ANALISIS FUNGSI PRODUKSI *COBB DOUGLAS*
DENGAN METODE ITERASI *GAUSS NEWTON*

SKRIPSI

Oleh
Anggun Nurul Hidayah
NIM 061810101046

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2012

ANALISIS FUNGSI PRODUKSI *COBB DOUGLAS* DENGAN METODE ITERASI *GAUSS NEWTON*

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh
Anggun Nurul Hidayah
NIM 061810101046

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2012

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda H. Ahmad Samsul Arifin dan Almh. Ibunda Kusyati tercinta, atas untaian dzikir dan do’a yang mengiringi setiap langkah selama menuntut ilmu, dukungan dan curahan kasih sayang yang telah diberikan sejak kecil, serta pengorbanan selama ini;
2. Kakak Serda Edy Siswanto, Nanik Susilowati, Ali Abdillah dan Ifa Mustika, atas do’a dan kasih sayang yang telah diberikan selama ini;
3. Keponakan tersayang Regita, Rachma dan Akbar yang telah setia menemani dan menghibur;
4. Paman Saiful Bahri dan Sudjiono, serta Bibi Siti Rokayah, Siti Farida, dan Siti Aisyah yang telah memberikan bantuan baik dalam segi materiil maupun untaian do’a;
5. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.
Maka, apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan)
tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain)
dan hanya kepada Tuhanmulah
engkau berharap.
(*Terjemahan Surat Al-Insyiroh Ayat 6-8*)*)

---

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2002. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Jakarta: Pustaka Agung Harapan

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Anggun Nurul Hidayah

NIM : 061810101046

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Analisis Fungsi Produksi *Cobb Douglas* dengan Metode Iterasi *Gauss Newton*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 1 Januari 2012

Yang menyatakan,

Anggun Nurul Hidayah

NIM 061810101046

SKRIPSI

ANALISIS FUNGSI PRODUKSI *COBB DOUGLAS* DENGAN ITERASI *GAUSS NEWTON*

oleh
Anggun Nurul Hidayah
NIM 061810101046

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama	:	Prof. Drs. I Made Tirta, MSc., PhD.
Dosen Pembimbing Anggota	:	Drs. Moh. Hasan, MSc., PhD.

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul "Analisis Fungsi Produksi *Cobb Douglas* dengan Metode Iterasi *Gauss Newton*" telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. I Made Tirta, MSc., PhD. NIP 195912201985031002	Drs. Moh. Hasan, MSc., PhD. NIP 1964040419888021001
Penguji I,	Penguji II,
Yuliani Setia Dewi, S.Si, M.Si. NIP 197407162000032001	Kiswara Agung Santoso, M.Kom. NIP 197209071998031003

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
NIP 19610108 198602 1 001

RINGKASAN

Analisis Fungsi Produksi *Cobb Douglas* dengan Metode Iterasi *Gauss Newton*; Anggun Nurul Hidayah, 061810101046; 2012: 31 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Fungsi produksi adalah suatu persamaan yang menunjukkan hubungan antara tingkat output yang dihasilkan dengan input-input yang digunakan. Ada beberapa macam fungsi produksi, salah satunya adalah fungsi produksi *Cobb Douglas* serperti yang dibahas dalam penelitian ini. Untuk menganalisis fungsi produksi *Cobb Douglas* sebelumnya digunakan regresi linier berganda melalui transformasi logaritma. Bedanya pada penelitian yang dilakukan Human (2010) cara menganalisis fungsi produksinya diselesaikan dengan transformasi regresi linier berganda, sedangkan pada penelitian ini menggunakan metode nonlinier yaitu metode iterasi *Gauss Newton*.

Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan parameter-parameter yang belum diketahui pada model. Fungsi produksi *Cobb Douglas* yang dimodelkan disini memiliki empat parameter β yang akan diestimasi. Untuk menyelesaikan perhitungan, dalam penelitian ini digunakan program Matlab 7.8.0. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder tentang jumlah produksi kacang panjang pada Kecamatan Wuluhan Kabupaten Jember musim tanam 2010 yang sebelumnya dianalisis dengan regresi linier berganda.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan didapatkan hasil penaksiran parameter yaitu A=7,935; β_1=0,204; β_2=0,407; β_3=0,614 dan β_4=0,157, sehingga model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari metode iterasi *Gauss Newton* adalah $Q = 7{,}935\ \mathrm{X}_1^{0{,}204}\mathrm{X}_2^{0{,}407}\mathrm{X}_3^{0{,}614}\mathrm{X}_4^{0{,}157}$. Hasil perhitungan ini kemudian dibandingkan dengan hasil pada penelitian sebelumnya yang dilakukan Human (2010), yaitu

dengan membandingkan data asli dengan prediksi yang dihasilkan melalui model *Gauss Newton* dan prediksi yang dihasilkan melalui regresi linier berganda. Hasil analisis yang didapatkan dari transformasi regresi linier berganda yaitu A=2,002; β_1=0,331; β_2=0,446; β_3=0,498; dan β_4=0,222, sehingga model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari metode transformasi regresi linier berganda adalah $Q = 2{,}002\,\mathrm{X_1}^{0{,}331}\,\mathrm{X_2}^{0{,}446}\,\mathrm{X_3}^{0{,}498}\,\mathrm{X_4}^{0{,}222}$. Secara keseluruhan prediksi dengan metode nonlinier melalui iterasi *Gauss Newton* lebih dekat dengan data asli dibandingkan dengan prediksi pada metode regresi linier berganda melalui transformasi logaritma. Jumlah kuadrat galat pada metode nonlinier lebih kecil dibandingkan jumlah kuadrat galat pada regresi linier berganda, sehingga berdasarkan hal tersebut dapat dikatakan bahwa model *Cobb Douglas* dengan metode nonlinier melalui iterasi *Gauss Newton* lebih baik.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, yang telah memberikan kemudahan dan kekuatan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Fungsi Produksi *Cobb Douglas* dengan Metode Iterasi *Gauss Newton*”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan Program Studi Matematika strata satu (S1) dan gelar Sarjana Sains.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Drs. I Made Tirta, MSc., PhD., selaku Dosen Pembimbing Utama, Drs. Moh. Hasan, MSc., PhD., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu dan pikiran dalam penulisan skripsi ini;
2. Yuliani Setia Dewi, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji I dan Kiswara Agung Santoso, M.Kom., selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini;
3. Bapak dan Almh. Ibu serta keluarga yang telah memberikan do’a dan motivasi demi terselesaikannya skripsi ini;
4. Teman-teman angkatan 2006 atas dukungan dan kebersamaanya selama ini;
5. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat memberi manfaat bagi semua pihak.

Jember, 1 Januari 2012 Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan suatu teknis statistika yang sangat berguna untuk memeriksa dan memodelkan hubungan antara variabel-variabelnya. Variabel tersebut terdiri atas variabel terikat (*dependent*) dan variabel bebas (*independent*). Salah satu bentuk dari analisis regresi yaitu analisis regresi linier/model linier dan analisis regresi nonlinier.

Tujuan penting dari analisis regresi adalah mengestimasi parameter yang tidak diketahui dalam model. Salah satu metode estimasi yang sering digunakan adalah metode kuadrat terkecil (*ordinary least squares* – OLS). Estimasi parameter sering dilakukan dan relatif mudah pada model linier, sehingga banyak model-model nonlinier yang ditransformasikan ke dalam bentuk linier. Salah satu model regresi nonlinier adalah fungsi produksi *Cobb Douglas*. Untuk mengestimasi parameter pada fungsi produksi *Cobb Douglas* maka diperlukan metode yang tepat. Terdapat banyak metode yang digunakan untuk menduga parameter pada model nonlinier, salah satu metode yang digunakan untuk menduga model regresi nonlinier adalah iterasi *Gauss Newton*.

Fungsi produksi *Cobb Douglas*, penduga parameternya diperoleh secara iteratif yaitu dengan mentransformasikan model nonlinier kedalam bentuk linier terlebih dahulu. Tujuannya adalah untuk mempermudah mendapatkan penduga dari parameternya. Terdapat suatu asumsi terhadap pengamatan (variabel acak) dalam pendugaan parameter, yaitu pengamatan yang berdistribusi normal.

Produksi dalam arti ekonomi mempunyai pengertian semua kegiatan yang meningkatkan nilai kegunaan atau faedah (*utility*) suatu benda. Dalam teori produksi terdapat istilah faktor-faktor produksi dan fungsi produksi. Faktor-faktor produksi dalam teori produksi diartikan sebagai unsur-unsur yang dapat digunakan dalam proses produksi. Sedangkan fungsi produksi adalah hubungan antara masukan produksi (*input*) dan hasil produksi (*output*). Analisis fungsi produksi sering dilakukan oleh para peneliti, karena mereka menginginkan informasi bagaimana sumber daya yang terbatas seperti tanah, tenaga kerja, dan modal dapat dikelola dengan baik agar produksi maksimum dapat diperoleh. Analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* merupakan metode analisis yang menerangkan suatu bentuk persamaan dilihat dari hubungan dan pengaruhnya antara variabel bebas dengan variabel tidak bebas.

Analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan pendekatan regresi linier berganda dilakukan oleh Human (2010) dalam skripsi yang berjudul *Analisis Faktor yang Mempengaruhi Produksi Kacang Panjang di Kecamatan Wuluhan Kabupaten Jember Musim Tanam 2010*. Untuk menganalisis fungsi produksi *Cobb Douglas* terdapat beberapa macam cara, salah satu diantaranya seperti yang telah dilakukan oleh Human (2010). Human (2010) menganalisis fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan metode transformasi regresi linier berganda. Dalam hal ini, sebelum menganalisis data, model *Cobb Douglas* harus diubah ke dalam bentuk linier dengan transformasi logaritma. Dengan demikian data yang digunakan juga harus diubah dulu ke dalam bentuk logaritma. Setelah didapatkan hasil penaksiran parameter, masih perlu dilakukan transformasi balik, sehingga membutuhkan satu tahapan lagi untuk melakukan transformasi logaritma. Oleh karena itu penulis tertarik untuk menganalisis fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan menggunakan metode yang lain. Dalam penelitian kali ini penulis melakukan analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan iterasi *Gauss Newton*.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka dapat dikemukakan rumusan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut ini:

1. bagaimanakah penaksiran parameter-parameter yang dilakukan dengan iterasi *Gauss Newton* pada fungsi produksi *Cobb Douglas*?
2. bagaimanakah perbandingan hasil analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan transformasi regresi beganda dan fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan metode nonlinier ?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. mengetahui hasil penaksiran parameter-parameter pada fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan metode nonlinier;
2. mengetahui perbandingan hasil analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan transformasi regresi linier berganda dan yang diselesaikan dengan metode nonlinier.

1.4 Manfaat

Manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini diharapkan dapat menambah pengetahuan dan pemahaman tentang suatu fungsi produksi, khususnya fungsi produksi *Cobb Douglas* serta cara menaksir parameter-parameternya.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Statistik Nonlinier

Pada umumnya realita hubungan dalam kehidupan sehari-hari dapat dilakukan pendekatan dalam bentuk linier, namun banyak juga model nonlinier yang tidak optimal jika ditangani dengan model linier. Oleh karena itu, diperlukan model nonlinier dalam pemecahannya. Tidak berbeda dengan model linier, estimasi model nonlinier didasarkan pada minimisasi atau maksimisasi fungsi tujuan. Menurut Sanjoyo (2006), terdapat dua jenis fungsi tujuan, yaitu jumlah kuadrat galat dan fungsi likelihood. Berbeda dengan metode kuadrat terkecil pada model linier, penduga pada metode kuadrat terkecil yang diterapkan pada model nonlinier ditentukan dengan melakukan suatu prosedur atau algoritma yang dapat menjamin bahwa penduga tersebut secara nyata memenuhi kriteria dari fungsi tujuan, yaitu memberikan jumlah kuadrat galat pada titik yang paling minimum atau memberikan titik maksimum pada fungsi *likelihood*.

Bentuk umum dari model statistik nonlinier adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{f}(\mathbf{X_i}, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{e_i}, \tag{2.1}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$, dimana :

$\boldsymbol{y_i}$ adalah variabel respon

$\mathbf{X_i}$ adalah peubah tetap yang bersifat acak

$\boldsymbol{\beta}$ adalah parameter yang tidak diketahui

$\boldsymbol{e_i}$ yaitu komponen kesalahan yang berdistribusi identik dan independen normal dengan nilai tengah 0 dan varian konstan (σ^2)

Pada dasarnya bentuk umum dari model statistik linier dan model nonlinier itu sama. Perbedaannya hanya terletak pada parameter-parameternya saja. Jadi yang dimaksud model nonlinier adalah nonlinier dalam parameternya. Ada dua cara untuk menduga $\boldsymbol{\beta}$

pada model statistik nonlinier, yaitu dengan metode *nonlinear least square* dan *nonlinear maximum likelihood* (Aziz, 2006).

2.1.1 Metode Kuadrat Terkecil Nonlinier (*Nonlinier Least Square*)

Secara umum model nonlinier dapat dituliskan seperti pada persamaan (2.1). Untuk menduga parameter yang tidak diketahui diperoleh melalui optimasi fungsi tujuan. Dengan spesifikasi tersebut dapat digunakan estimasi kuadrat terkecil, yaitu jumlah kuadrat galat yang dituliskan sebagai :

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{e}'\boldsymbol{e} = [y - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]'[y - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}). \tag{2.2}$$

Dengan meminimumkan fungsi tujuan $\boldsymbol{S}$ tersebut maka dilakukan penaksiran parameter $\boldsymbol{\beta}$. Persamaan normal untuk nilai minimum fungsi tujuan adalah :

$$\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\left[\frac{\partial f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})'}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right][y - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})] = 0. \tag{2.3}$$

Bila fungsi $f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ adalah nonlinier (dalam koefisiennya), maka menduga nilai $\boldsymbol{\beta}$ yang meminimumkan fungsi tujuan tidak dapat diperoleh secara langsung sebagaimana pada model linier. Dengan kata lain, yang dimaksud dengan pendugaan $\boldsymbol{\beta}$ dari model nonlinier adalah mencari solusi dari persamaan (2.3) yang memberikan global minimum dari persamaan (2.2), maka akan digunakan pendekatan prosedur iterasi sebagaimana diterapkan dalam iterasi *Gauss Newton* (Sanjoyo, 2006).

2.1.2 Metode Maksimum *Likelihood* Nonlinier (*Nonlinear Maximum Likelihood*)

Menurut Sanjoyo (2006) fungsi *likelihood* dari persamaan (2.1) dinyatakan sebagai berikut :

$$f(y|\mathbf{x_t}, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_t - f(\mathbf{x_t}, \boldsymbol{\beta})}{\sigma}\right)^2}. \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) dapat dituliskan kembali menjadi :

$$l(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} exp - \frac{1}{2\sigma^2}(y_t - f(\mathbf{x_t}, \boldsymbol{\beta})^2). \tag{2.5}$$

Kemudian dilakukan operasi matematika untuk menguraikan persamaan (2.4). Pada operasi dengan model berbentuk matriks, persamaan (2.4) dituliskan sebagai :

$$f(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\beta}, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} exp^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mathbf{x'_t}\boldsymbol{\beta})^2\right\}}, \tag{2.6}$$

$$= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} exp^{\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mathbf{x_t}\boldsymbol{\beta})'(y_t - \mathbf{x_t}\boldsymbol{\beta})\right\}},$$

dan *log-likelihood*nya adalah :

$$L = \log l\,(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2 | \boldsymbol{y}, \mathbf{x}) = -\frac{T}{2}\log 2\pi - \frac{T}{2}\log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}(y_t - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta})'(y_t - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta})\ ,$$

$$L = \log l\,(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2 | \boldsymbol{y}, \mathbf{x}) = -\frac{T}{2}\log 2\pi - \frac{T}{2}\log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mathbf{x'}_{\mathbf{t}}\boldsymbol{\beta})^2,$$

disederhanakan menjadi :

$$L = \sum_{t=1}^{T} L_t\ . \qquad (2.7)$$

Untuk memenuhi kondisi optimum, maka fungsi *log likelihood* diturunkan terhadap variansinya, sehingga diperoleh penduga varian sebagai berikut :

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = -\frac{T}{2}\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sigma^4}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mathbf{x'}_{\mathbf{t}}\boldsymbol{\beta})^2 = 0,$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\boldsymbol{y_t} - \mathbf{x'}_{\mathbf{t}}\boldsymbol{\beta})^2 = \frac{1}{T}(y_t - \mathbf{x_t}\boldsymbol{\beta})'(y_t - \mathbf{x_t}\boldsymbol{\beta}).$$

Varian estimator disubtitusikan ke dalam persamaan (2.7) sehingga diperoleh persamaan *log likelihood* yang akan digunakan untuk menduga parameter, yaitu :

$$L = -\frac{T}{2}\log 2\pi - \frac{T}{2}\log(y_t - \mathbf{x_t}\boldsymbol{\beta})'(y_t - \mathbf{x_t}\boldsymbol{\beta})/T - \frac{T}{2}\ . \qquad (2.8)$$

2.2 Estimasi Parameter

Dengan statistika dapat disimpulkan karakteristik populasi yang dapat dipelajari berdasarkan data yang diambil secara sampling, sehingga dengan keperluan tersebut diambil sampel yang representatif, dan berdasarkan hasil analisis terhadap sampel tersebut dapat diambil kesimpulan mengenai populasi yang diteliti.

Estimasi adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi data sampel (dalam hal ini sampel random), yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan estimasi ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002).

Menurut Yitnosumarto (1990), penduga (*estimator*) adalah anggota peubah acak dari statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan *estimator* terhadap data dari semua contoh disebut nilai duga (*estimate*). Teori estimasi ini dibagi menjadi dua yaitu estimasi titik dan estimasi selang, sedangkan cara melakukan estimasi bermacam-macam yaitu dengan dengan cara momen, simpangan kuadrat terkecil, dan maksimum likelihood.

2.3 Deret Taylor

Deret taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan masalah dalam metode numerik terutama penyelesaian persamaan diferensial. Jika suatu fungsi *f(x)* diketahui titik x_i dan semua *f* terhadap *x* diketahui pada titik tersebut, maka deret taylor dapat dinyatakan nilai *f* pada titik x_{1+i} yang terletak pada jarak Δx dari titik x_i

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)\frac{\Delta x}{1!} + f''(x_i)\frac{\Delta x^2}{2!} + \cdots + f^{(n)}(x_i)\frac{\Delta x^n}{n!} + R_n, \tag{2.9}$$

dengan:

$f(x_i)$: fungsi di titik x_i

$f(x_{i+1})$: fungsi di titik x_{i+1}

$f', f'', \ldots, f^n$: turunan pertama, kedua, …, ke *n* dari fungsi

Δx : langkah ruang, yaitu jarak antara x_i dan x_{i+1}

R_n : kesalahan pemotongan

Kesalahan pemotongan R_n diberikan dalam bentuk

$$R_n = f^{(n+1)}(x_i)\frac{\Delta x^{n+1}}{(n+1)!} + f^{(n+2)}(x_i)\frac{\Delta x^{n+2}}{(n+2)!}. \tag{2.10}$$

Aproksimasi $f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ disekitar nilai awal $\boldsymbol{\beta}^{(1)}$ dilakukan dengan menggunakan deret Taylor orde 1, yaitu :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) &= f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(1)}) + \left.\frac{\partial f(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(1)}} (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(1)}), \\ &= f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(1)}) + \left.\frac{\partial f(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(1)}} \boldsymbol{\beta} - \left.\frac{\partial f(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(1)}} \boldsymbol{\beta}^{(1)}, \end{aligned}$$

