



**PEWARNAAN TITIK KETAKTERATURAN LOKAL PADA
KELUARGA GRAF GRID DAN KETERKAITANNYA DENGAN
KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

SKRIPSI

Oleh

Nadia Azahra

NIM 160210101051

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020



**PEWARNAAN TITIK KETAKTERATURAN LOKAL PADA
KELUARGA GRAF GRID DAN KETERKAITANNYA DENGAN
KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Nadia Azahra

NIM 160210101051

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang dengan segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya. Sholawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, atas kebesaran itu kupersembahkan sebagai rasa hormat dan bahagia dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku kepada:

1. Ayahanda M. Mustofa dan Ibunda Wiwik Hartini yang telah membesarkanku dengan penuh kasih sayang, kesabaran, perhatian, dan doa yang selalu diberikan;
2. Adikku Annisa Salwa Syahida yang selalu memberiku semangat dan motivasi selama penyusunan tugas akhir ini.

HALAMAN MOTTO

"Ketahuilah bahwasanya kemenangan itu bersama kesabaran, dan jalan keluar itu bersama kesulitan, dan bahwasanya bersama kesulitan ada kemudahan"

(HR. Tirmidzi)

"Jika Anda dapat memimpikannya, Anda dapat melakukannya"

(Walt Disney)

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama"

(Slamin)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nadia Azahra

NIM : 160210101051

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid dan Keterkaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 3 Januari 2020

Yang menyatakan,

Nadia Azahra

NIM. 160210101051

SKRIPSI

**PEWARNAAN TITIK KETAKTERATURAN LOKAL PADA
KELUARGA GRAF GRID DAN KETERKAITANNYA DENGAN
KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

Oleh

Nadia Azahra

NIM 160210101051

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020**

HALAMAN PENGAJUAN

**PEWARNAAN TITIK KETAKTERATURAN LOKAL PADA
KELUARGA GRAF GRID DAN KETERKAITANNYA DENGAN
KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Nadia Azahra
NIM : 160210101051
Tempat dan Tanggal Lahir : Banyuwangi, 29 Juli 1997
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I, Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.
NIP. 19760502 200604 2 001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid dan Keterkaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jumat

Tanggal : 3 Januari 2020

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.
NIP. 19760502 200604 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Slamun, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid dan Keterkaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Nadia Azahra, 160210101051; 2020: 81 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Topik yang dijadikan sebagai bahan kajian pada penelitian ini adalah salah satu topik pada teori graf, yaitu pewarnaan titik pada graf. Pewarnaan titik pada graf adalah memberikan warna yang berbeda pada titik yang bersebelahan sehingga tidak ada dua titik yang bersebelahan memiliki warna yang sama. Banyak warna minimal yang bisa digunakan untuk mewarnai titik-titik pada suatu graf disebut bilangan kromatik. Selanjutnya pada penelitian ini dikembangkan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf. Pewarnaan titik ketakteraturan lokal ini merupakan penggabungan konsep antara pewarnaan titik dan pelabelan ketakteraturan jarak. Pewarnaan titik ketakteraturan lokal dilakukan dengan meminimumkan label titik dan meminimumkan jumlah warna titik pada graf. Bilangan kromatik pada pewarnaan titik ketakteraturan lokal graf dilambangkan dengan $\chi_{lis}(G)$. Selain itu pada penelitian ini juga dilakukan kajian mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid. Keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah kegiatan berpikir yang melibatkan level kognitif hierarki taksonomi yang diajukan Bloom. Dalam menentukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid, setiap langkah atau tahapan penemuannya dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu menggunakan tahapan berpikir Taksonomi Bloom yang telah direvisi.

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian eksploratif dan terapan. Alasan penelitian ini termasuk penelitian eksploratif dan terapan yaitu karena penelitian bertujuan untuk menjadikan suatu topik baru lebih dikenal oleh masyarakat luas, memberikan gambaran dasar mengenai topik bahasan, menggeneralisasikan gagasan, dan mengembangkan teori yang membuka kemungkinan akan diadakan penelitian lanjutan terhadap topik

yang dibahas. Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode deduktif aksiomatik dan pendeteksian pola. Setiap proses dalam menemukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal dikaitkan dengan enam tahapan taksonomi Bloom revisi.

Hasil penelitian ini berupa empat teorema baru mengenai pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid yaitu graf grid ($G_{m,n}$), graf tangga (L_n), graf tangga segitiga (TL_n) dan graf H (H_n). Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut :

1. **Teorema 4.2.1** Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf grid $G_{m,n}$, untuk $m \geq 3$, $n \geq 3$ adalah $\chi_{lis}(G_{m,n}) = 3$, untuk $m = 3$ dan $n = 3$, dan $\chi_{lis}(G_{m,n}) = 4$, untuk m ganjil n ganjil, serta $\chi_{lis}(G_{m,n}) = 5$, untuk untuk m genap n genap, untuk m ganjil n genap, serta untuk m genap n ganjil.
2. **Teorema 4.2.2** Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf tangga L_n , untuk $n \geq 2$ adalah $\chi_{lis}(L_n) = 4$.
3. **Teorema 4.2.3** Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf tangga segitiga TL_n , untuk $n \geq 5$ adalah $\chi_{lis}(TL_n) = 5$, untuk $n = 5$ dan $\chi_{lis}(TL_n) = 6$, untuk $n \geq 6$.
4. **Teorema 4.2.4** Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf H_n , untuk $n \geq 2$ adalah $\chi_{lis}(H_n) = 4$.

Keterkaitan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu mengingat (mengingat kembali terminologi graf, menjelaskan pengertian pewarnaan titik ketakteraturan lokal dan mendefinisikan setiap graf dari keluarga graf grid yang diteliti), memahami (memahami tentang pewarnaan titik ketakteraturan lokal dengan memberi contoh pewarnaan titik ketakteraturan lokal dan menjelaskan kardinalitas graf, dan memperkirakan pola pelabelan pada keluarga graf grid), menerapkan (menerapkan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid), menganalisis (menganalisis pola pelabelan titik tak teratur untuk pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid), mengevaluasi (mengecek dan mengkaji ulang pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid), dan menciptas (menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lis} pada setiap graf dan menyusun pembuktian setiap teorema).

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid dan Keterkaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember;
4. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing I dan Ibu Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd. selaku pembimbing II, Bapak Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. selaku penguji I dan Bapak Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si. selaku penguji II skripsi yang telah memberikan masukan demi perbaikan skripsi yang lebih baik;
5. Bapak Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si. yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan FKIP Universitas Jember;
7. Teman seperjuangan kelompok riset graf (Intan K., Regita T., Jean C., Regina A., dan Novi W.) serta mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika angkatan 2016 lainnya;
8. semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dukungan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 3 Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGAJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Kebaruan Penelitian	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Terminologi Dasar Graf.....	5
2.2 Jenis-Jenis Graf.....	7
2.2.1 Graf Grid ($G_{m,n}$)	7
2.2.2 Graf Tangga (L_n)	7
2.2.3 Graf Tangga Segitiga (TL_n).....	8
2.2.4 Graf H (H_n).....	8
2.3 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal	8
2.4 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	10
2.5 Hasil Penelitian	15
BAB 3. METODE PENELITIAN	17

3.1	Jenis Penelitian	17
3.2	Metode Penelitian	17
3.3	Definisi Operasional	17
3.3.1	Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal.....	17
3.3.2	Keluarga Graf Grid	18
3.3.3	Keterkaitan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	18
3.4	Prosedur Penelitian	18
3.5	Observasi Awal Penelitian	21
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN	23
4.1	Kardinalitas Graf	23
4.2	Hasil Penelitian Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal	26
4.3	Keterkaitan Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid Terhadap Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	69
4.4	Pembahasan	77
BAB 5.	PENUTUP	80
5.1	Kesimpulan	80
5.2	Saran	80
DAFTAR PUSTAKA	82
LAMPIRAN	84
A.	Matrik Penelitian	84

