online* kedalam empat kelas yaitu individu rentan (S), individu terpapar (E), individu terinfeksi (I), dan individu sembuh namun rentan (R).

Sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB) yang digunakan adalah suatu persamaan yang meliputi turunan fungsi yang terdiri dari satu variabel bebas dan 4 variabel terikat. Dalam penelitian ini variabel bebas berupa waktu ( $t$ ) dan variabel terikat yaitu S, E, I, dan R.

Metode Runge-Kutta orde 14 adalah metode Runge-Kutta yang ditingkatkan ordenya menjadi orde 14 dan digunakan dalam menyelesaikan kasus kecanduan *game online* yang dimodelkan dalam model SEIRS. Metode Runge-Kutta Orde 14 yang digunakan diformulasikan oleh peneliti dengan menggunakan ekspansi deret Taylor kemudian disimulasikan menggunakan MATLAB untuk diketahui tingkah efektifitas dalam menyelesaikan kasus kecanduan *game online*.

Metode Runge-Kutta orde 14 dikatakan efektif apabila memiliki galat (*error*) yang kecil atau solusi yang dihasilkan lebih akurat dengan batas iterasi yang telah ditentukan.

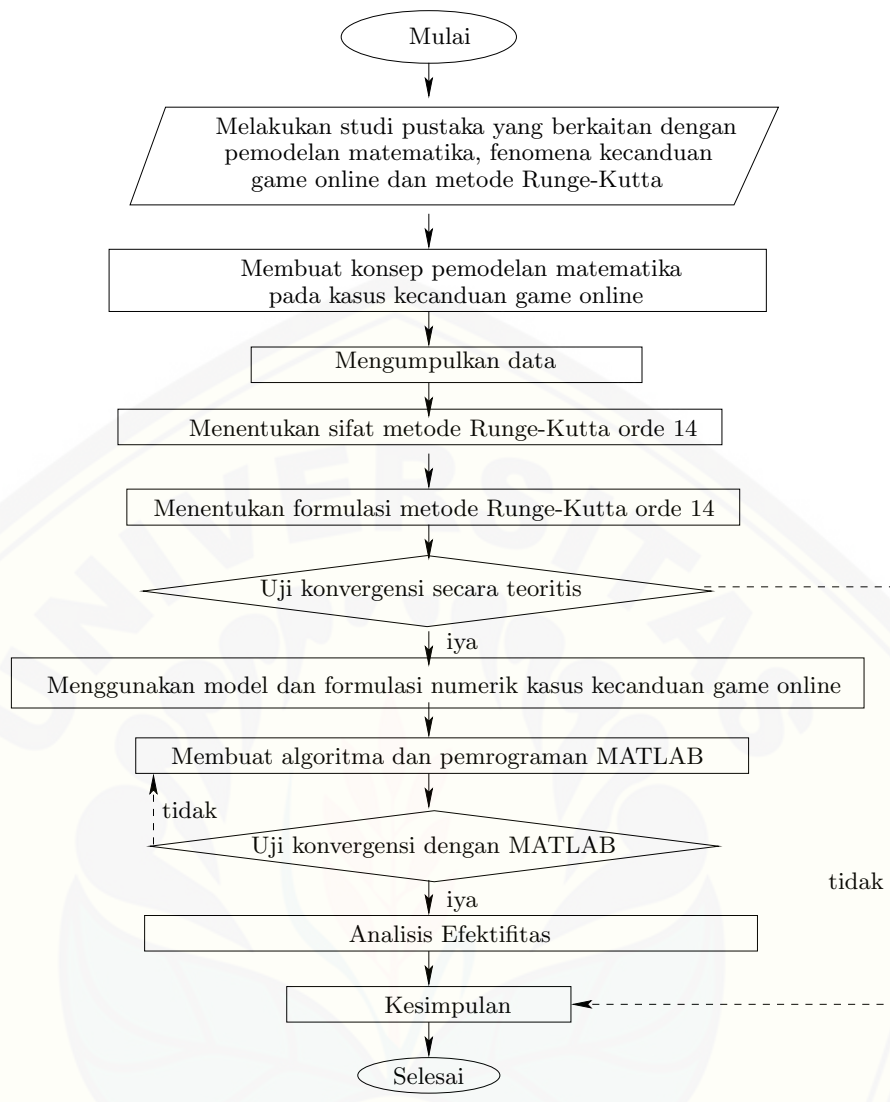
Kecanduan *game online* merupakan jenis kecanduan mental yang ditandai dengan intensitas yang berlebihan dalam bermain *game online* sehingga berdampak buruk bagi dirinya. Penggunaan *game online* berkembang pesat akibat penyebaran melalui interaksi antara satu individu dengan individu lain di suatu lingkungan. Interaksi yang dilakukan dapat berupa interaksi secara langsung maupun melalui pertemanan di sosial media.

### 3.3 Prosedur Penelitian




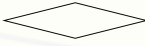


Prosedur penelitian merupakan suatu tahapan yang dilakukan sampai diperoleh data-data untuk dianalisis sehingga dicapai kesimpulan (Shodiq, 2012). Adapun prosedur yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. melakukan studi pustaka tentang fenomena kecanduan *game online*, pemodelan matematika dan metode Runge Kutta;
2. memodelkan fenomena kecanduan *game online* kedalam persamaan matematika. Dalam hal ini kasus kecanduan *game online* dimodelkan dengan MODEL SEIRS yang membagi pecandu *game online* dalam kelas-kelas rentan, terpapar, terinfeksi dan sembuh namun rentan.;
3. mengumpulkan data melalui dokumentasi dan angket atau kuesioner. Kuesioner yang telah dibuat terlebih dahulu divalidasi kemudian diberikan kepada siswa SMK Negeri 1 Jember sebagai responden untuk memperoleh nilai awal dan parameter pada kasus kecanduan *game online*;
4. menentukan sifat metode Runge-Kutta Orde 14 berdasarkan persamaan (2.18), persamaan (2.19), dan persamaan (2.20);
5. membuat formulasi metode Runge-Kutta orde 14 secara teoritis;
6. melakukan uji konvergensi metode Runge-Kutta orde 14 secara teoritis menggunakan persamaan (2.22) dan persamaan (2.23);

7. menggunakan model matematika SEIRS dan formulasi metode Runge-Kutta orde 14 yang telah terbentuk untuk kasus kecanduan *game online*;
8. membuat algoritma dan pemrograman MATLAB metode Runge-Kutta orde 14;
9. melakukan uji konvergensi pada program MATLAB yang telah dibuat dengan memasukkan nilai awal dan parameter yang telah diperoleh pada tahap pengumpulan data;
10. menentukan efektivitas metode Runge-Kutta orde 14 (*error*, iterasi, *running time*, dan grafik)
11. (tahap evaluasi) menganalisis data yang diperoleh dari data *output* dari hasil eksekusi metode Runge-Kutta orde 14;
12. membuat kesimpulan berdasarkan hasil analisis.



Keterangan :

-  Ujung : menyatakan awal atau akhir program
-  Masukan : menyatakan masukan (input) atau keluaran (output) data simulasi
-  Proses : menyatakan keputusan perhitungan atau manipulasi data
-  Seleksi : menyatakan keputusan yang menentukan jalur alternatif yang akan diikuti
-  Panah : menyatakan aliran proses
-  : menyatakan aliran proses (jika diperlukan)

Gambar 3.1 Diagram alir prosedur penelitian

### 3.4 Tempat Penelitian

Pada penelitian ini, penyelesaian numerik dan pemodelan matematika dilakukan di laboratorium matematika gedung III FKIP Universitas Jember yang telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung yaitu adanya komputer yang dilengkapi program MATLAB untuk penyelesaian numerik. Pengambilan data dilakukan di SMKN 1 Jember dengan melakukan penyebaran kuesioner.

### 3.5 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data dalam suatu penelitian adalah suatu cara memperoleh data yang dibutuhkan dalam penelitian. Pengumpulan data erat hubungannya dengan permasalahan yang akan diselesaikan sehingga metode yang digunakan dapat membantu dalam pencapaian tujuan penelitian.

Dalam penelitian ini, metode pengumpulan data yang digunakan adalah metode dokumentasi dan kuesioner atau angket. Menurut Arikunto (2006) Metode dokumentasi adalah mencari dan mengumpulkan data mengenai hal-hal yang berupa catatan, transkrip, buku, surat kabar, majalah, notulen, rapat, agenda dan sebagainya. Dalam penelitian ini, mengembangkan jurnal yang ditulis oleh D. Zhao, dkk tentang Model SEIR dengan mempertimbangkan efek beranda untuk penyebaran informasi melalui sosial media dan sumber lain yang relevan.

Angket atau kuesioner adalah pernyataan tertulis yang digunakan untuk memperoleh informasi dari responden dalam arti laporan tentang pribadi atau hal-hal yang ia ketahui (Arikunto, 2006). Angket pada umumnya meminta keterangan tentang fakta yang diketahui oleh responden atau juga mengenai pendapat atau sikap (Nasution, 2016). Kuesioner ditujukan kepada siswa SMKN 1 Jember kelas X, XI, dan XII dengan usia 15-18 tahun karena penyebaran *game online* di kalangan siswa sangat pesat. Kuesioner akan disajikan *online* menggunakan Google Forms sehingga lebih mudah disampaikan kepada responden. Angket yang digunakan dalam penelitian ini membutuhkan tugas validator yaitu dua dosen yang menjadi pakar dalam bidang matematika dari Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember.



Langkah-langkah untuk menentukan aspek penelitian kevalidan adalah sebagai berikut:

- a. Rekapitulasi data penelitian kuesioner dalam tabel yang meliputi aspek ( $A_i$ ), indikator ( $I_i$ ), dan nilai ( $V_{ji}$ ) untuk masing- masing validator.
- b. Menentukan rata rata nilai hasil validasi dari validator untuk setiap indikator dengan rumus:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^n v_{ji}}{n}$$

Keterangan :

$I_i$  = rata rata hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator

$v_{ji}$  = data nilai validator ke-j terhadap indikator ke-i

$n$  = banyak validator

- c. Menentukan rata rata nilai untuk setiap aspek dengan rumus:

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^m I_{ji}}{m}$$

Keterangan :

$A_i$  = rata rata total untuk semua aspek

$I_{ji}$  = rata rata untuk aspek ke-i

$m$  = banyak aspek

- d. Menentukan rata rata nilai untuk setiap aspek dengan rumus:

$$V_a = \frac{\sum_{j=1}^n A_i}{n}$$

Keterangan :

$V_a$  = rata rata total untuk semua aspek

$A_i$  = rata rata untuk aspek ke-i

$n$  = banyak aspek

Nilai ( $V_a$ ) kemudian dihitung menjadi nilai koefisiensi korelasi ( $\alpha$ ).

$$\alpha = \frac{V_a}{5}$$

Kemudian diinterpretasikan ke dalam kategori yang menunjukkan kevalidan dari instrumen hasil pengembangan. Tingkat kevalidan dalam kategori koefisien korelasi ditunjukkan pada Tabel 3.1.

**Tabel 3.1 Kategori Interpretasi Koefisien Validitas**

Besaran $\alpha$	Interpretasi
$0,8 <  \alpha  \leq 1$	Sangat Tinggi
$0,6 <  \alpha  \leq 0,8$	Tinggi
$0,4 <  \alpha  \leq 0,6$	Sedang
$0,2 <  \alpha  \leq 0,4$	Rendah
$0 <  \alpha  \leq 0,2$	Sangat Rendah

Sumber : Supranata (2005)

Media Pembelajaran dikatakan valid jika dalam kriteria validasi menunjukkan nilai minimal tinggi dengan interpretasi  $0,6 < \alpha \leq 0,8$  dan nilai maksimal yang sangat tinggi dengan interpretasi  $0,8 < \alpha \leq 1$ .

### 3.6 Analisis Data

Analisis data adalah proses pengorganisasian dan pengolahan data secara sistematis dan selanjutnya dianalisis berdasarkan rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Analisis data bertujuan memberikan penjelasan atau argumentasi berdasarkan data dan fakta yang diperoleh sehingga menghasilkan kesimpulan yang dapat dipertanggungjawabkan.

Dalam penelitian ini, data akan dianalisis secara numerik dimulai dari tahap pengolahan data yang diperoleh dari angket untuk menentukan parameter dan nilai awal model kecanduan *game online* SEIRS. Tahap selanjutnya yaitu

pemasukan data (*input*) dan pengolahan data dan hasil (*output*). *Input* berupa parameter dan nilai awal yang telah diperoleh sebelumnya pada *programming* MATLAB. Selanjutnya akan diperoleh data berupa galat (*error*) pada jumlah iterasi yang ditentukan, waktu tempuh eksekusi MATLAB sampai batas toleransi yang ditentukan, jumlah iterasi dan grafik dari populasinya.