Misalkan $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\beta})$ adalah transpose matriks $\frac{\partial f(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})^T}{\partial \boldsymbol{\beta}}$ maka, $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\beta}^{(1)}) = \left.\frac{\partial f(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(1)}}$.

sehingga,

$$\boldsymbol{y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{e} \ ,$$

$$= f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right) + \left.\frac{\partial f\,(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(1)}} \boldsymbol{\beta} - \left.\frac{\partial f\,(\mathbf{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(1)}} \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})} + \boldsymbol{e},$$

$$= f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(1)}\right)\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(1)}\right)\boldsymbol{\beta}^{(1)} + \boldsymbol{e}, \qquad (2.11)$$

atau

$$\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})} = \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e},$$

$$\overline{\boldsymbol{y}}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right) = \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}, \qquad (2.12)$$

Dari persamaan (2.11), dapat diduga $\boldsymbol{\beta}$ dengan metode *least square* dan diperoleh :

$$\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})} = \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)^{\boldsymbol{T}}\overline{\boldsymbol{y}}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right),$$

$$= \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right),$$

$$= \boldsymbol{\beta}^{(1)} + \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(1)}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)^{\boldsymbol{T}} \left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{1})}\right)\right). \qquad (2.13)$$

Aproksimasi $f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})$ disekitar nilai awal $\boldsymbol{\beta}^{(2)}$ adalah :

$$f(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\beta}) = f\left(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right) + \left.\frac{\partial f\,(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T}\right|_{\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}^{(2)}} \left(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right) ,$$

$$= f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right)\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right)\boldsymbol{\beta}^{(2)}, \qquad (2.14)$$

Maka :

$$\boldsymbol{y} = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{e},$$

$$= f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right)\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})} + \boldsymbol{e}, \qquad (2.15)$$

Atau

$$\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\boldsymbol{\beta}^{(2)} = \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e},$$

$$\overline{\boldsymbol{y}}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right) = \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}. \qquad (2.16)$$

Dari persamaan (2.16), dapat diduga kembali $\boldsymbol{\beta}$ dengan metode *least square* sehingga diperoleh :

$$\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{3})} = \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)^{\boldsymbol{T}}\overline{\boldsymbol{y}}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right),$$

$$= \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right) + \boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right),$$

$$= \boldsymbol{\beta}^{(2)} + \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)\right)^{-1}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(2)}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{2})}\right)\right). \tag{2.17}$$

Sehingga secara umum diperoleh iterasi sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\beta}^{(n+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(n)} + \left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(\boldsymbol{n})}\right)\right)^{-1}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\boldsymbol{n})}\right)\right). \tag{2.18}$$

Bila iterasi tersebut sudah konvergen, yaitu

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS} = \boldsymbol{\beta}^{(n+1)} \approx \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \tag{2.19}$$

Maka akan diperoleh :

$$\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)^{T}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)\right) = 0, \tag{2.20}$$

Atau

$$\boldsymbol{Z}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}\right)^{T}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}\right)\right) = 0. \tag{2.21}$$

Persamaan terakhir ini memenuhi *first order condition* (FOC) dari masalah minimasi $\left(\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\beta})\right)$. Hal ini ditunjukkan bahwa :

$$\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\left.\frac{\partial f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}\right)^{T}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right|_{\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}\right)\right) = 0,$$

$$\boldsymbol{Z}\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}\right)^{T}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}\right)\right) = 0. \tag{2.22}$$

Jadi, bila $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS} = \boldsymbol{\beta}^{(n+1)} \approx \boldsymbol{\beta}^{(n)}$ itu berarti FOC dari upaya meminimumkan jumlah kuadrat galat $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\beta})$ sudah terpenuhi dan

$$\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\beta})^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})\right),$$

Atau

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\beta})^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})\right),$$

$$-\frac{1}{2}\left.\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(n)}} = \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\beta})^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}^{(\mathrm{n})}\right)\right), \tag{2.23}$$

Maka

$$-\frac{1}{2}\left.\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right|_{\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}} = \boldsymbol{Z}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS})^{\boldsymbol{T}}\left(\boldsymbol{y} - f\left(\mathbf{X}, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{NLS}\right)\right). \tag{2.24}$$

Jadi, iterasi secara umum dapat ditulis :

$$\boldsymbol{\beta}^{(n+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(n)} - \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)\right)^{-1}\left.\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right|_{\boldsymbol{\beta}^{(n)}}. \tag{2.25}$$

2.4 Iterasi *Gauss Newton*

Metode *Gauss Newton* merupakan suatu algoritma untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat. Konsep yang mendasari teknik tersebut adalah uraian deret Taylor yang digunakan untuk menyatakan persamaan nonlinier semula dalam bentuk hampiran yang linier. Dengan demikian, teori kuadrat terkecil dapat digunakan untuk memperoleh taksiran-taksiran baru dari parameter yang bergerak kearah yang meminimumkan galat tersebut.

Secara umum iterasi *Gauss Newton* dinyatakan sebagai berikut (Sanjoyo, 2006):

$$\boldsymbol{\beta}^{(n+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(n)} - \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)\right)^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\bigg|_{\boldsymbol{\beta}^{(n)}}, \tag{2.26}$$

dengan :

$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$: nilai duga parameter pada iterasi ke (n)

$\boldsymbol{\beta}^{(n+1)}$: parameter yang akan diduga

$\boldsymbol{Z}\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)$: matriks definit positif

$\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\Big|_{\boldsymbol{\beta}^{(n)}}$: gradien dari fungsi tujuan

2.5 Fungsi Produksi *Cobb Douglas*

Menurut Boediono (1989) setiap proses produksi mempunyai landasan teknis yang dalam landasan teori tersebut disebut fungsi produksi. Fungsi produksi adalah suatu fungsi atau persamaan yang menunjukkan hubungan antara tingkat output dari tingkat penggunaan input-input. Setiap produsen dalam teori dianggap mempunyai suatu fungsi produksi untuk perusahaan. Secara matematik bentuk dari fungsi produksi adalah sebagai berikut :

$$Q = f(\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \mathrm{X}_3, \ldots, \mathrm{X}_n),$$

dimana :

Q : tingkat produksi (*output*)

$\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \mathrm{X}_3, \ldots, \mathrm{X}_n$: berbagai input yang digunakan.

Salah satu bentuk model nonlinier adalah fungsi produksi *Cobb Douglas*. Fungsi produksi *Cobb Douglas* yaitu suatu fungsi yang melibatkan dua atau lebih variabel, yaitu variabel yang satu disebut variabel terikat (variabel yang dijelaskan, yaitu *Y*), dan variabel yang lain disebut variabel bebas (variabel yang menjelaskan, yaitu *X*). Fungsi *Cobb Douglas* diperkenalkan oleh Cobb C. W dan Douglas P. H pada tahun 1928 melalui artikel yang berjudul *A theory of Production* di majalah Ilmiah *American Economic Review* 18 (*Suplement*) halaman 139 sampel 165 (Soekartawi, 1990). Secara sederhana formulasi fungsi produksi *Cobb Douglas* adalah sebagai berikut:

$$Q = A\, L^{a} K^{b}, \tag{2.27}$$

Keterangan :

Q	: output
A	: konstanta
L	: tenaga kerja (*labour*)
K	: modal (*kapital*)
a, *b*	: elastisitas *input* faktor produksi

Ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam menggunakan fungsi produksi *Cobb Douglas*, yaitu :

1. tidak ada nilai pengamatan yang bernilai nol atau suatu bilangan yang besarnya tidak diketahui (*infinite*);
2. tidak ada perbedaan teknologi pada pengamatan;
3. tiap-tiap variabel *X* adalah persaingan sempurna;
4. perbedaan lokasi (pada fungsi produksi) adalah sudah tercakup pada faktor kesalahan (Soekartawi, 1990).

2.5.1 Elastisitas Produksi

Elastisitas produksi adalah konsep untuk mengukur tingkat perubahan dari output akibat dari penggunaan input. Salah satu asumsi dasar dalam teori ekonomi produksi adalah setiap produsen berusaha memaksimumkan keuntungan. Analisis elastisitas ini sangat penting untuk menjelaskan input mana yang lebih elastis dibandingkan dengan input lainnya. Disamping itu juga dapat diketahui intensitas faktor produksinya, apakah bersifat padat tenaga kerja ataukah padat modal. Apabila nilai elastisitas modal lebih besar daripada nilai elastisitas tenaga kerja, maka proses produksi lebih bersifat padat modal, dan begitu juga sebaliknya.

2.5.2 *Return to Scale*

Return to Scale perlu diketahui untuk mengetahui apakah kegiatan dari suatu usaha yang akan diteliti mengikuti kaidah *increasing*, *constant*, atau *decreasing return to scale*. Konsep *Return to Scale* yang dikemukakan Shephred (1970) di dalam Soekartawi (1990) menerangkan bahwa produksi optimal dapat dicapai apabila ada pengorganisasian penggunaan *input* sebaik mungkin. Menurut Soekartawi (1990) ada 3 alternatif dari kondisi *Return to Scale*, yaitu :

1. *decreasing return to scale*, bila $(\beta_1 + \beta_2) < 1$

   Dalam keadaan demikian dapat diartikan bahwa proporsi penambahan faktor produksi melebihi proporsi penambahan produksi. Misalnya, bila penggunaan faktor produksi ditambah 25%, maka produksi akan ditambah sebesar 15%.
2. *constant return to scale*, bila $(\beta_1 + \beta_2) = 1$

   Dalam keadaan ini, penambahan faktor produksi akan proporsional dengan penambahan produksi yang diperoleh. Misalnya, bila faktor produksi ditambah 25%, maka produksi akan bertambah 25% juga.
3. *increasing return to scale*, bila $(\beta_1 + \beta_2) > 1$

   Ini artinya bahwa proporsi penambahan faktor produksi akan menghasilkan tambahan produksi yang proporsinya lebih besar. Misalnya, bila faktor produksi ditambah 10%, maka produksinya akan bertambah sebesar 20%.