DAFTAR GAMBAR

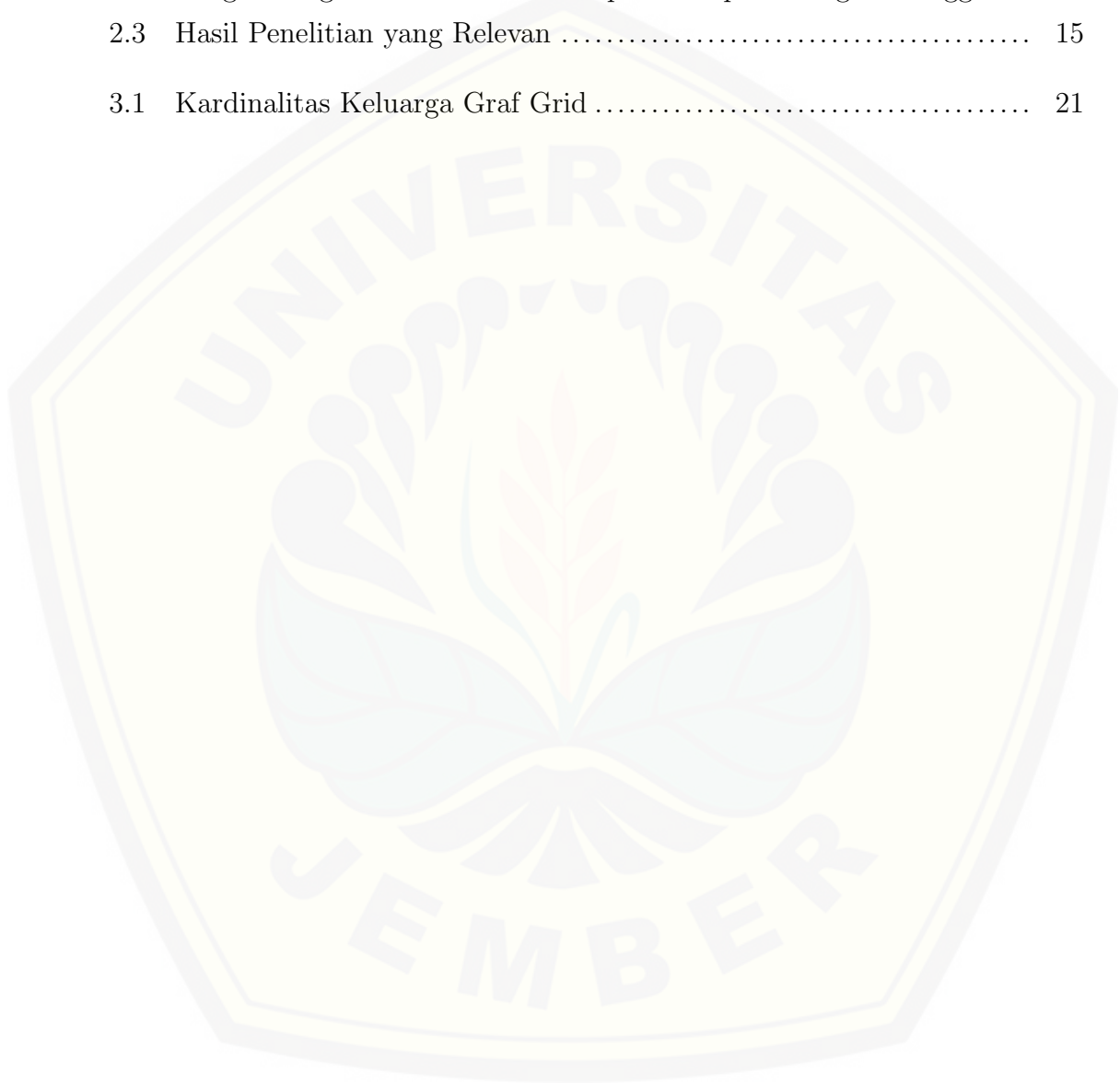
	Halaman
2.1 Contoh Graf.....	5
2.2 (a) Graf Lintasan (P_3) dan (b) Graf Lintasan (P_4)	6
2.3 Graf Grid $G_{3,5}$	7
2.4 Graf Tangga L_6	7
2.5 Graf Tangga Segitiga TL_6	8
2.6 Graf H_3	8
2.7 Contoh pewarnaan titik ketakteraturan lokal	9
2.8 Taksonomi Bloom revisi.....	11
3.1 Prosedur Penelitian.....	20
3.2 Hasil Observasi Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal, $\chi_{lis}(L_6) = 4$	22
3.3 Hasil Observasi Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal, $\chi_{lis}(L_7) = 4$	22
4.1 Graf grid $G_{m,n}$	24
4.2 Graf tangga L_n	25
4.3 Graf tangga segitiga TL_n	25
4.4 Graf H_n	26
4.5 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf $G_{m,n}, G_{3,3}$	28
4.6 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf $G_{m,n}, G_{5,5}$	33
4.7 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf $G_{m,n}, G_{4,6}$	36
4.8 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf $G_{m,n}, G_{7,6}$	40
4.9 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf $G_{m,n}, G_{6,5}$	44
4.10 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga, L_6	48
4.11 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga, L_7	49
4.12 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga segitiga, TL_5 ...	54
4.13 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga segitiga, TL_7 ...	57
4.14 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga segitiga, TL_6 ...	61
4.15 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga segitiga, TL_8 ...	64
4.16 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf H, H_3	69
4.17 Tahap mengingat graf grid $G_{m,n}$	70
4.18 Tahap mengingat graf tangga L_n	70
4.19 Tahap mengingat graf tangga segitiga TL_n	71

4.20 Tahap mengingat graf H_n	71
4.21 Contoh pewarnaan titik ketakteraturan lokal	72
4.22 Contoh Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf $G_{m,n}$, $G_{5,5}$	75
4.23 Contoh Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga, L_6	75
4.24 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf tangga segitiga, TL_7 ...	75
4.25 Contoh Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal graf H , H_3	75



DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Bobot titik pewarnaan titik ketakaturan lokal	10
2.2 Pengembangan Indikator Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	13
2.3 Hasil Penelitian yang Relevan	15
3.1 Kardinalitas Keluarga Graf Grid	21



DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
\in	=	Menyatakan elemen
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf G
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf G
$ V(G) $	=	Order dari graf G atau banyaknya titik pada graf G
$ E(G) $	=	Banyaknya sisi pada graf G
$d(v)$	=	Derajat titik v
$\Delta(G)$	=	Derajat maksimum graf G
$\delta(G)$	=	Derajat minimum graf G
$N(u)$	=	Persekitaran titik v
$c(v)$	=	Pewarnaan titik v
$w(v)$	=	Bobot titik v
$l(v)$	=	Label titik v
$\chi(G)$	=	Bilangan kromatik pada graf G
$\chi_{lis}(G)$	=	Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf G
$maks(l)$	=	Nilai fungsi label maksimum
P_n	=	Graf lintasan dengan n titik
C_n	=	Graf lingkaran dengan n titik
K_n	=	Graf Lengkap dengan n titik
Fr_n	=	Graf persahabatan dengan n titik
W_n	=	Graf roda dengan n titik
$K_{n,m}$	=	Graf lengkap bipartit dengan n, m titik
Wb_n	=	Graf jaringan dengan n titik
H_n	=	Graf helm dengan n titik
CH_n	=	Graf helm tertutup dengan n titik
G_n	=	Graf gir dengan n titik
F_n	=	Graf kipas dengan n titik
SL_n	=	Graf matahari dengan n titik
DW_n	=	Graf helm ganda dengan m, n titik
$G_{m,n}$	=	Graf grid dengan n titik
L_n	=	Graf tangga dengan n titik
TL_n	=	Graf tangga segitiga dengan n titik
H_n	=	Graf H dengan n titik

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teknologi yang terus berkembang saat ini membuat permasalahan sehari-hari yang dihadapi oleh manusia juga semakin kompleks dan menuntut mereka untuk bisa menyelesaikannya secara logis. Permasalahan tersebut dapat dipecahkan dengan adanya perkembangan dalam konteks ilmu pengetahuan. Terdapat berbagai macam ilmu pengetahuan yang bisa menjadi dasar untuk mengembangkan sebuah teknologi, salah satunya adalah ilmu pengetahuan matematika. Matematika sebagai ilmu universal yang mendasari berbagai disiplin ilmu memiliki peran penting untuk perkembangan sains, teknologi modern, dan daya pikir manusia. Matematika memberikan pengetahuan bagaimana menghadapi sebuah masalah dan mengobservasi sumber dari masalah tersebut secara runtut dan tentunya mencari solusi dari permasalahan tersebut. Matematika juga memberikan arahan bagaimana membuat model dari permasalahan tersebut sehingga mudah untuk dipecahkan.

Banyak cabang ilmu matematika yang menarik untuk dipelajari dengan bermacam-macam aplikasi di berbagai bidang ilmu dalam kehidupan sehari-hari. Cabang ilmu matematika yang sangat menarik untuk diteliti lebih lanjut adalah teori graf. Teori graf merupakan ilmu matematika yang pertama kali dikenalkan oleh Leonhard Euler, Matematikawan asal Swiss pada tahun 1736, dalam tulisannya yang berisi tentang pemecahan masalah jembatan Königsberg menggunakan graf. Berdasarkan hal tersebut mengundang banyak ilmuwan untuk mengembangkan teori graf untuk menyelesaikan berbagai macam permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu topik dalam teori graf yang mengalami perkembangan yaitu mengenai pewarnaan graf. Pewarnaan graf adalah salah satu cara pelabelan pada graf dengan memberikan warna yang berbeda pada titik atau sisi atau wilayah yang bertetangga. Ada beberapa macam pewarnaan graf yaitu pewarnaan titik, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah. Terdapat banyak sekali aplikasi pewarnaan graf dalam kehidupan sehari-hari, diantaranya yaitu penyusunan jadwal, sistem lalu lintas dan masalah transportasi.