Konvergenitas dari metode tersebut dapat dilihat dari kecilnya kesalahan yang dihasilkan pada setiap iterasi atau mendekati nol, sehingga untuk

$$h \rightarrow 0 \max_{0 \leq i \leq n} \|y(x_i) - y_i\| \rightarrow 0$$

Semakin kecil kesalahan yang dibuat suatu metode dalam menyelesaikan permasalahan tertentu maka, semakin efektif metode tersebut. Dan sebaliknya jika semakin besar kesalahan yang dibuat suatu metode dalam menyelesaikan permasalahan tertentu maka, metode tersebut dikatakan kurang efektif.

## BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model matematika SEIRS pada kasus kecanduan *game online* sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -0.02SI + 0.03R & S(0) &= 52 \\ \frac{dE}{dt} &= 0.02SI - 0.017E & E(0) &= 32 \\ \frac{dI}{dt} &= 0.01E - 0.01I & I(0) &= 13 \\ \frac{dR}{dt} &= 0.01I + 0.07E - 0.03R & R(0) &= 0\end{aligned}$$

2. Formulasi metode Runge-Kutta order 14 adalah sebagai berikut.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{10000}(203k_1 + 1399k_2 - 777k_3 + 3879k_4 - 3770k_5 + 5137k_6 - 1071k_7 - 1071k_8 + 5137k_9 - 3770k_{10} + 3879k_{11} - 777k_{12} + 1399k_{13} + 203k_{14})$$

dengan,

$$\begin{aligned}k_1 &= f(x_n, y_n) \\ k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{13}, y_n + \frac{h}{13}k_1\right) \\ k_3 &= f\left(x_n + \frac{2h}{13}, y_n + \frac{2h}{13}k_2\right) \\ k_4 &= f\left(x_n + \frac{3h}{13}, y_n + \frac{3h}{13}k_3\right) \\ k_5 &= f\left(x_n + \frac{4h}{13}, y_n + \frac{4h}{13}k_4\right) \\ k_6 &= f\left(x_n + \frac{5h}{13}, y_n + \frac{h}{1742}(33k_1 - 453k_3 + 1566k_4 - 476k_5)\right) \\ k_7 &= f\left(x_n + \frac{6h}{13}, y_n + \frac{6h}{13}k_6\right)\end{aligned}$$

(5.1)

$$\begin{aligned}
k_8 &= f\left(x_n + \frac{7h}{13}, y_n + \frac{7h}{13}k_7\right) \\
k_9 &= f\left(x_n + \frac{8h}{13}, y_n + \frac{h}{702}(191k_2 - 122k_5 + 419k_6 + 79k_7 - 135k_8)\right) \\
k_{10} &= f\left(x_n + \frac{9h}{13}, y_n + \frac{9h}{13}k_9\right) \\
k_{11} &= f\left(x_n + \frac{10h}{13}, y_n + \frac{h}{1248}(-197k_4 + 1574k_9 - 417k_{10})\right) \\
k_{12} &= f\left(x_n + \frac{11h}{13}, y_n + \frac{11h}{13}k_{11}\right) \\
k_{13} &= f\left(x_n + \frac{12h}{13}, y_n + \frac{h}{2444}(-307k_3 + 2785k_{11} - 222k_{12})\right) \\
k_{14} &= f\left(x_n + \frac{13h}{13}, y_n + \frac{h}{1118}(523k_6 + 595k_{13})\right)
\end{aligned}$$

3. Metode Runge-Kutta order empat belas merupakan metode yang konvergen, dibuktikan pada teorema 4.1.
4. Berdasarkan hasil eksekusi *programming* metode Runge-Kutta orde 14 efektif dalam menyelesaikan model SEIRS pada kasus kecanduan *game online*. Grafik yang dihasilkan dari program Matlab menggunakan metode Runge-Kutta tersebut mempunyai nilai *error* yang kecil dan semakin mendekati nol dengan adanya penambahan iterasi. Hal tersebut menandakan bahwa metode runge-kutta order 14 efektif dalam menyelesaikan model SEIRS pada kasus kecanduan *game online*.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis numerik model matematika pada kasus kecanduan *game online*:

1. Metode runge-kutta order 14 dapat dikembangkan dengan mencari koefisien matriks  $a$  penuh untuk memperoleh tingkat ketelitian lebih tinggi.
2. Metode runge-kutta order 14 dapat dikembangkan menggunakan metode selain ekspansi deret taylor.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anggraeni, D., Dafik., dan S. Setiawani. 2013. *The Effectiveness of Runge-Kutta Method of Order Nine to Solve the Immunity Model for Infection of Mycobacterium Tuberculosis* . Kadikma. 4(2):75-88.
- Ardhilia, R. M., Dafik., dan S. Setiawani. 2013. *Effectiveness of Eighth Order Runge-Kutta Method to Solve The Mathematical Model of Malaria Disease Transmission*. Kadikma. 4(2):59-74.
- Arikunto, S. 2006. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Dafik. 2009. *Metode Numerik dan Aplikasinya*. Jember: FKIP Universitas Jember.
- Dorn, W.S. dan Mc. Cracken, D. D. 1986. *Studi Kasus metode Numerik dengan Fortran IV*. Jakarta: Erlangga.
- Fausett, L. V. 2008. *Applied Numerical Analysis Using Matlab second edition*. USA: Pearson Education Inc.
- Finizio dan Gladas. 1988. *Ordinary Differential Equation with Modern Application*. Jakarta: Erlangga.
- Ibnas, R. 2017. *Persamaan Differensial Eksak Dengan Faktor Integrasi*. Makasar : JURNAL MSA. 5(2): 91-99.
- Ishabu, L. 2010. *Kestabilan Matriks dan Aplikasinya dalam Pemodelan Penyakit Hepatitis B*. Bimafika 2:55-57.

- Iswanto, R. 2012. *PEMODELAN MATEMATIKA Aplikasi dan Terapannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Kurniawan, D. 2017. *Pengaruh Intensitas Bermain Game Online Terhadap Perilaku Prokrastinasi Akademik pada Mahasiswa Bimbingan dan Konseling Universitas PGRI Yogyakarta*. Yogyakarta : Universitas Muria Kudus. 3(1): 97-103.
- Lambert, J. D. 1997. *Numerical Method for Ordinary Differential Systems*. New York: John Wiley and Sons.
- Lamhot, S. 2015. *Algoritma dan Pemrograman*. Yogyakarta: CV. ANDI OFFSET.
- Lemmens, J.S., Valkenburg, P. M., Peter, J. 2009. *Development and Validation of a Game Addiction Scale*. *Media Psychology*. Development and Validation of a Game Addiction Scale. *Media Psychology*, pp. hal 77-95.
- Lovitt. 1991. *Math Problems Solving and Modelling*. Cengage South-Western: UM International Math Ser.
- Munir, R. 2010. *Metode Numerik Edisi ketiga*. Bandung: Informatika.
- Nababan, E. 2018. *Konsep Generalized Gradient Pada Optimisasi Nonsmooth*. TALENTA Publisher Universitas Sumatera Utara . 1(2):168-174.
- Nasution. 2016. *METODE RESEARCH*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Newzoo. 2017. *The Indonesian Gamer*. <https://newzoo.com/insights/infographics/the-indonesian-gamer-2017/>. (1 September 2019).

- Pagalay, U. 2009. *Mathematical Modelling*. Malang: UIN-Malang Press.
- Pitriani. 2016. *Kemampuan Pemodelan Matematika Dalam Realistic Mathematics Education (RME)*. JES-MAT. 2(1):65-82.
- Prastyo, Yudi, Puspa Eosina, Fety Fatimah. 2017. *Pembagian Tingkat Kecanduan Game Online Menggunakan K-Means Clustering Serta Korelasinya Terhadap Prestasi Akademik*. Elinwo. 2(2): 138-148.
- Ripno, Iswanto. 2011. *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Shodiq, L. 2012. *Efektivitas Metode Runge-utta Orde 7 terhadap Metode Multistep Adams Orde 6 pada Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TB)*. Jember: FKIP Unej.
- Stefandi, A. 2014. *Kumpulan Proyek Fisika dengan menggunakan MATLAB*. Fiveritas.
- Suharyono. 2015. *Penerapan Metode Runge-Kutta Orde Sepuluh Pada Model Penyebaran Virus Avian Influenza*. Tesis. Jember: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.
- Wijayanto, R. 2018. *Hubungan Kecanduan Game Online Terhadap Kecemasan Akademik Siswa Kelas 2 SMPN 1 Muntilan*. Yogyakarta : Universitas Negeri Yogyakarta. 4(7): 322-330.
- Zhao, D., Sun, J., Tan, Y., Wu, J., Dou, Y. (2018). The SEIR model is extended to illustrate the propagation dynamics of. *Physica A*. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.08.006>.



LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian
Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan <i>Game Online</i> Menggunakan Metode Runge Kutta Order 14	<p>1. Bagaimana model matematika SEIRS pada kasus kecanduan <i>game online</i>?</p> <p>2. Bagaimana formulasi metode Runge-Kutta order 14 pada kasus kecanduan <i>game online</i>?</p> <p>3. Bagaimana konvergensi metode Runge-Kutta order 14 pada kasus kecanduan <i>game online</i>?</p> <p>4. Bagaimana efektifitas metode Runge-Kutta order 14 dalam menyelesaikan model matematika pada kasus kecanduan <i>game online</i>?</p>	<p>1. Model matematika SEIRS</p> <p>2. Kasus kecanduan <i>game online</i></p> <p>3. Metode Runge-kutta order 14</p>	<p>1. Jumlah iterasi</p> <p>2. <i>Error</i></p> <p>3. <i>Running time</i></p> <p>4. Grafik</p>	<p>Zhao, D., J.Sun., Y. Tan., J. Wu., Y. Dou. 2018. An extended SEIR model considering homepage effect for the information propagation of online social networks. <i>Physical A</i>. <a href="https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.08.06">https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.08.06</a></p>	<p>Metode Eksperimen</p>

**LAMPIRAN B. Kuesioner Penelitian**

Responden yang terhormat, penyebaran kuesioner ini dilakukan dalam rangka penelitian tentang "Analisis Numerik Model Matematika pada Kasus Kecanduan Game Online menggunakan metode Runge-Kutta orde 14". Jawaban yang Anda berikan akan kami jaga kerahasiannya hanya untuk penelitian ini. Saya ucapkan terimakasih atas kesediaan dan waktu yang diberikan untuk mengisi kuesioner ini.

Isilah Identitas diri anda terlebih dahulu!

1. Nama :
3. Umur :
4. Jenis Kelamin :

Jawablah pertanyaan dibawah ini dengan jujur!

1. Apakah Anda mengenal internet?
  - Iya
  - Tidak
2. Apakah anda pengguna internet?
  - Iya
  - Tidak
3. Seberapa sering anda mengakses internet dalam sehari?
  - Kurang dari 2 jam
  - 2-4 jam
  - 4-6 jam
  - Lebih dari 6 jam
4. Apa saja yang Anda cari di Internet? (boleh diisi lebih dari 1 jawaban)
  - Informasi

- Tugas
  - Hiburan
  - Sosial media
  - Lainnya, Silahkan diisi
5. Apakah Anda mengenal *game online*?
- Iya
  - Tidak
6. Apakah Anda tertarik bermain *game online*?
- Iya
  - Tidak
7. Apakah Anda pernah menginstall *game online*?
- Iya
  - Tidak
8. *Game Online* apa saja yang Anda ketahui, sebutkan!
9. Apakah Anda memainkan *game online* saat ini?
- Iya
  - Tidak
10. Dari pertanyaan 9, jika jawaban Anda iya.
- a. Darimana Anda mengenal *game online*?
- Internet
  - Teman
  - Berita
  - Lainnya, silahkan diisi

- b. Apa alasan Anda memainkan *game online*?
- Hobi
  - Hiburan
  - Menghasilkan uang
  - Lainnya, silahkan diisi
- c. Apa dampak positif bermain game online menurut Anda? Jelaskan!
- d. Apa dampak negatif bermain game online menurut Anda? Jelaskan!
- e. *Game Online* apa saja yang sering anda mainkan? Sebutkan!
- f. Sudah berapa lama Anda bermain *game online*?
- Kurang dari 1 tahun
  - Antara 1-3 tahun
  - Lebih dari 3 tahun
- g. Media apa yang Anda gunakan untuk bermain *game online*? (boleh diisi lebih dari 1 jawaban)
- PC/Laptop
  - Smartphone
  - Tablet
- h. Dimanakah Anda memainkan *game online*? Sebutkan!
- i. Berapa waktu yang Anda habiskan untuk bermain *game online* dalam sehari?
- Kurang dari 4 jam
  - Antara 4-5 jam
  - Lebih dari 5 jam
- j. Apa yang Anda pilih untuk dilakukan ketika waktu senggang?
- Belajar
  - Bermain *game online*
  - Bersosialisasi dengan orang lain

- Lainnya, silahkan diisi
- k. Apakah Anda mengajak teman di sekitar Anda untuk ikut bermain *game online*?
- Iya
  - Tidak
- l. Apakah Anda dapat mengendalikan diri untuk tidak bermain *game online*?
- Iya
  - Tidak
- m. Apakah Anda berhenti bermain *game online* ketika ada kegiatan penting seperti ujian sekolah dan semacamnya?
- Iya
  - Tidak
- n. Apakah Anda berencana berhenti memainkan *game online*?
- Iya
  - Tidak
- o. Jika iya, kapan Anda akan mulai berhenti bermain *game online*?
- p. Jika tidak, jelaskan alasan Anda!
11. Dari pertanyaan 9, jika jawaban Anda tidak.
- a. Apakah Anda pernah bermain *game online* sebelumnya?
- Iya
  - Tidak
- b. Jika iya, apakah Anda tertarik untuk kembali bermain *game online*?
- Iya
  - Tidak

## LAMPIRAN C. Instrumen Penelitian

**ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14**

## PETUNJUK PENGISIAN

1. Berilah tanda check (✓) pada kolom nilai sesuai penilaian Anda terhadap kuesioner penelitian.
2. Nilai SK = Sangat Kurang, K = Kurang, C = Cukup, B = Baik, dan SB = Sangat Baik
3. Apabila penilaian Anda adalah SK, K, atau C maka berilah saran dan masukkan pada bagian yang telah disediakan.

