



**ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA
DARI PLTU PAITON PROBOLINGGO MENGGUNAKAN METODE
VOLUME HINGGA UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK**

SKRIPSI

Oleh

Muhammad Ali Masyhudi

NIM 150210101076

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2019



**ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA
DARI PLTU PAITON PROBOLINGGO MENGGUNAKAN METODE
VOLUME HINGGA UNTUK MENGSAH KEMAMPUAN TCK**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Muhammad Ali Masyhudi

NIM 150210101076

Dosen Pembimbing 1 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

Dosen Pembimbing 2 : Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.

Dosen Penguji 1 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

Dosen Penguji 2 : Drs. Suharto, M.Kes.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2019

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadirat Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi agung, Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Bapak Jupri dan Ibu Siti Musyarofah, yang tidak pernah putus mendoakan dan mengalirkan rasa cinta dan kasih sayang serta kakakku Akhmad Khoirul Mustamir dan Umi Chayyun Nafi'ah yang senantiasa memberi semangat;
2. Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si., dan Bapak Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu, pengalaman dan membimbingku dengan penuh kesabaran dan kasih sayang;
4. Almamater tercinta Universitas Jember, khususnya Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
5. Penyelenggara BIDIKMISI yang telah membantu biaya perkuliahan selama studi di Universitas Jember;
6. Teman-teman seperjuangan Pemodelan Iqbal Amirullah, Rismawatus Syahroh, Sunnatun Nahriyadi, dan Debby Ayunda Ashari;
7. Teman-teman "LOGARITMA 2015" Pendidikan Matematika yang sudah menjadi keluarga baru di Universitas Jember Angkatan 2015;

HALAMAN MOTTO

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴿١١﴾

"Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat. Dan Allah maha mengetahui apa yang kamu kerjakan."

(Q.S. Al-Mujadilah:11)

"Menyesali nasib tidak akan mengubah keadaan.
Terus berkarya dan bekerjalah yang membuat kita berharga"

- KH. Abdurrahman Wahid -

"Pendidikan merupakan senjata paling ampuh yang bisa kamu gunakan
untuk merubah dunia"

- Nelson Mandela -

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhammad Ali Masyhudi

NIM : 150210101076

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "*Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 27 Mei 2019

Yang menyatakan,

Muhammad Ali Masyhudi

NIM. 150210101076

HALAMAN PENGAJUAN

**ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA
DARI PLTU PAITON PROBOLINGGO MENGGUNAKAN METODE
VOLUME HINGGA UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK**

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Muhammad Ali Masyhudi
NIM : 150210101076
Tempat, tanggal Lahir : Kediri, 28 Oktober 1997
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / Pendidikan Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Drs.Toto Bara Setiawan, M.Si.
NIP. 19581209 198603 1 003

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin

Tanggal : 27 Mei 2019

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP. 19820529 200912 1 003

Anggota I,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

NIP. 19700307 199512 2 001

Drs.Toto Bara Setiawan, M.Si.

NIP. 19581209 198603 1 003

Anggota II,

Drs. Suharto, M. Kes.

NIP. 19540627 198303 1 002

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK ; Muhammad Ali Masyhudi, 150210101076; 2019: 87 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Adanya kegiatan industri dari Pembangkit Listrik Tenaga Uap sangat bermanfaat bagi manusia untuk ketersediaan listrik. Namun di lain sisi, kegiatan tersebut juga menghasilkan limbah gas berupa gas sulfur dioksida (SO_2). Polutan SO_2 yang masuk ke dalam udara yang melebihi ambang batas yang ditentukan akan membahayakan lingkungan di sekitarnya.

Dari latar belakang tersebut, maka dilakukan penelitian yang bertujuan untuk mengetahui model matematika dan pola penyebaran polutan sulfur dioksida dari PLTU Paiton Probolinggo, model diselesaikan menggunakan metode volume hingga, menganalisis pengaruh kecepatan angin dan konsentrasi awal terhadap penyebaran polutan SO_2 , untuk mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah penyebaran polutan SO_2 , dan untuk mengetahui tingkat kevalidan dalam mengasah kemampuan TCK peneliti melalui analisis numerik penyebaran polutan SO_2 .

Tahapan kegiatan penelitian meliputi: pertama, melakukan studi pustaka tentang penyebaran polutan SO_2 kemudian membangun model matematika dari persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa. Model yang terbentuk didiskritisasi QUICK sehingga diperoleh matriks global. Setelah mendapatkan matriks global selanjutnya melakukan komputasi menggunakan MATLAB. Selanjutnya melakukan simulasi dengan FLUENT dan dikombinasikan dengan penampakan dari atas kawasan PLTU Paiton Probolinggo menggunakan *Google Earth* untuk mengetahui pola penyebaran dan daerah yang terdampak dari polutan tersebut. Kemudian melakukan validasi kemampuan TCK peneliti dalam analisis numerik penyebaran polutan SO_2 dari PLTU.

Adapun hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika penyebaran polutan SO_2 diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \left[C_e \rho u \left(\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) + C_w \rho u \left(\frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta y \Delta t + \\ & \left[C_n \rho v \left(\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) + C_s \rho v \left(\frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta x \Delta t = \\ & -\rho \left(\frac{J_A (\Delta y \Delta t + \Delta x \Delta t)}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} \right) \Delta y \Delta t - \frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t) + (u \nu_d + 2u\mu + v\mu) \\ & \quad \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + (v \nu_d + 2v\mu + u\mu) \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + (u\mu + v\mu) \Delta t + f_d \Delta x \Delta y \Delta t \end{aligned}$$

2. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan rata-rata konsentrasi polutan SO_2 pada kecepatan angin sebesar 5.5 m/s , 6.25 m/s , dan 7 m/s berturut-turut sebesar 17.714 mg/Nm^3 , 13.192 mg/Nm^3 , dan 11.288 mg/Nm^3 . Semakin besar kecepatan angin disekitar cerobong (*stack*) maka nilai konsentrasi polutan SO_2 pada daerah yang terdampak semakin rendah dan polutan SO_2 akan terbawa semakin jauh dari cerobong. Arah persebaran polutan SO_2 berdasarkan angin muson barat terbawa dari arah barat laut menuju ke tenggara sedangkan angin muson timur membawa polutan SO_2 dari arah tenggara menuju ke barat laut.
3. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan rata-rata konsentrasi polutan SO_2 pada saat konsentrasi awal 4 mg/Nm^3 , 4.25 mg/Nm^3 , dan 4.5 mg/Nm^3 yang tersebar di udara berturut-turut sebesar 5.229 mg/Nm^3 , 8.195 mg/Nm^3 , dan 12.997 mg/Nm^3 .
4. Metode volume hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis pengaruh kecepatan angin dan konsentrasi awal terhadap penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo dengan *error* relatif sebesar 0.0076964 dan 0.0093447 dengan tingkat toleransi kesalahan perhitungan sebesar 0.01.
5. Hasil validasi diperoleh nilai 4.65 yang menunjukkan penelitian ini valid untuk mengasah kemampuan TCK peneliti melalui analisis numerik penyebaran polutan sulfur dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pembahas dan Dosen Penguji yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 27 Mei 2019

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian.....	5
1.5 Manfaat Penelitian	6
1.6 Kebaharuan Penelitian	6
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Model Matematika dan Pemodelan Matematika	7
2.2 Analisis Numerik	9
2.3 Pencemaran Udara	10
2.4 Faktor yang Mempengaruhi Penyebaran Polutan	12
2.4.1 Sumber Emisi.....	12
2.4.2 Faktor Meteorologi	12
2.5 Fluida	19
2.5.1 Jenis-Jenis Fluida	19
2.5.2 Jenis-Jenis Aliran Fluida	20

2.6	<i>Google Earth</i>	22
2.7	<i>Computational Fluid Dynamics (CFD)</i>	23
2.8	Perangkat Lunak CFD	24
2.8.1	GAMBIT	24
2.8.2	FLUENT.....	25
2.9	Metode Volume Hingga	28
2.9.1	Persamaan Momentum	30
2.9.2	Persamaan Kuantitas Massa	31
2.10	Teknik Diskritisasi <i>Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics (QUICK)</i>	31
2.11	Algoritma dan Pemrograman MATLAB	34
2.11.1	Algoritma dan Pemrograman.....	34
2.11.2	MATLAB 7.0 (<i>Matrix Laboratory</i>).....	34
2.12	Metode Gauss Seidel	35
2.13	Galat (<i>Error</i>)	39
2.14	<i>Technological Content Knowledge (TCK)</i>	42
2.15	Penelitian yang Relevan	43
BAB 3. METODE PENELITIAN		45
3.1	Jenis Penelitian	45
3.2	Definisi Operasional.....	45
3.3	Prosedur Penelitian	46
3.4	Tempat Penelitian	48
3.5	Metode Pengumpulan Data.....	48
3.6	Data dan Analisis Data	49
3.7	Instrumen Validasi	50
3.8	Metode Analisis Validasi.....	51
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN		53
4.1	Model Matematika Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo.....	53
4.1.1	Pembuktian Persamaan Momentum	54
4.1.2	Pembuktian Persamaan Kontinuitas Massa	57

4.2	Penyelesaian Model Matematika Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo	58
4.3	Teknik Diskritisasi <i>Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematics</i> (QUICK)	62
4.4	Efektivitas Metode Volume Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> dalam Analisis Penyebaran Polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo	68
4.4.1	Tahap <i>Programming</i>	69
4.4.2	Batas <i>Error Relative</i> pada Metode Volume Hingga.....	71
4.4.3	Simulasi Pemodelan.....	71
4.5	Analisis dan Pembahasan	72
4.5.1	Komputasi MATLAB	72
4.5.2	Visualisasi Simulasi <i>Fluent</i>	75
4.5.3	Analisis Efektivitas Metode Volume Hingga pada Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo.....	81
4.5.4	Analisis Kevalidan dalam Mengasah Kemampuan TCK (<i>Technological and Content Knowledge</i>).....	81
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN		83
5.1	Kesimpulan	83
5.2	Saran	84
DAFTAR PUSTAKA		85
LAMPIRAN		88
A.	Matrik Penelitian	88
B.	Surat Izin Penelitian	90
C.	Surat Balasan Hasil Penelitian	91
D.	Pedoman Wawancara	92
E.	Hasil Wawancara	93
F.	Format <i>Programming</i> MATLAB	94
G.	Hasil Simulasi Program MATLAB	100
H.	Hasil Perhitungan <i>Error Relatif</i>	102

I. Pedoman Validasi	104
J. Analisis Hasil Validasi	106
K. Lembar Penilaian Validasi	107
L. Lembar Revisi Skripsi	111



DAFTAR GAMBAR

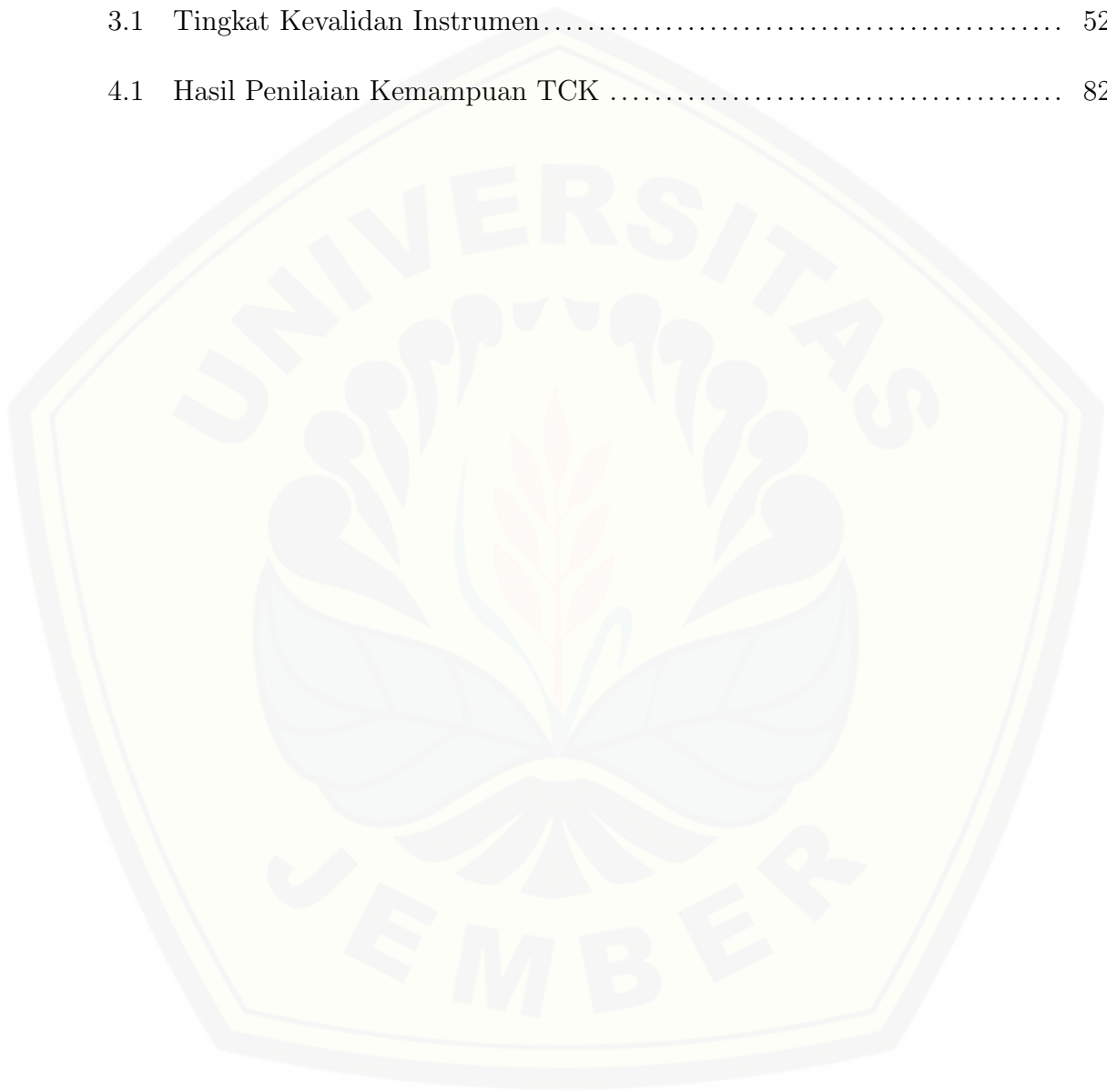
	Halaman
2.1 Tahapan penyusunan model matematika	8
2.2 Arah Angin Muson di Indonesia.....	14
2.3 Tipe-tipe Kepulan Asap dari Sumbernya	16
2.4 Fluida Gas	20
2.5 Fluida Cair	20
2.6 Aliran Laminar	21
2.7 Aliran Turbulen.....	21
2.8 Aliran Transisi	22
2.9 Citra Kawasan PLTU Paiton pada <i>google earth</i>	22
2.10 Tampilan GAMBIT	25
2.11 Contoh Simulasi FLUENT pada Alat <i>Heat Exchanger</i>	27
2.12 Model Volume Kendali Dua Dimensi.....	28
2.13 Sel Pusat dan Sel Vertex	29
2.14 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum	30
2.15 Bagan Volume Kendali Persamaan Kontinuitas Massa	31
2.16 Diskritisasi QUICK	32
2.17 Tampilan MATLAB	35
2.18 TPACK <i>framework</i>	42
3.1 Diagram alir prosedur penelitian	47
4.1 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum	55
4.2 Bagan Volume Kendali Kontinuitas Massa	57
4.3 Skema Diskritisasi Penyebaran Polutan SO_2	66
4.4 Grafik Penyebaran Polutan SO_2 pada PLTU Paiton Probolinggo Berdasarkan Kecepatan Angin.....	73
4.5 Grafik Penyebaran Polutan SO_2 pada PLTU Paiton Probolinggo Berdasarkan Konsentrasi Awal	74
4.6 Desain Geometri dalam Gambit	75
4.7 Kontur Persebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Kecepatan Udara (a) $5.5\ m/s$, (b) $6.25\ m/s$, (c) $7\ m/s$	77