2.5.3 Estimasi Fungsi Produksi *Cobb Douglas*

Untuk mengestimasi fungsi produksi *Cobb Douglas* ada beberapa metode. Salah satu diantaranya adalah dengan cara melinierkan fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan transformasi logaritma seperti yang dilakukan oleh Human (2010).

Untuk memudahkan pendugaan terhadap persamaan (2.27), maka persamaan (2.27) diubah menjadi bentuk linier berganda dengan cara melogaritmakan persamaan tersebut. Logaritma dari persamaan (2.27) adalah :

$$\ln Q = \ln A + a \ln X_1 + b \ln X_2 + c \ln X_3 + \mathrm{d} \ln X_4.$$

$$Q^* = A^* + aX_1{}^* + bX_2{}^* + cX_3{}^* + dX_4{}^*, \qquad (2.28)$$

dimana :

Q^* = ln Q

X^* = ln X

A^* = ln A

Dengan melakukan regresi pada persamaan (2.28), maka secara mudah akan diperoleh nilai konstanta A dan elastisitas input produksinya.

Metode yang kedua adalah dengan menggunakan bantuan suatu algoritma untuk mendekati fungsi produksi *Cobb Douglas* melalui fungsi linier. Salah satu algoritma yang digunakan adalah iterasi *Gauss Newton*. Iterasi *Gauss Newton* digunakan untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat. Konsep yang mendasari teknik ini adalah uraian deret Taylor yang digunakan untuk menyatakan persamaan nonlinier dalam bentuk hampiran linier. Metode inilah yang dibahas dalam skripsi ini.

2.6 Faktor Produksi

Faktor produksi diartikan sebagai unsur-unsur yang digunakan dalam proses produksi. Faktor-faktor produksi yang umumnya digunakan adalah tenaga kerja, tanah dan modal. Kegiatan faktor produksi adalah kegiatan yang melakukan proses, pengolahan, dan mengubah faktor-faktor produksi dari tidak/kurang manfaat menjadi memiliki nilai manfaat yang lebih (Soekartawi, 1990).

Faktor produksi tanah mempunyai kedudukan yang penting dalam pertanian. Hal tersebut terbukti dari besarnya biaya sewa tanah yang lebih besar dari faktor produksi lainnya.

Menurut Mubyarto (1994) modal adalah barang atau uang yang bersama-sama faktor produksi tanah dan tenaga kerja menghasilkan barang-barang baru, dalam hal ini hasil pertanian. Modal petani selain tanah adalah alat-alat pertanian, bibit, pupuk, hasil panen yang belum dijual, dan tanaman yang masih di sawah. Modal dalam usaha tani dapat diklasifikasikan sebagai bentuk kekayaan, baik berupa uang maupun barang yang digunakan untuk menghasilkan sesuatu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam suatu proses produksi.

Setiap usaha tani yang dilaksanakan pasti memerlukan tenaga kerja untuk mengolah faktor produksi lain seperti lahan dan bibit. Faktor yang mempengaruhi besar kecilnya tenaga kerja yang dibutuhkan adalah skala usaha (Soekartawi, 1990).

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Data Riil

Data riil yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diambil dari skripsi Human (2010) tentang faktor pengaruh hasil produksi kacang panjang di Kecamatan Wuluhan Kabupaten Jember musim tanam 2010. Data tersebut disajikan dalam bentuk matriks yang berukuran (60×5), yang terdiri atas data jumlah produksi, jumlah bibit yang digunakan, jumlah pupuk yang digunakan, luas lahan, dan tenaga kerja.

Dari data tersebut terdapat dua variabel, yaitu variabel bebas dan variabel terikat. Variabel-variabel yang dimaksud adalah sebagai berikut :

a. Variabel bebas (X), yaitu variabel yan tidak tergantung pada variabel lain. Dalam penelitian ini yang termasuk dalam variabel bebas adalah :

   X_1 : Jumlah bibit (kg)

   X_2 : Jumlah pupuk (kw)

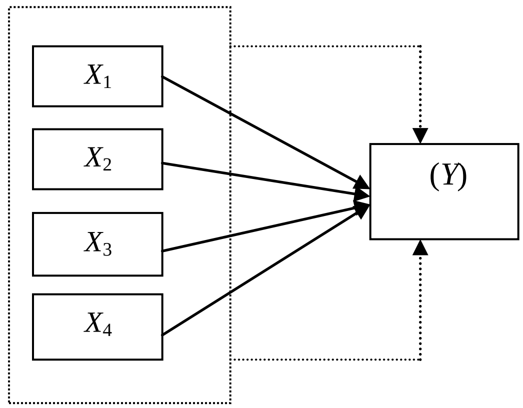
   X_3 : Luas Lahan (ha)

   X_4 : Tenaga Kerja (ratusan)

b. Variabel terikat (Y), yaitu variabel yang terikat atau variabel tergantung pada variabel lain. Dalam hal ini yang merupakan variabel terikat adalah produksi kacang panjang (kw) Kecamatan Wuluhan, Kabupaten Jember.

3.2 Kerangka Konseptual

Untuk memecahkan masalah dalam penelitian yang dilakukan, yaitu yang berkenaan dengan analisis faktor-faktor produksi pertanian meliputi jumlah bibit, jumlah pupuk, luas lahan, dan tenaga kerja terhadap suatu produktivitas, maka peneliti menyusun suatu kerangka pemecahan masalah dengan tujuan untuk mempermudah pemecahan masalah. Kerangka masalah dalam penelitian ini dapat digambarkan sebagaimana dalam gambar berikut :



Gambar 3.1 Kerangka konseptual

Keterangan : ┈┈┈▶ : pengaruh faktor produksi secara simultan

──▶ : pengaruh faktor produksi secara parsial

3.3 Implementasi dengan Program Matlab 7.8

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data pada program Matlab 7.8 adalah sebagai berikut :

1. memasukkan data pengamatan;

   dalam penelitian ini data pengamatan berbentuk matriks yang berukuran 60×5 dengan:

   i. kolom pertama menunjukkan jumlah bibit yang digunakan (X_1)
   ii. kolom kedua menunjukkan jumlah pupuk yang digunakan (X_2)
   iii. kolom ketiga menunjukkan luas lahan yang digunakan (X_3)
   iv. kolom keempat menunjukkan banyaknya tenaga kerja (X_4)
   v. kolom kelima menunjukkan banyaknya produksi yang dihasilkan (Y)
2. memasukkan nilai awal (nilai awal $\boldsymbol{\beta}^{(\mathbf{0})}$);
3. menyelesaikan fungsi produksi *Cobb Douglas* menggunakan metode iterasi *Gauss Newton*, meliputi langkah-langkah sebagai berikut :

a. membentuk model *Least Square Error* sebagai fungsi tujuan yang dirumuskan dengan $\boldsymbol{S} = [y - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]'[y - f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta})]$ seperti pada persamaan (2.2), sehingga dapat ditulis dalam program Matlab dengan formula `S = (y-f)'*(y-f)`

b. membangun persamaan iterasi *Gauss Newton* yang dituliskan dengan $-\frac{1}{2}\left(Z\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)'Z\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)\right)^{-1}\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\beta}}\Big|_{\beta^{(n)}}$ seperti pada persamaan (2.26), sehingga dalam program Matlab ditulis dengan formula `step =-0.5* inv(z'*z)*zs`

c. membangun persamaan yang menentukan nilai parameter berikutnya yaitu $\boldsymbol{\beta}^{(n+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(n)} - \frac{1}{2}\left(Z\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)'Z\left(\boldsymbol{\beta}^{(n)}\right)\right)^{-1}\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\beta}}\Big|_{\beta^{(n)}}$ seperti pada persamaan (2.26), sehingga dalam program Matlab dapat ditulis dengan formula