Aspek kriteria	Indikator	SK	C	K	B	SB
Isi	1. Kesesuaian kuesioner dengan indikator yang akan dicapai					
	2. Kejelasan isi kuesioner					
	3. Kesesuaian isi kuesioner dengan pemahaman responden					
	4. Pertanyaan yang diajukan tidak menyinggung perasaan responden					
Kebahasaan	5. Kebakuan bahasa					
	6. Kemudahan responden memahami bahasa yang digunakan					
Format	7. Kejelasan petunjuk pengisian kuesioner					
	8. Keruntutan dalam penyusunan kuesioner					
	9. Kemenarikan kuesioner					

**LAMPIRAN D. Penjabaran Penilaian Lembar Validasi****PENJABARAN PENILAIAN LEMBAR VALIDASI****ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14**

1. Kesesuaian kuesioner dengan indikator yang akan dicapai
  - SB = Jika isi kuesioner sangat sesuai untuk mencapai indikator yang diinginkan
  - B = Jika isi kuesioner sesuai untuk mencapai indikator yang diinginkan
  - C = Jika isi kuesioner cukup sesuai untuk mencapai indikator yang diinginkan
  - K = Jika isi kuesioner kurang sesuai untuk mencapai indikator yang diinginkan
  - SK = Jika isi kuesioner tidak sesuai untuk mencapai indikator yang diinginkan
2. Kejelasan isi kuesioner
  - SB = Jika isi kuesioner sangat jelas
  - B = Jika isi kuesioner jelas
  - C = Jika isi kuesioner cukup jelas
  - K = Jika isi kuesioner kurang jelas
  - SK = Jika isi kuesioner tidak jelas
3. Kesesuaian isi kuesioner dengan pemahaman responden (siswa)
  - SB = Jika isi kuesioner sangat sesuai dengan tingkat pemahaman responden (siswa)

- B = Jika isi kuesioner sesuai dengan tingkat pemahaman responden (siswa)
  - C = Jika isi kuesioner cukup sesuai dengan tingkat pemahaman responden (siswa)
  - K = Jika isi kuesioner kurang sesuai dengan tingkat pemahaman responden (siswa)
  - SK = Jika isi kuesioner tidak sesuai dengan tingkat pemahaman responden (siswa)
4. Pertanyaan yang diajukan tidak menyinggung perasaan responden
- SB = Jika Pertanyaan yang diajukan dalam kuesioner tidak menyinggung perasaan responden
  - B = Jika Pertanyaan yang diajukan dalam kuesioner sedikit menyinggung perasaan responden
  - C = Jika Pertanyaan yang diajukan dalam kuesioner cukup menyinggung perasaan responden
  - K = Jika Pertanyaan yang diajukan dalam kuesioner menyinggung perasaan responden
  - SK = Jika Pertanyaan yang diajukan dalam kuesioner sangat menyinggung perasaan responden
5. Kebakuan bahasa
- SB = Jika bahasa yang digunakan sangat sesuai dengan kaidah bahasa indonesia dan menggunakan EYD
  - B = Jika bahasa yang digunakan sesuai dengan kaidah bahasa indonesia dan menggunakan EYD
  - C = Jika bahasa yang digunakan cukup sesuai dengan kaidah bahasa indonesia dan menggunakan EYD
  - K = Jika bahasa yang digunakan kurang sesuai dengan kaidah bahasa indonesia dan menggunakan EYD



- SK = Jika bahasa yang digunakan tidak sesuai dengan kaidah bahasa indonesia dan menggunakan EYD
6. Kemudahan responden memahami bahasa yang digunakan
- SB = Jika bahasa yang digunakan sangat mudah dipahami responden
  - B = Jika bahasa yang digunakan mudah dipahami responden
  - C = Jika bahasa yang digunakan cukup mudah dipahami responden
  - K = Jika bahasa yang digunakan kurang mudah dipahami responden
  - SK = Jika bahasa yang digunakan tidak mudah dipahami responden
7. Kejelasan petunjuk pengisian kuesioner
- SB = Jika petunjuk pengisian kuesioner sangat jelas
  - B = Jika petunjuk pengisian kuesioner jelas
  - C = Jika petunjuk pengisian kuesioner cukup jelas
  - K = Jika petunjuk pengisian kuesioner kurang jelas
  - SK = Jika petunjuk pengisian kuesioner tidak jelas
8. Keruntutan dalam penyusunan kuesioner
- SB = Jika penyusunan pertanyaan pada kuesioner sangat runtut
  - B = Jika penyusunan pertanyaan pada kuesioner runtut
  - C = Jika penyusunan pertanyaan pada kuesioner cukup runtut
  - K = Jika penyusunan pertanyaan pada kuesioner kurang runtut
  - SK = Jika penyusunan pertanyaan pada kuesioner tidak runtut
9. Kemenarikan kuesioner
- SB = Jika kuesioner sangat menarik
  - B = Jika kuesioner menarik
  - C = Jika kuesioner cukup menarik

- K = Jika kuesioner kurang menarik
- SK = Jika kuesioner tidak menarik



## LAMPIRAN E. Hasil Validasi

## LAMPIRAN C. Instrumen Penelitian

**ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14**

## PETUNJUK PENGISIAN

1. Berilah tanda check (✓) pada kolom nilai sesuai penilaian Anda terhadap kuesioner penelitian.
2. Nilai SK = Sangat Kurang, K = Kurang, C = Cukup, B = Baik, dan SB = Sangat Baik
3. Apabila penilaian Anda adalah SK, K, atau C maka berilah saran dan masukkan pada bagian yang telah disediakan.

Aspek kriteria	Indikator	SK	C	K	B	SB
Isi	1. Kesesuaian kuesioner dengan indikator yang akan dicapai					✓
	2. Kejelasan isi kuesioner					✓
	3. Kesesuaian isi kuesioner dengan pemahaman responden					✓
	4. Pertanyaan yang diajukan tidak menyinggung perasaan responden					✓
Kebahasaan	5. Kebakuan bahasa					✓
	6. Kemudahan responden memahami bahasa yang digunakan					✓
Format	7. Kejelasan petunjuk pengisian kuesioner					✓
	8. Keruntutan dalam penyusunan kuesioner				✓	
	9. Kemenarikan kuesioner					✓

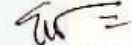


No.	Bagian Perbaikan	Saran
	Lebih disarankan mengklasifikasi pertanyaan agar lebih runtut	

\*) Jika kolom yang disediakan kurang, saran dapat ditulis dibalik kertas ini

Jember, 31 Desember 2019

Validator



(Ermita R. A., S.Pd., M.Si)

NPP. 7500 17209



Scanned with  
CamScanner

## LAMPIRAN C. Instrumen Penelitian

**ANALISIS NUMERIK MODEL MATEMATIKA PADA KASUS  
KECANDUAN *GAME ONLINE* MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA ORDE 14**

## PETUNJUK PENGISIAN

1. Berilah tanda check (✓) pada kolom nilai sesuai penilaian Anda terhadap kuesioner penelitian.
2. Nilai SK = Sangat Kurang, K = Kurang, C = Cukup, B = Baik, dan SB = Sangat Baik
3. Apabila penilaian Anda adalah SK, K, atau C maka berilah saran dan masukkan pada bagian yang telah disediakan.

Aspek kriteria	Indikator	SK	C	K	B	SB
Isi	1. Kesesuaian kuesioner dengan indikator yang akan dicapai					✓
	2. Kejelasan isi kuesioner				✓	
	3. Kesesuaian isi kuesioner dengan pemahaman responden				✓	
	4. Pertanyaan yang diajukan tidak menyinggung perasaan responden					✓
Kebahasaan	5. Kebakuan bahasa				✓	
	6. Kemudahan responden memahami bahasa yang digunakan					✓
Format	7. Kejelasan petunjuk pengisian kuesioner				✓	
	8. Keruntutan dalam penyusunan kuesioner				✓	
	9. Kemenarikan kuesioner				✓	

No.	Bagian Perbaikan	Saran

\*) Jika kolom yang disediakan kurang, saran dapat ditulis dibalik kertas ini

Jember, 30 Desember 2019

Validator

(Robiatul Adawiyah, S.Pd. M.Si.)



Scanned with  
CamScanner

## LAMPIRAN F. Analisis Hasil Validasi

## Analisis Data Validasi Kuesioner

Aspek Kriteria	Indikator	Penilaian Validator ke-		$I_i$	$A_i$	$V_a$
		1	2			
Isi	1. Indikator yang akan dicapai	5	5	5	4.75	4.61
	2. Kejelasan isi kuesioner	4	5	4.5		
	3. Kesesuaian isi kuesioner dengan pemahaman responden	4	5	4.5		
	4. Pertanyaan yang diajukan tidak menyinggung perasaan responden	5	5	5		
Kebahasaan	5. Kebakuan bahasa	4	5	4.5	4.75	
	6. Kemudahan responden memahami bahasa yang digunakan	5	5	5		
Format	7. Kejelasan petunjuk pengisian kuesioner	4	5	4.5	4.33	
	8. Keruntutan dalam penyusunan kuesioner	4	4	4		
	9. Kemenarikan kuesioner	4	5	4.5		

Dari analisis hasil validitas diatas diperoleh nilai  $V_a = 4.61$ . Kemudian mengubah nilai  $V_a$  menjadi nilai koefisien korelasi ( $\alpha$ )

$$\alpha = \frac{V_a}{5} = \frac{4.61}{5} = 0.92$$

sehingga dalam kategori intepretasi sangat tinggi.

**LAMPIRAN G. Data Hasil Penelitian**

1. Selvi aprilia saputri (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
2. Salma Afivah (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online.
3. Mariska Damayanti (18 th) wanita (S), mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
4. Sulis Setia Ningsih (17 th) wanita (S), mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
5. Sulis Setia Ningsih
6. AYUB JAELANI (18 th) pria (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
7. Adinda Authree Ningtyas (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
8. Ana Ulul Maqviroh (17 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.



9. Yonita Adha Wulandari (17 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
10. Krisna Putra Supriyanto (18 th) pria (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online.
11. Evinka Maylia Putri (17 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
12. Tri Dyah Wulandari (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
13. Adela Permatasari (17 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online.
14. HANI RIA DELIMA (18 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
15. Tri Dyah Wulandari (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
16. Ledy Diana Safitri (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online.