4.8	Kontur Persebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Konsentrasi Awal (a) 4 mg/Nm^3 , (b) 4.25 mg/Nm^3 , (c) 4.5 mg/Nm^3 .	78
4.9	Kontur Persebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Arah Angin Muson (a) Muson Barat dan (b) Muson Timur	80



DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Kelas Stabilitas Berdasarkan Gradien Suhu	15
2.2 Tabel Penelitian Penggunaan CFD	27
3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen	52
4.1 Hasil Penilaian Kemampuan TCK	82



DAFTAR LAMBANG



C_0	=	konsentrasi polutan
C_e	=	kontrol permukaan <i>east</i> atau timur
C_w	=	kontrol permukaan <i>west</i> atau barat
C_n	=	kontrol permukaan <i>north</i> atau utara
C_s	=	kontrol permukaan <i>south</i> atau selatan
D	=	massa molekul
f_d	=	gaya hambat
i	=	diskritisasi sumbu x
j	=	diskritisasi sumbu y
J_A	=	jumlah fluks massa
P	=	tekanan
q_c	=	intensitas kontaminan
t	=	waktu
u	=	kecepatan angin arah sumbu x
v	=	kecepatan angin arah sumbu y
x	=	sumbu x
y	=	sumbu y
ΣF	=	resultan gaya
μ	=	kekentalan fluida
$\frac{\partial}{\partial x}$	=	derivatif terhadap x
$\frac{\partial}{\partial y}$	=	derivatif terhadap y
$\frac{\partial}{\partial t}$	=	derivatif terhadap t
ρ	=	massa jenis

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang menjadi dasar dalam perkembangan disiplin ilmu lainnya. Banyak konsep abstrak matematika yang dikembangkan untuk menjawab permasalahan dari dunia nyata dan bidang ilmu lain. Konsep abstrak matematika yang awalnya hanya untuk pengembangan teori dalam bidang matematika itu sendiri, namun dewasa ini konsep abstrak tersebut mendapatkan tempat dan dapat diterapkan untuk menjawab berbagai permasalahan yang ada dalam dunia nyata dan berbagai bidang ilmu lain yang salah satunya adalah bidang industri dan dampaknya terhadap lingkungan.

Industri merupakan salah satu faktor penting dalam terciptanya kemajuan kehidupan manusia. Kegiatan industri telah menghasilkan berbagai produk yang bermanfaat untuk membantu dan mempermudah manusia dalam melangsungkan kehidupannya. Namun di lain sisi, kegiatan industri juga membawa dampak yang negatif terhadap lingkungan akibat limbah yang dihasilkannya. Limbah tersebut dapat berupa zat padat, zat cair, ataupun zat gas. Salah satu limbah berbentuk zat gas adalah asap yang keluar melalui cerobong pabrik. Salah satu kandungan polutan yang terdapat di dalam asap tersebut adalah gas sulfur dioksida (SO_2).

Salah satu industri yang turut andil dalam menghasilkan sumber polutan SO_2 adalah Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU) sebagai akibat dari penggunaan bahan bakar berupa batubara. Kebutuhan listrik yang semakin meningkat akibat pertambahan jumlah penduduk dan kemajuan teknologi yang sangat pesat diberbagai bidang, mendorong pemerintah untuk membangun PLTU-PLTU baru guna memasok dan mencukupi kebutuhan listrik tersebut. Salah satu pemasok tenaga listrik tersebut adalah PLTU Paiton Probolinggo yang memenuhi kebutuhan listrik untuk sistem transmisi Pulau Jawa-Bali (PT Sucofindo Prima Internasional Konsultan, 2015).

Berdasarkan peraturan menteri negara lingkungan hidup Nomor 21 tahun 2008 kadar maksimum sulfur dioksida (SO_2) dalam atmosfer adalah 150 mg/Nm^3 . Polutan SO_2 yang masuk ke dalam atmosfer yang melebihi

ambang batas tersebut akan membahayakan bagi makhluk hidup dan material disekitarnya. Dampak buruk yang terjadi apabila manusia menghirup udara yang mengandung polutan SO_2 yang konsentrasinya melebihi ambang batas dapat menyebabkan gangguan pernapasan seperti bronchitis, emphysema dan penurunan kesehatan pada umumnya sedangkan pada konsentrasi tinggi, senyawa ini dapat menyebabkan iritasi pada mata, hidung, dan tenggorokan (Soedomo, 2001).

Suatu polutan udara dengan konsentrasi tertentu yang dikeluarkan melalui cerobong menuju ke udara akan mengalami proses transportasi dan transformasi di atmosfer. Karakteristik dari sumber emisi seperti konsentrasi saat pancaran dan kecepatan pengeluaran menentukan penyebaran dari konsentrasi tersebut. Faktor lain yang amat berpengaruh adalah angin. Angin memiliki arah dan kecepatan. Arah angin berperan penting dalam membawa ke arah mana zat pencemar tersebut terdispersikan sedangkan kecepatan angin berpengaruh terhadap besarnya konsentrasi zat pencemar tersebut ketika terdispersi. Kecepatan angin yang besar menyebabkan partikel zat pencemar terurai sehingga konsentrasinya akan lebih rendah dan sebaliknya.

Berdasarkan laporan monitoring lingkungan yang dilakukan PT Sucofindo Prima Internasional Konsultan terhadap PLTU Paiton Probolinggo mengenai kadar SO_2 untuk wilayah PLTU dan daerah disekitarnya cukup rendah dan di bawah nilai ambang batas yang diperbolehkan (0.1 ppm). Walaupun demikian, terdapat daya tarik untuk dilakukan penelitian guna mengetahui pola penyebaran polutan SO_2 . Sehingga diharapkan mampu menambah pengetahuan serta memberi informasi kepada masyarakat dan pihak terkait guna mengantisipasi dampak dari polutan tersebut. Salah satu alternatif dalam menjawab permasalahan tersebut adalah dengan melakukan pemodelan yang bertujuan untuk mengetahui pola penyebaran polutan serta memprediksi seberapa besar konsentrasi polutan yang terlepas ke lingkungan melalui cerobong PLTU Paiton. Salah satu pemodelan tersebut adalah simulasi dengan pendekatan model matematis.

Penelitian sejenis yang telah dilakukan Xiaofei dkk (2016) yang berjudul

"*Modelling of pollutant dispersion with atmospheric instabilities in an industrial park*" mensimulasikan pencemaran polutan di Taman Industri dengan pengaruh efek kanopi tanaman atau pengaruh tajuk tanaman akibat efek entrainment dari gaya apung dan kondisi cuaca yang mengkombinasikan *Large Eddy Simulation* (LES) dengan model skala Subgrid Smagorinsky dinamis. Sebagai kesimpulan, arah dispersi polutan dalam profil horisontal terjadi perbedaan ketika melewati kanopi tanaman dalam kondisi cuaca tidak stabil dan netral, hal ini membuktikan bahwa kanopi tanaman dapat melindungi daerah hilir dalam kondisi atmosfer yang tidak stabil.

Pada penelitian ini, model matematika diselesaikan menggunakan metode volume hingga. Metode volume hingga dipilih karena aliran fluida yang akan diteliti dalam hal ini adalah gas SO_2 yang tergolong tidak terstruktur. Sehingga dengan menggunakan metode volume hingga akan bisa lebih mudah dalam melakukan diskritisasi. Teknik diskritisasi yang digunakan adalah teknik diskritisasi QUICK. Selanjutnya, pola penyebaran polutan SO_2 tersebut disimulasikan menggunakan model matematis yang dapat menjelaskan fenomena aliran fluida gas SO_2 yang bergerak masuk ke atmosfer melalui cerobong pabrik. Pendekatan yang digunakan untuk menyelesaikan masalah aliran fluida tersebut adalah *Computational Fluid Dynamics* (CFD). CFD merupakan ilmu yang mempelajari perilaku aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, transport massa, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan matematis (Tuakia, 2008). Banyak permasalahan dalam dunia teknik aliran fluida yang diselesaikan menggunakan CFD, salah satunya adalah dispersi polutan. Penyelesaian permasalahan aliran fluida yang rumit sampai dengan tingkat membangun desain memerlukan bantuan beberapa teknologi perangkat lunak khusus yang dirancang untuk menyelesaikan masalah aliran fluida tersebut. GAMBIT dan FLUENT merupakan beberapa perangkat lunak berbasis CFD yang telah banyak digunakan untuk berbagai penelitian dalam beberapa permasalahan, khususnya dalam bidang *engineering* karena kemudahan dalam penggunaannya serta kemampuannya dalam menganalisis aliran fluida dengan hasil yang cukup baik (Tuakia, 2008).

Teknologi merupakan hal yang wajib dipelajari, dipahami, dan dikembangkan oleh suatu negara dalam berbagai bidang tidak terkecuali dalam bidang pendidikan. Hadirnya teknologi dan perkembangan ilmu pengetahuan yang semakin pesat, menuntut seorang guru untuk meningkatkan kualitas pembelajaran yang dilakukan. *Technological Content Knowledge* (TCK) adalah bentuk disintesis dari pengetahuan yang memiliki tujuan untuk memilih dan menggunakan teknologi yang tepat berdasarkan kesesuaian konten tertentu yang ada di dalam kelas. TCK merupakan bagian dari kerangka *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK). Penguasaan akan konten materi yang dibalut dengan teknologi pendidikan dalam pembelajaran diharapkan dapat membantu guru agar lebih mudah dalam memberikan pemahaman kepada siswa di dalam kelas. Teknologi pendidikan juga membantu siswa dalam proses pembelajaran selain lebih mudah dalam memahami materi yang diberikan oleh guru, siswa juga dapat lebih mudah dalam mencari literatur tentang materi yang disampaikan di dalam kelas. Selain itu, siswa juga lebih mudah dalam menyelesaikan permasalahan atau soal-soal yang diberikan oleh guru dalam proses pembelajaran.

Dari uraian di atas, akan dilakukan penelitian dengan memodelkan, mensimulasikan, dan menganalisis proses persebaran polutan SO_2 di PLTU menggunakan *software* MATLAB dan FLUENT serta persamaan matematika diselesaikan dengan metode numerik volume hingga. Pada penelitian ini dipilih judul "Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

- 1) bagaimana model matematika dari penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo?
- 2) bagaimana pengaruh kecepatan dan arah angin terhadap penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo?

- 3) bagaimana pengaruh konsentrasi awal polutan dari cerobong terhadap penyebaran konsentrasi polutan di udara?
- 4) bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo?
- 5) bagaimana kevalidan dalam mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK) melalui analisis model matematika penyebaran polutan SO_2 di PLTU menggunakan metode volume hingga?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

- 1) pemodelan mengenai penyebaran polutan udara di PLTU Paiton Probolinggo;
- 2) objek dalam penelitian ini adalah zat polutan gas sulfur dioksida (SO_2) sebagai hasil pembakaran batubara akibat dari aktivitas PLTU Paiton Probolinggo yang dibuang melalui cerobong;
- 3) proses yang dianalisis adalah penyebaran gas polutan berdasarkan kecepatan angin dan konsentrasi polutan;
- 4) persamaan model matematika yang dilakukan adalah persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa;
- 5) metode penyelesaian yang digunakan adalah metode volume hingga;
- 6) teknik diskritisasi yang digunakan adalah teknik *Quadratic Upwind Interpolation Connective* (QUICK);
- 7) analisis numerik berbantuan *software* MATLAB;
- 8) model matematika disimulasikan menggunakan FLUENT.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) untuk mengetahui model matematika dari penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo;
- 2) untuk mengetahui pengaruh kecepatan dan arah angin terhadap penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo;

- 3) untuk mengetahui pengaruh konsentrasi gas polutan dari cerobong terhadap penyebaran konsentrasi polutan di udara;
- 4) untuk mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo;
- 5) untuk mengetahui kevalidan dalam mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK) melalui analisis model matematika penyebaran polutan SO_2 di PLTU menggunakan metode volume hingga.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika;
- 2) menambah pengetahuan peneliti dalam mengasah kemampuan TCK;
- 3) sebagai sumber bacaan bagi peneliti lain yang ingin melakukan penelitian sejenis atau penelitian lebih lanjut;
- 4) memberikan informasi kepada masyarakat dan pihak terkait tentang pola penyebaran polutan udara sulfur dioksida (SO_2) guna mengantisipasi dampak dari polutan tersebut;
- 5) memberikan informasi sebagai pemantauan dan pengendalian untuk mengetahui pola penyebaran polutan serta memprediksi seberapa besar konsentrasi polutan yang terlepas ke lingkungan dengan biaya yang ekonomis.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Adapun kebaruan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) mengembangkan model matematika pada literatur sebelumnya;
- 2) objek penelitian berupa polutan sulfur dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton;
- 3) adanya pengaruh variabel yang berbeda dari penelitian sebelumnya;
- 4) hasil simulasi FLUENT akan dikombinasikan dengan aplikasi *google earth* untuk mengetahui daerah yang terdampak polutan;
- 5) penelitian digunakan untuk mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK).