Salah satu aplikasi dari pewarnaan graf ini adalah penyusunan jadwal, mula-mula sebuah jadwal yang ada dipetakan menjadi bentuk graf terlebih dahulu. Proses pewarnaan graf ini nantinya akan dilakukan pada graf yang terbentuk. Pemetaan dilakukan dengan mengasumsikan setiap jadwal adalah sebuah titik dan urutan jadwal atau dua jadwal yang tidak bisa diadakan bersama dipetakan menjadi sebuah sisi antara dua titik tersebut. Untuk kapasitas ruang yang ada akan dimodelkan dengan batasan jumlah warna sama yang bisa digunakan untuk mewarnai simpul. Setelah proses pewarnaan graf telah selesai, setiap simpul pada graf hasil pewarnaan tersebut akan memiliki warna yang berbeda-beda. Warna-warna tersebut akan diketahui bahwa simpul dengan warna yang sama bisa dijadwalkan bersamaan sedangkan untuk simpul dengan warna yang berlainan harus dijadwalkan berbeda. Jumlah warna yang digunakan menunjukkan banyaknya jadwal yang harus disusun dalam melakukan penyusunan jadwal.

Pada penelitian ini membahas tentang pewarnaan titik. Pewarnaan titik pada graf adalah memberikan warna yang berbeda pada titik yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga memiliki warna yang sama. Banyak warna minimal yang bisa digunakan untuk mewarnai titik-titik pada suatu graf disebut bilangan kromatik. Pada penelitian sebelumnya, Amurugan, dkk (2017) mendefinisikan pewarnaan titik lokal anti ajaib dan mendapatkan bilangan kromatik dari beberapa graf khusus, yakni graf lintasan, siklus, roda, dan graf lengkap. Pewarnaan titik lokal anti ajaib ini mengaplikasikan pelabelan dalam pewarnaan titiknya. Selanjutnya, Slamini (2017) mendefinisikan pelabelan ketakteraturan jarak dan menghasilkan batas bawah ketakteraturan jarak kuat pada beberapa graf seperti graf lintasan, siklus, dan graf roda. Lebih lanjut, Bong (2017) menemukan hubungan antara pelabelan ketakteraturan jarak kuat G dengan graf $G + K_1$ serta menghasilkan ketakteraturan jarak kuat graf m -buku. Berdasarkan ketiga penelitian tersebut, Kristiana, dkk (2019) mendefinisikan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf dan memperoleh bilangan kromatik dari beberapa graf khusus. Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya, maka peneliti tertarik untuk mengkaji lebih dalam mengenai pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid. Peneliti menggunakan graf dari keluarga graf grid karena belum

terdapat penelitian mengenai pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid hingga nantinya mendapatkan bilangan kromatik yang berpola dan menemukan teorema baru.

Dalam menciptakan teorema baru tersebut, penelitian ini juga mengkaji tentang keterampilan berpikir. Keterampilan berpikir manusia dimulai dari berpikir tingkat dasar hingga berpikir tingkat tinggi. Dengan menggunakan tingkatan taksonomi bloom yang telah direvisi, kategori untuk keterampilan berpikir tingkat dasar yaitu mengingat (C1), memahami (C2), dan menerapkan (C3) sedangkan kategori untuk keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan menciptakan (C6). Berarti untuk mencapai keterampilan berpikir tingkat tinggi tetap harus melewati keterampilan berpikir tingkat dasar. Keterampilan berpikir tingkat tinggi merupakan salah satu proses berpikir dalam pemecahan masalah matematika dan peneliti tertarik untuk menganalisis keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid yang mengacu pada Taksonomi Bloom yang telah direvisi. Sehingga, pada penelitian ini penulis memberi judul "**Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid dan Keterkaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

- a) Bagaimanakah menemukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid ?
- b) Bagaimanakah keterkaitan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid ?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari luasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan penelitian ini dibatasi oleh :

- a) Keluarga graf grid meliputi graf grid, graf tangga, graf tangga segitiga, dan graf H .

- b) Keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan taksonomi bloom yang telah direvisi yaitu menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan menciptakan (C6).

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan penjelasan latar belakang di atas, maka dalam penelitian ini tujuan yang akan dikaji sebagai berikut :

- a) Untuk menemukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid;
- b) Untuk menganalisis keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini dalam pengembangan keilmuan teori graf yaitu sebagai berikut :

- a) Menambah pengetahuan dalam bidang teori graf khususnya mengenai pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid;
- b) Hasil penelitian dapat digunakan sebagai landasan kajian dalam pengembangan ilmu dan aplikasi yang berkaitan dengan pewarnaan titik ketakteraturan lokal;
- c) Konsep pada pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada penelitian ini dapat digunakan pada graf lainnya;
- d) Mengetahui keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid.

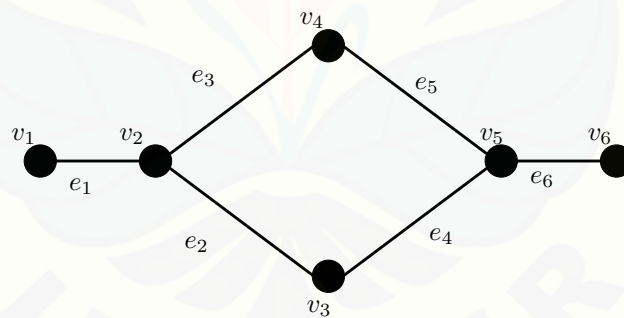
1.6 Kebaruan Penelitian

Peneliti sebelumnya, Kristiana, dkk (2019) telah menemukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada beberapa graf khusus yaitu graf lintasan, graf siklus, graf lengkap, graf bintang, graf persahabatan dan keluarga graf roda. Selanjutnya, dalam penelitian ini kebaruan yang dilakukan yaitu menemukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid meliputi graf grid, graf tangga, graf tangga segitiga, dan graf H dan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Sebuah graf G adalah pasangan himpunan berhingga tak kosong (V, E) dimana V adalah himpunan tidak kosong dari elemen yang disebut titik (*vertex*), dan E adalah himpunan sisi (boleh himpunan kosong) dari pasangan tidak terurut dua titik (v_1, v_2) dimana $v_1, v_2 \in V$, yang disebut sisi (*edge*). V disebut himpunan titik dari G , dan E disebut himpunan sisi dari G . Seringkali kita menuliskan $V(G)$ adalah himpunan titik dari graf G dan $E(G)$ adalah himpunan sisi dari graf G . Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak memiliki sisi satupun, tetapi harus memiliki titik minimal satu (Slamin, 2009). Secara geometri titik dan sisi berturut-turut digambarkan dengan titik dan garis. Banyaknya titik pada graf G disebut order G dan dinotasikan dengan $|V(G)|$, sedangkan banyaknya sisi pada graf G disebut ukuran (*size*) G dan dinotasikan dengan $|E(G)|$. Jika $u, v \in V(G)$ dan $uv \in E(G)$, maka u dan v dikatakan bertetangga (*adjacent*). Titik u dan v dikatakan terkait (*incident*) dengan sisi uv .



Gambar 2.1 Contoh Graf

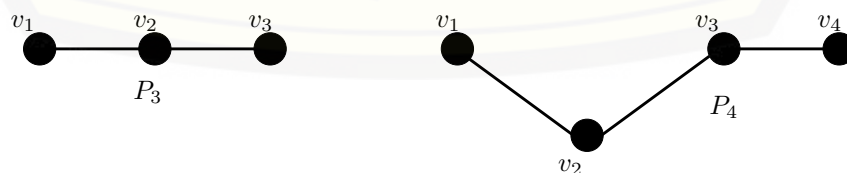
Pada Gambar 2.1, memiliki $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ sehingga order dari G adalah $|V(G)| = 6$ dan ukuran dari G adalah $|E(G)| = 6$. Titik v_2 dan v_4 bertetangga dan titik v_1 dan v_2 terkait dengan e_1 . Derajat titik v pada graf G adalah banyaknya titik pada graf G yang bertetangga dengan v . Derajat titik v dinotasikan dengan $d(v)$ (Chartrand dan Zhang, 2009). Derajat titik terbesar pada graf G disebut derajat maksimum graf G dinotasikan dengan $\Delta(G)$ dan

derajat minimum graf dinotasikan dengan $\delta(G)$. Persekitaran titik v pada graf G adalah himpunan titik pada G yang bertetangga dengan titik v , dinotasikan dengan $N(v)$ (Chartrand dan Zhang, 2009). Pada Gambar 2.1 $d(v_1) = 1, d(v_2) = 3, d(v_3) = 2, d(v_4) = 2, d(v_5) = 3, d(v_6) = 1$.