17. AFIFA PRICILIA DAMAYANTI (19 th) wanita (S E I R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : lupa waktu dan asyik, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online belum tahu kapan. (berhenti setelah tanggal 6 Januari 2020)
18. Rina purnamasari (18 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
19. Mochammad Septa Firdaus (18 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : lupa waktu, bermain game online untuk hiburan, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online kurang dari 4 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah dan cafe, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena tidak ada yang menghibur
20. Mochammad Septa Firdaus
21. Putri Nurnaningsih (18 th) wanita (S), mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
22. Agil Rizki firdaus (17 th) pria (S E I R), mengenal game online, pernah

menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bersosialisasi dengan orang lain, mengenal game online dari teman, dampak negatif : sulit untuk belajar, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online antara 4-5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online rumah, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena jadi hiburan sehari-hari.(berhenti pada tanggal 20 Januari)

23. M. ANGGA PRAYOGI (17 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang belajar, mengenal game online dari teman, dampak negatif : kerusakan mata dan kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online kurang dari 4 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online saat mendekati ujian sekolah (berhenti pada tanggal 20 Januari).
24. Icha Rahmawati (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
25. M.FARIS (19 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : lupa waktu, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 tahun, bermain game online kurang dari 4 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah dan cafe, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri,

berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online setelah lulus sekolah

26. Salma afivah (18 th) wanita (S), mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online.
27. Firdatul Jannah (18 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : tidak pernah belajar, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone,, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena terhibur saat waktu kosong
28. Shinta Dewi Hariyanti (18 th) wanita (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone,, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti secepatnya. (berhenti setelah tanggal 6 Januari 2020)
29. Devina Okta Rista (18 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone,, bermain game online rumah dan

sekolah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, tidak berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena mendapat hiburan dan informasi dari bermain game online.

30. ROFI'ATUSSOLEHA (18 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : kecanduan, malas, ingin bermain hp setiap saat, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphome,, bermain game online rumah dan sekolah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, tidak berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena dapat hiburan dan banyak teman
31. Ahmad Sayyidi (18 th) pria (S E I) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : lupa belajar, bermain game online untuk hobi, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphome, bermain game online montoon basecamp, rumah, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena hobi.
32. Viorela (17 th) wanita (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bersosialisasi dengan orang lain, mengenal game online dari teman, dampak negatif : tidak ada, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 tahun, bermain game online kurang darr 4 jam, bermain game online menggunakan smartphome, bermain game online di sekolah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain

game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sebelum UN. (berhenti sekitar minggu terakhir bulan Januari 2020)

33. Jefri dwi kurniawan (17 th) pria (S E I) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : lupa belajar, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online antara 4-5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online rumah, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena hiburan sehari-hari.
34. Windi Dwi Lestari (18 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : waktu belajar berkurang, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 tahun, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online dimana saja, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 tahun, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online
35. SAIFUL ARIFIN (18 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bersosialisasi dengan orang lain, mengenal game online dari teman, dampak negatif: malas belajar, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di cafe, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri,

berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online

36. Salma afivah (18 th) wanita (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bersosialisasi dengan orang lain, mengenal game online dari teman, dampak negatif: kecenderungan pada hp, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sekarang. (berhenti setelah tanggal 13 Januari 2020)
37. FEBRI ALFANDI (17 th) pria (S E I R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : sakit mata, bermain game online untuk hiburan, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sekarang. (berhenti setelah tanggal 13 Januari 2020)
38. Lika ardyta zevisyah amanda (18 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
39. BAGAS EKA PRASETYA (17 th) pria (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: kurang waktu belajar dan bermain dengan keluarga, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th,

bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online di cafe, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena sudah menjadi hiburan. (berhenti setelah tanggal 6 Januari 2020)

40. ARVAN EFFENDI (18 th) pria (S E I R) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online di grapari, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, tidak berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sekarang. (berhenti setelah tanggal 13 Januari 2020)
41. BALGIS AL HUMAIRO (18 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: jarang belajar dan malas membantu orang tua, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online di rumah dan sekolah, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, tidak berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena membuad mood bagus.
42. Miftakhul Jannah (17 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online.
43. Ayik Niken Cahyani (18 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain



game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.

44. Nasila Aulia (16 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang menonton youtube, mengenal game online dari teman, dampak negatif: mata minus, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online lebih dari 5 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sekarang.
45. Devi aprilia wandaniar (17 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang jualan secara online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: menyebabkan mata sakit, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah dan rumah teman, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena untuk senang-senang.
46. Nadia verliana (17 th) wanita (S E I) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : malas, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online antara 4-5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena sebagai hiburan agar tidak stress.
47. Vito Ardiansyah (18 th) pria (S) tidak mengenal game online, tidak pernah

- menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
48. CINDY CANTIKA (17 th) pria (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
  49. Ilisa natalia (17 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
  50. Siti faizah (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online
  51. Ristia ningsih (17 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
  52. Vivilia rahma wati (17 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: pengetahuan tentang pembelajaran berkurang, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena menjadi hiburan saat banyak pikiran.
  53. Dilla Krisdayanti (18 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.

54. Siti Safilatul Nabila (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
55. Enggar adi firdaus (16 th) pria (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: mata minus, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di sekolah dan rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online, masih belum tahu kapan. (berhenti setelah tanggal 20 Januari 2020)
56. Siti Aliyah (17 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
57. Agustin dwi lestari (18 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
58. Novanda ardiyanto (18 th) pria (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
59. Alif bagas (16 th) pria (S E I R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : mata minus dan pola pikir berkurang, bermain game online untuk hiburan, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online antara 4-5

jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online saat akan UN. Sudah berhenti karena merasa bosan

60. Rendy Sandiyanto (18 th) pria (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online.
61. Muhammad Faisol (17 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif: lelah dan kurang tidur, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online saat lulus sekolah.
62. MUHAMMAD ALVIN (16 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif: merusak mata, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena menghibur, menyenangkan dan menambah teman.
63. Diva Prasetyo (17 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang

bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: merusak mata dan tidak fokus sekolah, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphome dan pc, bermain game online di warnet dan dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena level sudah jauh.

64. Jhulyanus sapta saputra (17 th) pria (S E I) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : pemalas, bermain game online untuk hobi, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online antara 4-5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphome, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena asyik.
65. Nurma hilda intana (16 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bersosialisasi dengan orang lain, mengenal game online dari teman, dampak negatif: sakit mata, malas, tidak dapat lepas dari hp, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online antara 4-5 jam, bermain game online menggunakan smartphome, bermain game online di sekolah dan rumah, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena sudah terbiasa bermain game online.
66. Faisatus Sholehah (17 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bersosialisasi dengan orang lain, mengenal game online dari teman, dampak negatif: malas, kecanduan game online dan hp, bermain

game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone dan tablet, tidak mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena sudah kecanduan.

67. Reza pratiwi (15 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online
68. Faizzatul Muniroh (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
69. ALFIATUN NIKMAH (16 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
70. Vira irfania (16 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
71. Mutiara handayani (16 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
72. PUTRI DISMA SARI (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online
73. ELOK HIKMATUL FITRIA (17 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game

- online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
74. Syafira Wulandari (15 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
  75. SUBURIYAH (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
  76. Ma'rifatus Silviana (15 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
  77. DIVA AMELIA MAULIDISTA (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online
  78. Septianti putri abelia (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
  79. DERA ALDA FEBIYANI (15 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
  80. SITI ROHMAH (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah mengistall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online

81. Siti Nurafiani (15 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online
82. Sofviatul Hasanah (16 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif: tidak fokus pelajaran, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online bulan depan.
83. RIZKY AMELIA (16 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena jadi penghilang stress.
84. Wardatus soleha (16 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online secepatnya.



85. Winda Ashari (16 th) wanita (S E) kenal, mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif: tidak fokus belajar, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online tahun depan.
86. ILAWATI (16 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
87. Muhammad Dodik Hartono (16 th) pria (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tidak tertarik lagi bermain game online
88. Laily (16 th) wanita (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: malas, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sekarang. (berhenti setelah tanggal 6 Januari 2020)
89. Lintang Arsy Qonita (15 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: kecanduan dan dimarahi orang tua, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 th, bermain game online

kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah dan sekolah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena agar tidak bosan.

90. Moch robiatul husnan (16 th) pria (S E I) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : merusak mata, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online antara 4-5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online.
91. Angel bunga aditya (16 th) wanita (S) mengenal game online, pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, pernah bermain game online sebelumnya, tertarik lagi bermain game online
92. Muhammad iqbal fatoni (16 th) pria (S E I) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif : lupa waktu dan asyik, bermain game online untuk hiburan, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online rumah dan tempat ngopi, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, tidak berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online.
93. Silfiatul Aliyah (16 th) wanita (S E I R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : Kecanduan ingin bermain game tiap saat, kurang waktu

belajar, mengabaikan banyak orang, kurang bersosialisasi, bermain game online untuk hiburan, bermain game online antara 1-3 tahun, bermain game online antara 4-5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan pc dan smartphone, bermain game online rumah, sekolah dan tempat umum, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online. (berhenti setelah tanggal 10 Januari 2020)

94. Disa alfa putri (16 th) wanita (S) mengenal game online, tidak pernah menginstall game online, tidak tertarik bermain game online, tidak bermain game online, tidak pernah bermain game online sebelumnya.
95. Syafira Wulandari (15 th) wanita (S E R) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang membaca novel, mengenal game online dari internet, dampak negatif: malas, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan tablet, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online sekarang. (berhenti setelah tanggal 28 Januari 2020)
96. Eka aprilia kartika (15 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman, dampak negatif: lupa waktu, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online kurang dari 4 jam, bermain game online menggunakan smartphone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online.
97. Andre pratama (16 th) pria (S E) mengenal game online, pernah menginstall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat

senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif: kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online antara 4-5 jam, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online dimana saja, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online belum tahu kapan.

98. Muhammad rivan (16 th) pria (S E I) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari internet, dampak negatif : mata minus, bermain game online untuk hiburan, bermain game online lebih dari 3 tahun, bermain game online lebih dari 5 jam dalam sehari, bermain game online menggunakan pc dan pc, bermain game online warnet, mengajak teman untuk bermain game online, dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, berencana berhenti bermain game online urang tahu kapan.
99. Qudwatun Hasanah (16 th) wanita (S E) mengenal game online, pernah mengistall game online, tertarik bermain game online, bermain game online, saat senggang bermain game online, mengenal game online dari teman dan internet, dampak negatif: kecanduan, bermain game online untuk hiburan, bermain game online kurang dari 1 th, bermain game online antara 4-5 jam, bermain game online menggunakan smartpone, bermain game online di rumah, mengajak teman untuk bermain game online, tidak dapat mengendalikan diri, berhenti bermain game online ketika ada kegiatan penting, tidak berencana berhenti bermain game online karena sudah menjadi hiburan.

$$\text{Total individu rentan (S)} = 52$$

$$\text{Total individu terpapar (E)} = 32$$

$$\text{Total individu terinfeksi (I)} = 13$$

$$\text{Total individu sembuh (R)} = 7+6=13$$

### LAMPIRAN H. Konvergensi Metode Runge-Kutta Order 14 dengan Matlab

```

clear all;
clc;
b1=203/10000;
b2=1399/10000;
b3=-777/10000;
b4=3879/10000;
b5=-3770/10000;
b6=5137/10000;
b7=-1071/10000;
b8=-1071/10000;
b9=5137/10000;
b10=-3770/10000;
b11=3879/10000;
b12=-777/10000;
b13=1399/10000;
b14=203/10000;

c1=0; c2=1/13; c3=2/13; c4=3/13; c5=4/13; c6=5/13; c7=6/13;
c8=7/13; c9=8/13; c10=9/13; c11=10/13; c12=11/13; c13=12/13; c14=1;

G1=1 H1=1/2 I1=1/3 J1=1/4 K1=1/5 L1=1/6 M1=1/7 N1=1/8 O1=1/9
P1=1/10 Q1=1/11 R1=1/12 S1=1/13 T1=1/14

G=b1+b2+b3+b4+b5+b6+b7+b8+b9+b10+b11+b12+b13+b14
H=b2*c2+b3*c3+b4*c4+b5*c5+b6*c6+b7*c7+b8*c8+b9*c9+b10*c10+b11*c11+
b12*c12+b13*c13+b14*c14
I=b2*c2^2+b3*c3^2+b4*c4^2+b5*c5^2+b6*c6^2+b7*c7^2+b8*c8^2+b9*c9^2+
b10*c10^2+b11*c11^2+b12*c12^2+b13*c13^2+b14*c14^2
J=b2*c2^3+b3*c3^3+b4*c4^3+b5*c5^3+b6*c6^3+b7*c7^3+b8*c8^3+b9*c9^3+