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Matematika dan Pemodelan Matematika

Model matematika adalah representasi dari sistem nyata yang dinyatakan dalam bentuk simbol dan pernyataan matematika. Dengan kata lain model matematika merepresentasikan sebuah sistem dalam bentuk hubungan kuantitatif dan logika, berupa suatu persamaan matematika (Manonama dan Soetopo, 2008). Model matematika merupakan representasi matematika yang dihasilkan dari pemodelan matematika. Menurut Yusup (2013) pemodelan Matematika merupakan proses merepresentasikan suatu masalah dari situasi dunia nyata ke dalam bahasa matematika untuk menemukan pemecahan dari masalah tersebut.

Menurut Widowati dan Sutimin (2007:2-3) terdapat beberapa jenis model matematika, antara lain:

1. Model Empiris

Pendekatan model empiris, data yang berhubungan dengan masalah menentukan peran yang penting. Gagasan yang utama pendekatan ini adalah mengkonstruksi formula atau persamaan matematika yang dapat menghasilkan grafik yang terbaik untuk mencocokkan data.

2. Model Simulasi

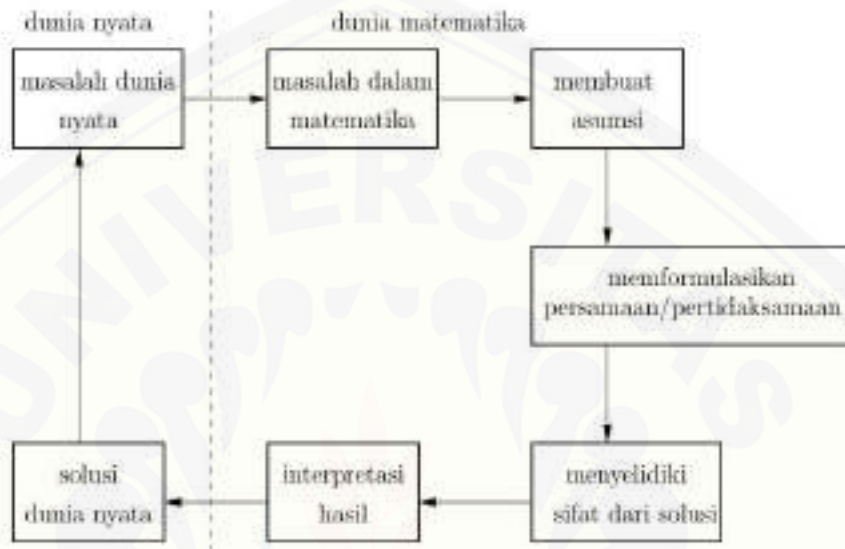
Pendekatan yang lain untuk pemodelan matematika adalah konstruksi model simulasi. Program komputer ditulis didasarkan pada aturan-aturan. Aturan-aturan ini dipercaya untuk membentuk bagaimana suatu proses atau fenomena akan berjalan terhadap waktu dalam kehidupan nyata. Program komputer ini dijalankan terhadap waktu sehingga implikasi interaksi dari berbagai variabel dan komponen yang dikaji dan diuji.

3. Model Deterministik dan Stokastik

Model deterministik meliputi penggunaan persamaan atau himpunan persamaan untuk merepresentasikan hubungan antara berbagai komponen atau variabel suatu sistem. Suatu contoh adalah persamaan diferensial biasa yang menjelaskan bagaimana suatu kuantitas tertentu berubah terhadap

waktu. Persamaan ini menunjukkan hubungan antara kuantitas dan waktu sebagai variabel bebas. Diberikan syarat awal yang sesuai, persamaan diferensial dapat diselesaikan untuk memprediksi perilaku sistem model.

Proses penyusunan pemodelan matematika dapat dinyatakan dalam diagram alir pada Gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.1 Tahapan penyusunan model matematika
(sumber: Widowati, 2007)

Berdasarkan Gambar (2.1) dapat diperoleh tahapan penyusunan model matematika sebagai berikut:

1. Menyatakan Permasalahan Dunia Nyata ke dalam Pengertian Matematika
Langkah ini meliputi identifikasi variabel-variabel pada permasalahan dan membentuk beberapa hubungan antar variabel. Menjabarkan variabel-variabel dan sistem menjadi sebuah model.
2. Membuat Asumsi
Pembuatan asumsi digunakan sebagai langkah untuk mengkonstruksi kerangka dasar dari sebuah model. Asumsi dalam pemodelan matematika mencerminkan bagaimana proses berpikir sehingga model dapat berjalan.
3. Formulasi Persamaan/Pertidaksamaan

Langkah selanjutnya yaitu memformulasikan persamaan atau sistem persamaan dengan pemahaman hubungan antar variabel. Formulasi model merupakan langkah yang paling penting, sehingga terkadang diperlukan adanya pengujian kembali asumsi-asumsi agar dalam proses pembentukan formulasi dapat sesuai dan realistis. Jika pada proses pengujian kembali ditemukan ketidaksesuaian model, maka perlu dilakukan pengkajian ulang asumsi dan membentuk asumsi baru.

4. Menyelidiki Sifat dari Solusi

Setelah membentuk formulasi model, langkah selanjutnya adalah menyelidiki sifat dari solusi yang diperoleh yaitu menyelidiki apakah solusi sistem stabil atau tidak stabil.

5. Interpretasi Hasil

Interpretasi hasil merupakan suatu langkah yang menghubungkan formula matematika dengan kembali ke permasalahan dunia nyata. Interpretasi ini dapat diwujudkan dalam bentuk grafik yang digambarkan berdasarkan solusi yang diperoleh dan selanjutnya diinterpretasikan sebagai solusi dalam situasi nyata.

Berdasarkan uraian di atas, pemodelan matematika merupakan suatu upaya dalam merancang rumusan matematika guna menyelesaikan permasalahan sehari-hari. Model matematika menyatakan permasalahan dalam bentuk persamaan matematika. Oleh karena itu, dalam penelitian pemodelan matematika penyebaran polutan udara dari PLTU ini merujuk pada permasalahan lingkungan berdasarkan data-data yang diperoleh, kemudian dimodelkan dalam suatu persamaan matematika. Penelitian ini menggunakan model simulasi berbantuan program MATLAB dan FLUENT.

2.2 Analisis Numerik

Analisis numerik adalah terapan matematika untuk menganalisis sebuah metode numerik. Metode numerik merupakan teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Terdapat

dua macam penyelesaian dalam persoalan matematika, yaitu: 1) secara analisis, dengan menggunakan kaidah-kaidah operasi matematika dengan cara yang formal yang memberikan solusi sejati (*exact solution*) atau solusi sesungguhnya dan 2) secara numeris, yaitu dengan menggunakan metode numerik untuk memperoleh nilai solusi hampiran (*approximation*) atau solusi pendekatan.

Seiring dengan perkembangan teknologi, metode numerik dapat diselesaikan dengan mudah menggunakan komputer. Dalam penyelesaian metode numerik, umumnya menggunakan operasi aritmatika yang banyak dan berulang, sehingga perhitungan secara manual sering menjemukan dan dapat membuat kesalahan dalam perhitungannya. Dalam hal ini, komputer berperan mempercepat proses perhitungan tanpa membuat kesalahan. Suatu perhitungan model matematika terhadap suatu permasalahan yang ada dengan menggunakan suatu alat atau *software* pada komputer dikenal dengan komputasi numerik. Komputasi numerik digunakan dalam *modelling system*. Banyak permasalahan yang mustahil dapat diselesaikan secara analitik akan tetapi dapat diselesaikan dengan metode numerik.

Kajian utama dalam analisis numerik ditekankan pada analisis galat dan kecepatan konvergensi sebuah metode. Teorema-teorema matematika banyak dipakai dalam menganalisis suatu metode. Tujuan analisis numerik adalah mengembangkan dan menganalisis metode numerik. Termasuk di dalamnya pembuktian apakah suatu metode konvergen, dan menganalisis batas-batas galat solusi numerik. Terdapat banyak sumber galat, diantaranya tingkat ketelitian model matematika, sistem aritmetik komputer, dan kondisi yang digunakan untuk menghentikan proses pencarian solusi. Semua ini harus dipertimbangkan untuk menjamin ketelitian solusi akhir yang dihitung (Munir, 2015).

2.3 Pencemaran Udara

Pencemaran udara dapat diartikan sebagai udara yang mengandung bahan kimia dalam konsentrasi yang cukup tinggi sehingga dapat menyebabkan gangguan atau bahaya bagi manusia, binatang, tumbuh-tumbuhan, dan harta benda. Menurut Peraturan Pemerintah (PP) No.41 Tahun 1999, definisi pencemaran udara yaitu: "Pencemaran udara adalah masuknya atau

dimasukkannya zat, energi, dan/atau komponen lain ke dalam udara ambien oleh kegiatan manusia, sehingga mutu udara ambien turun sampai ke tingkat tertentu yang menyebabkan udara ambien tidak dapat memenuhi fungsinya”. Berdasarkan definisi tersebut, partikel atau zat yang kadarnya melebihi ambang batas yang telah ditentukan serta keberadaannya membahayakan makhluk hidup disebut sebagai polutan atau zat pencemar.

Polutan atau zat pencemar dihasilkan oleh sumber pencemar yang berbeda-beda. Transportasi paling banyak menghasilkan zat pencemar berupa karbon monoksida (CO), industri menghasilkan timbal (Pb) dan *volatile organic compounds* (VOCs), sedangkan untuk pembakaran batubara paling banyak menghasilkan polutan seperti NO_x dan SO_3 kontributor utama dalam pembentukan hujan asam dan polusi PM2.5 (Greenpeace, 2014).

Sumber terbesar penyumbang kontaminan polutan SO_2 akibat aktivitas manusia adalah pembangkit tenaga listrik berbahan bakar batubara. Kadar SO_2 yang jumlahnya melebihi ambang batas dapat membahayakan makhluk hidup. Pada tanaman dampaknya dapat dilihat dengan ciri-ciri fisik seperti timbulnya corak berwarna keputihan pada daun yang mengakibatkan hilangnya klorofil dan plasmolisis (kerusakan sel daun). Pada hewan dan manusia, pengaruh SO_2 berdampak pada kerusakan atau gangguan pernapasan. Dampak yang lain dari polutan SO_2 juga dapat terjadi pada material. Contohnya gedung dapat mengalami korosi yang lebih cepat pada bagian luarnya yang menyebabkan kerusakan secara fisik.

Berdasarkan uraian di atas, gas sulfur dioksida (SO_2) menyebabkan lingkungan disekitarnya menjadi tercemar. Hal ini menjadi daya tarik tersendiri untuk diteliti guna mengetahui pola penyebaran polutan tersebut sehingga diharapkan mampu memberi informasi kepada masyarakat dan pihak terkait guna mengantisipasi dampak dari polutan tersebut. Objek dalam penelitian ini adalah penyebaran zat polutan gas sulfur dioksida (SO_2) sebagai hasil pembakaran batubara akibat dari aktivitas PLTU Paiton Probolinggo dan mengabaikan zat polutan lainnya serta cerobong diasumsikan tidak ada penyaringan asap dalam cerobong.

2.4 Faktor yang Mempengaruhi Penyebaran Polutan

Terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi mekanisme penyebaran pencemaran udara baik pada arahnya maupun konsentrasinya. Menurut Soenarmo (1999), faktor-faktor yang mempengaruhi mekanisme penyebaran pencemaran udara antara lain sumber emisi dan faktor meteorologi.

2.4.1 Sumber Emisi

Sumber emisi merupakan tempat atau lubang dikeluarkannya zat polutan menuju ke atmosfer. Sumber emisi tersebut memiliki karakteristik dan bentuk fisik yang berbeda-beda mulai dari segi luas, bentuk, dan tinggi lubang. Karakteristik dari sumber emisi antara lain konsentrasi pancaran, kecepatan pengeluaran, geometri sekitar sumber emisi, dan bahan bakar yang digunakan (Soenarmo 1999).

2.4.2 Faktor Meteorologi

Pergerakan dan konsentrasi zat polutan yang keluar dari cerobong menuju ke atmosfer sangat bergantung pada kondisi meteorologis di masing-masing daerah. Kondisi meteorologis tersebut antara lain adalah angin, suhu udara, stabilitas atmosfer, kelembaban relatif (RH), dan curah hujan.

1. Angin

Angin adalah udara yang bergerak akibat adanya perbedaan tekanan udara dengan arah aliran angin dari tempat yang memiliki tekanan tinggi ke tempat yang bertekanan rendah. Angin memiliki arah dan kecepatan. Arah menentukan kemana angin tersebut berhembus, dan kecepatan menentukan laju angin tersebut. Arah angin berperan penting dalam membawa ke arah mana zat pencemar tersebut terdispersikan sedangkan kecepatan angin berpengaruh terhadap besarnya konsentrasi zat pencemar tersebut ketika terdispersi. Kecepatan angin yang besar menyebabkan partikel zat pencemar terurai sehingga konsentrasinya akan lebih rendah dan sebaliknya.

Menurut Sudarto (2011) jenis-jenis angin yang terdapat di Indonesia sangat beragam. Hal ini dipengaruhi oleh lokasi dan permukaan (tinggi rendah)

tanah. Jenis-jenisnya adalah sebagai berikut:

a. Angin Laut (Angin Siang)

Angin laut adalah angin yang bertiup dari arah laut ke arah darat. Umumnya terjadi pada siang hari dari pukul 09.00 sampai dengan pukul 16.00.

b. Angin Darat (Angin Malam)

Angin darat adalah angin yang bertiup dari arah darat ke arah laut. Umumnya terjadi pada saat malam hari dari jam 20.00 sampai dengan jam 06.00.

c. Angin Gunung

Angin gunung adalah angin yang bertiup dari puncak gunung ke lembah gunung yang terjadi pada malam hari.

d. Angin Lembah

Angin lembah adalah angin yang bertiup dari arah lembah ke arah puncak gunung yang biasa terjadi pada siang hari.

e. Angin fohn

Angin fohn adalah angin yang bertiup pada suatu wilayah dengan temperatur dan kelembasan yang berbeda. Angin fohn terjadi karena ada gerakan massa udara yang naik pegunungan yang tingginya lebih dari 200 m di satu sisi lalu turun di sisi lain.

f. Angin Munsoon

Angin Munsoon, Moonsun, muson adalah angin yang berhembus secara periodik (minimal 3 bulan) dan antara periode yang satu dengan yang lain polanya akan berlawanan yang berganti arah secara berlawanan setiap setengah tahun. Angin Muson dibagi menjadi 2, yaitu Muson Barat dan Muson Timur.