Lintasan (*path*) adalah jalan yang setiap titiknya berbeda. Panjang lintasan adalah banyaknya sisi pada lintasan tersebut (Voloshin, 2009). Pada Gambar 2.1, lintasan $\{v_1, e_1, v_2, e_2, v_3\}$ dengan panjang lintasan 2. Jalan (*walk*) adalah barisan bergantian antara titik dan sisi, seperti yang diawali dan diakhiri oleh titik, sehingga setiap sisi terkait dengan dua titik terdekat yaitu sebelum dan sesudah sisi tersebut. Banyaknya sisi pada jalan disebut panjang dari jalan (Voloshin, 2009). Pada Gambar 2.1, $\{v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_4, v_5, e_5, v_4, e_3, v_2\}$ dengan panjang jalan 5.

Jarak dari titik u ke v , dinotasikan dengan $d(u, v)$, adalah panjang lintasan terpendek dari titik u ke v . Eksentrisitas $e(v)$ dari suatu titik v pada graf G yang terhubung adalah jarak antara v dengan suatu titik yang paling jauh dari v pada G . Diameter dari G adalah eksentrisitas terbesar di antara titik dalam G , sementara itu radius adalah eksentrisitas minimal di antara titik pada G . Secara sederhana diameter dari G adalah jarak terbesar di antara sebarang dua titik pada G .

Graf dasar adalah graf yang mempunyai bentuk unik dan karakteristik khusus. Graf dasar memiliki karakteristik bentuk yang dapat digeneralisasikan sampai order n namun tetap simetris dan graf dasar ini tidak isomorfik dengan graf lainnya. Salah satu graf dasar ini adalah graf lintasan (*path graph*). Graf lintasan yang terdiri atas n buah titik pada satu lintasan dinotasikan dengan P_n , dimana $n \geq 2$. Banyak sisi pada graf lintasan yang terdiri atas n buah titik adalah $n - 1$ sisi (Akram dan Nawas, 2015). Contoh graf P_3 dan P_4 adalah sebagai berikut.

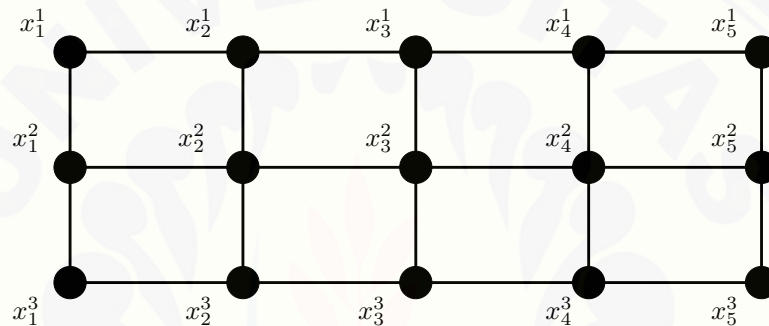


Gambar 2.2 (a) Graf Lintasan (P_3) dan (b) Graf Lintasan (P_4)

2.2 Jenis-Jenis Graf

2.2.1 Graf Grid ($G_{m,n}$)

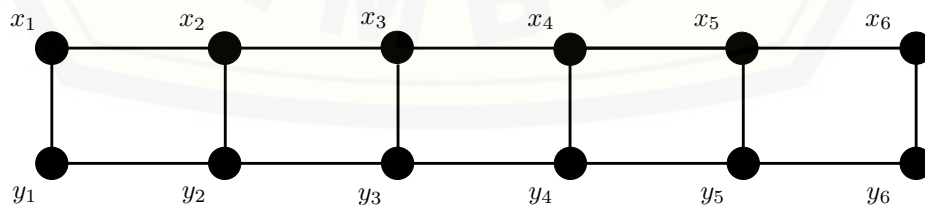
Graf Grid adalah graf yang didefinisikan sebagai hasil kali kartesius dari graf lintasan $P_m \times P_n$. Graf $P_m \times P_n$ memiliki titik yang dinotasikan dengan $v_{i,j}$ dan sisi sebanyak $2mn - m - n$. Himpunan titik dan himpunan sisi graf $P_m \times P_n$ yaitu $V(P_m \times P_n) = \{(g, h) / g \in V(G) \text{ dan } h \in V(H)\}$ dan $E(P_m \times P_n) = \{(g, h)(g', h') / g = g' \text{ dan } hh' \in E(H) \text{ atau } gg' \in E(G) \text{ dan } h = h'\}$ (S.Sudha dan K.Manikandan,2015). Misalkan diberikan graf lintasan P_3 dan P_5 . Graf grid $G_{3,5}$ diperoleh dari hasil kali cartesius dari graf lintasan P_3 dan P_5 . Hasil gambar graf grid ditunjukkan pada Gambar dibawah ini.



Gambar 2.3 Graf Grid $G_{3,5}$

2.2.2 Graf Tangga (L_n)

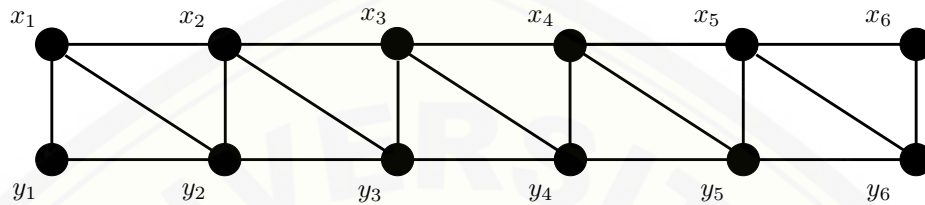
Graf Tangga L_n didefinisikan sebagai $L_n = P_n \times K_2$ dimana P_n adalah graf lintasan dengan n titik dan \times menunjukkan hasil kali kartesius dan K_2 adalah graf lengkap dengan 2 titik (M. I. Moussa, and E. M. Badr, 2016). Contoh graf tangga disajikan pada Gambar 2.2 di bawah ini.



Gambar 2.4 Graf Tangga L_6

2.2.3 Graf Tangga Segitiga (TL_n)

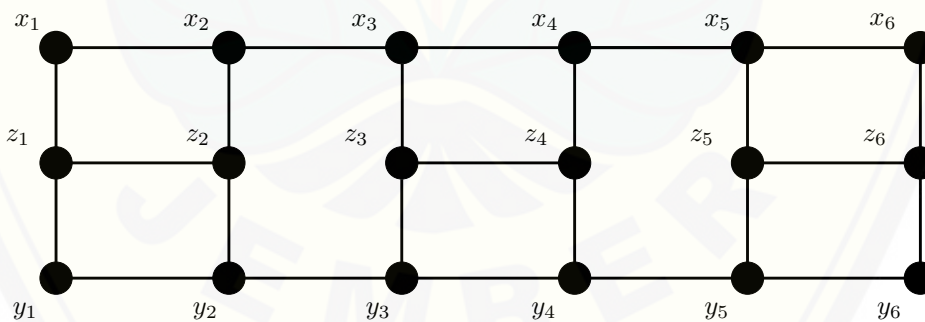
Graf Tangga Segitiga TL_n dengan $n \geq 2$ adalah sebuah graf yang diperoleh dari L_n dengan menambahkan sisi $u_i v_{i+1}$, dimana $1 \leq i \leq n - 1$. Titik pada L_n adalah u_i dan v_i . Titik u_i dan v_i adalah 2 lintasan di graf L_n dimana $i = \{1, 2, \dots, n\}$ (P. Jeyanthi, 2015). Contoh graf tangga segitiga disajikan pada Gambar di bawah ini.



Gambar 2.5 Graf Tangga Segitiga TL_6

2.2.4 Graf H (H_n)

Graf H yang dinotasikan dengan H_n dengan $n \geq 2$ didapatkan dari graf tangga L_n yang di setiap sisi $x_i y_i$ ditambahkan sebuah titik yang disebut titik baru, titik baru tersebut yaitu z_i . Setiap titik untuk i ganjil, $1 \leq i \leq 2n$ titik z_i dan z_{i+1} dihubungkan dengan satu sisi.