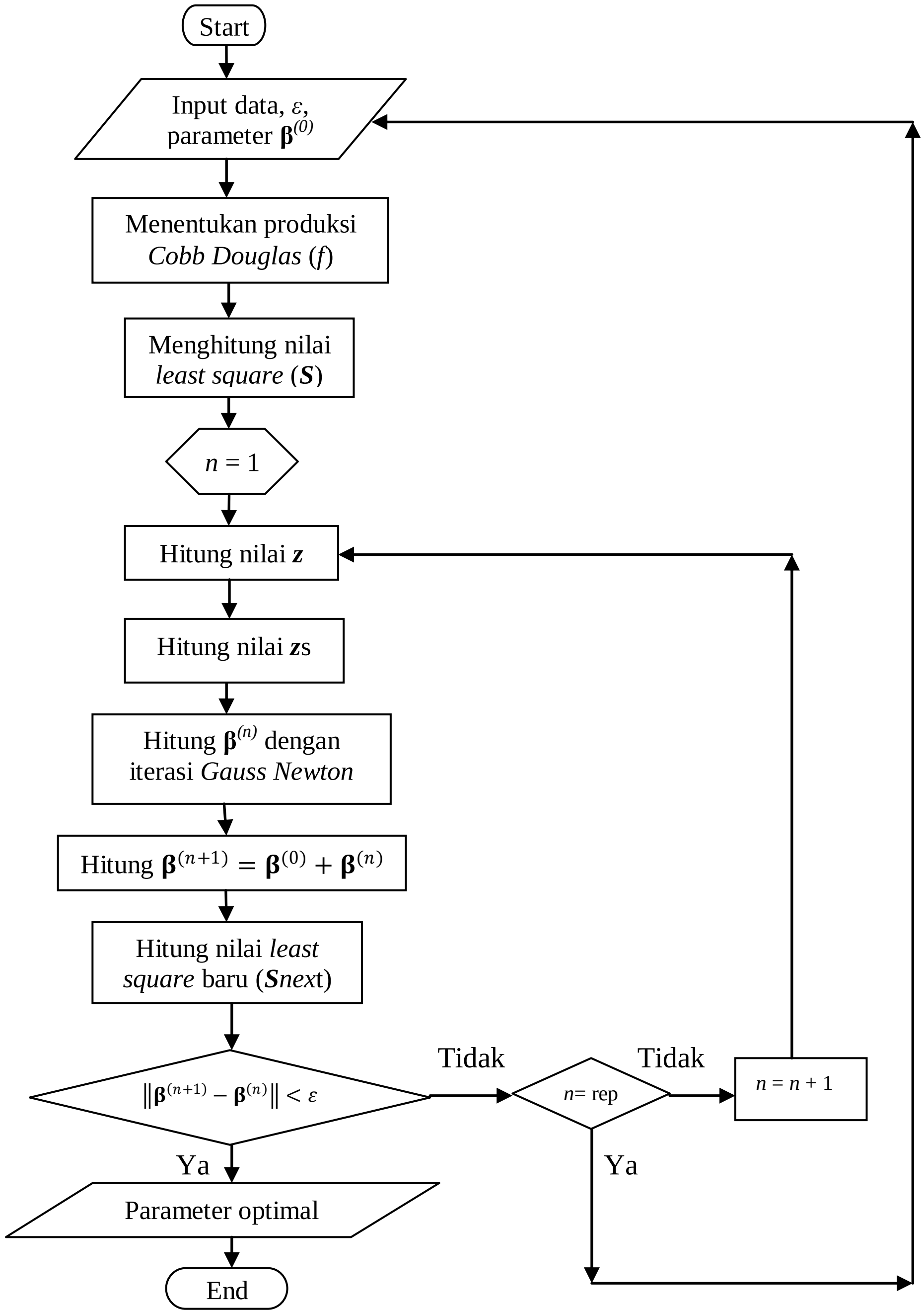
   `bnext = b + step.`

   Langkah ini diulang hingga nilai $\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{S}$ konvergen ke suatu nilai optimal, yakni nilai minimum sesuai dengan fungsi tujuan dari metode *least square*

d. menghitung nilai $\boldsymbol{S}$ baru. Dari setiap iterasi, dipilih nilai $\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{S}$ yang konvergen. Jika belum konvergen hingga n = *rep*, maka input nilai awal diganti dengan nilai awal yang lain. Maksud dari *rep* adalah memberikan batasan pada komputer dalam melakukan pengulangan iterasi. Nilai yang konvergen ini merupakan solusi dari fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan menggunakan iterasi *Gauss Newton*

4. membuat program berdasarkan algoritma penyelesaian dengan menggunakan software Matlab 7.8.

Berdasarkan langkah-langkah yang telah dibuat dapat disajikan dalam *flowchart* seperti pada Gambar 3.1



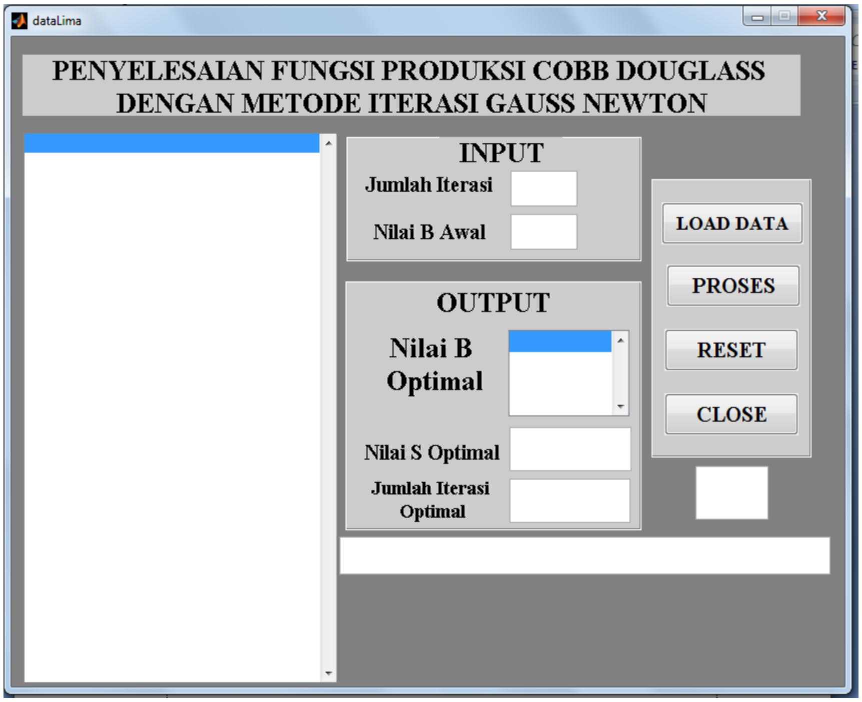
Gambar 3.1 *Flowchart* analisis fungsi produksi *Cobb Douglas*

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas hasil dan analisis data dari fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan menggunakan metode iterasi *Gauss Newton*. Analisis data pada penelitian ini dilakukan dengan bantuan program Matlab 7.8.0. Analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan metode iterasi *Gauss Newton* ini dibandingkan dengan analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan pendekatan transformasi regresi linier berganda yang telah dilakukan sebelumnya oleh Human (2010).

4.1 Analisis Data dengan Metode Iterasi *Gauss Newton*

Fungsi produksi menggambarkan hubungan antara tingkat output dengan tingkat penggunaan input-input yang digunakan dalam proses produksi. Analisis data dilakukan untuk mengetahui besarnya pengaruh faktor-faktor produksi terhadap jumlah produksi yang dihasilkan. Dalam penelitian ini untuk menganalisis data digunakan fungsi produksi *Cobb Douglas*. Analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* ini dilakukan dengan menggunakan metode iterasi *Gauss Newton* seperti yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya. Adapun data yang digunakan dalam penelitian ini diambil dari skripsi Human (2010) yang disajikan dalam bentuk matriks berdimensi (60×5), seperti yang terlampir pada lampiran A. Dalam penelitiaan ini analisis data dilakukan dengan menggunakan program MATLAB 7.8.0. Berdasarkan langkah-langkah yang sudah ditulis sebelumnya pada subbab 3.3 yang kemudian diimplementasikan pada program Matlab 7.8.0 seperti yang terlampir pada lampiran C dengan tampilan awal seperti pada gambar berikut :



Gambar 4.1 Tampilan program *Cobb Douglas* dengan metode iterasi *Gauss Newton*

Input dari program diatas antara lain :

a. jumlah iterasi, merupakan banyaknya iterasi yang ditentukan;
b. nilai β awal, merupakan masukan nilai awal parameter;

Output dari program diatas antara lain :

a. nilai β optimal, merupakan besarnya nilai estimasi dari fungsi produksi *Cobb Douglas* yang terdiri atas lima parameter β_1, β_2, β_3, β_4, dan β_5;
b. jumlah iterasi optimal, yang merupakan banyaknya pengulangan perhitungan;
c. nilai S optimal, merupakan nilai jumlah kuadrat terkecil.

Keterangan lain dari program diatas antara lain :

a. load data, yang digunakan untuk memasukkan data;
b. proses, merupakan tombol yang digunakan untuk memproses perhitungan;
c. reset, merupakan tombol yang digunakan untuk mengatur ulang data dan masukan yang akan diproses;
d. close, digunakan untuk mengakhiri atau keluar dari program.

Program tersebut kemudian digunakan untuk menganalisis fungsi produksi *Cobb Douglas*. Hasil output dari program Matlab 7.8.0 seperti pada Tabel 4.1 :

Tabel 4.1 Hasil analisis data fungsi produksi *Cobb Douglas* dengan Matlab 7.8.0

Nilai awal	Jumlah iterasi	A	β_1	β_2	β_3	β_4	Nilai S
0,29	35	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,30	74	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,61	54	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,63	31	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,65	24	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,68	52	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,70	15	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,73	24	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,75	56	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,77	15	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,79	22	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,80	36	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,84	26	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,87	29	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,89	61	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,90	32	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,93	19	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,95	47	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,97	19	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
0,99	73	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004
1,0	25	7,935	0,204	0,407	0,614	0,157	1,276e+004

Dari Tabel 4.1 dapat dijelaskan bahwa pada kolom pertama berisikan nilai awal. Nilai awal yang dimaksud adalah nilai masukan dugaan awal. Cara mengambil nilai awal ini dilakukan dengan *trial and error*, yaitu mencoba nilai awal tertentu sampai di dapatkan nilai parameter yang konvergen dari satu nilai ke nilai yang lain. Jadi, nilai awal inilah yang sangat berpengaruh terhadap kekonvergenan. Berdasarkan nilai awal yang telah dicobakan dalam Tabel 4.1, nilai awal tersebut sudah memberikan nilai yang konvergen. Sehingga dapat dikatakan bahwa nilai awal tersebut sudah memberikan solusi optimal.

Pada kolom kedua berisi banyaknya jumlah iterasi yang dilakukan dalam perhitungan. Banyaknya jumlah iterasi dapat ditentukan oleh pengguna pada saat awal perhitungan. Iterasi akan optimal jika iterasi diulang sampai $\beta^{(n+1)} = \beta^{(n)}$. Jika $\beta^{(n+1)} \neq \beta^{(n)}$ maka iterasi perlu ditambah atau mengubah nilai awal.