```

$$\begin{aligned}
& b_{10}c_{10}^3 + b_{11}c_{11}^3 + b_{12}c_{12}^3 + b_{13}c_{13}^3 + b_{14}c_{14}^3 \\
K = & b_2c_2^4 + b_3c_3^4 + b_4c_4^4 + b_5c_5^4 + b_6c_6^4 + b_7c_7^4 + b_8c_8^4 + b_9c_9^4 + \\
& b_{10}c_{10}^4 + b_{11}c_{11}^4 + b_{12}c_{12}^4 + b_{13}c_{13}^4 + b_{14}c_{14}^4 \\
L = & b_2c_2^5 + b_3c_3^5 + b_4c_4^5 + b_5c_5^5 + b_6c_6^5 + b_7c_7^5 + b_8c_8^5 + b_9c_9^5 + \\
& b_{10}c_{10}^5 + b_{11}c_{11}^5 + b_{12}c_{12}^5 + b_{13}c_{13}^5 + b_{14}c_{14}^5 \\
M = & b_2c_2^6 + b_3c_3^6 + b_4c_4^6 + b_5c_5^6 + b_6c_6^6 + b_7c_7^6 + b_8c_8^6 + b_9c_9^6 + \\
& b_{10}c_{10}^6 + b_{11}c_{11}^6 + b_{12}c_{12}^6 + b_{13}c_{13}^6 + b_{14}c_{14}^6 \\
N = & b_2c_2^7 + b_3c_3^7 + b_4c_4^7 + b_5c_5^7 + b_6c_6^7 + b_7c_7^7 + b_8c_8^7 + b_9c_9^7 + \\
& b_{10}c_{10}^7 + b_{11}c_{11}^7 + b_{12}c_{12}^7 + b_{13}c_{13}^7 + b_{14}c_{14}^7 \\
O = & b_2c_2^8 + b_3c_3^8 + b_4c_4^8 + b_5c_5^8 + b_6c_6^8 + b_7c_7^8 + b_8c_8^8 + b_9c_9^8 + \\
& b_{10}c_{10}^8 + b_{11}c_{11}^8 + b_{12}c_{12}^8 + b_{13}c_{13}^8 + b_{14}c_{14}^8 \\
P = & b_2c_2^9 + b_3c_3^9 + b_4c_4^9 + b_5c_5^9 + b_6c_6^9 + b_7c_7^9 + b_8c_8^9 + b_9c_9^9 + \\
& b_{10}c_{10}^9 + b_{11}c_{11}^9 + b_{12}c_{12}^9 + b_{13}c_{13}^9 + b_{14}c_{14}^9 \\
Q = & b_2c_2^{10} + b_3c_3^{10} + b_4c_4^{10} + b_5c_5^{10} + b_6c_6^{10} + b_7c_7^{10} + b_8c_8^{10} + \\
& b_9c_9^{10} + b_{10}c_{10}^{10} + b_{11}c_{11}^{10} + b_{12}c_{12}^{10} + b_{13}c_{13}^{10} + b_{14}c_{14}^{10} \\
R = & b_2c_2^{11} + b_3c_3^{11} + b_4c_4^{11} + b_5c_5^{11} + b_6c_6^{11} + b_7c_7^{11} + b_8c_8^{11} + \\
& b_9c_9^{11} + b_{10}c_{10}^{11} + b_{11}c_{11}^{11} + b_{12}c_{12}^{11} + b_{13}c_{13}^{11} + b_{14}c_{14}^{11} \\
S = & b_2c_2^{12} + b_3c_3^{12} + b_4c_4^{12} + b_5c_5^{12} + b_6c_6^{12} + b_7c_7^{12} + b_8c_8^{12} + \\
& b_9c_9^{12} + b_{10}c_{10}^{12} + b_{11}c_{11}^{12} + b_{12}c_{12}^{12} + b_{13}c_{13}^{12} + b_{14}c_{14}^{12} \\
T = & b_2c_2^{13} + b_3c_3^{13} + b_4c_4^{13} + b_5c_5^{13} + b_6c_6^{13} + b_7c_7^{13} + b_8c_8^{13} + \\
& b_9c_9^{13} + b_{10}c_{10}^{13} + b_{11}c_{11}^{13} + b_{12}c_{12}^{13} + b_{13}c_{13}^{13} + b_{14}c_{14}^{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_{21} = 1/13; \quad a_{31} = 0; \quad a_{32} = 2/13; \quad a_{41} = 0; \quad a_{42} = 0; \quad a_{43} = 3/13; \quad a_{51} = 0; \\
& a_{52} = 0; \quad a_{53} = 0; \quad a_{54} = 4/13; \quad a_{61} = 33/1742; \quad a_{62} = 0; \quad a_{63} = -453/1742; \\
& a_{64} = 1566/1742; \quad a_{65} = -476/1742; \quad a_{71} = 0; \quad a_{72} = 0; \quad a_{73} = 0; \quad a_{74} = 0; \quad a_{75} = 0; \\
& a_{76} = 6/13; \quad a_{81} = 0; \quad a_{82} = 0; \quad a_{83} = 0; \quad a_{84} = 0; \quad a_{85} = 0; \quad a_{86} = 0; \quad a_{87} = 7/13; \\
& a_{91} = 0; \quad a_{92} = 191/702; \quad a_{93} = 0; \quad a_{94} = 0; \quad a_{95} = -122/702; \quad a_{96} = 419/702; \\
& a_{97} = 79/702; \quad a_{98} = -135/702; \quad a_{101} = 0; \quad a_{102} = 0; \quad a_{103} = 0; \quad a_{104} = 0; \\
& a_{105} = 0; \quad a_{106} = 0; \quad a_{107} = 0; \quad a_{108} = 0; \quad a_{109} = 9/13; \quad a_{111} = 0; \quad a_{112} = 0; \\
& a_{113} = 0; \quad a_{114} = -197/1248; \quad a_{115} = 0; \quad a_{116} = 0; \quad a_{117} = 0; \quad a_{118} = 0; \\
& a_{119} = 1574/1248; \quad a_{1110} = -417/1248; \quad a_{121} = 0; \quad a_{122} = 0; \quad a_{123} = 0;
\end{aligned}$$

$a_{124}=0$ ;  $a_{125}=0$ ;  $a_{126}=0$ ;  $a_{127}=0$ ;  $a_{128}=0$ ;  $a_{129}=0$ ;  $a_{1210}=0$ ;  
 $a_{1211}=11/13$ ;  $a_{131}=0$ ;  $a_{132}=0$ ;  $a_{133}=-307/2444$ ;  $a_{134}=0$ ;  $a_{135}=0$ ;  
 $a_{136}=0$ ;  $a_{137}=0$ ;  $a_{138}=0$ ;  $a_{139}=0$ ;  $a_{1310}=0$ ;  $a_{1311}=2785/2444$ ;  
 $a_{1312}=-222/2444$ ;  $a_{141}=0$ ;  $a_{142}=0$ ;  $a_{143}=0$ ;  $a_{144}=0$ ;  $a_{145}=0$ ;  
 $a_{146}=523/1118$ ;  $a_{147}=0$ ;  $a_{148}=0$ ;  $a_{149}=0$ ;  $a_{1410}=0$ ;  $a_{1411}=0$ ;  
 $a_{1412}=0$ ;  $a_{1413}=595/1118$ ;

$A=b_3*a_{32}+b_4*a_{42}+b_5*a_{52}+b_6*a_{62}+b_7*a_{72}+b_8*a_{82}+b_9*a_{92}+b_{10}*a_{102}+b_{11}*a_{112}$   
 $+b_{12}*a_{122}+b_{13}*a_{132}+b_{14}*a_{142}$

$B=b_4*a_{43}+b_5*a_{53}+b_6*a_{63}+b_7*a_{73}+b_8*a_{83}+b_9*a_{93}+b_{10}*a_{103}+b_{11}*a_{113}+$   
 $b_{12}*a_{123}+b_{13}*a_{133}+b_{14}*a_{143}$

$C=b_5*a_{54}+b_6*a_{64}+b_7*a_{74}+b_8*a_{84}+b_9*a_{94}+b_{10}*a_{104}+b_{11}*a_{114}+b_{12}*a_{124}+$   
 $b_{13}*a_{134}+b_{14}*a_{144}$

$D=b_6*a_{65}+b_7*a_{75}+b_8*a_{85}+b_9*a_{95}+b_{10}*a_{105}+b_{11}*a_{115}+b_{12}*a_{125}+b_{13}*a_{135}+$   
 $b_{14}*a_{145}$

$E=b_7*a_{76}+b_8*a_{86}+b_9*a_{96}+b_{10}*a_{106}+b_{11}*a_{116}+b_{12}*a_{126}+b_{13}*a_{136}+b_{14}*a_{146}$

$F=b_8*a_{87}+b_9*a_{97}+b_{10}*a_{107}+b_{11}*a_{117}+b_{12}*a_{127}+b_{13}*a_{137}+b_{14}*a_{147}$

$G=b_9*a_{98}+b_{10}*a_{108}+b_{11}*a_{118}+b_{12}*a_{128}+b_{13}*a_{138}+b_{14}*a_{148}$

$H=b_{10}*a_{109}+b_{11}*a_{119}+b_{12}*a_{129}+b_{13}*a_{139}+b_{14}*a_{149}$

$I=b_{11}*a_{1110}+b_{12}*a_{1210}+b_{13}*a_{1310}+b_{14}*a_{1410}$

$J=b_{12}*a_{1211}+b_{13}*a_{1311}+b_{14}*a_{1411}$

$K=b_{13}*a_{1312}+b_{14}*a_{1412}$

$L=b_{14}*a_{1413}$

$A_1=386/3007$   $B_1=-971/15754$   $C_1=1711/6011$   $D_1=-291/1265$

$E_1=1629/6109$   $F_1=0$   $G_1=-253/2558$   $H_1=682/2985$   $I_1=-86/663$

$J_1=409/4368$   $K_1=-148/11649$   $L_1=62/5729$

$O=1/6$   $P=1/12$   $Q=1/20$   $R=1/30$   $S=1/42$

$T=1/56$   $U=1/72$   $V=1/90$   $W=1/110$   $X=1/132$   $Y=1/156$

$$O1=c2*A+c3*B+c4*C+c5*D+c6*E+c7*F+c8*G+c9*H+c10*I+c11*J+c12*K+c13*L$$

$$P1=c2^2*A+c3^2*B+c4^2*C+c5^2*D+c6^2*E+c7^2*F+c8^2*G+c9^2*H+c10^2*I+c11^2*J+c12^2*K+c13^2*L$$

$$Q1=c2^3*A+c3^3*B+c4^3*C+c5^3*D+c6^3*E+c7^3*F+c8^3*G+c9^3*H+c10^3*I+c11^3*J+c12^3*K+c13^3*L$$

$$R1=c2^4*A+c3^4*B+c4^4*C+c5^4*D+c6^4*E+c7^4*F+c8^4*G+c9^4*H+c10^4*I+c11^4*J+c12^4*K+c13^4*L$$

$$S1=c2^5*A+c3^5*B+c4^5*C+c5^5*D+c6^5*E+c7^5*F+c8^5*G+c9^5*H+c10^5*I+c11^5*J+c12^5*K+c13^5*L$$

$$T1=c2^6*A+c3^6*B+c4^6*C+c5^6*D+c6^6*E+c7^6*F+c8^6*G+c9^6*H+c10^6*I+c11^6*J+c12^6*K+c13^6*L$$

$$U1=c2^7*A+c3^7*B+c4^7*C+c5^7*D+c6^7*E+c7^7*F+c8^7*G+c9^7*H+c10^7*I+c11^7*J+c12^7*K+c13^7*L$$

$$V1=c2^8*A+c3^8*B+c4^8*C+c5^8*D+c6^8*E+c7^8*F+c8^8*G+c9^8*H+c10^8*I+c11^8*J+c12^8*K+c13^8*L$$

$$W1=c2^9*A+c3^9*B+c4^9*C+c5^9*D+c6^9*E+c7^9*F+c8^9*G+c9^9*H+c10^9*I+c11^9*J+c12^9*K+c13^9*L$$

$$X1=c2^{10}*A+c3^{10}*B+c4^{10}*C+c5^{10}*D+c6^{10}*E+c7^{10}*F+c8^{10}*G+c9^{10}*H+c10^{10}*I+c11^{10}*J+c12^{10}*K+c13^{10}*L$$

$$Y1=c2^{11}*A+c3^{11}*B+c4^{11}*C+c5^{11}*D+c6^{11}*E+c7^{11}*F+c8^{11}*G+c9^{11}*H+c10^{11}*I+c11^{11}*J+c12^{11}*K+c13^{11}*L$$