Gambar 2.6 Graf H_3

2.3 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal

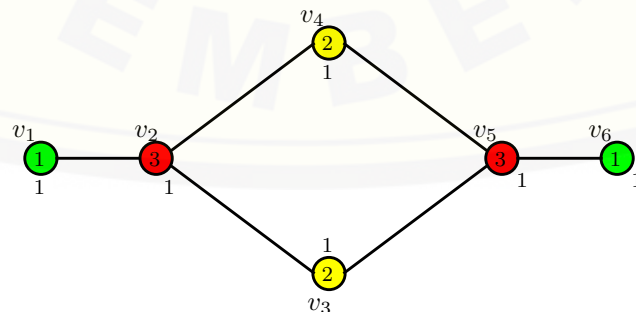
Pewarnaan graf adalah salah satu cara pelabelan pada graf dengan memberikan warna yang berbeda pada titik atau sisi atau wilayah yang bertetangga. Pewarnaan titik dilakukan dengan memberikan warna pada tiap

titik sedemikian hingga setiap dua titik yang bertetangga mempunyai warna yang berbeda. Jumlah warna minimum yang digunakan dalam pewarnaan titik disebut sebagai bilangan kromatik dari graf G yang dinotasikan dengan $\chi(G)$. Jadi bilangan kromatik adalah bilangan k terkecil sehingga graf G dapat diwarnai dengan k warna. Biasanya warna-warna yang digunakan untuk mewarnai suatu graf dinyatakan dengan $1, 2, 3, \dots, k$. Pelabelan pada graf G didefinisikan sebagai fungsi $l : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$. Fungsi l disebut pelabelan titik. Selanjutnya pada penelitian ini dikembangkan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf. Pewarnaan titik ketakteraturan lokal ini merupakan penggabungan konsep pewarnaan titik dan pelabelan ketakteraturan jarak. Pewarnaan titik ketakteraturan lokal dilakukan dengan meminimumkan label titik dan meminimumkan jumlah warna titik pada graf. Definisi dari pewarnaan titik ketakteraturan lokal yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada definisi berikut ini (Kristiana, 2019).

Definisi 2.3.1. Misalkan $l : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ merupakan fungsi label dan fungsi bobot $w : V(G) \rightarrow N$ didefinisikan sebagai $w(u) = \sum_{v \in N(u)} l(v)$. Fungsi w disebut pewarnaan titik ketakteraturan lokal, jika:

- i. $\max(l) = \min\{\max(l_i); l_i, \text{fungsi label}\}$
- ii. Untuk setiap $uv \in E(G), w(u) \neq w(v)$.

Definisi 2.3.2. Bilangan kromatik ketakteraturan lokal yang dinotasikan dengan $\chi_{lis}(G)$ didefinisikan sebagai $\chi_{lis}(G) = \min\{|w(V(G))|; w \text{ pewarnaan titik ketakteraturan lokal}\}$.



Gambar 2.7 Contoh pewarnaan titik ketakteraturan lokal

Ilustrasi tentang pewarnaan titik ketakteraturan lokal ditunjukkan pada Gambar 2.7. Pada Gambar 2.7, setiap titik pada graf G dilabeli dengan 1 yang berarti $\text{maks}(l) = 1$ dan untuk bobot setiap titik disajikan pada Tabel 2.1. Untuk setiap titik $uv \in E(G)$ terpenuhi $w(u) \neq w(v)$.

Tabel 2.1: Bobot titik pewarnaan titik ketakteraturan lokal

v_i	$l(v_i)$	$w(v_i)$
v_1	1	$l(v_2) = 1$
v_2	1	$l(v_1) + l(v_3) + l(v_4) = 1 + 1 + 1 = 3$
v_3	1	$l(v_2) + l(v_5) = 1 + 1 = 2$
v_4	1	$l(v_2) + l(v_5) = 1 + 1 = 2$
v_5	1	$l(v_3) + l(v_4) + l(v_6) = 1 + 1 + 1 = 3$
v_6	1	$l(v_5) = 1$

◇ **Teorema 2.3.1.** Misalkan $S(G)$ adalah graf subdivisi homogen dari graf G . Maka $\chi_{lis}(S(G)) \geq |D|$.

Lemma 2.3.1. Untuk graf G , $\chi_{lis}(G) \geq \chi(G)$.

Observasi 2.3.1. Graf terhubung G , bila suatu titik yang berdekatan memiliki derajat yang berbeda maka $\text{maks}(l) = 1$.

Observasi 2.3.2. Graf terhubung G , bila suatu titik yang berdekatan memiliki derajat yang sama maka $\text{maks}(l) \geq 2$.

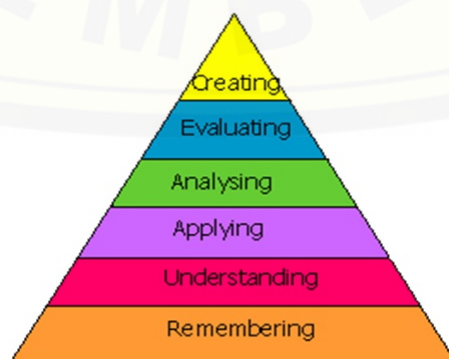
2.4 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Dalam dunia pendidikan, sumber daya manusia yang berkompeten sangat dibutuhkan di era global saat ini. Kompetensi yang harus dimiliki adalah manusia dengan intelektual tinggi yang mempunyai pengetahuan, keterampilan, dan pola berpikir yang baik untuk memecahkan masalah. Berpikir dimulai apabila seseorang dihadapkan pada suatu masalah dan menghadapi sesuatu yang menghendaki adanya jalan keluar. Situasi dalam menghadapi adanya jalan keluar tersebut, mendorong seseorang untuk memanfaatkan pengetahuan, pemahaman, atau keterampilan yang sudah

dimilikinya, lalu terjadi suatu proses tertentu di otaknya sehingga ia mampu menemukan sesuatu yang tepat untuk digunakan mencari jalan keluar terhadap masalah yang dihadapinya (Kowiyah, 2012).

Keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah kegiatan berpikir yang melibatkan level kognitif hierarki taksonomi yang diajukan Bloom (1956). Sebelumnya, tingkatan Taksonomi Bloom terbagi menjadi enam tigtakan, yaitu pengetahuan (C1), pemahaman (C2), penerapan (C3), analisis (C4), sintesis (C5), dan evaluasi (C6). Revisi dilakukan untuk menyesuaikan dengan tujuan pendidikan yang mengindikasikan bahwa setiap siswa akan dapat melakukan sesuatu (kata kerja) dengan sesuatu (kata benda), sehingga revisi dilakukan pada perubahan kata benda menjadi kata kerja. Revisi pada Taksonomi Bloom mudah diterima oleh para ilmuwan dan praktisi serta selalu menjadi rujukan bagi perkembangan teori pembelajaran. Taksonomi Bloom revisi dianggap sebagai dasar pada proses berpikir. Taksonomi Bloom revisi memuat enam level yakni, mengingat (C1), memahami (C2), menerapkan (C3), menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan mengkreasi/menciptakan (C6).

Tiga level pertama pada Taksonomi Bloom yang telah direvisi yakni, mengingat (C1), memahami (C2), menerapkan (C3) dikategorikan ke dalam Keterampilan Berpikir Tingkat Rendah (*Lower Order Thinking Skill*) (LOTS)), sedangkan menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan mengkreasi/menciptakan (C6) dikategorikan dalam Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi (*Higher Order Thinking Skill* (HOTS)) (Dafik, 2015). Kedua kategori ini sangat penting, karena untuk menuju aspek menganalisis (C4), mengevaluasi (C5) dan mengkreasi/mencipta (C6) harus melalui aspek mengingat (C1), memahami (C2), dan menerapkan (C3) terlebih dahulu.



Gambar 2.8 Taksonomi Bloom revisi

Berikut ini merupakan penjelasan dan daftar kata kerja dari tingkatan Taksonomi Bloom yang telah direvisi menurut (Utari, 2012) :

a. **Proses kognitif 1: Mengingat (*remembering*)**

Mengingat adalah kemampuan dalam menyebutkan kembali informasi atau pengetahuan yang tersimpan di dalam ingatan. Kata kerja kuncinya meliputi: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.

b. **Proses kognitif 2: Memahami (*understanding*)**

Memahami adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian atau makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis, maupun grafik atau diagram. Kata kerja kuncinya meliputi: menerangkan, menjelaskan, menerjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.

c. **Proses kognitif 3: Menerapkan (*applying*)**

Menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya meliputi: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktikkan.

d. **Proses kognitif 4: Menganalisis (*analysing*)**

Menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja kuncinya meliputi: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisahkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan.

e. **Proses kognitif 5: Mengevaluasi (*evaluating*)**

Mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria, atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya meliputi: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi.

f. **Proses kognitif 6: Mencipta (*creating*)**

Mencipta kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi sesuatu bentuk baru yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinal. Kata kerja kuncinya meliputi: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

Berdasarkan penjelasan dan daftar kata kerja dari tingkatan Taksonomi Bloom yang telah direvisi, maka berikut ini akan disajikan Tabel Pengembangan Indikator dari setiap tingkatan pada Taksonomi Bloom yang telah direvisi dikaitkan dengan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid.