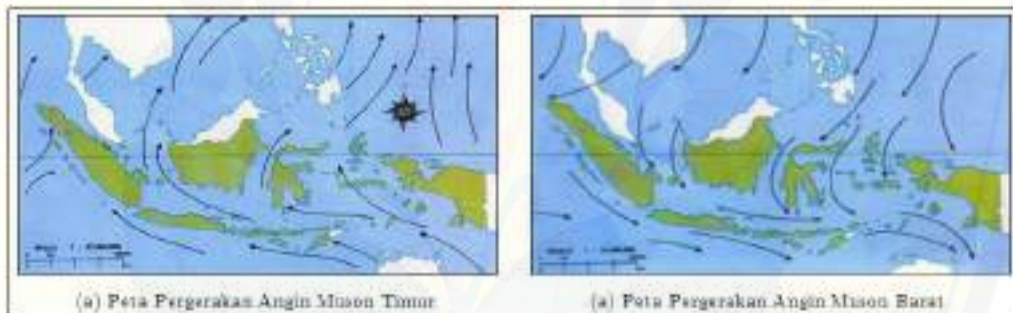
1. Angin Muson Timur

Angin Muson Timur adalah angin yang mengalir dari Benua Australia (musim dingin) ke Benua Asia (musim panas) sedikit curah hujan

(kemarau) di Indonesia bagian Timur karena angin melewati celah-celah sempit dan berbagai gurun (Gibson, Australia Besar, dan Victoria). Angin ini bertiup pada bulan April-September di Indonesia dan menyebabkan Indonesia mengalami musim kemarau. Angin muson timur memiliki kecepatan rata-rata 5 m/s.

2. Angin Muson Barat

Angin Muson Barat adalah angin yang mengalir dari Benua Asia (musim dingin) ke Benua Australia (musim panas) dan mengandung curah hujan yang banyak di Indonesia bagian Barat, hal ini disebabkan karena angin melewati tempat yang luas, seperti perairan dan samudra. Angin ini bertiup pada bulan Oktober-Maret di Indonesia dan menyebabkan Indonesia mengalami musim hujan. Angin muson barat memiliki kecepatan rata-rata 4.5 m/s dengan kecepatan minimum 3 m/s.



Gambar 2.2 Arah Angin Muson di Indonesia
(sumber: ilmugeografi.com)

Berdasarkan uraian di atas, pengaruh yang diamati dalam penelitian ini adalah Angin Muson, baik Angin Muson Timur maupun Angin Muson Barat. Angin Muson Timur berlangsung selama periode bulan April-September yang bergerak dari tenggara menuju ke barat laut. Sedangkan Angin Muson Barat berlangsung selama periode bulan Oktober-Maret yang bergerak dari barat laut menuju ke tenggara.

2. Suhu dan Stabilitas Atmosfir

Suhu udara bervariasi pada setiap ketinggian lapisan atmosfer. Pada lapisan troposfer, suhu udara menurun dengan bertambahnya ketinggian, tetapi dalam keadaan tertentu di dekat permukaan sering ditemukan keadaan inversi yaitu suhu udara menaik dengan bertambahnya ketinggian.

Kecenderungan atmosfer untuk menahan gerakan vertikal udara atau turbulensi atmosfer disebut sebagai stabilitas atmosfer (Syaifullah, 2017). Udara tidak stabil (labil) memungkinkan terbentuknya awan, khususnya awan yang mempunyai ukuran vertikal jenis cumuli (Cumulus, Cumulonimbus). Sebaliknya dengan cuaca cerah tanpa awan dan disertai langit biru merupakan akibat udara yang stabil. Pasquill mengkategorikan stabilitas atmosfer tersebut menjadi enam kelas stabilitas dari A sampai F dengan penentuan kelas berdasarkan pada beberapa parameter yaitu radiasi matahari, kecepatan angin di permukaan, dan penutupan awan.

Kelas Stabilitas	Gradien Suhu ($^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$)
A (sangat tidak stabil)	< -1.9
B (tidak stabil)	-1.9 s.d -1.7
C (tidak stabil ringan)	-1.7 s.d -1.5
D (netral)	-1.5 s.d -0.5
E (stabil ringan)	-0.5 s.d 1.5
F (stabil)	1.5 s.d 4.0

(sumber: Soenarmo, 1999)

Stabilitas atau labilitas udara salah satunya ditentukan oleh nilai *lapse rate*, didefinisikan sebagai laju penurunan suhu terhadap ketinggian, semakin besar nilai *lapse rate* maka semakin labil kolom udara tersebut demikian juga sebaliknya. Nilai *lapse rate* didapat dari persamaan sebagai berikut:

$$\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.1)$$

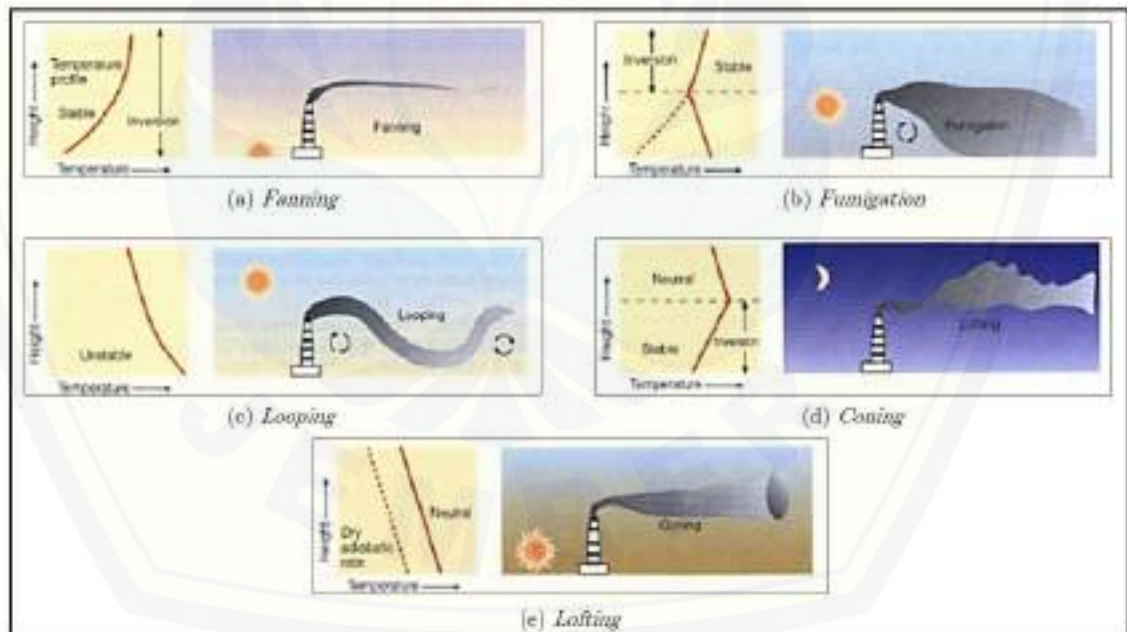
Keterangan:

$\gamma = \text{lapse rate } (^{\circ}\text{C}/\text{m}),$

∂T = perubahan suhu (C),
 ∂z = perubahan ketinggian (m).

Rata-rata temperatur menurun sekitar $0,65^{\circ}\text{C}$ setiap 100 m atau $6,5^{\circ}\text{C}$ setiap 1 km pada *lapse rate* normal. Jika udara hangat terangkat di lingkungan yang kering, maka terjadi ekspansi adiabatik dan pendinginan. Pendinginan adiabatik ini menghasilkan *lapse rate* 1°C per 100 m atau 10°C per 1 km, disebut juga *Dry Adiabatic Lapse Rate* (DALR). Pengukuran temperatur secara vertical berbeda secara normal *lapse rate* ataupun DALR, namun secara umum keduanya disebut *Environmental Lapse Rate* (ELR). Nilai ELR menggambarkan stabilitas atmosfer dan dapat mempengaruhi pergerakan udara vertikal serta dispersi polutan (Godish, 1991).

Selain mempengaruhi pergerakan polutan secara vertikal, stabilitas atmosfer juga dapat mempengaruhi bentuk kepulan dari cerobong. Terdapat lima bentuk kepulan dari cerobong secara umum, yaitu *fanning*, *fumigation*, *looping*, *coning*, dan *lofting*.



Gambar 2.3 Tipe-tipe Kepulan Asap dari Sumbernya

a.) Bentuk keputan *fanning*

Bentuk keputan ini terjadi saat keadaan atmosfer sangat stabil atau pada sistem yang memiliki tekanan tinggi. Polutan pada bentuk keputan *fanning* akan jatuh ke tanah pada jarak yang cukup jauh sehingga ketika sudah sampai di tanah konsentrasinya akan jauh berkurang akibat terbawa angin.

b.) Bentuk keputan *fumigation*

Bentuk keputan ini terjadi pada daerah dekat permukaan dengan kondisi atmosfer tidak stabil sedangkan di atasnya kondisi atmosfer stabil. Hal ini berakibat polutan yang berada di bawah tidak dapat terdispersikan ke atas melewati daerah yang stabil tersebut sehingga menyebabkan polutan bercampur di daerah dekat dengan permukaan.

c.) Bentuk keputan *looping*

Bentuk keputan ini naik turun dan polutannya terdispersi ke berbagai arah, tercampur dengan udara sekitarnya. Kondisi ini terjadi pada saat keadaan atmosfer tidak stabil dan biasanya terjadi pada saat siang hari yang terik. Bentuk keputan ini lebih menguntungkan walaupun polutannya jatuh ke tanah pada jarak yang lebih dekat karena polutan tersebut konsentrasinya rendah akibat adanya pencampuran dengan udara sekitarnya sehingga cenderung tidak membahayakan makhluk hidup.

d.) Bentuk keputan *coning*

Bentuk keputan ini terbentuk pada saat kondisi atmosfer mendekati netral dan biasa terjadi pada keadaan mendung, disaat malam hari ataupun siang hari. Pencampuran secara vertikal dan turbulensi kecil sehingga polutan cenderung lebih tersebar secara horizontal.

e.) Bentuk keputan *lofting*

Bentuk keputan ini terbentuk pada saat sore hari menjelang malam ketika di dekat permukaan kondisi atmosfernya stabil sedangkan di atasnya kondisi atmosfernya masih tidak stabil. Hal ini mengakibatkan pada bagian atas keputan lebih terlihat terjadinya turbulensi dibandingkan pada bagian bawahnya (Oke, 1978).

3. Kelembaban Relatif (RH) dan Curah Hujan (CH)

Kelembaban udara adalah banyaknya uap air yang terdapat dalam kandungan air dan udara dalam fase gas. Terdapat tiga macam ukuran yang digunakan untuk menyatakan nilai kelembaban udara, yakni kelembaban nisbi (*relative humidity*), kelembaban mutlak (*absolute humidity*) atau nisbah campur (*mixing ratio*), dan kelembaban spesifik (*specific humidity*).

kelembaban nisbi adalah nilai perbandingan antara tekanan uap air yang ada pada saat pengukuran dan besarnya tekanan uap air maksimum yang dapat dicapai pada suhu dan tekanan udara pada saat itu. Apabila tekanan uap air pada saat itu sebesar e milibar, dan tekanan uap maksimum e_m milibar, maka kelembaban nisbi:

$$H = \frac{e}{e_m} \times 100\% \quad (2.2)$$

kelembaban mutlak atau nisbah campur adalah perbandingan antara massa uap air dan massa udara kering dalam tiap satuan volume udara. Misalkan dalam 1 m^3 udara terdapat m_v uap air dan m_d udara kering, maka kelembaban mutlak atau nisbah campurnya sebesar:

$$r = \frac{m_v}{m_d} \quad (2.3)$$

kelembaban spesifik adalah perbandingan antara massa uap air dan massa udara dalam tiap satuan volume udara. Misalkan dalam 1 m^3 udara mengandung m_v gram uap air dan m_d gram udara kering maka berat udara sebesar $(m_v + m_d)$ gram, dan kelembaban spesifik sebesar:

$$q = \frac{m_v}{(m_v + m_d)} \quad (2.4)$$

Alat ukur kelembaban adalah psikrometer atau hygrometer. Terdapat juga alat yang dapat mengukur kelembaban sekaligus dapat mengukur suhu udara. Alat tersebut adalah termohigrograf (Wirjohamidjojo, 2007).

Kelembaban relatif berpengaruh terhadap pencemaran udara karena jika uap air dalam jumlah yang banyak dapat menghalangi radiasi matahari yang

masuk ke bumi sehingga akan menghambat radiasi matahari tersebut untuk memecah inversi. Hal ini mengakibatkan zat pencemar berada di udara lebih lama. Kelembaban udara jika kadarnya kurang dari 60% (rendah) maka akan membantu memperlambat atau mengurangi efek korosif dari SO_2 sedangkan jika kadarnya sekitar 80% maka akan mempercepat efek korosif pada benda.

Sulfur dioksida (SO_2) yang jatuh ke bumi bersama dengan curah hujan akan membentuk hujan asam. Ketika curah hujan tersebut yang sudah bercampur jatuh menyentuh tanah, tanaman, bangunan, sungai, dan sebagainya maka akan sangat berbahaya. Jika mengenai bangunan akan menyebabkan efek korosif, sedangkan jika menyentuh kawasan hutan akan mengakibatkan deforestasi dan ketika mengenai daerah perairan maka akan mengganggu ekosistem yang ada di dalamnya.

2.5 Fluida

Fluida merupakan suatu zat yang mempunyai kemampuan mengalir dan berubah bentuk secara terus menerus (kontinu) selama tegangan geser (*shear stress*) atau tangensial (tangential) diterapkan, tidak peduli seberapa kecilnya. Fluida dalam keadaan diam atau setimbang jika tegangan gesernya dalam keadaan nol, atau biasa disebut dengan tekanan hidrostatis dimana tekanan yang diberikan oleh fluida pada kesetimbangan dipengaruhi kepada ketinggian fluida, massa jenis dan percepatan gravitasi (White, 2011:6).

2.5.1 Jenis-Jenis Fluida

Berdasarkan bentuknya, fluida dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

1. Gas

Gas merupakan salah satu bentuk dari fluida. Gas memiliki molekul-molekul yang dapat bergerak secara bebas dan bersifat memenuhi seluruh ruangan yang ditempatinya. Gas tidak memiliki permukaan bebas dan masanya selalu berkembang mengisi seluruh ruangan dan dapat dimampatkan. Salah satu contoh dari zat gas adalah asap.