$$O2=b3*c2*a32+b4*c2*a42+b4*c3*a43+b5*c2*a52+b5*c3*a53+b5*c4*a54+\dots$$

$$b6*c2*a62+b6*c3*a63+b6*c4*a64+b6*c5*a65+b7*c2*a72+b7*c3*a73+\dots$$

$$b7*c4*a74+b7*c5*a75+b7*c6*a76+b8*c2*a82+b8*c3*a83+b8*c4*a84+\dots$$

$$b8*c5*a85+b8*c6*a86+b8*c7*a87+b9*c2*a92+b9*c3*a93+b9*c4*a94+\dots$$

$$b9*c5*a95+b9*c6*a96+b9*c7*a97+b9*c8*a98+b10*c2*a102+b10*c3*a103+\dots$$

$$b10*c4*a104+b10*c5*a105+b10*c6*a106+b10*c7*a107+b10*c8*a108+\dots$$

$$b10*c9*a109+b11*c2*a112+b11*c3*a113+b11*c4*a114+b11*c5*a115+\dots$$

$$b11*c6*a116+b11*c7*a117+b11*c8*a118+b11*c9*a119+b11*c10*a1110+\dots$$

$$b12*c2*a122+b12*c3*a123+b12*c4*a124+b12*c5*a125+b12*c6*a126+\dots$$



$$\begin{aligned}
 & b_{12}c_7a_{127} + b_{12}c_8a_{128} + b_{12}c_9a_{129} + b_{12}c_{10}a_{1210} + b_{12}c_{11}a_{1211} + \dots \\
 & b_{13}c_2a_{132} + b_{13}c_3a_{133} + b_{13}c_4a_{134} + b_{13}c_5a_{135} + b_{13}c_6a_{136} + \dots \\
 & b_{13}c_7a_{137} + b_{13}c_8a_{138} + b_{13}c_9a_{139} + b_{13}c_{10}a_{1310} + b_{13}c_{11}a_{1311} + \dots \\
 & b_{13}c_{12}a_{1312} + b_{14}c_2a_{142} + b_{14}c_3a_{143} + b_{14}c_4a_{144} + b_{14}c_5a_{145} + \dots \\
 & b_{14}c_6a_{146} + b_{14}c_7a_{147} + b_{14}c_8a_{148} + b_{14}c_9a_{149} + b_{14}c_{10}a_{1410} + \dots \\
 & b_{14}c_{11}a_{1411} + b_{14}c_{12}a_{1412} + b_{14}c_{13}a_{1413} \\
 P_2 = & b_3c^2a_{32} + b_4c^2a_{42} + b_4c^3a_{43} + b_5c^2a_{52} + b_5c^3a_{53} + \dots \\
 & b_5c^4a_{54} + b_6c^2a_{62} + b_6c^3a_{63} + b_6c^4a_{64} + b_6c^5a_{65} + \dots \\
 & b_7c^2a_{72} + b_7c^3a_{73} + b_7c^4a_{74} + b_7c^5a_{75} + b_7c^6a_{76} + \dots \\
 & b_8c^2a_{82} + b_8c^3a_{83} + b_8c^4a_{84} + b_8c^5a_{85} + b_8c^6a_{86} + \dots \\
 & b_8c^7a_{87} + b_9c^2a_{92} + b_9c^3a_{93} + b_9c^4a_{94} + b_9c^5a_{95} + \dots \\
 & b_9c^6a_{96} + b_9c^7a_{97} + b_9c^8a_{98} + b_{10}c^2a_{102} + b_{10}c^3a_{103} + \dots \\
 & b_{10}c^4a_{104} + b_{10}c^5a_{105} + b_{10}c^6a_{106} + b_{10}c^7a_{107} + \dots \\
 & b_{10}c^8a_{108} + b_{10}c^9a_{109} + b_{11}c^2a_{112} + b_{11}c^3a_{113} + \dots \\
 & b_{11}c^4a_{114} + b_{11}c^5a_{115} + b_{11}c^6a_{116} + b_{11}c^7a_{117} + \dots \\
 & b_{11}c^8a_{118} + b_{11}c^9a_{119} + b_{11}c_{10}a_{1110} + b_{12}c^2a_{122} + \dots \\
 & b_{12}c^3a_{123} + b_{12}c^4a_{124} + b_{12}c^5a_{125} + b_{12}c^6a_{126} + \dots \\
 & b_{12}c^7a_{127} + b_{12}c^8a_{128} + b_{12}c^9a_{129} + b_{12}c_{10}a_{1210} + \dots \\
 & b_{12}c_{11}a_{1211} + b_{13}c^2a_{132} + b_{13}c^3a_{133} + b_{13}c^4a_{134} + \dots \\
 & b_{13}c^5a_{135} + b_{13}c^6a_{136} + b_{13}c^7a_{137} + b_{13}c^8a_{138} + \dots \\
 & b_{13}c^9a_{139} + b_{13}c_{10}a_{1310} + b_{13}c_{11}a_{1311} + b_{13}c_{12}a_{1312} + \dots \\
 & b_{14}c^2a_{142} + b_{14}c^3a_{143} + b_{14}c^4a_{144} + b_{14}c^5a_{145} + \dots \\
 & b_{14}c^6a_{146} + b_{14}c^7a_{147} + b_{14}c^8a_{148} + b_{14}c^9a_{149} + \dots \\
 & b_{14}c_{10}a_{1410} + b_{14}c_{11}a_{1411} + b_{14}c_{12}a_{1412} + b_{14}c_{13}a_{1413} \\
 Q_2 = & b_3c^3a_{32} + b_4c^3a_{42} + b_4c^3a_{43} + b_5c^3a_{52} + b_5c^3a_{53} + \dots \\
 & b_5c^4a_{54} + b_6c^3a_{62} + b_6c^3a_{63} + b_6c^4a_{64} + b_6c^5a_{65} + \dots \\
 & b_7c^3a_{72} + b_7c^3a_{73} + b_7c^4a_{74} + b_7c^5a_{75} + b_7c^6a_{76} + \dots \\
 & b_8c^3a_{82} + b_8c^3a_{83} + b_8c^4a_{84} + b_8c^5a_{85} + b_8c^6a_{86} + \dots \\
 & b_8c^7a_{87} + b_9c^3a_{92} + b_9c^3a_{93} + b_9c^4a_{94} + b_9c^5a_{95} + \dots \\
 & b_9c^6a_{96} + b_9c^7a_{97} + b_9c^8a_{98} + b_{10}c^3a_{102} + b_{10}c^3a_{103} + \dots \\
 & b_{10}c^4a_{104} + b_{10}c^5a_{105} + b_{10}c^6a_{106} + b_{10}c^7a_{107} + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & b_{10}c_8^3a_{108}+b_{10}c_9^3a_{109}+b_{11}c_2^3a_{112}+b_{11}c_3^3a_{113}+\dots \\
 & b_{11}c_4^3a_{114}+b_{11}c_5^3a_{115}+b_{11}c_6^3a_{116}+b_{11}c_7^3a_{117}+\dots \\
 & b_{11}c_8^3a_{118}+b_{11}c_9^3a_{119}+b_{11}c_{10}^3a_{1110}+b_{12}c_2^3a_{122}+\dots \\
 & b_{12}c_3^3a_{123}+b_{12}c_4^3a_{124}+b_{12}c_5^3a_{125}+b_{12}c_6^3a_{126}+\dots \\
 & b_{12}c_7^3a_{127}+b_{12}c_8^3a_{128}+b_{12}c_9^3a_{129}+b_{12}c_{10}^3a_{1210}+\dots \\
 & b_{12}c_{11}^3a_{1211}+b_{13}c_2^3a_{132}+b_{13}c_3^3a_{133}+b_{13}c_4^3a_{134}+\dots \\
 & b_{13}c_5^3a_{135}+b_{13}c_6^3a_{136}+b_{13}c_7^3a_{137}+b_{13}c_8^3a_{138}+\dots \\
 & b_{13}c_9^3a_{139}+b_{13}c_{10}^3a_{1310}+b_{13}c_{11}^3a_{1311}+b_{13}c_{12}^3a_{1312}+\dots \\
 & b_{14}c_2^3a_{142}+b_{14}c_3^3a_{143}+b_{14}c_4^3a_{144}+b_{14}c_5^3a_{145}+\dots \\
 & b_{14}c_6^3a_{146}+b_{14}c_7^3a_{147}+b_{14}c_8^3a_{148}+b_{14}c_9^3a_{149}+\dots \\
 & b_{14}c_{10}^3a_{1410}+b_{14}c_{11}^3a_{1411}+b_{14}c_{12}^3a_{1412}+b_{14}c_{13}^3a_{1413} \\
 R_2 &= b_3c_2^4a_{32}+b_4c_2^4a_{42}+b_4c_3^4a_{43}+b_5c_2^4a_{52}+b_5c_3^4a_{53}+\dots \\
 & b_5c_4^4a_{54}+b_6c_2^4a_{62}+b_6c_3^4a_{63}+b_6c_4^4a_{64}+b_6c_5^4a_{65}+\dots \\
 & b_7c_2^4a_{72}+b_7c_3^4a_{73}+b_7c_4^4a_{74}+b_7c_5^4a_{75}+b_7c_6^4a_{76}+\dots \\
 & b_8c_2^4a_{82}+b_8c_3^4a_{83}+b_8c_4^4a_{84}+b_8c_5^4a_{85}+b_8c_6^4a_{86}+\dots \\
 & b_8c_7^4a_{87}+b_9c_2^4a_{92}+b_9c_3^4a_{93}+b_9c_4^4a_{94}+b_9c_5^4a_{95}+\dots \\
 & b_9c_6^4a_{96}+b_9c_7^4a_{97}+b_9c_8^4a_{98}+b_{10}c_2^4a_{102}+b_{10}c_3^4a_{103}+ \\
 & b_{10}c_4^4a_{104}+b_{10}c_5^4a_{105}+b_{10}c_6^4a_{106}+b_{10}c_7^4a_{107}+\dots \\
 & b_{10}c_8^4a_{108}+b_{10}c_9^4a_{109}+b_{11}c_2^4a_{112}+b_{11}c_3^4a_{113}+\dots \\
 & b_{11}c_4^4a_{114}+b_{11}c_5^4a_{115}+b_{11}c_6^4a_{116}+b_{11}c_7^4a_{117}+\dots \\
 & b_{11}c_8^4a_{118}+b_{11}c_9^4a_{119}+b_{11}c_{10}^4a_{1110}+b_{12}c_2^4a_{122}+\dots \\
 & b_{12}c_3^4a_{123}+b_{12}c_4^4a_{124}+b_{12}c_5^4a_{125}+b_{12}c_6^4a_{126}+\dots \\
 & b_{12}c_7^4a_{127}+b_{12}c_8^4a_{128}+b_{12}c_9^4a_{129}+b_{12}c_{10}^4a_{1210}+\dots \\
 & b_{12}c_{11}^4a_{1211}+b_{13}c_2^4a_{132}+b_{13}c_3^4a_{133}+b_{13}c_4^4a_{134}+\dots \\
 & b_{13}c_5^4a_{135}+b_{13}c_6^4a_{136}+b_{13}c_7^4a_{137}+b_{13}c_8^4a_{138}+\dots \\
 & b_{13}c_9^4a_{139}+b_{13}c_{10}^4a_{1310}+b_{13}c_{11}^4a_{1311}+b_{13}c_{12}^4a_{1312}+\dots \\
 & b_{14}c_2^4a_{142}+b_{14}c_3^4a_{143}+b_{14}c_4^4a_{144}+b_{14}c_5^4a_{145}+\dots \\
 & b_{14}c_6^4a_{146}+b_{14}c_7^4a_{147}+b_{14}c_8^4a_{148}+b_{14}c_9^4a_{149}+\dots \\
 & b_{14}c_{10}^4a_{1410}+b_{14}c_{11}^4a_{1411}+b_{14}c_{12}^4a_{1412}+b_{14}c_{13}^4a_{1413} \\
 S_2 &= b_3c_2^5a_{32}+b_4c_2^5a_{42}+b_4c_3^5a_{43}+b_5c_2^5a_{52}+b_5c_3^5a_{53}+\dots \\
 & b_5c_4^5a_{54}+b_6c_2^5a_{62}+b_6c_3^5a_{63}+b_6c_4^5a_{64}+b_6c_5^5a_{65}+\dots
 \end{aligned}$$