Kemudian pada kolom ketiga sampai pada kolom ketujuh merupakan nilai estimasi parameter β yang dicari. Dari Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa nilai parameter yang dihasilkan dari penelitian ini didapatkan yaitu *A*=7,935; β_1=0,204; β_2=0,407; β_3=0,614 dan β_4=0,157. *A* merupakan nilai konstanta dari model *Cobb Douglas*, β` merupakan nilai parameter yang menunjukkan elastisitas ketersediaan bibit, β_2 merupakan nilai parameter yang menunjukkan elastisitas ketersediaan pupuk, β_3 merupakan nilai parameter yang menunjukkan elastisitas luas lahan, dan β_4 merupakan nilai parameter yang menunjukkan jumlah tenaga kerja. Sedangkan pada kolom terakhir menunjukkan nilai S. Nilai S ini adalah nilai kuadrat galat terkecil yang dalam penelitian ini dihasilkan sebesar 1,276e+004. Dengan demikian, model *Cobb Douglas* yang dianggap optimal menurut iterasi *Gauss Newton* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Q = 7{,}935\ \mathrm{X_1}^{0{,}204}\mathrm{X_2}^{0{,}407}\mathrm{X_3}^{0{,}614}\mathrm{X_4}^{0{,}157}.$$

Parameter-parameter dalam fungsi produksi *Cobb Douglas* ini sekaligus menunjukkan elastisitas faktor produksi. Oleh karena itu dapat langsung diketahui elastisitas faktor produksinya. Hasil perhitungan elastisitas faktor-faktor produksi yaitu sebesar 1,382 $(\sum \beta_i > 1)$, artinya terjadi *Increasing return to scale*. Hal ini berarti bahwa proporsi penambahan faktor produksi dapat meningkatkan proporsi hasil produksi. Jadi setiap penambahan faktor produksi akan diikuti dengan kenaikan hasil produksi yang semakin meningkat. Jika dilihat dari besarnya elastisitas, nilai elastisitas faktor produksi luas lahan (X_3) paling berpengaruh diantara faktor produksi yang lainnya, hal ini dilihat dari nilai elastisitasnya yang paling besar. Berdasarkan elastisitas tersebut dapat juga diketahui intensitas produksinya lebih bersifat padat modal, tidak bersifat padat tenaga kerja. Hal ini disebabkan nilai elastisitas modal yang terdiri dari jumlah bibit, jumlah pupuk, dan luas lahan yang digunakan lebih besar daripada nilai elastisitas jumlah tenaga kerja yang digunakan.

4.2 Analisis Data dengan Transformasi Regresi Linier Berganda

Sebagai pembanding berikut ini ditampilkan pula analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* yang menggunakan transformasi regresi linier berganda yang telah dilakukan sebelumnya oleh Human (2010). Dalam analisis data dengan transformasi regresi linier berganda ini Human(2010) menggunakan bantuan program SPSS 11.5.

Hasil dari analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan transformasi regresi linier berganda dengan bantuan program SPSS 12 adalah seperti pada Tabel 4.2 :

Tabel 4.2 Hasil Analisis Regresi Fungsi Produksi *Cobb Douglas* dengan SPSS 11.5

Variabel	Koefisien	T hitung	Sig
(Constant)	0,694	3,050	0,004
Bibit	0,311	2,201	0,032
Pupuk	0,446	3,185	0,002
Luas Lahan	0,498	3,420	0,001
Tenaga kerja	0,222	1,584	0,119

$$\ln Q = 0{,}694 + 0{,}331\ \ln \mathrm{X}_1 + 0{,}446\ \ln \mathrm{X}_2 + 0{,}498\ \ln \mathrm{X}_3 + 0{,}222\ \ln \mathrm{X}_4,$$

maka :

$$e^{\ln Q} = e^{0{,}694+0{,}331\ \ln \mathrm{X}_1+0{,}446\ \ln \mathrm{X}_2+0{,}498\ \ln \mathrm{X}_3+0{,}222\ \ln \mathrm{X}_4},$$

$$e^{\ln Q} = e^{0{,}694}.\, e^{0{,}331 \ln X_1}.\, e^{0{,}446 \ln X_2}.\, e^{0{,}498 \ln X_3}.\, e^{0{,}222 \ln X_4},$$

$$e^{\ln Q} = e^{0{,}694}.\, e^{\ln {X_1}^{0{,}331}}.\, e^{\ln {X_2}^{0{,}446}}.\, e^{\ln {X_3}^{0{,}498}}.\, e^{\ln {X_4}^{0{,}222}},$$

sehingga model *Cobb Douglas* yang dihasilkan adalah :

$$Q = 2{,}002\ {\mathrm{X}_1}^{0{,}331}\ {\mathrm{X}_2}^{0{,}446}\ {\mathrm{X}_3}^{0{,}498}\ {\mathrm{X}_4}^{0{,}222}.$$

Berdasarkan model diatas maka parameter-parameter β yang dihasilkan yaitu β_1=0,331; β_2=0,446; β_3=0,498; dan β_4=0,222.

Untuk perhitungan jumlah kuadrat galat hasil regresi secara simultan yang dilakukan dengan bantuan program SPSS 11.5 diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.3 :

Tabel 4.3 Jumlah kuadrat galat regresi simultan pada program SPSS 11.5

Keragaman JK	Jumlah kuadrat galat
Regresi (JKR)	4,548
Residual (JKG)	0,938
Total (JKT)	5,486

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa jumlah kuadrat galat yang dihasilkan melalui regresi linier berganda sebelum dilakukan transformasi balik adalah 0,938.

Hasil perhitungan elastisitas produksi yaitu sebesar 1,497 $(\sum \beta_i > 1)$, artinya terjadi *Increasing return to scale*. Hal ini berarti bahwa proporsi penambahan faktor produksi meningkatkan proporsi hasil produksi. Jadi setiap penambahan faktor produksi akan diikuti dengan kenaikan hasil produksi yang semakin meningkat. Jika dilihat dari besarnya elastisitas, nilai elastisitas faktor produksi luas lahan (X_3) paling berpengaruh diantara faktor produksi yang lainnya, hal ini dilihat dari nilai elastisitasnya yang paling besar. Berdsarkan elastisitas tersebut dapat juga diketahui intensitas produksinya lebih bersifat padat modal, tidak bersifat padat tenaga kerja. Hal ini disebabkan nilai elastisitas modal yang terdiri dari jumlah bibit, jumlah pupuk, dan luas lahan yang digunakan lebih besar daripada nilai elastisitas jumlah tenaga kerja yang digunakan. Jadi kedua model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari kedua metode, intensitas produksinya sama-sama bersifat lebih padat modal.

4.3 Perbandingan Hasil Analisis Fungsi Produksi *Cobb Douglas*

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, terdapat sedikit perbedaan jika dilihat dari model *Cobb Douglas* yang dihasilkan. Model *Cobb Douglas* dari metode itrasi *Gauss Newton* menghasilkan nilai konstanta yang lebih besar dibandingkan dengan konstanta yang terdapat pada model *Cobb Douglas* yang dilakukan transformasi regresi linier berganda, yaitu sebesar 7,935 yang dihasilkan dari metode iterasi *Gauss Newton* dan sebesar 2,002 yang dihasilkan dari metode transformasi regresi linier berganda.

Dilihat dari nilai elastisitas faktor produksi, kedua metode ini sama-sama bersifat *Increasing return to scale* karena penjumlahan nilai parameter β lebih besar dari 1. Pada kedua metode ini, faktor produksi yang paling berpengaruh diantara faktor produksi yang lain adalah faktor luas lahan. Hal ini dilihat dari besarnya nilai elastisitas pada faktor luas lahan lebih besar dibandingakan dengan nilai elastisitas faktor produksi yang lain.

Untuk membandingkan model *Cobb Douglas* manakah yang lebih baik diperlukan solusi pemecahannya. Sehingga dalam penelitian ini dilakukan pemeriksaan perhitungan kembali, yaitu dengan cara mengambil semua data yang ada kemudian coba dimasukkan ke dalam model yang sudah diperoleh, baik model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari metode iterasi *Gauss Newton* maupun model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari transformasi regresi linier berganda. Misalkan diambil salah satu data sebagai berikut :

Bibit (X_1)	**Pupuk (X_2)**	**Lahan (X_3)**	**Tenaga Kerja (X_4)**	**Produksi (Q)**
35	5,3738	1,9	2,36	43,652

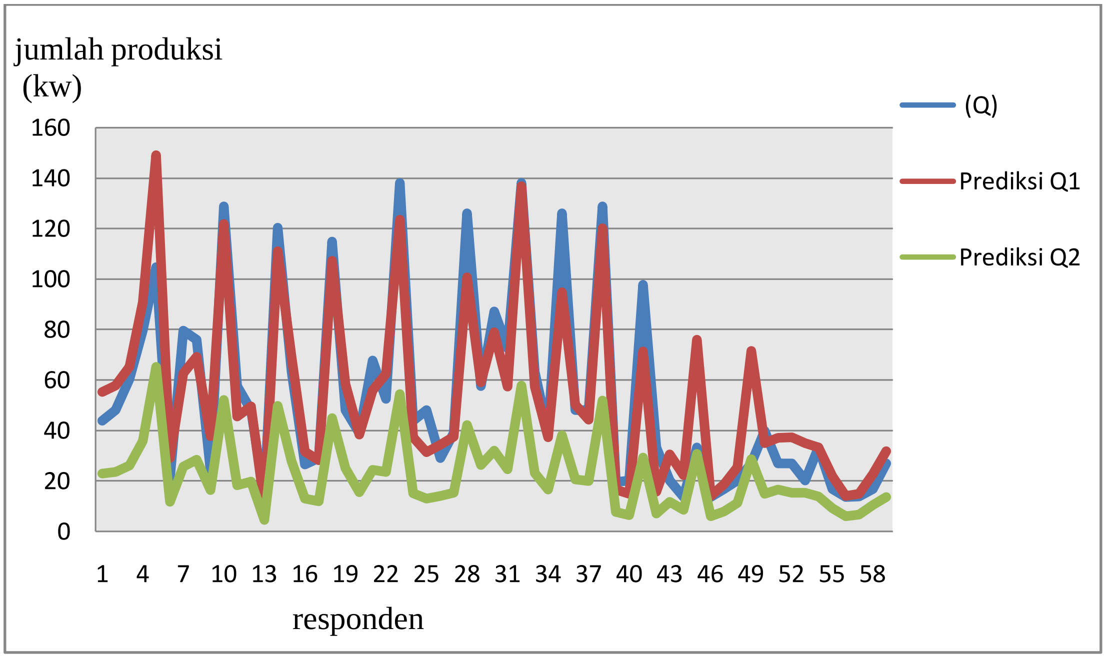
Data X_1, X_2, X_3, dan X_4 dimasukkan ke dalam kedua model *Cobb Douglas*, yang pertama dilakukan pada model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari metode iterasi *Gauss Newton*, yaitu :

$$Q_1 = 7{,}935\ (35)^{0,204}(5{,}3738)^{0,407}(1{,}9)^{0,614}(2{,}36)^{0,157}$$
$$= 55{,}139558 \text{ kw},$$

yang berikutnya dilakukan pada model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari metode transformasi regresi linier berganda, yaitu :

$$Q_2 = 2{,}002\ (35)^{0,331}\ (5{,}3738)^{0,446}\ (1{,}9)^{0,498}\ (2{,}36)^{0,222}$$
$$= 22{,}919 \text{ kw}.$$