Gambar 2.4 Fluida Gas
(sumber: informazone.com)

2. Cair

Zat cair adalah zat yang secara terus-menerus mengalami deformasi (arus) dibawah tegangan geser. Zat cair mempunyai permukaan bebas, dan massanya akan mengisi ruangan sesuai dengan volumenya. Dibandingkan dengan zat gas, zat cair cenderung mempertahankan volumenya karena memiliki gaya kohesi yang relatif kuat. Berbeda dengan zat gas, zat cair tidak dapat dimampatkan.



Gambar 2.5 Fluida Cair
(sumber: haruspintar.com)

2.5.2 Jenis-Jenis Aliran Fluida

Berdasarkan karakteristik struktur internal aliran, aliran fluida dapat dibedakan menjadi tiga macam yaitu aliran laminar, turbulen, dan transisi.

1. Aliran Laminar

Aliran laminar merupakan aliran fluida yang bergerak dalam lapisan-lapisan (lamina-lamina) dengan satu lapisan meluncur secara merata. Aliran ini dapat dibentuk pada bilangan Reynold kurang dari 2300. Salah satu contoh aliran laminar yaitu aliran air di dalam pipa. Air tersebut bergerak sepanjang pipa dan keluar dari pipa dengan arah yang tetap, jika pipa horizontal maka akan terus berjalan ke arah horizontal sepanjang pipa.



Gambar 2.6 Aliran Laminar

2. Aliran Turbulen

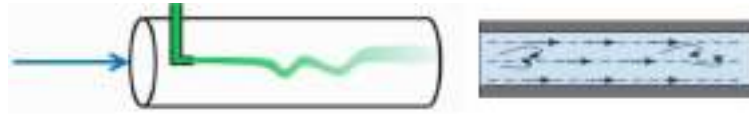
Aliran turbulen merupakan aliran fluida yang partikel-partikelnya bergerak secara tidak teratur serta kecepatan yang dapat berubah-ubah. Akibatnya, jika partikel fluida diekspresikan sebagai garis alir maka garis alir partikel fluida tersebut saling berpotongan. Aliran ini dapat dibentuk pada bilangan Reynold lebih dari 4000. Salah satu contoh aliran fluida turbulen yaitu udara.



Gambar 2.7 Aliran Turbulen

3. Aliran Transisi

Aliran transisi merupakan aliran peralihan dari aliran laminar ke aliran turbulen. Aliran ini dapat dibentuk pada bilangan Reynold antara 2000-4000. Aliran darah merupakan contoh aliran transisi. Aliran darah dalam pembuluh darah, diawali dengan aliran laminar kemudian pada fase berikutnya aliran berubah menjadi aliran turbulen.



Gambar 2.8 Aliran Transisi

Berdasarkan uraian di atas, fluida yang diteliti dalam penelitian ini berbentuk gas dan memiliki tipe aliran turbulen.

2.6 *Google Earth*

Google earth adalah program yang memetakan bumi dari superimposisi gambar yang dikumpulkan dari pemetaan satelit, fotografi udara dan globe GIS 3D yang dikembangkan oleh Keyhole Inc. *Google earth* memperlihatkan bentuk permukaan bumi, termasuk bentuk pegunungan, bentuk lika-liku sungai, jalan, dan juga bahkan kedalaman air laut (Andrew et al., 2015). *Google earth* juga memiliki kemampuan untuk memperlihatkan bangunan dan struktur (seperti jembatan) 3D, yang meliputi buatan pengguna yang SketchUp, sebuah program pemodelan 3D. Selain untuk keperluan geografis bumi, *google earth* juga menawarkan *tool* pengukuran jarak suatu tempat ketempat lainnya (Mladen, 2015). Jarak ini bisa di ukur dalam satuan yang diinginkan, asalkan diberikan lokasi dua tempat.

Gambar 2.9 Citra Kawasan PLTU Paiton pada *google earth*

Pada penelitian ini digunakan *google earth* untuk mengambil pencitraan PLTU Paiton Probolinggo dari atas seperti pada Gambar (2.9). Pengambilan

gambar dari atas bertujuan untuk mengetahui lokasi cerobong *stack* dari PLTU tersebut yang nantinya akan disimulasikan dengan bantuan FLUENT, sehingga dapat diketahui daerah yang terkena dampak polutan dari PLTU Paiton Probolinggo.

2.7 *Computational Fluid Dynamics (CFD)*

Computational Fluid Dynamics (CFD) merupakan suatu disiplin ilmu yang mempelajari cara memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika yang mampu memprediksi suatu aliran fluida lebih tepat dan akurat (Tuakia, 2008:1). *Computational Fluida Dynamics* memanfaatkan teknologi komputer dalam penggunaannya untuk memprediksi secara kuantitas apa yang terjadi saat suatu fluida mengalir sehingga prediksi aliran fluida pada berbagai sistem dapat dilakukan dengan biaya murah dan relatif mudah dibandingkan dengan menggunakan metode eksperimen.

Proses simulasi CFD terbagi menjadi tiga tahapan, yaitu:

1. *Pre-processing*

Preprocessing merupakan tahapan awal dalam membangun serta menganalisis sebuah model CFD (Tuakia, 2008:6). Dalam tahap ini, objek yang dibentuk kemudian diberikan kondisi batas dan kondisi dari fluida yang mengalir dalam kondisi batas tersebut untuk dianalisa. Kondisi batas (*boundary*) ini berupa *inlet* (saluran fluida masuk), *outlet* (saluran fluida keluar), dan *wall* (dinding pembatas). Sedangkan fluida pada *software* CFD biasanya dinamakan sebagai domain. Dalam tahap ini hal-hal yang perlu dilakukan adalah:

- a. pendefinisian bentuk geometri yang digunakan (dua dimensi atau tiga dimensi);
- b. pembentukkan grid (*mesh*) pada domain;
- c. pemilihan model berdasarkan fenomena fisik dan kimia;
- d. penentuan sifat-sifat fluida (aliran fluida, viskositas, massa jenis, dll);

e. penentuan kondisi batas yang sesuai dengan bentuk geometri dan fluida.

2. *Solver Manager*

Solver manager merupakan tahapan proses pemecahan secara numerik pada CFD. Solusi dihitung berdasarkan kondisi-kondisi yang diterapkan pada tahap *pre-processor*. Metode penyelesaian ini dibagi menjadi tiga yaitu metode beda hingga, metode volume hingga dan metode elemen hingga. Penyelesaian tahapan *solver manager* memiliki tiga tahapan yaitu:

- a. aproksima aliran yang tidak diketahui dengan fungsi sederhana;
- b. diskritisasi dengan memsubstitusikan hasil aproksimasi ke dalam persamaan aliran yang dibangun disertai manipulasi matematik;
- c. penyelesaian persamaan secara aljabar.

3. *Postprocessing*

Postprocessing merupakan tahapan akhir dalam simulasi CFD. Pada tahap ini, hasil dari *preprocessing* dan *solver manager* akan direprestasikan ke dalam bentuk grafik atau gambar dengan pola warna tertentu yang menjelaskan aliran fluida. Tampilan dapat berupa domain geometri dan grid, plot vektor, plot garis dan bidang, plot 2 dimensi atau 3 dimensi, pergerakan partikel, manipulasi tampilan (rotasi, perbesaran, dll), output warna.

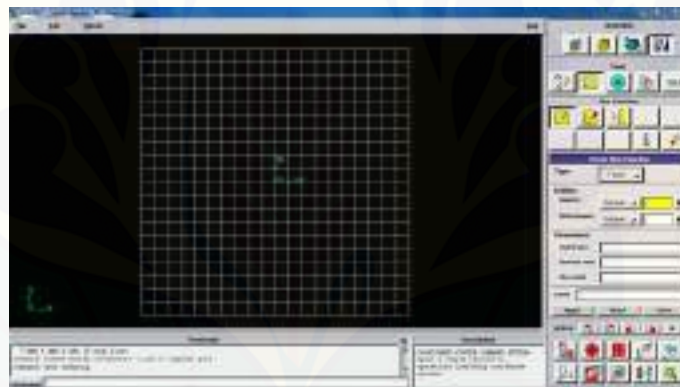
2.8 Perangkat Lunak CFD

Persamaan matematis yang terdapat di dalam CFD tersebut beragam dan cukup kompleks sehingga penyelesaiannya membutuhkan suatu alat bantu berupa perangkat lunak. Beberapa perangkat lunak yang berbasis CFD diantaranya adalah *Engineering Fluid Dynamics* (EFD), *Large Eddy Simulation* (LES), CFX, Flow-3D, Phoenix, Starcd, Numeca, dan Fluent. Pada penelitian ini, perangkat lunak yang digunakan adalah GAMBIT dan FLUENT.

2.8.1 GAMBIT

GAMBIT (*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*) merupakan salah satu *pre-processor* yang didesain untuk membantu membuat model dan

melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD (Tuakia, 2008:9). GAMBIT digunakan untuk mengkontruksi suatu model secara geometris. *Software* ini memiliki beberapa alat (*tools*) atau menu yang memudahkan dalam mengonstruksi bentuk-bentuk geometri secara teratur maupun tidak teratur serta menganalisis suatu objek. GAMBIT dapat membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) untuk berbagai macam bentuk, baik dalam 2 dimensi maupun 3 dimensi, bahkan bentuk yang rumit dan tidak beraturan. Hal ini dikarenakan GAMBIT dapat melakukan *meshing* dengan berbagai macam *mesh*, yaitu *mesh* heksahedral terstruktur dan tidak terstruktur, tetrahedral, piramid, dan prisma. *Meshing* berguna dalam membagi model geometri dari objek yang diteliti sehingga mempermudah peneliti melakukan komputasi. Proses akhir dari penggunaan GAMBIT adalah penentuan jenis kondisi batas (*boundary condition*).



Gambar 2.10 Tampilan GAMBIT

2.8.2 FLUENT

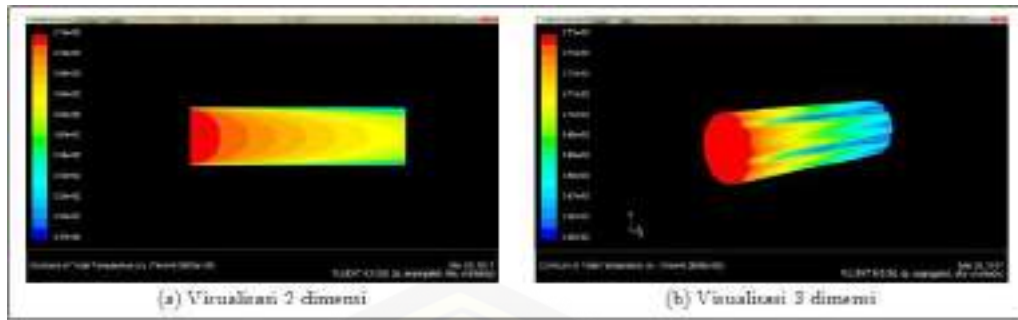
FLUENT adalah perangkat lunak dalam komputer yang digunakan untuk mensimulasikan aliran fluida dan perpindahan panas. Aliran dan perpindahan panas dari berbagai fluida dapat disimulasikan pada bentuk/geometri yang rumit. Simulasi dengan menggunakan program FLUENT dapat diketahui parameter-parameter aliran dan perpindahan panas yang diinginkan. Distribusi tekanan, kecepatan aliran, laju aliran massa, distribusi temperatur, dan pola

aliran fluida yang terjadi dapat diketahui pada tiap titik yang terdapat dalam sistem yang dianalisa.

FLUENT adalah salah satu jenis program CFD yang menggunakan metode volume hingga (Tuakia, 2008: 133). FLUENT menyediakan fleksibilitas *mesh* yang lengkap, sehingga dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh (grid)* yang tidak terstruktur sekalipun dengan cara yang relatif mudah. Setelah merencanakan analisis CFD pada model, langkah-langkah umum penyelesaian analisis CFD pada FLUENT sebagai berikut:

1. membuat geometri dan mesh pada model;
2. memilih *solver* yang tepat untuk model tersebut (2D atau 3D);
3. mengimpor *mesh* model (*grid*);
4. melakukan pemeriksaan pada mesh model;
5. memilih *solver*;
6. memilih persamaan dasar yang akan dipakai dalam analisis, misalnya: laminar, turbulen, reaksi kimia, perpindahan kalor, dan lain-lain;
7. menentukan sifat material yang akan dipakai;
8. menentukan kondisi batas;
9. mengatur parameter kontrol solusi;
10. *initialize the flow field*;
11. melakukan perhitungan/iterasi;
12. memeriksa hasil iterasi;
13. menyimpan hasil iterasi.