$b7*c2^5*a72+b7*c3^5*a73+b7*c4^5*a74+b7*c5^5*a75+b7*c6^5*a76+\dots$   
 $b8*c2^5*a82+b8*c3^5*a83+b8*c4^5*a84+b8*c5^5*a85+b8*c6^5*a86+\dots$   
 $b8*c7^5*a87+b9*c2^5*a92+b9*c3^5*a93+b9*c4^5*a94+b9*c5^5*a95+\dots$   
 $b9*c6^5*a96+b9*c7^5*a97+b9*c8^5*a98+b10*c2^5*a102+b10*c3^5*a103+\dots$   
 $b10*c4^5*a104+b10*c5^5*a105+b10*c6^5*a106+b10*c7^5*a107+\dots$   
 $b10*c8^5*a108+b10*c9^5*a109+b11*c2^5*a112+b11*c3^5*a113+\dots$   
 $b11*c4^5*a114+b11*c5^5*a115+b11*c6^5*a116+b11*c7^5*a117+\dots$   
 $b11*c8^5*a118+b11*c9^5*a119+b11*c10^5*a1110+b12*c2^5*a122+\dots$   
 $b12*c3^5*a123+b12*c4^5*a124+b12*c5^5*a125+b12*c6^5*a126+\dots$   
 $b12*c7^5*a127+b12*c8^5*a128+b12*c9^5*a129+b12*c10^5*a1210+\dots$   
 $b12*c11^5*a1211+b13*c2^5*a132+b13*c3^5*a133+b13*c4^5*a134+\dots$   
 $b13*c5^5*a135+b13*c6^5*a136+b13*c7^5*a137+b13*c8^5*a138+\dots$   
 $b13*c9^5*a139+b13*c10^5*a1310+b13*c11^5*a1311+b13*c12^5*a1312+\dots$   
 $b14*c2^5*a142+b14*c3^5*a143+b14*c4^5*a144+b14*c5^5*a145+\dots$   
 $b14*c6^5*a146+b14*c7^5*a147+b14*c8^5*a148+b14*c9^5*a149+\dots$   
 $b14*c10^5*a1410+b14*c11^5*a1411+b14*c12^5*a1412+b14*c13^5*a1413$   
 $T2=b3*c2^6*a32+b4*c2^6*a42+b4*c3^6*a43+b5*c2^6*a52+b5*c3^6*a53+\dots$   
 $b5*c4^6*a54+b6*c2^6*a62+b6*c3^6*a63+b6*c4^6*a64+b6*c5^6*a65+\dots$   
 $b7*c2^6*a72+b7*c3^6*a73+b7*c4^6*a74+b7*c5^6*a75+b7*c6^6*a76+\dots$   
 $b8*c2^6*a82+b8*c3^6*a83+b8*c4^6*a84+b8*c5^6*a85+b8*c6^6*a86+\dots$   
 $b8*c7^6*a87+b9*c2^6*a92+b9*c3^6*a93+b9*c4^6*a94+b9*c5^6*a95+\dots$   
 $b9*c6^6*a96+b9*c7^6*a97+b9*c8^6*a98+b10*c2^6*a102+b10*c3^6*a103+\dots$   
 $b10*c4^6*a104+b10*c5^6*a105+b10*c6^6*a106+b10*c7^6*a107+\dots$   
 $b10*c8^6*a108+b10*c9^6*a109+b11*c2^6*a112+b11*c3^6*a113+\dots$   
 $b11*c4^6*a114+b11*c5^6*a115+b11*c6^6*a116+b11*c7^6*a117+\dots$   
 $b11*c8^6*a118+b11*c9^6*a119+b11*c10^6*a1110+b12*c2^6*a122+\dots$   
 $b12*c3^6*a123+b12*c4^6*a124+b12*c5^6*a125+b12*c6^6*a126+\dots$   
 $b12*c7^6*a127+b12*c8^6*a128+b12*c9^6*a129+b12*c10^6*a1210+\dots$   
 $b12*c11^6*a1211+b13*c2^6*a132+b13*c3^6*a133+b13*c4^6*a134+\dots$   
 $b13*c5^6*a135+b13*c6^6*a136+b13*c7^6*a137+b13*c8^6*a138+\dots$   
 $b13*c9^6*a139+b13*c10^6*a1310+b13*c11^6*a1311+b13*c12^6*a1312+\dots$

$b_{14}c^2{}^6a_{142}+b_{14}c^3{}^6a_{143}+b_{14}c^4{}^6a_{144}+b_{14}c^5{}^6a_{145}+\dots$   
 $b_{14}c^6{}^6a_{146}+b_{14}c^7{}^6a_{147}+b_{14}c^8{}^6a_{148}+b_{14}c^9{}^6a_{149}+\dots$   
 $b_{14}c^{10}{}^6a_{1410}+b_{14}c^{11}{}^6a_{1411}+b_{14}c^{12}{}^6a_{1412}+b_{14}c^{13}{}^6a_{1413}$   
 $U_2=b_3c^2{}^7a_{32}+b_4c^2{}^7a_{42}+b_4c^3{}^7a_{43}+b_5c^2{}^7a_{52}+b_5c^3{}^7a_{53}+\dots$   
 $b_5c^4{}^7a_{54}+b_6c^2{}^7a_{62}+b_6c^3{}^7a_{63}+b_6c^4{}^7a_{64}+b_6c^5{}^7a_{65}+\dots$   
 $b_7c^2{}^7a_{72}+b_7c^3{}^7a_{73}+b_7c^4{}^7a_{74}+b_7c^5{}^7a_{75}+b_7c^6{}^7a_{76}+\dots$   
 $b_8c^2{}^7a_{82}+b_8c^3{}^7a_{83}+b_8c^4{}^7a_{84}+b_8c^5{}^7a_{85}+b_8c^6{}^7a_{86}+\dots$   
 $b_8c^7{}^7a_{87}+b_9c^2{}^7a_{92}+b_9c^3{}^7a_{93}+b_9c^4{}^7a_{94}+b_9c^5{}^7a_{95}+\dots$   
 $b_9c^6{}^7a_{96}+b_9c^7{}^7a_{97}+b_9c^8{}^7a_{98}+b_{10}c^2{}^7a_{102}+b_{10}c^3{}^7a_{103}+\dots$   
 $b_{10}c^4{}^7a_{104}+b_{10}c^5{}^7a_{105}+b_{10}c^6{}^7a_{106}+b_{10}c^7{}^7a_{107}+\dots$   
 $b_{10}c^8{}^7a_{108}+b_{10}c^9{}^7a_{109}+b_{11}c^2{}^7a_{112}+b_{11}c^3{}^7a_{113}+\dots$   
 $b_{11}c^4{}^7a_{114}+b_{11}c^5{}^7a_{115}+b_{11}c^6{}^7a_{116}+b_{11}c^7{}^7a_{117}+\dots$   
 $b_{11}c^8{}^7a_{118}+b_{11}c^9{}^7a_{119}+b_{11}c^{10}{}^7a_{1110}+b_{12}c^2{}^7a_{122}+\dots$   
 $b_{12}c^3{}^7a_{123}+b_{12}c^4{}^7a_{124}+b_{12}c^5{}^7a_{125}+b_{12}c^6{}^7a_{126}+\dots$   
 $b_{12}c^7{}^7a_{127}+b_{12}c^8{}^7a_{128}+b_{12}c^9{}^7a_{129}+b_{12}c^{10}{}^7a_{1210}+\dots$   
 $b_{12}c^{11}{}^7a_{1211}+b_{13}c^2{}^7a_{132}+b_{13}c^3{}^7a_{133}+b_{13}c^4{}^7a_{134}+\dots$   
 $b_{13}c^5{}^7a_{135}+b_{13}c^6{}^7a_{136}+b_{13}c^7{}^7a_{137}+b_{13}c^8{}^7a_{138}+\dots$   
 $b_{13}c^9{}^7a_{139}+b_{13}c^{10}{}^7a_{1310}+b_{13}c^{11}{}^7a_{1311}+b_{13}c^{12}{}^7a_{1312}+\dots$   
 $b_{14}c^2{}^7a_{142}+b_{14}c^3{}^7a_{143}+b_{14}c^4{}^7a_{144}+b_{14}c^5{}^7a_{145}+\dots$   
 $b_{14}c^6{}^7a_{146}+b_{14}c^7{}^7a_{147}+b_{14}c^8{}^7a_{148}+b_{14}c^9{}^7a_{149}+\dots$   
 $b_{14}c^{10}{}^7a_{1410}+b_{14}c^{11}{}^7a_{1411}+b_{14}c^{12}{}^7a_{1412}+b_{14}c^{13}{}^7a_{1413}$   
 $V_2=b_3c^2{}^8a_{32}+b_4c^2{}^8a_{42}+b_4c^3{}^8a_{43}+b_5c^2{}^8a_{52}+b_5c^3{}^8a_{53}+\dots$   
 $b_5c^4{}^8a_{54}+b_6c^2{}^8a_{62}+b_6c^3{}^8a_{63}+b_6c^4{}^8a_{64}+b_6c^5{}^8a_{65}+\dots$   
 $b_7c^2{}^8a_{72}+b_7c^3{}^8a_{73}+b_7c^4{}^8a_{74}+b_7c^5{}^8a_{75}+b_7c^6{}^8a_{76}+\dots$   
 $b_8c^2{}^8a_{82}+b_8c^3{}^8a_{83}+b_8c^4{}^8a_{84}+b_8c^5{}^8a_{85}+b_8c^6{}^8a_{86}+\dots$   
 $b_8c^7{}^8a_{87}+b_9c^2{}^8a_{92}+b_9c^3{}^8a_{93}+b_9c^4{}^8a_{94}+b_9c^5{}^8a_{95}+\dots$   
 $b_9c^6{}^8a_{96}+b_9c^7{}^8a_{97}+b_9c^8{}^8a_{98}+b_{10}c^2{}^8a_{102}+b_{10}c^3{}^8a_{103}+\dots$   
 $b_{10}c^4{}^8a_{104}+b_{10}c^5{}^8a_{105}+b_{10}c^6{}^8a_{106}+b_{10}c^7{}^8a_{107}+\dots$   
 $b_{10}c^8{}^8a_{108}+b_{10}c^9{}^8a_{109}+b_{11}c^2{}^8a_{112}+b_{11}c^3{}^8a_{113}+\dots$   
 $b_{11}c^4{}^8a_{114}+b_{11}c^5{}^8a_{115}+b_{11}c^6{}^8a_{116}+b_{11}c^7{}^8a_{117}+\dots$   
 $b_{11}c^8{}^8a_{118}+b_{11}c^9{}^8a_{119}+b_{11}c^{10}{}^8a_{1110}+b_{12}c^2{}^8a_{122}+\dots$