Tabel 2.2: Pengembangan Indikator Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Level	Pengembangan Indikator
Mengingat	<ul style="list-style-type: none"> • Mengingat kembali terminologi dasar graf • Menjelaskan pengertian pewarnaan titik ketakteraturan lokal • Mendefinisikan graf grid • Mendefinisikan graf tangga • Mendefinisikan graf tangga segitiga • Mendefinisikan graf H
Memahami	<ul style="list-style-type: none"> • Memberi contoh pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf • Menjelaskan kardinalitas titik dan sisi pada graf grid • Menjelaskan kardinalitas titik dan sisi pada graf tangga • Menjelaskan kardinalitas titik dan sisi pada graf tangga segitiga • Menjelaskan kardinalitas titik dan sisi pada graf H • Memperkirakan pola pelabelan pada graf grid • Memperkirakan pola pelabelan pada graf tangga

Level	Pengembangan Indikator
	<ul style="list-style-type: none"> • Memperkirakan pola pelabelan pada graf tangga segitiga • Memperkirakan pola pelabelan pada graf H
Menerapkan	<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan pola pelabelan pada graf grid • Menentukan pola pelabelan pada graf tangga • Menentukan pola pelabelan pada graf tangga segitiga • Menentukan pola pelabelan pada graf H • Menghitung bobot titik pada graf grid • Menghitung bobot titik pada graf tangga • Menghitung bobot titik pada graf tangga segitiga • Menghitung bobot titik pada graf H
Menganalisis	<ul style="list-style-type: none"> • Menganalisis nilai bobot setiap titik pada graf grid sehingga tidak ada bobot dua titik yang bersebelahan yang sama • Menganalisis nilai bobot setiap titik pada graf tangga sehingga tidak ada bobot dua titik yang bersebelahan yang sama • Menganalisis nilai bobot setiap titik pada graf tangga segitiga sehingga tidak ada bobot dua titik yang bersebelahan yang sama • Menganalisis nilai bobot setiap titik pada graf H sehingga tidak ada bobot dua titik yang bersebelahan yang sama
Mengevaluasi	<ul style="list-style-type: none"> • Mengecek pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf grid • Mengecek pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf tangga • Mengecek pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf tangga segitiga • Mengecek pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf H • Membenarkan pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf grid jika belum optimal • Membenarkan pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf tangga jika belum optimal • Membenarkan pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf tangga segitiga jika belum optimal • Membenarkan pola pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf H jika belum optimal • Menentukan kardinalitas titik bobot graf grid

Level	Pengembangan Indikator
	<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan kardinalitas titik bobot graf tangga • Menentukan kardinalitas titik bobot graf tangga segitiga • Menentukan kardinalitas titik bobot graf H
Mencipta	<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan bilangan kromatik pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf grid • Menentukan bilangan kromatik pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf tangga • Menentukan bilangan kromatik pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf tangga segitiga • Menentukan bilangan kromatik pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf H • Menciptakan teorema baru dan membuktikannya

2.5 Hasil Penelitian

Pada bagian ini akan disajikan beberapa hasil penelitian mengenai pewarnaan titik ketakteraturan lokal yang bisa dijadikan sebagai referensi. Beberapa hasil penelitian tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 2.3: Hasil Penelitian yang Relevan

Graf	Hasil $\chi_{lis}(G)$	Keterangan
Graf Lintasan (P_n)	$\chi_{lis}(P_n) = \begin{cases} 2, & n = 2, 3 \\ 3, & n \geq 4 \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Lingkaran (C_n)	$\chi_{lis}(C_n) = \begin{cases} 2, & n = \text{genap} \\ 3, & n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Lengkap (K_n)	$\chi_{lis}(K_n) = n$	Kristiana, 2019.
Graf Persahabatan (Fr_n)	$\chi_{lis}(Fr_n) = 3$	Kristiana, 2019.
Graf Roda (W_n)	$\chi_{lis}(W_n) = \begin{cases} 3, & n = \text{genap} \\ 4, & n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Lengkap Bipartit ($K_{n,m}$)	$\chi_{lis}(K_{n,m}) = 2$	Kristiana, 2019.

Graf	Hasil $\chi_{lis}(G)$	Keterangan
Graf Jaringan (Wb_n)	$\chi_{lis}(Wb_n) = \begin{cases} 5, & n = 4, 6 \\ 6, & n = 5, n \geq 7, \\ & n = \text{genap} \\ 7, & n \geq 7, n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Helm (H_n)	$\chi_{lis}(H_n) = \begin{cases} 5, & n = \text{genap} \\ 6, & n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Helm Tertutup (CH_n)	$\chi_{lis}(CH_n) = \begin{cases} 4, & n = 4 \\ 5, & n \geq 5, n = \text{genap} \\ 6, & n \geq 5, n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Gir (G_n)	$\chi_{lis}(G_n) = 3$	Kristiana, 2019.
Graf Kipas (F_n)	$\chi_{lis}(F_n) = 4$	Kristiana, 2019.
Graf Matahari (SL_n)	$\chi_{lis}(SL_n) = \begin{cases} 3, & n = \text{genap} \\ 5, & n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.
Graf Helm Ganda (DW_n)	$\chi_{lis}(DW_n) = \begin{cases} 3, & n = \text{genap} \\ 4, & n = \text{ganjil} \end{cases}$	Kristiana, 2019.

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian eksploratif dan terapan. Penelitian eksploratif adalah penelitian yang bertujuan untuk meneliti dan mengkaji hal-hal baru yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitiannya dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Penelitian terapan adalah jenis penelitian yang bertujuan untuk memberikan penyelesaian atas permasalahan tertentu secara praktis. Alasan penelitian ini termasuk penelitian eksploratif dan terapan yaitu karena penelitian bertujuan untuk menjadikan suatu topik baru lebih dikenal oleh masyarakat luas, memberikan gambaran dasar mengenai topik bahasan, menggeneralisasikan gagasan, dan mengembangkan teori yang membuka kemungkinan akan diadakan penelitian lanjutan terhadap topik yang dibahas.

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode deduktif aksiomatik dan pendeteksian pola. Metode deduktif aksiomatik adalah metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang ada kemudian diterapkan dalam pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid. Lalu, metode pendeteksian pola digunakan untuk merumuskan pola dan bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid.

3.3 Definisi Operasional

Definisi operasional variabel digunakan untuk memberikan gambaran sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Definisi operasional untuk penelitian ini sebagai berikut.

3.3.1 Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal

Pelabelan pada graf G didefinisikan sebagai fungsi $l : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ dimana fungsi l disebut sebagai pelabelan titik. Selanjutnya pada penelitian ini akan dikembangkan mengenai pewarnaan

titik ketakteraturan lokal pada graf. Pewarnaan titik ketakteraturan lokal ini merupakan penggabungan konsep antara pewarnaan titik dan pelabelan ketakteraturan jarak. Pada pelabelan tak teratur, pelabelan yang dilakukan boleh berulang dan lokal menunjukkan bahwa bobot titik yang dihasilkan harus berbeda pada titik yang bertetangga. Pewarnaan titik ketakteraturan lokal dilakukan dengan meminimumkan label titik dan meminimumkan jumlah warna titik pada graf. Bilangan kromatik pada pewarnaan titik ketakteraturan lokal graf dilambangkan dengan $\chi_{lis}(G)$.

3.3.2 Keluarga Graf Grid

Graf Grid adalah graf yang didefinisikan sebagai hasil kali kartesius dari graf lintasan $P_m \times P_n$. Graf $P_m \times P_n$ memiliki titik yang dinotasikan dengan $v_{i,j}$ dan sisi sebanyak $2mn - m - n$. Himpunan titik dan himpunan sisi graf $P_m \times P_n$ yaitu $V(P_m \times P_n) = \{(g, h) / g \in V(G) \text{ dan } h \in V(H)\}$ dan $E(P_m \times P_n) = \{(g, h)(g', h') / g = g' \text{ dan } hh' \in E(H) \text{ atau } gg' \in E(G) \text{ dan } h = h'\}$. Keluarga graf grid yang digunakan pada penelitian ini yaitu graf grid, graf tangga, graf tangga segitiga, dan graf H .