Berdasarkan langkah tersebut, Fluent mampu memberikan hasil simulasi berupa gambaran yang mendekati kondisi sebenarnya mengenai fenomena atau kejadian. Selain itu, data-data yang telah diperoleh dari pengamatan dapat dimasukkan sebagai indikator. Pada fluida, indikator yang dimasukkan yaitu temperatur, kecepatan, serta tekanan sesuai dengan objek sebenarnya (Tuakia, 2008:138). Dalam penelitian ini, digunakan *software* GAMBIT versi 6.0 dan FLUENT versi 6.0 untuk mensimulasikan model berupa gambaran yang mendekati kondisi sebenarnya. Contoh peristiwa dalam kehidupan sehari-hari yang dapat disimulasikan menggunakan FLUENT:



Gambar 2.11 Contoh Simulasi FLUENT pada Alat *Heat Exchanger*

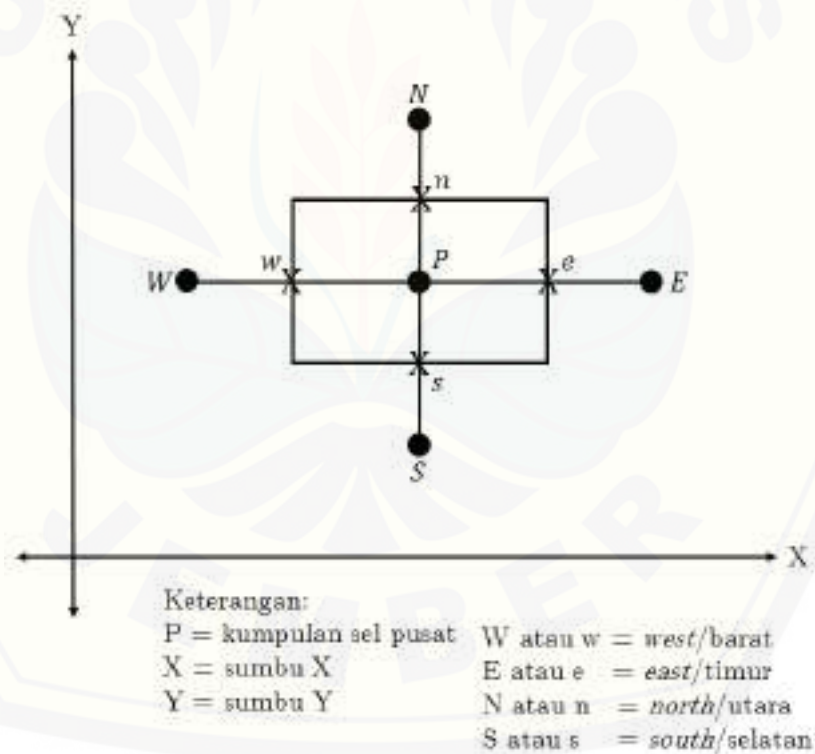
Beberapa contoh penggunaan CFD dalam beberapa penelitian terdahulu dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.2 Tabel Penelitian Penggunaan CFD

No	Model Matematika	Simulasi CFD	Publikasi
1	$\begin{aligned} & \phi_x (\rho^2 \Delta y \Delta t - \rho u \Delta y \Delta t) \\ & + \phi_y (-\rho^2 \Delta y \Delta t + \rho u \Delta y \Delta t) \\ & + \phi_n (\rho^2 \Delta x \Delta t - \rho v \Delta x \Delta t) \\ & + \phi_z (-\rho^2 \Delta x \Delta t + \rho v \Delta x \Delta t) \\ & = 2\mu u \frac{\Delta x}{\Delta y \Delta t} + \mu v \frac{\Delta y}{\Delta x \Delta t} \\ & + 2\mu v \frac{\Delta x}{\Delta y} + \mu u \frac{\Delta x}{\Delta y} \\ & - P \Delta y \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t \\ & - P \Delta x \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + \mu u \Delta t \\ & + \mu v \Delta t \end{aligned}$		Hakim, R.A., 2017. Analisis Numerik Aliran Fluida Dinamis Pada Pencernaan Lambung Menggunakan Metode Volume Hingga Sebagai Monograf. Skripsi, Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP
2	$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} \\ & = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned}$ Dimana: $u = 2u \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$		Mandala, A.S., 2016. Analisis Numerik Aliran Darah Pada Arteri Intracranial Stenosis Penyebab Stroke Iskemik Menggunakan Metode Elemen Hingga dalam Mengasah TCK. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP

2.9 Metode Volume Hingga

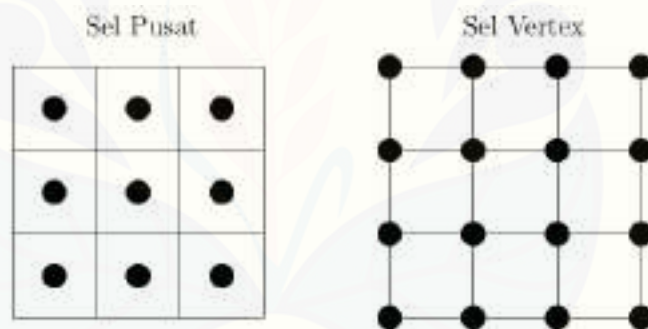
Metode volume hingga merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan pemodelan matematika dengan suatu titik-titik diskrit yang kontinu dan setiap titik tersebut memiliki jarak yang sama atau teratur sehingga membentuk grid atau mesh. Metode volume hingga didasarkan pada bentuk integral hukum kekekalan. Metode ini membagi domain menjadi banyak sel dan mengambil nilai pendekatan rata-rata kuantitas dalam setiap sel. Di setiap waktu, nilai-nilai tersebut diperbarui oleh pendekatan flux pada setiap ujung sel. Keakuratan metode ini sangat bergantung pada fungsi flux numeris yang memberikan pendekatan flux yang sesungguhnya sebaik mungkin. Kesalahan yang dihasilkan oleh penampilan metode numeris ini akan dianalisis secara kuantitatif serta melakukan perbandingan antara grafik penyelesaian numeris dengan grafik penyelesaian analitis (Mungkasi, 2011).



Gambar 2.12 Model Volume Kendali Dua Dimensi

Pada penelitian ini menggunakan metode volume hingga karena penelitian ini menggunakan aliran fluida berbentuk gas. Bentuk geometri metode volume hingga pada umumnya tidak beraturan seperti halnya gas. Aliran suatu fluida dapat dibangun menggunakan persamaan matematika yang umumnya menggunakan rumus-rumus fisika seperti hukum kekekalan energi, hukum kekekalan massa, dan hukum kekekalan momentum. Persamaan matematika yang akan dibangun dalam penelitian ini yaitu persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa, sedangkan massa udara dianggap konstan (tetap).

Penyelesaian aliran fluida pada penyebaran polutan dari PLTU Paiton Probolinggo ini dengan metode volume hingga ini menggunakan teknik diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics* (QUICK). Teknik diskritisasi QUICK dipilih karena penyelesaian model matematika menggunakan metode volume hingga dan grid pada domain terstruktur. Dengan dua persamaan alur aliran fluida yang menyatakan hukum kekekalan fisika yaitu hukum persamaan momentum dan hukum kontinuitas massa.

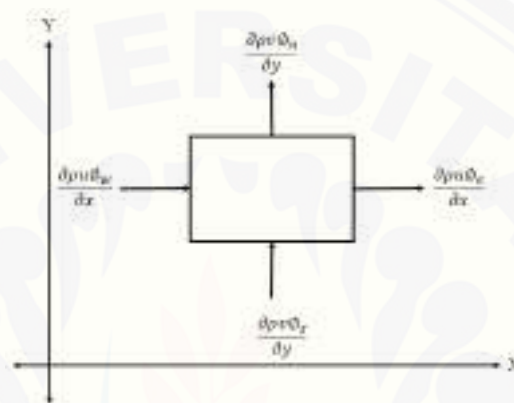


Gambar 2.13 Sel Pusat dan Sel Vertex

Pada Gambar (2.13) menunjukkan letak sebuah titik pada volume kendali yang terpusat. Sel pusat berfungsi sebagai titik acuan yang mewakili setiap bagian dari model yang telah dipartisi. Sedangkan sel vertex berfungsi sebagai diskritisasi metode volume hingga. Sel pusat dan sel vertex mewakili bidang yang dimodelkan. Penelitian ini akan digunakan volume kendali dua dimensi seperti pada Gambar (2.12) untuk memodelkan penyebaran polutan dari PLTU Paiton Probolinggo.

2.9.1 Persamaan Momentum

Persamaan momentum merupakan bentuk persamaan diferensial yang menghubungkan dengan gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali, salah satunya adalah tekanan (P). Gaya yang lain terdiri dari dua jenis, yaitu gaya beban dan gaya permukaan. Gaya beban disebabkan oleh medan dari luar (gravitasi, magnet, elektromagnet) yang bekerja pada keseluruhan massa dalam unsur tersebut (White, 1986:209). Gaya permukaan disebabkan oleh tegangan pada sisi-sisi permukaan volume kendali.



Gambar 2.14 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum

Berdasarkan hukum kekekalan momentum maka rumus umum dari persamaan momentum adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = \sum F \quad (2.5)$$

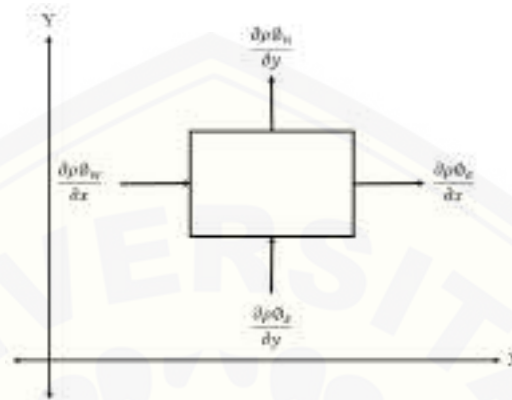
Karena objek yang diamati tidak terlihat yaitu berupa gas, maka pure rate = output - input.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [input-output] = \sum F \quad (2.6)$$

Fluks momentum terjadi di keempat sisi seperti pada Gambar 2.6 yaitu dua masuk dan dua keluar. F adalah gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali yaitu *pressure*/tekanan (P), gravitasi (g), dan gaya kekentalan (μ).

2.9.2 Persamaan Kuantitas Massa

Semua persamaan differensial dasar gerak fluida dapat diturunkan dengan meninjau sebuah volume keunsuran atau suatu sistem keunsuran (White, 1986:202).



Gambar 2.15 Bagan Volume Kendali Persamaan Kontinuitas Massa

Aliran melalui setiap sisi unsur itu kira-kira satu dimensi, sehingga rumus umum dari persamaan massa adalah:

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} + [input-output] = 0 \quad (2.8)$$

Massa dari suatu sistem tertutup akan konstan meskipun terjadi berbagai macam proses di dalam sistem tersebut. Massa dapat berubah bentuk, tetapi tidak dapat diciptakan atau dimusnahkan.

2.10 Teknik Diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics* (QUICK)

Diskritisasi adalah cara yang digunakan untuk memecah domain atau daerah perhitungan menjadi beberapa daerah-daerah kecil yang disebut dengan

grid atau *mesh* dengan tujuan untuk mempermudah dalam memperoleh penyelesaian atau solusi numerik. Dalam penelitian ini, teknik diskritisasi yang digunakan adalah teknik diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Convective Kinematics* (QUICK). Bentuk geometris dari aliran fluida pada masing-masing domain dibuat dalam bentuk *grid*. *Grid* dari domain dapat berupa *grid* yang terstruktur atau *grid* tidak terstruktur dan *grid* dalam koordinat kartesius atau *grid* non kartesius. Masing-masing *grid* memiliki kontrol *face* dan kontrol *node*. Kontrol bidang untuk tiga dimensi terdiri dari $\phi_w, \phi_e, \phi_n, \phi_s, \phi_b, \phi_t$, sedangkan kontrol titik terdiri dari $\phi_W, \phi_E, \phi_N, \phi_S, \phi_B, \phi_T$. Penyebaran polutan pada PLTU akan dimodelkan dalam dua dimensi pada arah horizontal (pada sumbu x) dan arah vertikal (pada sumbu y). Kontrol *face* untuk dua dimensi terdiri dari $\phi_w, \phi_e, \phi_s, \phi_n$, sedangkan kontrol titik terdiri dari $\phi_W, \phi_E, \phi_S, \phi_N$ (Fatahillah, 2014).

Pendiskritisasian dengan menggunakan metode QUICK untuk merubah nilai pada bidang menjadi nilai pada titik, diilustrasikan seperti Gambar 2.16.



Gambar 2.16 Diskritisasi QUICK

QUICK *scheme* pada Apsley (dalam Fatahillah, 2014), untuk kecepatan lebih besar dari nol adalah:

$$\phi_n(i, j) = \phi(i, j) + g_1(\phi(i+1, j) - \phi(i, j)) + g_2(\phi(i, j) - \phi(i-1, j)) \quad (2.9)$$

dengan bobot g_1 :

$$g_1 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i, j) - \phi(i-1, j)]}{[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)][\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)]} = \frac{(\frac{1}{2}h)(\frac{3}{2}h)}{(h)(2h)} = \frac{3}{8} \quad (2.10)$$

dan bobot untuk g_2 :

$$g_2 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i+1, j) - \phi(i, j)]}{[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)][\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)]} = \frac{(\frac{1}{2}h)(\frac{1}{2}h)}{(h)(2h)} = \frac{1}{8} \quad (2.11)$$

Substitusikan nilai g_1 dan g_2 , sehingga diperoleh rumus untuk $\phi_n(i, j)$:

$$\begin{aligned}
 \phi_w(i, j) &= \phi(i-1, j) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + g_2[\phi(i-1, j) - \\
 &\quad \phi(i-2, j)] \\
 &= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i-1, j) - \\
 &\quad \phi(i-2, j)] \\
 &= -\frac{1}{8}\phi(i-2, j) + \frac{3}{4}\phi(i-1, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j)
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh nilai $\phi_s(i, j)$, $\phi_e(i, j)$, $\phi_w(i, j)$ yaitu:

$$\begin{aligned}
 \phi_s(i, j) &= \phi(i, j-1) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] + g_2[\phi(i, j-1) - \\
 &\quad \phi(i, j-2)] \\
 &= \phi(i, j-1) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j-1) - \\
 &\quad \phi(i, j-2)] \\
 &= -\frac{1}{8}\phi(i, j-2) + \frac{3}{4}\phi(i, j-1) + \frac{3}{8}\phi(i, j)
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_e(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] \\
 &= \phi(i, j) + \frac{3}{8}[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] \\
 &= -\frac{1}{8}\phi(i-1, j) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i+1, j)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_n(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i, j+1) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] \\
 &= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j+1) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] \\
 &= -\frac{1}{8}\phi(i, j-1) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j+1)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Keterangan:

g_1 = gaya permukaan 1,

g_2 = gaya permukaan 2,

i = diskritisasi pada sumbu x,

j = diskritisasi pada sumbu y,

- ϕ_n = kontrol permukaan *north* atau utara,
- ϕ_s = kontrol permukaan *south* atau selatan,
- ϕ_e = kontrol permukaan *east* atau timur,
- ϕ_w = kontrol permukaan *west* atau barat.

2.11 Algoritma dan Pemrograman MATLAB

2.11.1 Algoritma dan Pemrograman

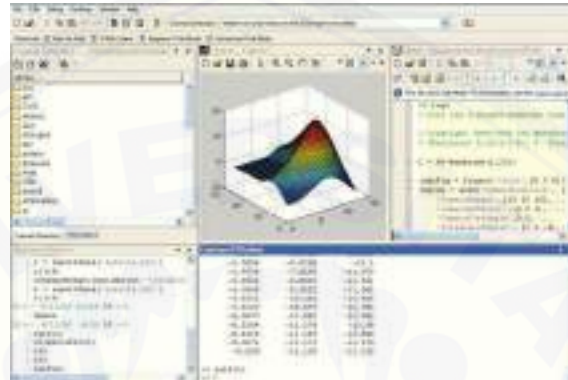
Algoritma adalah logika, metode dan tahapan (urutan) sistematis yang digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan (Utami dan Sukrisno, 2005: 19-20). Sedangkan menurut Kadir (2013), algoritma adalah sekumpulan langkah yang ditujukan untuk menyelesaikan suatu masalah. Langkah-langkah yang dimaksud dituangkan ke dalam program sehingga bisa dieksekusi oleh sistem komputer. Program adalah kumpulan pernyataan komputer, sedangkan tahapan sistematis dalam program adalah algoritma. Program ditulis menggunakan bahasa pemrograman. Jadi program adalah suatu implementasi dari bahasa pemrograman. Urutan langkah-langkah pada algoritma secara sistematis ditulis dalam program komputer. Program komputer dijalankan menggunakan bahasa pemrograman. Sehingga langkah-langkah pada algoritma dapat dijalankan atau dieksekusi dengan menggunakan komputer.