$b_{12}c_3^8a_{123}+b_{12}c_4^8a_{124}+b_{12}c_5^8a_{125}+b_{12}c_6^8a_{126}+\dots$   
 $b_{12}c_7^8a_{127}+b_{12}c_8^8a_{128}+b_{12}c_9^8a_{129}+b_{12}c_{10}^8a_{1210}+\dots$   
 $b_{12}c_{11}^8a_{1211}+b_{13}c_2^8a_{132}+b_{13}c_3^8a_{133}+b_{13}c_4^8a_{134}+\dots$   
 $b_{13}c_5^8a_{135}+b_{13}c_6^8a_{136}+b_{13}c_7^8a_{137}+b_{13}c_8^8a_{138}+\dots$   
 $b_{13}c_9^8a_{139}+b_{13}c_{10}^8a_{1310}+b_{13}c_{11}^8a_{1311}+b_{13}c_{12}^8a_{1312}+\dots$   
 $b_{14}c_2^8a_{142}+b_{14}c_3^8a_{143}+b_{14}c_4^8a_{144}+b_{14}c_5^8a_{145}+\dots$   
 $b_{14}c_6^8a_{146}+b_{14}c_7^8a_{147}+b_{14}c_8^8a_{148}+b_{14}c_9^8a_{149}+\dots$   
 $b_{14}c_{10}^8a_{1410}+b_{14}c_{11}^8a_{1411}+b_{14}c_{12}^8a_{1412}+b_{14}c_{13}^8a_{1413}$   
 $W_2=b_3c_2^9a_{32}+b_4c_2^9a_{42}+b_4c_3^9a_{43}+b_5c_2^9a_{52}+b_5c_3^9a_{53}+\dots$   
 $b_5c_4^9a_{54}+b_6c_2^9a_{62}+b_6c_3^9a_{63}+b_6c_4^9a_{64}+b_6c_5^9a_{65}+\dots$   
 $b_7c_2^9a_{72}+b_7c_3^9a_{73}+b_7c_4^9a_{74}+b_7c_5^9a_{75}+b_7c_6^9a_{76}+\dots$   
 $b_8c_2^9a_{82}+b_8c_3^9a_{83}+b_8c_4^9a_{84}+b_8c_5^9a_{85}+b_8c_6^9a_{86}+\dots$   
 $b_8c_7^9a_{87}+b_9c_2^9a_{92}+b_9c_3^9a_{93}+b_9c_4^9a_{94}+b_9c_5^9a_{95}+\dots$   
 $b_9c_6^9a_{96}+b_9c_7^9a_{97}+b_9c_8^9a_{98}+b_{10}c_2^9a_{102}+b_{10}c_3^9a_{103}+\dots$   
 $b_{10}c_4^9a_{104}+b_{10}c_5^9a_{105}+b_{10}c_6^9a_{106}+b_{10}c_7^9a_{107}+\dots$   
 $b_{10}c_8^9a_{108}+b_{10}c_9^9a_{109}+b_{11}c_2^9a_{112}+b_{11}c_3^9a_{113}+\dots$   
 $b_{11}c_4^9a_{114}+b_{11}c_5^9a_{115}+b_{11}c_6^9a_{116}+b_{11}c_7^9a_{117}+\dots$   
 $b_{11}c_8^9a_{118}+b_{11}c_9^9a_{119}+b_{11}c_{10}^9a_{1110}+b_{12}c_2^9a_{122}+\dots$   
 $b_{12}c_3^9a_{123}+b_{12}c_4^9a_{124}+b_{12}c_5^9a_{125}+b_{12}c_6^9a_{126}+\dots$   
 $b_{12}c_7^9a_{127}+b_{12}c_8^9a_{128}+b_{12}c_9^9a_{129}+b_{12}c_{10}^9a_{1210}+\dots$   
 $b_{12}c_{11}^9a_{1211}+b_{13}c_2^9a_{132}+b_{13}c_3^9a_{133}+b_{13}c_4^9a_{134}+\dots$   
 $b_{13}c_5^9a_{135}+b_{13}c_6^9a_{136}+b_{13}c_7^9a_{137}+b_{13}c_8^9a_{138}+\dots$   
 $b_{13}c_9^9a_{139}+b_{13}c_{10}^9a_{1310}+b_{13}c_{11}^9a_{1311}+b_{13}c_{12}^9a_{1312}+\dots$   
 $b_{14}c_2^9a_{142}+b_{14}c_3^9a_{143}+b_{14}c_4^9a_{144}+b_{14}c_5^9a_{145}+\dots$   
 $b_{14}c_6^9a_{146}+b_{14}c_7^9a_{147}+b_{14}c_8^9a_{148}+b_{14}c_9^9a_{149}+\dots$   
 $b_{14}c_{10}^9a_{1410}+b_{14}c_{11}^9a_{1411}+b_{14}c_{12}^9a_{1412}+b_{14}c_{13}^9a_{1413}$   
 $X_2=b_3c_2^{10}a_{32}+b_4c_2^{10}a_{42}+b_4c_3^{10}a_{43}+b_5c_2^{10}a_{52}+b_5c_3^{10}a_{53}+\dots$   
 $b_5c_4^{10}a_{54}+b_6c_2^{10}a_{62}+b_6c_3^{10}a_{63}+b_6c_4^{10}a_{64}+b_6c_5^{10}a_{65}+\dots$   
 $b_7c_2^{10}a_{72}+b_7c_3^{10}a_{73}+b_7c_4^{10}a_{74}+b_7c_5^{10}a_{75}+b_7c_6^{10}a_{76}+\dots$   
 $b_8c_2^{10}a_{82}+b_8c_3^{10}a_{83}+b_8c_4^{10}a_{84}+b_8c_5^{10}a_{85}+b_8c_6^{10}a_{86}+\dots$   
 $b_8c_7^{10}a_{87}+b_9c_2^{10}a_{92}+b_9c_3^{10}a_{93}+b_9c_4^{10}a_{94}+b_9c_5^{10}a_{95}+\dots$

$b_9*c_6^{10}*a_{96}+b_9*c_7^{10}*a_{97}+b_9*c_8^{10}*a_{98}+b_{10}*c_2^{10}*a_{102}+b_{10}*c_3^{10}*a_{103}+\dots$   
 $b_{10}*c_4^{10}*a_{104}+b_{10}*c_5^{10}*a_{105}+b_{10}*c_6^{10}*a_{106}+b_{10}*c_7^{10}*a_{107}+\dots$   
 $b_{10}*c_8^{10}*a_{108}+b_{10}*c_9^{10}*a_{109}+b_{11}*c_2^{10}*a_{112}+b_{11}*c_3^{10}*a_{113}+\dots$   
 $b_{11}*c_4^{10}*a_{114}+b_{11}*c_5^{10}*a_{115}+b_{11}*c_6^{10}*a_{116}+b_{11}*c_7^{10}*a_{117}+\dots$   
 $b_{11}*c_8^{10}*a_{118}+b_{11}*c_9^{10}*a_{119}+b_{11}*c_{10}^{10}*a_{1110}+b_{12}*c_2^{10}*a_{122}+\dots$   
 $b_{12}*c_3^{10}*a_{123}+b_{12}*c_4^{10}*a_{124}+b_{12}*c_5^{10}*a_{125}+b_{12}*c_6^{10}*a_{126}+\dots$   
 $b_{12}*c_7^{10}*a_{127}+b_{12}*c_8^{10}*a_{128}+b_{12}*c_9^{10}*a_{129}+b_{12}*c_{10}^{10}*a_{1210}+\dots$   
 $b_{12}*c_{11}^{10}*a_{1211}+b_{13}*c_2^{10}*a_{132}+b_{13}*c_3^{10}*a_{133}+b_{13}*c_4^{10}*a_{134}+\dots$   
 $b_{13}*c_5^{10}*a_{135}+b_{13}*c_6^{10}*a_{136}+b_{13}*c_7^{10}*a_{137}+b_{13}*c_8^{10}*a_{138}+\dots$   
 $b_{13}*c_9^{10}*a_{139}+b_{13}*c_{10}^{10}*a_{1310}+b_{13}*c_{11}^{10}*a_{1311}+b_{13}*c_{12}^{10}*a_{1312}+\dots$   
 $b_{14}*c_2^{10}*a_{142}+b_{14}*c_3^{10}*a_{143}+b_{14}*c_4^{10}*a_{144}+b_{14}*c_5^{10}*a_{145}+\dots$   
 $b_{14}*c_6^{10}*a_{146}+b_{14}*c_7^{10}*a_{147}+b_{14}*c_8^{10}*a_{148}+b_{14}*c_9^{10}*a_{149}+\dots$   
 $b_{14}*c_{10}^{10}*a_{1410}+b_{14}*c_{11}^{10}*a_{1411}+b_{14}*c_{12}^{10}*a_{1412}+b_{14}*c_{13}^{10}*a_{1413}$   
 $Y_2=b_3*c_2^{11}*a_{32}+b_4*c_2^{11}*a_{42}+b_4*c_3^{11}*a_{43}+b_5*c_2^{11}*a_{52}+b_5*c_3^{11}*a_{53}+\dots$   
 $b_5*c_4^{11}*a_{54}+b_6*c_2^{11}*a_{62}+b_6*c_3^{11}*a_{63}+b_6*c_4^{11}*a_{64}+b_6*c_5^{11}*a_{65}+\dots$   
 $b_7*c_2^{11}*a_{72}+b_7*c_3^{11}*a_{73}+b_7*c_4^{11}*a_{74}+b_7*c_5^{11}*a_{75}+b_7*c_6^{11}*a_{76}+\dots$   
 $b_8*c_2^{11}*a_{82}+b_8*c_3^{11}*a_{83}+b_8*c_4^{11}*a_{84}+b_8*c_5^{11}*a_{85}+b_8*c_6^{11}*a_{86}+\dots$   
 $b_8*c_7^{11}*a_{87}+b_9*c_2^{11}*a_{92}+b_9*c_3^{11}*a_{93}+b_9*c_4^{11}*a_{94}+b_9*c_5^{11}*a_{95}+\dots$   
 $b_9*c_6^{11}*a_{96}+b_9*c_7^{11}*a_{97}+b_9*c_8^{11}*a_{98}+b_{10}*c_2^{11}*a_{102}+b_{10}*c_3^{11}*a_{103}+\dots$   
 $b_{10}*c_4^{11}*a_{104}+b_{10}*c_5^{11}*a_{105}+b_{10}*c_6^{11}*a_{106}+b_{10}*c_7^{11}*a_{107}+\dots$   
 $b_{10}*c_8^{11}*a_{108}+b_{10}*c_9^{11}*a_{109}+b_{11}*c_2^{11}*a_{112}+b_{11}*c_3^{11}*a_{113}+\dots$   
 $b_{11}*c_4^{11}*a_{114}+b_{11}*c_5^{11}*a_{115}+b_{11}*c_6^{11}*a_{116}+b_{11}*c_7^{11}*a_{117}+\dots$   
 $b_{11}*c_8^{11}*a_{118}+b_{11}*c_9^{11}*a_{119}+b_{11}*c_{10}^{11}*a_{1110}+b_{12}*c_2^{11}*a_{122}+\dots$   
 $b_{12}*c_3^{11}*a_{123}+b_{12}*c_4^{11}*a_{124}+b_{12}*c_5^{11}*a_{125}+b_{12}*c_6^{11}*a_{126}+\dots$   
 $b_{12}*c_7^{11}*a_{127}+b_{12}*c_8^{11}*a_{128}+b_{12}*c_9^{11}*a_{129}+b_{12}*c_{10}^{11}*a_{1210}+\dots$   
 $b_{12}*c_{11}^{11}*a_{1211}+b_{13}*c_2^{11}*a_{132}+b_{13}*c_3^{11}*a_{133}+b_{13}*c_4^{11}*a_{134}+\dots$   
 $b_{13}*c_5^{11}*a_{135}+b_{13}*c_6^{11}*a_{136}+b_{13}*c_7^{11}*a_{137}+b_{13}*c_8^{11}*a_{138}+\dots$   
 $b_{13}*c_9^{11}*a_{139}+b_{13}*c_{10}^{11}*a_{1310}+b_{13}*c_{11}^{11}*a_{1311}+b_{13}*c_{12}^{11}*a_{1312}+\dots$   
 $b_{14}*c_2^{11}*a_{142}+b_{14}*c_3^{11}*a_{143}+b_{14}*c_4^{11}*a_{144}+b_{14}*c_5^{11}*a_{145}+\dots$   
 $b_{14}*c_6^{11}*a_{146}+b_{14}*c_7^{11}*a_{147}+b_{14}*c_8^{11}*a_{148}+b_{14}*c_9^{11}*a_{149}+\dots$   
 $b_{14}*c_{10}^{11}*a_{1410}+b_{14}*c_{11}^{11}*a_{1411}+b_{14}*c_{12}^{11}*a_{1412}+b_{14}*c_{13}^{11}*a_{1413}$

Selanjutnya lakukan eksekusi pada Matlab, berikut hasilnya:

$G1 = 1.0000$	$G1 = 1.0000$
$H1 = 0.5000$	$H = 0.5000$
$I1 = 0.3333$	$I = 0.3333$
$J1 = 0.2500$	$J = 0.2500$
$K1 = 0.2000$	$K = 0.2000$
$L1 = 0.1667$	$L = 0.1667$
$M1 = 0.1429$	$M = 0.1429$
$N1 = 0.1250$	$N = 0.1250$
$O1 = 0.1111$	$O = 0.1111$
$P1 = 0.1000$	$P = 0.1000$
$Q1 = 0.0909$	$Q = 0.0909$
$R1 = 0.0833$	$R = 0.0833$
$S1 = 0.0769$	$S = 0.0769$
$T1 = 0.0714$	$T = 0.0714$

$$\begin{aligned} A &= 0.1284 & A1 &= 0.1284 \\ B &= -0.0616 & B1 &= -0.0616 \\ C &= 0.2846 & C1 &= 0.2846 \\ D &= -0.2300 & D1 &= -0.2300 \\ E &= 0.2667 & E1 &= 0.2667 \\ F &= 0.0000 & F1 &= 0.0000 \\ G &= -0.0989 & G1 &= -0.0989 \\ H &= 0.2285 & H1 &= 0.2285 \\ I &= -0.1297 & I1 &= -0.1297 \\ J &= 0.0936 & J1 &= 0.0936 \\ K &= -0.0127 & K1 &= -0.0127 \\ L &= 0.0108 & L1 &= 0.0108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O &= 0.1667 & O1 &= 0.1667 & O2 &= 0.1667 \\ P &= 0.0833 & P1 &= 0.0833 & P2 &= 0.0833 \\ Q &= 0.0500 & Q1 &= 0.0500 & Q2 &= 0.0500 \\ R &= 0.0333 & R1 &= 0.0333 & R2 &= 0.0333 \\ S &= 0.0238 & S1 &= 0.0238 & S2 &= 0.0238 \\ T &= 0.0179 & T1 &= 0.0179 & T2 &= 0.0179 \\ U &= 0.0139 & U1 &= 0.0139 & U2 &= 0.0139 \\ V &= 0.0111 & V1 &= 0.0111 & V2 &= 0.0111 \\ W &= 0.0091 & W1 &= 0.0091 & W2 &= 0.0091 \\ X &= 0.0076 & X1 &= 0.0076 & X2 &= 0.0076 \\ Y &= 0.0064 & Y1 &= 0.0064 & Y2 &= 0.0064 \end{aligned}$$