Berdasarkan perhitungan tersebut dapat dilihat model mana yang hasil perhitungannya lebih mendekati pada data yang sebenarnya. Jika dimisalkan jumlah produksi kacang panjang pada data sebenarnya dilambangkan dengan Q, prediksi jumlah produksi kacang panjang dengan menggunakan iterasi *Gauss Newton* dilambangkan dengan Q_1, dan prediksi jumlah produksi kacang panjang dengan transformasi regresi linier berganda dilambangkan dengan Q_2. Hasil perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada lampiran B. Selanjutnya dari hasil perhitungan kemudian dibuat plot aseperti pada Gambar 4.2 :



Gambar 4.2 Plot hasil prediksi jumlah produksi kacang panjang

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa garis yang lebih mendekati garis berwarna biru adalah garis berwarna merah. Hal ini berarti prediksi jumlah produksi kacang panjang dengan menggunakan iterasi *Gauss Newton* lebih mendekati pada keadaan yang sebenarnya dibandingkan dengan hasil prediksi jumlah kacang panjang dengan menggunakan transformasi regresi linier berganda. Berdasarkan alasan tersebut maka model *Cobb Douglas* yang dihasilkan dari metode iterasi *Gauss Newton* itu dikatakan lebih baik.

Lebih spesifik lagi, untuk melihat perbandingan kedua metode dapat dihitung jumlah kuadrat galat dari Q_1 dan Q_2 dengan menghitung jumlah kuadrat galat pada metode *Gauss Newton* (JK_1) dan jumlah kuadrat galat pada metode transformasi regresi linier berganda (JK_2). Untuk menghitung jumlah kuadrat galat dilakukan dengan formula $(JK_1) = \sum(Q_1 - Q)^2$ dan $(JK_2) = \sum(Q_2 - Q)^2$. Perhitungan jumlah kuadrat galat ini dapat dilihat pada lampiran B, dimana didapatkan JK_1= 12758,37 dan JK_2= 93144,61. Berdasarkan jumlah kuadrat galat, maka dapat dilihat bahwa jumlah kuadrat galat pada metode nonlinier dengan iterasi *Gauss Newton* lebih kecil dibandingkan dengan jumlah kuadrat galat pada metode transformasi regresi linier yang sudah ditransformasi balik, sehingga dapat dikatakan bahwa metode nonlinier dengan iterasi *Gauss Newton* lebih baik.

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang diuraikan pada bab 4, dapat diambil kesimpulan bahwa :

1. Hasil penaksiran parameter pada fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan dengan metode nonlinier yaitu dengan menggunakan iterasi *Gauss Newton* adalah $Q = 7{,}935\, X_1^{0,204} X_2^{0,407} X_3^{0,614} X_4^{0,157}$. Parameter-parameter yang dihasilkan dipengaruhi oleh nilai awal dan jumlah iterasi yang diberikan.
2. Perbedaan hasil analisis fungsi produksi *Cobb Douglas* yang diselesaikan menggunakan metode nonlinier dengan iterasi *Gauss Newton* dan yang diselesaikan menggunakan regresi linier berganda didapatkan bahwa secara keseluruhan prediksi dengan iterasi *Gauss Newton* lebih dekat dengan data sebenarnya dibandingkan dengan prediksi dengan regresi linier berganda, demikian juga jumlah kuadrat galat untuk metode iterasi *Gauss Newton* lebih kecil dibandingkan dengan jumlah kuadrat galat yang dihasilkan melalui transformasi regresi linier berganda.

5.2 Saran

Dalam penelitian yang dilakukan dengan metode iterasi *Gauss Newton* ini masih terdapat kelemahan yaitu nilai jumlah kuadrat galatnya masih sangat besar, serta program yang digunakan untuk menganalisis fungsi produksi *Cobb Douglas* ini belum dapat menyertakan nilai signifikansi dari tiap-tiap variabel. Oleh karena itu masih terbuka peluang bagi peneliti lain untuk mengembangkan analisis fungsi produksi dengan metode yang lain dengan harapan dapat mendapatkan hasil yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Aziz, A. 2006. *Ekonometrika Teori dan Praktek Eksperimen dengan Matlab*. http://blog.uin-malang.ac.id/abdulaziz/files/2010/08/Buku-Ajar-Ekonometrika.pdf [10 Oktober 2010].

Boediono. 1989. *Ekonomi Mikro*. Yogyakarta : BPFE-UGM.

Drapper, N. R. & Smith, H. 1996. *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama, anggota IKAPI.

Hasan, I. 2002. *Pokok-pokok Materi Statistik I (Statistika Deskriptif)*. Jakarta : Bumi Aksara.

Human, C. 2010. *Analisis Faktor yang Mempengaruhi Produksi Kacang Panjang di Kecamatan Wuluhan Kabupaten Jember Musim Tanam 2010*. Tidak dipublikasikan. Skripsi. Jember : Jurusan Ilmu Ekonomi dan Studi Pembangunan FE, Jember. Universitas Jember.

Mubyarto. 1994. *Pengantar Ekonomi Pertanian*. Jakarta : LP3ES.

Naingolan, S. 2010. *Perbandingan Metode Marquart Compromise dan Metode Gauss Newton Dalam Penaksiran Regresi Nonlinier*. Jurusan Matematika FMIPA, Medan. Universitas Sumatra Utara, Medan. http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/14050/1/10E00372.pdf. [10 Oktober 2010]

Nicholson, W. 1987. *Mikro Ekonomi Intermediate dan Penerapannya, terjemahan Hutabarat*. Jakarta : Erlangga.

Saleh, M. 2005. Buku Ajar Ekonomi Mikro II. Jurusan Ilmu Ekonomi dan Studi Pembangunan FE, Jember. Universitas Jember.

Sanjoyo. 2006. *Nonlinear Estimation*. http://mhs.blog.ui.ac.id/sanj55/files/2008/11/non-linier.pdf. [10 Oktober 2010].

Soekartawi. 1990. *Teori Ekonomi Produksi dengan Pokok Pembahasan Analisis Faktor Produksi Cobb Douglas*. Jakarta : Rajawali Pres.

Supranto, J. 1981. *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Erlangga.

Tirta, I. M. 2009. *Analisis Regresi dengan R. Jember* : Jember University Press

Yitnosumanto, S. 1990. *Dasar-dasar Statistika*. Jakarta : CV. Rajawali.

LAMPIRAN A. Data Hasil Penelitian 60 Responden Petani Kacang Panjang di Kecamatan Wuluhan Kabupaten JemberMusim Tanam 2010.

No.	Bibit (kg)	Pupuk (kw)	Lahan (ha)	Tenaga Kerja (dalam ratusan)	Produksi (kw)
1	35	5,3738	1,9	2,36	43,652
2	30	5,3738	2,1	2,6	47,863
3	36	4,694	2,7	2,36	60,256
4	41	5,7344	3,8	2,56	79,433
5	85	8,2432	4,8	3,68	104,713
6	35	2,576	1,3	1,15	20,893
7	35	5,4432	2,3	2,43	79,433
8	35	6,1824	2,4	2,76	75,858
9	50	4,6794	1,2	1,12	23,988
10	64	9,1824	3,8	2,76	128,825
11	35	3,8035	1,9	1,68	57,544
12	32	3,8931	2,1	2,04	47,863
13	25	3,5504	0,3	0,34	13,49
14	79	9,048	3,1	2,7	120,226
15	30	6,272	2,5	2,8	63,096
16	35	3,5504	1,2	1,16	26,303
17	35	4,6794	0,9	0,84	28,84
18	50	8,2506	3,5	3,08	114,815
19	50	3,8931	2,2	2,76	47,863
20	35	3,5504	1,6	1,32	38,905
21	64	3,5504	2,1	2,3	67,608
22	35	3,8931	3,2	1,54	52,481
23	85	9,0768	3,7	2,4	138,038
24	35	3,8005	1,5	1,2	43,652
25	35	3,5504	1,2	1,12	47,863
26	30	3,8931	1,3	1,4	28,84
27	35	3,5504	1,5	1,46	38,905
28	50	8,6794	3,2	2,56	125,893
29	64	4,2672	2	2,46	57,544
30	64	4,368	3,5	1,64	87,096
31	50	4,7891	2	2,08	72,444
32	50	10,7568	4,1	3,96	138,038
33	35	5,0154	2,2	2,04	63,096
34	50	4,9011	1,1	1,28	38,905
35	35	8,272	3,3	2,8	125,893