3.3.3 Keterkaitan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

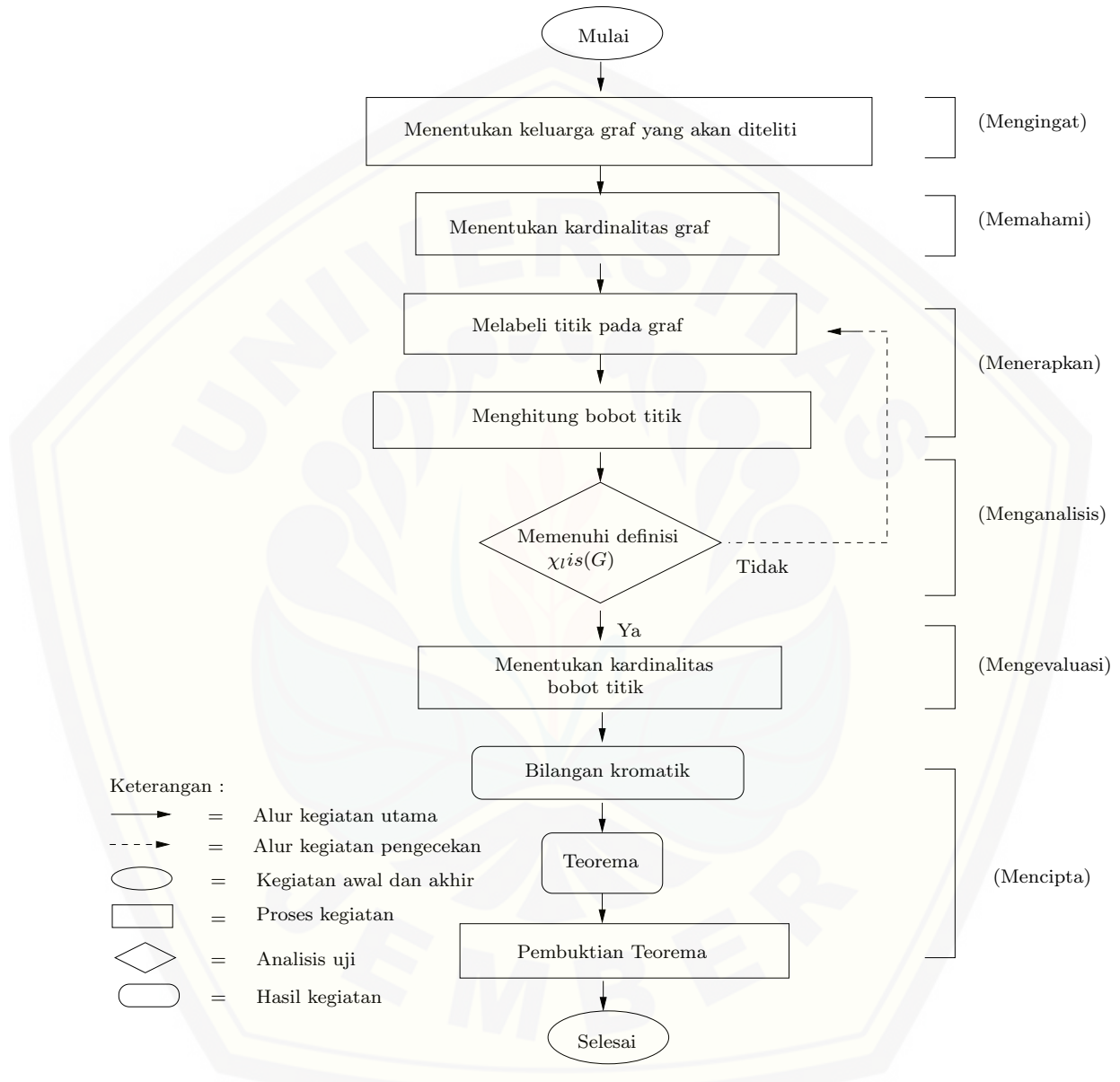
Dalam menentukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid, setiap langkah atau tahapan penemuannya dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Setiap langkah atau tahapannya mulai dari menentukan graf yang akan diteliti, lalu menerapkan konsep pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf yang akan diteliti, sampai menemukan teorema baru akan dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu menggunakan tahapan berpikir Taksonomi Bloom yang telah direvisi.

3.4 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian merupakan uraian mengenai langkah-langkah yang akan dilakukan sebagai pedoman dalam melaksanakan penelitian untuk meraih hasil yang akan dicapai sesuai dengan tujuan penelitian. Prosedur penelitian yang akan dilakukan dalam menentukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid berdasarkan pada tahapan berpikir Taksonomi Bloom adalah sebagai berikut.

- a. Menentukan graf yang akan digunakan untuk dianalisis pewarnaan titik ketakteraturan lokal nya, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap mengingat;
- b. Menentukan kardinalitas dari keluarga graf yang akan diteliti, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap memahami;
- c. Melakukan pelabelan titik tak teratur di setiap titik pada graf yang akan diteliti, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap menerapkan;
- d. Menghitung bobot di setiap titik pada graf yang akan diteliti, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap menerapkan;
- e. Menguji nilai bobot titik, apabila tidak sesuai dengan definisi maka kembali ke tahap melakukan pelabelan titik tak teratur di setiap titik pada graf, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap menganalisis;
- f. Menentukan kardinalitas bobot titik, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap mengevaluasi;
- g. Menentukan bilangan kromatik dari pewarnaan titik ketakteraturan lokal yang telah didapatkan, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap mencipta;
- h. Menentukan teorema hasil pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada graf yang diteliti, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap mencipta;
- i. Membuktikan teorema yang telah didapatkan, pada taksonomi bloom tahap ini merupakan tahap mencipta;
- j. Selesai.

Secara lebih jelas, tahap-tahap penelitian digambarkan dalam Gambar 3.1



Gambar 3.1 Prosedur Penelitian

3.5 Observasi Awal Penelitian

Sebelum melakukan penelitian pada keluarga graf grid yang akan diteliti, sebelumnya telah dilakukan observasi awal pada keluarga graf grid yaitu graf grid, graf tangga, graf tangga segitiga, dan graf H . Observasi yang dilakukan yaitu menentukan kardinalitas dari keluarga graf grid yang disajikan pada tabel dibawah ini.

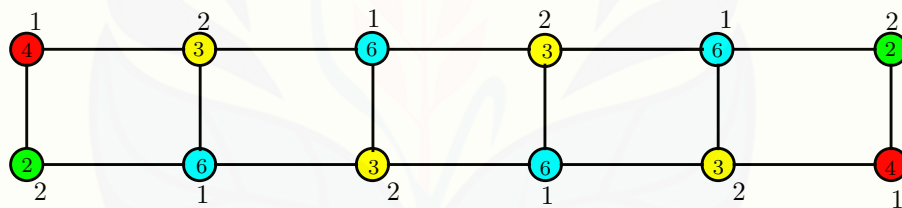
Tabel 3.1: Kardinalitas Keluarga Graf Grid

Graf	Kardinalitas
Graf Grid ($G_{m,n}$)	<ul style="list-style-type: none"> • $V(G_{m,n}) = \{x_i^j; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\}$ • $E(G_{m,n}) = \{x_i^j x_{i+1}^j; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i^j x_i^{j+1}; 1 \leq j \leq m-1\}$ • $V(G_{m,n}) = mn$ • $E(G_{m,n}) = 2mn - m - n$
Graf Tangga (L_n)	<ul style="list-style-type: none"> • $V(L_n) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ • $E(L_n) = \{x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_i; 1 \leq i \leq n\}$ • $V(L_n) = 2n$ • $E(L_n) = 3n - 2$
Graf Tangga Segitiga (TL_n)	<ul style="list-style-type: none"> • $V(TL_n) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ • $E(TL_n) = \{x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n\}$ • $V(TL_n) = 2n$ • $E(TL_n) = 4n - 3$
Graf H (H_n)	<ul style="list-style-type: none"> • $V(H_n) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq 2n\} \cup \{z_j; 1 \leq j \leq 2n\}$ • $E(H_n) = \{x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq 2n-1\} \cup \{z_j z_{j+1}; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_i z_j; 1 \leq i = j \leq 2n\} \cup \{y_i z_j; 1 \leq i = j \leq 2n\}$ • $V(H_n) = 6n$ • $E(H_n) = 9n - 2$

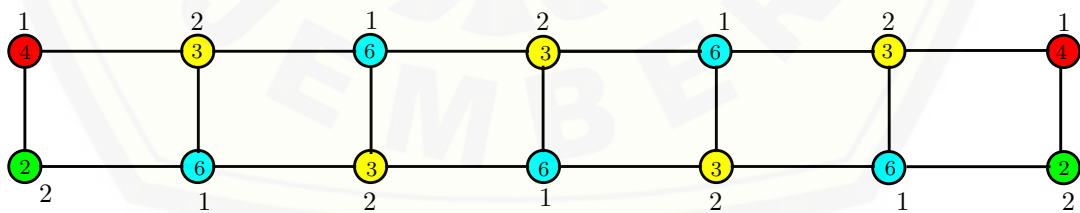
Penentuan kardinalitas dilakukan untuk menduga pewarnaan titik ketakteraturan lokal dan pola warnanya. Setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada salah satu keluarga graf grid yaitu graf tangga L_n . Langkah-langkah pada observasi awal adalah sebagai berikut :