No.	Bibit (kg)	Pupuk (kw)	Lahan (ha)	Tenaga Kerja (dalam ratusan)	Produksi (kw)
36	35	4,3884	1,9	2,16	47,863
37	64	4,2672	1,4	1,56	47,863
38	64	9,368	3,6	2,96	128,825
39	64	2,8851	0,5	0,46	19,498
40	35	2,8851	0,5	0,52	19,953
41	50	4,0768	3	2,6	97,724
42	50	3,0218	0,5	0,4	33,113
43	35	3,0218	1,5	0,6	19,953
44	35	2,8851	1,1	0,3	13,49
45	35	6,6925	2,7	2,58	33,113
46	30	2,5715	0,5	0,56	13,49
47	35	2,5715	0,7	0,8	16,596
48	50	2,6925	0,9	1,16	19,953
49	35	6,8851	2,6	1,9	26,915
50	50	2,455	1,5	1,56	39,811
51	64	3,1651	1,3	1,46	26,915
52	35	3,2368	1,5	1,8	26,915
53	50	2,8851	1,3	1,8	19,953
54	38	2,6925	1,4	1,64	33,113
55	30	3,1651	0,8	0,88	16,596
56	35	2,5715	0,5	0,46	13,49
57	37	2,455	0,5	0,7	13,62
58	64	3,2368	0,7	0,68	16,596
59	50	2,8851	1,2	1,3	26,915
60	35	2,45504	3,3	2,82	87,096

LAMPIRAN B. Hasil Prediksi Jumlah Produksi Kacang Panjang

(Q)	Prediksi Q_1	Prediksi Q_2	$(Q_1\text{-}Q)$	$(Q_2\text{-}Q)$	$(Q_1\text{-}Q)^2$	$(Q_2\text{-}Q)^2$
43,652	55,139	22,901	11,487	20,750	131,964	430,587
47,863	57,689	23,371	9,826	24,491	96,562	599,835
60,256	65,126	25,924	4,870	34,331	23,718	1178,637
79,433	90,644	35,722	11,211	43,710	125,692	1910,602
104,713	148,977	65,096	44,264	39,616	1959,314	1569,477
20,893	28,925	11,642	8,032	9,250	64,522	85,569
79,433	62,613	25,496	-16,819	53,936	282,882	2909,107
75,858	69,057	28,355	-6,800	47,502	46,248	2256,51
23,988	37,605	16,333	13,617	7,654	185,430	58,587
128,825	121,658	51,928	-7,166	76,896	51,365	5913,138
57,544	45,415	18,203	-12,128	39,340	147,111	1547,69
47,863	49,351	19,594	1,488	28,268	2,216	799,083
13,49	10,329	4,417	-3,160	9,0722	9,988	82,305
120,226	111,019	49,734	-9,206	70,491	84,756	4968,984
63,096	69,177	27,763	6,081	35,332	36,980	1248,371
26,303	31,422	12,933	5,119	13,369	26,206	178,743
28,84	28,010	11,799	-0,829	17,040	0,688	290,383
114,815	107,128	44,872	-7,686	69,942	59,076	4891,959
47,863	58,325	24,860	10,462	23,002	109,460	529,132
38,905	38,261	15,360	-0,643	23,544	0,414	554,363
67,608	55,796	24,294	-11,811	43,313	139,519	1876,088
52,481	62,285	23,389	9,804	29,091	96,136	846,328
138,038	123,479	54,288	-14,558	83,749	211,940	7013,91
43,652	37,246	15,011	-6,405	28,640	41,032	820,263
47,863	31,249	12,833	-16,613	35,029	276,005	1227,091
28,84	34,200	13,894	5,360	14,945	28,735	223,363
38,905	37,361	15,210	-1,543	23,694	2,382	561,411
125,893	100,5444	42,129	-25,348	83,763	642,551	7016,369
57,544	58,977	26,124	1,433	31,419	2,054	987,162
87,096	78,775	31,879	-8,320	55,216	69,231	3048,818
72,444	57,249	24,419	-15,194	48,024	230,885	2306,338
138,038	136,8105	57,784	-1,227	80,253	1,506	6440,685
63,096	57,335	23,128	-5,760	39,967	33,187	1597,385
38,905	37,096	16,447	-1,808	22,457	3,270	504,324
125,893	94,749	37,957	-31,143	87,935	969,934	7732,708

(Q)	Prediksi Q_1	Prediksi Q_2	$(Q_1\text{-}Q)$	$(Q_2\text{-}Q)$	$(Q_1\text{-}Q)^2$	$(Q_2\text{-}Q)^2$
47,863	50,074	20,515	2,211	27,347	4,892	747,872
47,863	44,108	19,769	-3,754	28,093	14,098	789,236
128,825	119,958	51,799	-8,866	77,025	78,617	5932,854
19,498	16,501	7,581	-2,996	11,916	8,981	142,000
19,953	14,873	6,380	-5,079	13,572	25,805	184,225
97,724	71,226	29,225	-26,497	68,498	702,130	4692,099
33,113	15,642	6,914	-17,470	26,198	305,231	686,357
19,953	30,429	11,619	10,476	8,333	109,756	69,445
13,49	22,138	8,362	8,648	5,127	74,794	26,295
33,113	75,863	30,687	42,750	2,425	1827,606	5,882
13,49	13,914	5,854	0,424	7,635	0,179	58,294
16,596	18,670	7,885	2,074	8,710	4,303	75,869
19,953	25,306	11,147	5,353	8,805	28,661	77,528
26,915	71,470	28,496	44,555	-1,581	1985,155	2,502
39,811	34,940	14,735	-4,870	25,075	23,722	628,800
26,915	36,934	16,432	10,019	10,482	100,386	109,875
26,915	37,183	15,290	10,268	11,624	105,444	135,125
19,953	34,951	15,221	14,998	4,731	224,944	22,383
33,113	33,139	13,699	0,026	19,414	0,00071	376,903
16,596	21,692	8,973	5,096	7,622	25,978	58,097
13,49	13,922	5,898	0,432	7,591	0,186	57,636
13,62	14,759	6,459	1,139	7,160	1,297	51,272
16,596	22,605	10,291	6,009	6,304	36,117	39,741
26,915	31,617	13,607	4,702	13,307	22,114	177,086
87,096	57,855	22,115	-29,240	64,980	854,986	4222,497
				Total	**12758,37**	**93144,61**

LAMPIRAN C. Skrip program *Cobb Douglas* dengan menggunakan Iterasi *Gauss Newton*

```
function varargout = dataLima(varargin)
% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @dataLima_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',  @dataLima_OutputFcn, ...
                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                   'gui_Callback',   []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end
if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT
% --- Executes just before dataLima is made visible.
function dataLima_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = dataLima_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;

% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)

% SKRIP LOAD DATA
myform=guidata(gcbo);
[filename,pathname]=uigetfile({'*.txt'},'File Selector');
eval(['cd ''' pathname ''' ;']);
eval(['mydata=load(''' filename ''')']);
set(myform.listbox2,'string',num2str(mydata));
%READ DATA
L = mydata(:,1);
K = mydata(:,2);
Q = mydata(:,3);
P = mydata(:,4);
W = mydata(:,5);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
y = W;
x = [L K Q P] ;
T =length (x);

% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
%Skrip Tombol Proses
myform=guidata(gcbo);
data=str2num(get(myform.listbox2,'string'));  %masukan data matriks
Binput=str2num(get(myform.edit1,'string'));   %masukan nilai B
rep=str2num(get(myform.edit7,'string'));      %masukan batasan
                                              iterasi
 %BACA DATA MATRIKS
L = data(:,1); %kolom ke-1
K = data(:,2); %kolom ke-2
Q = data(:,3); %kolom ke-3
P = data(:,4); %kolom ke-4
W = data(:,5); %kolom ke-5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
y = W; %kolom ke-5 adalah data variabel y
x = [L K Q P] ; % data variabel x
T =length (x);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
b = Binput* ones (5,1) ; %nilai b-Awal
k = length(b) ;
e = eye(k) ;
f = f1(b,x) ; %memanggil fungsi f1.m
S = (y-f)'*(y-f) ;
tn = 1 ;
for i = 1:rep-1 ;
 z = numgradf1(b,x); %memanggil fungsi numgradf1.m
 zS = numgradS1(b,x,y); %memanggil fungsi numgradS1.m
 step = -0.5*inv(z'*z)*zS;
 bnext = b + step ;
 fnext = f1(bnext,x) ;
 Snext = (y-fnext)'*(y-fnext) ;
 if norm(bnext-b) <= 1e-9 & abs(S-Snext) <= 1e-9
    set(myform.listbox3,'string',num2str(bnext));
    set(myform.edit3,'string',num2str(S));
    set(myform.edit4,'string',num2str(i));
    set(myform.edit5,'string','Iterasi sudah konvergen.');
 break;
 end;
   if i == rep-1
       set(myform.edit3,'string','-');
       set(myform.listbox3,'string','-');
       set(myform.edit5,'string','Belum konvergen.Ubahlah nilai B
       awal atau tambahkan jumlah iterasinya!') ;
       set(myform.edit4,'string','-');
   end ;
 b = bnext ;
 f = f1(b,x) ;
```

```
 S = (y-f)'*(y-f) ;
 set(myform.edit6,'string',num2str(i+1));
 pause(0.01);
end ;

% --- Executes on button press in pushbutton3.
function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
%tombol RESET
myform=guidata(gcbo);
set(myform.edit1,'string',' ');
set(myform.listbox3,'string',' ');
set(myform.edit3,'string',' ');
set(myform.edit4,'string',' ');
set(myform.listbox2,'string',' ');
set(myform.edit5,'string',' ');
set(myform.edit6,'string',' ');
set(myform.edit7,'string',' ');

% --- Executes on button press in pushbutton4.
function pushbutton4_Callback(hObject, eventdata, handles)
close;
```