- 1) Memulai dengan $n = 2$, melakukan pelabelan titik tak teratur setiap titik L_2 hingga diperoleh $maks(l)$ (tahap menerapkan);
- 2) Menghitung bobot setiap titik L_2 dengan menggunakan definisi pewarnaan titik ketakteraturan lokal (tahap menerapkan);
- 3) Menguji nilai bobot titik, $w(u) \neq w(v)$ untuk setiap $uv \in E(L_2)$, apabila tidak terpenuhi maka kembali ke langkah 1 (tahap menganalisis);
- 4) Menentukan kardinalitas dari $w(V(L_2))$ sehingga diperoleh bilangan kromatik katakteraturan lokal (tahap mengevaluasi, tahap mencipta);
- 5) Menghitung kembali langkah 1 sampai dengan 4 untuk $n = 3, 4, 5$ dan selanjutnya;

Penelitian awal ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



Gambar 3.2 Hasil Observasi Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal, $\chi_{lis}(L_6) = 4$



Gambar 3.3 Hasil Observasi Pewarnaan Titik Ketakteraturan Lokal, $\chi_{lis}(L_7) = 4$

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, telah diperoleh empat teorema baru pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid yaitu graf grid $(G_{m,n})$, graf tangga (L_n) , graf tangga segitiga (TL_n) dan graf H (H_n) . Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf grid $G_{m,n}$ untuk $m = 3$ dan $n = 3$ adalah $\chi_{lis}(G_{m,n}) = 3$, dan m ganjil n ganjil adalah $\chi_{lis}(G_{m,n}) = 4$ serta untuk m genap n genap, m ganjil n genap, m genap n ganjil, adalah $\chi_{lis}(G_{m,n}) = 5$. Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf tangga L_n , untuk $n \geq 2$ adalah $\chi_{lis}(L_n) = 4$. Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf tangga segitiga TL_n , untuk $n = 5$ adalah $\chi_{lis}(TL_n) = 5$ dan untuk $n \geq 6$ adalah $\chi_{lis}(TL_n) = 6$. Bilangan kromatik ketakteraturan lokal pada graf H_n , untuk $n \geq 2$ adalah $\chi_{lis}(H_n) = 4$.

Keterkaitan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu mengingat (mengingat kembali terminologi graf, menjelaskan pengertian pewarnaan titik ketakteraturan lokal dan mendefinisikan setiap graf dari keluarga graf grid yang diteliti), memahami (memahami tentang pewarnaan titik ketakteraturan lokal dengan memberi contoh pewarnaan titik ketakteraturan lokal dan menjelaskan kardinalitas graf, dan memperkirakan pola pelabelan pada keluarga graf grid), menerapkan (menerapkan pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid), menganalisis (menganalisis pola pelabelan titik tak teratur untuk pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid), mengevaluasi (mengecek dan mengkaji ulang pewarnaan titik ketakteraturan lokal pada keluarga graf grid), dan mencipta (menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lis} pada setiap graf dan menyusun pembuktian setiap teorema).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai pewarnaan titik ketakteraturan lokal, terdapat beberapa keluarga graf seperti keluarga graf pohon, keluarga

graf dengan operasi, dan sebagainya yang masih belum ditemukan bagaimana pewarnaan titik ketakaturan lokal nya, sehingga disarankan untuk penelitian selanjutnya bisa dilakukan dan ditemukan. Selain itu, diharapkan dalam penelitian selanjutnya bisa dikaji mengenai keterampilan berpikir yang lain seperti keterampilan berpikir kreatif, keterampilan berpikir kombinatorial, keterampilan berpikir generalisasi dan sebagainya pada proses penelitian tersebut.



DAFTAR PUSTAKA

- Agustin I H, Moh. Hasan, Alfarisi R, dan Prihandini R.M. 2017. *Local Edge Antimagic Coloring of Graph*. Far East Journal of Mathematical Sciences. 102(09):1925-1941.
- Akram, M dan S. Nawas. 2015. *Operation on Soft Graph*. Jurnal Science Direct. Vol.7: 423 - 449.
- Arumugam, S., Premalatha K., Baca, M dan Andrea S.F. 2017. *Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph*. Graphs and Combinatorics. 33:275285.
- Bong,N.H, Yuqing Lin, dan Slamin. 2017. *On Distance Irregular Labelings of Cycles and Wheels*. Australian Journal of Combinatorics. 69(3) : 315 - 322.
- Chartrand, G., dan Zhang, P. 2009. *Chromatic Graph Theory*. USA: CRC Press.
- Dafik. 2015. *Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*. Jember : Universitas Jember.
- Gross, J.L, Yellen, J., dan Zhang, P. 2014. *Handbook of graph Theory*. USA : CRC Press.
- Kowiyah. 2012. *Kemampuan Berpikir Kritis*. Jurnal Pendidikan Dasar.
- Kristiana I K, Dafik, Utoyo M I, Slamin, Alfarisi R, Agustin I H, dan Venkatachalam M. 2019. *Local Irregularity Vertex Coloring of Graphs*.International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET). 10(03) : 1606 - 1616.
- Kristiana I K, Utoyo M I, Dafik, Agustin I H, Alfarisi R, dan Waluyo E. 2019. *On the Chromatic Number Local Irregularity of Related Wheel Graph*. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 1211. 012003.
- Kristiana I K, Utoyo M I, dan Alfarisi R. 2019. *Computing the Local Irregular Vertex Coloring of Homogeneous Subdivision Graphs*. International Academic Press. Preprint.

- Kurniawati E Y, Dafik, Agustin I H, Prihandini R M, dan Nisviasari R. 2019. *The Chromatic Number of Local Antimagic Total Edge Coloring of Some Related Cycle Graphs..* IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 243. 012118.
- M. I. Moussa, and E. M. Badr. 2016. *Ladder and Subdivision of Ladder Graphs with Pendant Edges are Odd Graceful.* International Journal on Applications of Graph Theory in Wireless Ad hoc Networks and Sensor Networks, vol.8, No.1, 1-8.
- Nazula N H, Slamini, dan Dafik. 2018. *Local Antimagic Vertex Coloring of Unicyclic Graph.* Indonesian Journal of Combinatorics. 02(01) : 30 - 34.
- P. Jeyanthi, A. Maheswari, and P. Pandiaraj. 2015. *One Modulo Three Mean Labeling of Cycle Related Graphs.* International Journal of Pure and Applied Mathematics, vol. 103, no. 4, 625 - 633.
- Purbaningrum K A. 2017. *Berpikir Tingkat Rendah Menuju Berpikir Tingkat Tinggi.* Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika dan Penelitian Matematika. 06(01) : 61 - 76.
- S. Sudha, and K. Manikandan. 2015. *General Pattern of Total Coloring of a Prism Graph of n -Layers and a Grid Graph.* International Journal of Innovative Science and Modern Engineering (IJISME), vol. 3 (03).
- Slamini. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf.* Jember: Universitas Jember.
- Slamini. 2017. *On Distance Irregular Labelling of Graph.* Far East Journal Mathematical Sciences. 105(05) : 919 - 932.
- Utari, Retno. 2012. *Taksonomi Bloom Apa dan Bagaimana Menggunakannya.* Pusat Diklat KNPk.
- Voloshin. 2009. *Introduction to Graph Theory.* New York: Nova Science Publisher.
- William, A. dan S. Roy. 2013. *Packing Chromatic Number of Certain Graphs.* International Journal of Pure and Applied Mathematics. 87(06) : 731 - 739.

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Latar Masalah	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian	Metode Penelitian
Pewarnaan Titik Karakteraturan Lokal pada Keluarga Graf Grid dan Keterkaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	1. Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi 2. Matematika 3. Teori graf 4. Pelabelan graf 5. Pewarnaan Graf 6. Proses berpikir tingkat tinggi	1. Bagaimanakah menemukan pewarnaan titik karakteraturan lokal pada keluarga graf grid? 2. Bagaimanakah keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik karakteraturan lokal pada keluarga graf grid?	1. Keluarga graf grid 2. Pewarnaan titik karakteraturan lokal 3. Keterampilan berpikir tingkat tinggi	1. Untuk menentukan pewarnaan titik karakteraturan lokal pada keluarga graf grid; 2. Untuk menganalisis keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik karakteraturan lokal pada keluarga graf grid.	Kepustakaan	1. Penelitian eksploratif 2. Penelitian terapan	1. Metode aksiomatik 2. Metode pendeksian pola