Berdasarkan uraian di atas, algoritma merupakan suatu prosedur sistematis tertentu yang digunakan dalam memecahkan suatu permasalahan. Setiap penyelesaian masalah yang dilakukan sesuai dengan langkah-langkah tertentu yang telah dirancang akan memperoleh suatu penyelesaian dengan tepat.

2.11.2 MATLAB 7.0 (*Matrix Laboratory*)

MATLAB (*Matrix Laboratory*) adalah sebuah program yang digunakan untuk analisis dan komputasi numerik yang merupakan suatu bahasa pemrograman matematika lanjutan yang dibentuk dengan dasar pemikiran menggunakan sifat dan bentuk matriks (Arhami dan Desiani, 2005: 1). MATLAB berupa *software* yang digunakan untuk analisis serta komputasi data numerik, menganalisis data, mengembangkan algoritma, melakukan simulasi dan pemodelan serta menghasilkan tampilan grafik dan antarmuka grafikal.

MATLAB juga mampu menampilkan suatu data dalam bentuk dua dimensi maupun tiga dimensi. Menurut Ramza (2007:1) fungsi-fungsi MATLAB yang digunakan untuk menyelesaikan masalah bagian khusus disebut *toolboxes*. *Toolboxes* dapat digunakan untuk bidang pengolahan sinyal, sistem pengaturan, fuzzy logic, numerical network, optimasi, pengolahan citra, dan simulasi yang lain.



Gambar 2.17 Tampilan MATLAB

2.12 Metode Gauss Seidel

Suatu persamaan linier dapat diselesaikan menggunakan dua metode, yaitu metode langsung dan metode tidak langsung (iteratif). Contoh metode langsung yaitu metode invers, eliminasi Gauss, dan dekomposisi LU. Sedangkan metode iteratif merupakan metode dengan penentuan nilai awal (x_0) untuk membangun urutan aproksimasi terbaik dalam pemecahan eksak. Contoh metode iteratif yaitu iterasi Jacobian, iterasi Gauss-Seidell, dan iterasi SOR.

Metode iterasi Gauss-Seidel adalah metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai-nilai yang berubah-ubah (Samosir, 2014: 56). Suatu sistem persamaan linier dapat dituliskan dengan bentuk $AX = B$, dengan A merupakan matriks koefisien dari x , X merupakan matriks variabel sistem persamaan, dan B merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem $AX = B$ dan Q

adalah matriks *non-singular* dapat dituliskan dalam bentuk:

$$AX = B \quad (2.16)$$

$$(Q - A)X + AX = (Q - A)X + B$$

$$QX = (Q - A)X + B \quad (2.17)$$

Selanjutnya dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- k :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.18)$$

Sebuah matriks A dapat dituliskan dalam bentuk $A = L + D + U$, dengan L adalah matriks segitiga bawah, D adalah matriks diagonal, dan U adalah matriks segitiga atas. Pada iterasi Gauss-Seidel dipilih $Q = D + L$, tetapi pada iterasi SOR dipilih $Q = \frac{1}{\omega}D + L$ dengan ω adalah faktor skala. Sehingga Persamaan (2.18) menjadi:

$$\begin{aligned} QX^{(k)} &= (Q - A)X^{(k-1)} + B \\ \left(\frac{1}{\omega}D + L\right)X^{(k)} &= \left(\frac{1}{\omega}D + L - A\right)X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D + D + L - A\right)X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D - U\right)X^{(k-1)} + B \\ \omega D^{-1}\left(\frac{1}{\omega}DX^{(k)}\right) &= \omega D^{-1}\left[-LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D - U\right)X^{(k-1)} + B\right] \\ X^{(k)} &= \omega D^{-1}\left[-LX^{(k)} + \left(\frac{1}{\omega}D - D - U\right)X^{(k-1)} + B\right] \\ X^{(k)} &= -\omega D^{-1}LX^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1}U)X^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\ X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1}LX^{(k)} - \omega D^{-1}UX^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\ X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1}(LX^{(k)} + UX^{(k-1)} - B) \quad (2.19) \end{aligned}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan n persamaan dan n variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (2.20)$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai x_1 sampai x_n seperti berikut:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n) \\ x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n) \\ x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \dots - a_{3n}x_n) \\ &\vdots \\ x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Pada iterasi Gauss-Seidel nilai x_1 yang telah diperoleh dimasukkan kedalam x_2 yang akan dicari, karena nilai x_1 yang diperoleh lebih dekat dengan nilai eksak. Selanjutnya untuk mencari nilai x_3 maka tinggal memasukkan nilai x_1 dan x_2 yang telah diperoleh. Dan seterusnya sampai diperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Berikut contoh langkah-langkah penyelesaiannya:

o iterasi ke-1

$$\begin{aligned}
 x_1^1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0 - \cdots - a_{1n}x_n^0) \\
 x_2^1 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^1 - a_{23}x_3^0 - \cdots - a_{2n}x_n^0) \\
 x_3^1 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^1 - a_{32}x_2^1 - \cdots - a_{3n}x_n^0) \\
 &\vdots \\
 x_n^1 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^1 - a_{n2}x_2^1 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^1)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

o iterasi ke-2

$$\begin{aligned}
 x_1^2 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^1 - a_{13}x_3^1 - \cdots - a_{1n}x_n^1) \\
 x_2^2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^2 - a_{23}x_3^1 - \cdots - a_{2n}x_n^1) \\
 x_3^2 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^2 - a_{32}x_2^2 - \cdots - a_{3n}x_n^1) \\
 &\vdots \\
 x_n^2 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^2 - a_{n2}x_2^2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^2)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

o dan seterusnya sampai langkah k .

Sehingga untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi Gauss-Seidel dengan langkah $k = 1, 2, 3, \dots$ adalah,

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{2.24}$$

Sedangkan untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi SOR dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ untuk langkah k adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x_i^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \tag{2.25}$$

(Anton, 1987:359).

Pada persamaan (2.19) dan persamaan (2.25), untuk $\omega = 1$ akan diperoleh metode Gauss Seidell. Metode Gauss Seidell inilah yang akan digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang muncul dalam penyelesaian numerik dari persamaan diferensial parsial tertentu.

2.13 Galat (*Error*)

Galat atau dalam bahasa numerik biasa disebut dengan error adalah selisih antara nilai eksak (nilai sejati) dengan nilai yang dihasilkan dengan metode numerik yang disebut dengan nilai hampiran (nilai aproksimasi). Hasil yang diperoleh dari perhitungan numerik bukanlah hasil yang sama persis dengan nilai sejatinya. Nilai aproksimasi akan selalu memiliki selisih dengan nilai eksak, karena nilai aproksimasi merupakan hasil yang diperoleh dengan proses iterasi (*looping*) untuk menghampiri nilai sebenarnya. Adanya galat bukan berarti nilai hampiran yang diperoleh dengan metode numerik salah, karena galat tersebut dapat ditekan sekecil mungkin sehingga hasil yang didapat sangat mendekati nilai sebenarnya.

Terdapat tiga sumber utama penyebab galat dalam perhitungan numerik:

- a) Galat percobaan (galat bawaan/melekat) dapat terjadi karena kekeliruan dalam memberikan data atau kesalahan dalam asumsi terhadap data.
- b) Galat pemotongan (pemotongan barisan langkah komputasi) merupakan penentuan nilai sebagai angka pecahan yang dinormalisir. Penurunan rumus dalam metode numerik menggunakan proses iterasi yang jumlahnya tak terhingga, sehingga jumlah iterasi dibatasi sampai langkah ke- n dalam proses penghitungannya. Hasil hampiran diperoleh dari hasil penghitungan sampai langkah ke- n , sedangkan nilai penghitungan langkah n keatas merupakan galat pemotongan. Galat pemotongan akan menjadi semakin kecil jika nilai n diperbesar, namun jumlah proses penghitungannya akan semakin banyak.
- b) Galat pembulatan merupakan penentuan jumlah angka di belakang koma. Hampir semua proses penghitungan dalam metode numerik menggunakan

bilangan real. Adanya galat pembulatan dikarenakan penyajian bilangan real yang panjangnya tak terhingga tidak bisa disajikan secara tepat.

Jack (2006) menggolongkan galat menjadi empat jenis, yaitu:

1. Galat mutlak adalah selisih numerik antara besar nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasinya. Jadi, bila x besar nilai yang sebenarnya, dan x_1 nilai pendekatannya (aproksimasinya), maka galat mutlak (*Absolut Error*) E_a didefinisikan dengan:

$$E_a = x - x_1 = \delta x \quad (2.26)$$

2. Galat relatif (E_R) didefinisikan dengan:

$$E_R = \frac{E_a}{x} = \frac{\delta x}{x} \quad (2.27)$$

Kemudian prosentase galat dihitung dari galat relatif yang diberikan dalam bentuk:

$$P_R = 100E_R$$

3. Galat global

Misal $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi dengan variabel banyak $x_i = (1, 2, \dots, n)$, dan misalkan galat dari tiap x_i adalah Δx_i . Galat Δu dan u diberikan dalam bentuk:

$$u + \Delta u = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \quad (2.28)$$

Perluasan ruas kanan dari galat global tersebut oleh deret Taylor menghasilkan:

$$\begin{aligned} u + \Delta u = & f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta(x_i)} \Delta x_i \\ & + \text{semua suku yang memuat } (\Delta x_i)^2 \\ & + \text{semua suku yang lain} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Anggap bahwa galat dalam x_i adalah kecil dan $\frac{\Delta x_i}{x_i} \subset 1$. Kemudian semua suku setelah suku ke dua pada ruas kanan persamaan diatas diabaikan, maka persamaan diatas menjadi:

$$\Delta u \approx \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (2.30)$$

Formula diatas bentuknya sama dengan diferensial total dari u . Formula untuk galat relatif adalah sebagai berikut:

$$E_R = \frac{\delta u}{\delta x_1} \frac{\Delta x_1}{u} + \frac{\delta u}{\delta x_2} \frac{\Delta x_2}{u} + \dots + \frac{\delta u}{\delta x_n} \frac{\Delta x_n}{u} \quad (2.31)$$

4. Galat dalam aproksimasi deret

Galat yang ada dalam aproksimasi suatu deret dapat dievaluasi oleh sisa sesudah suku-suku ke n . Pandang deret Taylor untuk $f(x)$ pada $x = a$ yang diberikan dalam bentuk:

$$f(x) = f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x - a)^{n-1}}{(n - 1)!} f^{n-1}(a) + R_n(x) \quad (2.32)$$

Suku terakhir dalam deret di atas dikenal dengan sebutan suku sisa deret taylor yang didefinisikan sebagai berikut:

$$R_n(x) = \frac{(x - a)^n}{n!} f^n(a), \quad a < \alpha < x \quad (2.33)$$

Untuk suatu barisan yang konvergen, suku-suku sisa akan mendekati nol untuk $n \leftarrow \infty$. Jadi bila mengaproksimasi $f(x)$ oleh n suku pertama dari deret tersebut maka galat maksimum yang dibuat dalam aproksimasi tersebut diberikan oleh suku sisa.

2.14 *Technological Content Knowledge (TCK)*

Technological Content Knowledge (TCK) adalah bagian dari kerangka kerja *Technological Pedagogical and Content Knowledge (TPACK)*. Gagasan *Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK)* muncul pertama kali secara formal pada jurnal pendidikan tahun 2003. Namun baru ramai diperbincangkan tahun 2005. Awalnya *Technological Pedagogical Content Knowledge* disingkat TPCK namun berganti menjadi TPACK agar memudahkan dalam pengucapannya (Chai dkk, 2013). TPACK merupakan bentuk pengembangan dari PCK (*Pedagogical Content Knowledge*) yang dicetuskan oleh Shulman pada tahun 1986. TPACK merupakan sebuah kerangka untuk mengintegrasikan teknologi dalam mengajar. Tiga kajian pengetahuan utama dalam TPACK adalah *technological knowledge, content knowledge, dan pedagogical knowledge* serta interaksi diantara setiap dua pengetahuan tersebut dan diantara semua pengetahuan tersebut (Koehler dkk, 2013). Bagian-bagian TPACK diilustrasikan dalam diagram venn seperti pada gambar 2.17.



Gambar 2.18 TPACK *framework*

Dalam penelitian ini, fokus kajian mengenai *Technological Content Knowledge (TCK)* dengan pemaparan bagian-bagian sebagai berikut:

1. *Content Knowledge (CK)* yaitu pengetahuan tentang materi pelajaran.

Contohnya pengetahuan tentang materi matematika. Indikator CK yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pengetahuan cukup tentang kecepatan aliran cairan pendingin, penentuan variabel yang akan diteliti, pengembangan model matematika, penyelesaian model matematika, dan analisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.

2. *Technological Knowledge* (TK) yaitu pengetahuan tentang cara menggunakan perangkat keras TIK, perangkat lunak, dan perangkat terkait. Indikator TK yang digunakan dalam penelitian ini yaitu penulisan bahasa pemrograman pada MATLAB, pembuatan desain geometri objek pada GAMBIT, penentuan tipe batas tertentu (*wall, inlet, outlet*) pada desain geometri objek, penentuan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT dan melakukan hasil simulasi penyebaran polutan udaran di PLTU Paiton dengan menggunakan FLUENT

2.15 Penelitian yang Relevan

Adapun penelitian yang relevan sebagai acuan dalam penelitian ini adalah penelitian yang dilakukan oleh Xiaofei Ma, Wenqi Zhong, Wei Feng, dan Gang Li (2016) dengan judul "*Modelling of pollutant dispersion with atmospheric instabilities in an industrial park*". Penelitian ini mensimulasikan mengenai dispersi polutan di Taman Industri dengan pengaruh efek kanopi tanaman dan kondisi cuaca dengan mengkombinasikan *Large Eddy Simulation* (LES) dan model skala Subgrid Smagorinsky dinamis. Berdasarkan penelitian tersebut diketahui bahwa kecepatan angin lebih rendah di dekat daerah kanopi, terutama dalam kondisi tidak stabil karena efek *entrainment* dari daya apung. Distribusi energi kinetik turbulen menunjukkan bahwa aliran turbulen di atmosfer melemah ketika melalui kanopi tanaman, terutama dalam kondisi atmosfer yang tidak stabil. Mempertimbangkan efek gaya apung, arah dispersi polutan dalam profil horisontal berbeda dengan kondisi netral, yang membuktikan bahwa kanopi tanaman dapat melindungi daerah hilir dalam kondisi atmosfer yang tidak stabil.

Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini akan dibahas mengenai

aliran atau penyebaran gas polutan sulfur dioksida (SO_2) pada cerobong PLTU Paiton Probolinggo. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana pengaruh sumber emisi dan kondisi meteorologi (angin, suhu, dan kelembaban udara) suatu wilayah terhadap pola penyebaran gas polutan udara tersebut. Penelitian ini menggunakan metode volume hingga dengan pendekatan diskritisasi QUICK dalam penyelesaian model matematika. Proses analisis dan simulasi model matematika tersebut berbantuan *software* MATLAB dan FLUENT.



BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian analisis numerik penyebaran polutan udara dari PLTU Paiton Probolinggo merupakan penelitian simulasi. Simulasi adalah sebuah replikasi atau visualisasi dari perilaku sebuah sistem. Secara umum, simulasi itu merupakan sebuah model yang berisi seperangkat variabel yang menampilkan ciri utama dari sistem kehidupan nyata. Penelitian simulasi bertujuan untuk mencari gambaran melalui sebuah sistem berskala kecil (model) dimana di dalam model tersebut akan dilakukan manipulasi atau kontrol untuk melihat pengaruhnya. Simulasi memungkinkan keputusan-keputusan yang menentukan bagaimana karakteristik utama itu bisa dimodifikasi secara nyata (Syaefudin, 2005). Pada penelitian ini, peneliti memodelkan pola penyebaran polutan udara dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga sehingga diperoleh hasil atau data-data yang mendekati keadaan sebenarnya.

3.2 Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan pemahaman beberapa istilah yang digunakan dalam penelitian, maka disajikan beberapa definisi operasional sebagai berikut.

1. Analisis numerik adalah terapan matematika untuk menganalisis galat dan kecepatan konvergensi sebuah metode.
2. Model matematika adalah bentuk representasi dari sistem dunia nyata ke dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan tersebut menyajikan relasi antara variabel dan parameter yang terlibat dalam sistem.
3. Metode volume hingga adalah metode pendekatan numerik yang digunakan untuk menyelesaikan model matematika dari suatu kejadian atau fenomena yang dalam penerapannya membagi objek yang diteliti menjadi grid, *face* (permukaan), dan *node* (titik) kemudian memodelkannya menjadi persamaan matematika dengan melihat pada laju perubahan fisis benda.
4. *Computational Fluid Dynamic* (CFD) merupakan ilmu yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisis aliran

fluida, perpindahan panas dan fenomena terkait seperti reaksi kimia dengan simulasi berbasis komputer.

5. Mengasah kemampuan *Technologi Content Knowledge* (TCK) adalah meningkatkan pemahaman dan pengetahuan tentang materi tertentu yang terintegrasi dengan teknologi tepat guna.

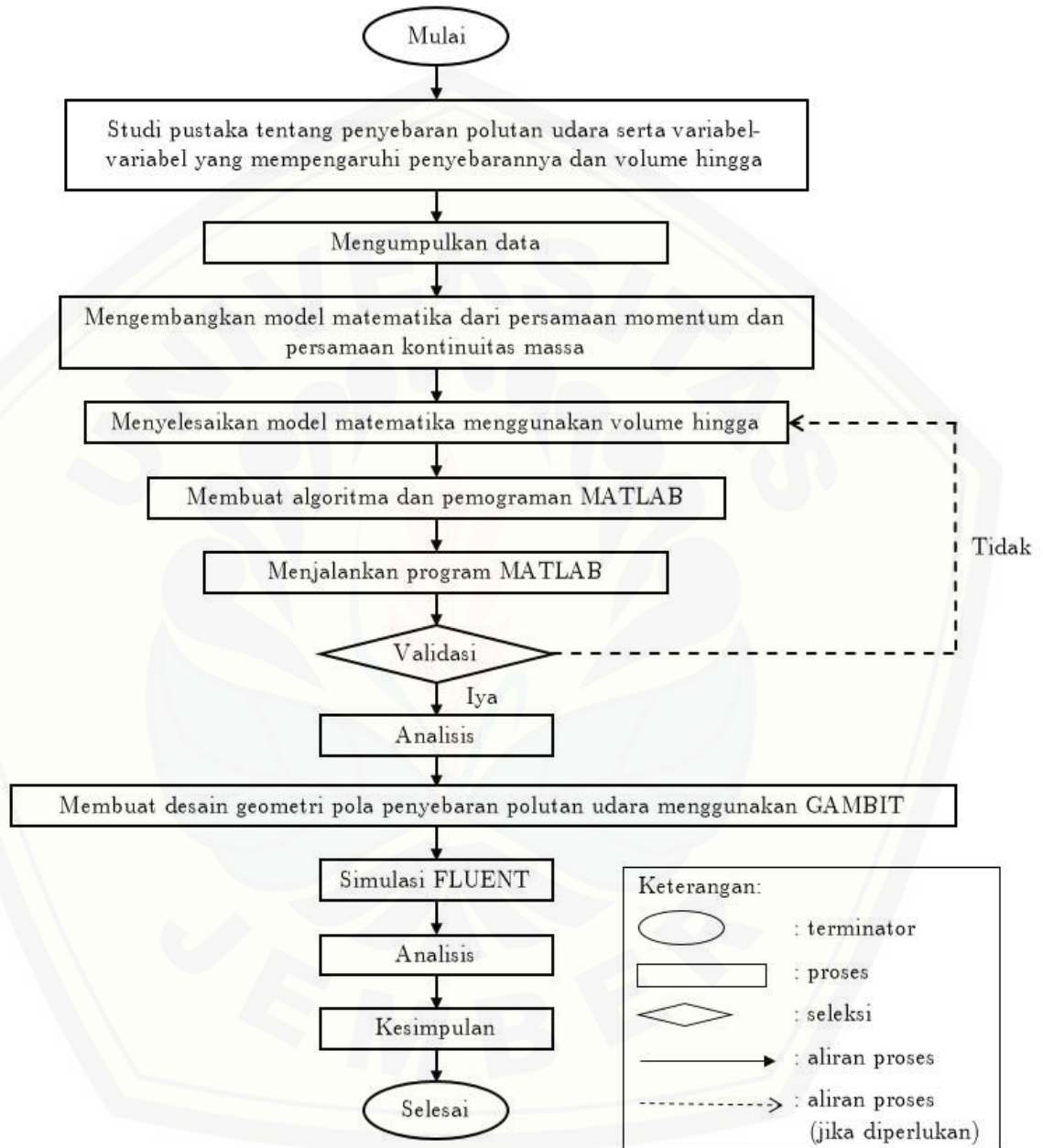
3.3 Prosedur Penelitian

Prosedur Penelitian adalah tahapan-tahapan yang akan dilakukan oleh peneliti sebagai pedoman dalam melakukan penelitian mulai dari tahapan awal sampai pembuatan laporan hasil penelitian untuk mencapai tujuan penelitian. Adapun prosedur yang dilakukan pada penelitian ini yaitu:

1. melakukan studi pustaka yang berkaitan tentang penyebaran polutan udara serta variabel-variabel yang mempengaruhi penyebarannya dan metode volume hingga;
2. mengumpulkan data berdasarkan variabel-variabel yang ditentukan, data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data simulasi;
3. mengembangkan model matematika dari persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa guna mengasah kemampuan *Content Knowledge* (CK);
4. menyelesaikan model matematika menggunakan volume hingga guna mengasah kemampuan *Content Knowledge* (CK);
5. membuat algoritma dan pemograman MATLAB guna mengasah kemampuan *Technological Knowledge* (TK);
6. menganalisis algoritma dari model matematika aliran fluida pada penyebaran polutan udara;
7. membuat desain geometri dan menentukan kondisi batas penyebaran polutan udara dengan menggunakan GAMBIT guna mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK);
8. membuat simulasi model penyebaran polutan udara menggunakan FLUENT guna mengasah kemampuan *Technological Knowledge* (TK);
9. menganalisis hasil dari penyimulasian model dengan FLUENT guna mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK);

10. memberikan kesimpulan dan hasil.

Untuk lebih memahami langkah-langkah penelitian yang akan dilakukan dapat dilihat dalam diagram alir (*flowchart*) dibawah ini.



Gambar 3.1 Diagram alir prosedur penelitian

Berdasarkan diagram alir di atas, setiap langkah penelitian tersebut bertujuan untuk mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK).

3.4 Tempat Penelitian

Tempat penelitian merupakan daerah atau lokasi objek penelitian dilakukan. Dalam penelitian ini, objek penelitian berada di PLTU Paiton Probolinggo. Peneliti memilih tempat ini karena PLTU Paiton Probolinggo merupakan industri pembangkit listrik terbesar di Asia Tenggara dan salah satu industri penyumbang polutan sulfur dioksida (SO_2). Hal ini menjadi daya tarik untuk diteliti guna mengetahui pola penyebaran polutan tersebut sehingga diharapkan mampu memberi informasi kepada masyarakat dan pihak terkait guna mengantisipasi dampak dari polutan tersebut.

Tempat untuk penyelesaian numerik dan pemodelan *Computational Fluid Dynamics* (CFD) dilakukan di laboratorium matematika gedung III FKIP Universitas Jember. Tempat yang digunakan telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung berupa komputer yang dilengkapi dengan program MATLAB untuk penyelesaian numerik dan FLUENT untuk simulasi pemodelan serta berbagai sumber-sumber elektronik lainnya. .

3.5 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data merupakan teknik atau cara yang digunakan untuk mendapatkan data dalam suatu penelitian. Menurut Sugiyono (2014), pengumpulan data dapat diperoleh dari hasil observasi, wawancara, dokumentasi, dan gabungan atau triangulasi. Metode pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode dokumentasi dan metode wawancara.

1. Metode dokumentasi

Metode dokumentasi adalah metode pengumpulan data yang berupa hal-hal atau variabel yang terdiri dari catatan, transkrip, buku, surat kabar, majalah, prasasti, notulen rapat, agenda dan lain sebagainya (Arikunto, 2006:234). Data yang diinginkan akan diperoleh dengan mempelajari buku, jurnal ilmiah serta berbagai data yang diambil dari catatan dan data-data dari internet.

2. Metode wawancara

Metode wawancara adalah metode yang memperoleh informasi dengan cara bertanya langsung kepada narasumber. Dengan metode wawancara, dilakukan tanya jawab pada salah satu karyawan PLTU Paiton dengan tujuan untuk mencari data fisik dari cerobong PLTU Paiton yang meliputi ketinggian cerobong (m), diameter cerobong (m), kecepatan aliran gas dalam cerobong (m/s), dan suhu gas ($^{\circ}C$), dll.

3.6 Data dan Analisis Data

Analisis data merupakan bagian yang sangat penting dalam suatu penelitian. Data yang diperoleh dari hasil pengumpulan data selanjutnya akan diklasifikasikan dan diorganisasikan secara sistematis serta diolah dan dianalisa secara logis menurut rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Analisis data diarahkan untuk memberi argumentasi atau penjelasan mengenai tujuan yang diajukan dalam penelitian, berdasarkan data atau fakta yang diperoleh. Analisis data dalam penelitian ini menjabarkan tentang ketercapaian dari perhitungan indikator-indikator yang telah diukur dan diamati model-modelnya.

Langkah pertama adalah membangun model matematika dari penyebaran polutan udara dari PLTU Paiton Probolinggo. Langkah berikutnya, menyelesaikan model matematika tersebut menggunakan metode volume hingga. Kemudian, melakukan diskritisasi menggunakan teknik QUICK hingga diperoleh matriks yang menyatakan persamaan dari setiap kontrol volume. Dari persamaan ini, peneliti akan menyelesaikan secara numerik menggunakan program MATLAB sehingga diperoleh penyelesaian yang konvergen. Hasil dari penyelesaian tersebut mendekati penyelesaian eksak dari persamaan diferensialnya.

Apabila dalam perhitungan MATLAB diperoleh *error* yang kecil antara perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya, maka hasil yang didapat sudah benar. Akan tetapi, apabila hasil dari perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya terdapat perbedaan yang signifikan, maka akan dicari kesalahan saat memodelkan dan melakukan validasi ulang proses penurunan rumus dan

juga penyelesaian dengan MATLAB hingga didapat hasil yang benar. *Error* yang digunakan dalam penelitian adalah *Error Relative*. Batasan untuk eror adalah 0,01. Dengan batasan *error* tersebut telah dapat menggambarkan akurasi yang baik karena kesalahan hanya bernilai 1% sehingga menandakan kesalahan tersebut cukup kecil. Keakuratan penyelesaian model matematika penyebaran polutan udara dari PLTU Paiton Probolinggo dapat ditentukan dengan menggunakan error relatif yang terdapat pada metode Gauss-Seidel yang digunakan peneliti.

Setelah melakukan perhitungan secara numerik terhadap model matematika penyebaran polutan udara dari PLTU Paiton Probolinggo. Langkah selanjutnya adalah mensimulasikan pola penyebaran polutan udara tersebut. Pola penyebaran polutan udara dibentuk menggunakan *software* GAMBIT, kemudian disimulasikan menggunakan *software* FLUENT. Dari simulasi tersebut akan ditampilkan penyebaran polutan udara di PLTU Paiton Probolinggo secara 2 dimensi. Tampilan simulasi pada FLUENT akan digabungkan dengan penampakan kawasan PLTU Paiton menggunakan *google earth* sehingga diketahui daerah-daerah yang terdampak dari penyebaran polutan udara tersebut.

Hasil dari analisis untuk mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK) melalui dua bagian yaitu *Technological Knowledge* (TK) dan *Content Knowledge* (CK). Kemampuan TK (*Technological Knowledge*) dapat diasah melalui penggunaan *software* MATLAB, GAMBIT dan FLUENT untuk mencari penyelesaian dan mensimulasikan model matematika dari penyebaran polutan udara di PLTU Paiton. Kemampuan CK (*Content Knowledge*) diasah melalui analisis penyebaran polutan udara di PLTU Paiton.

3.7 Instrumen Validasi

Instrumen validasi digunakan peneliti untuk memperoleh tingkat kevalidan dalam mengasah kemampuan *Technological Content Knowledge* (TCK) melalui analisis numerik penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton. Validasi yang digunakan adalah validasi teman sejawat atau lebih dikenal dengan istilah *peer validation*. Instrumen validasi tersebut digunakan untuk mengasah kemampuan

TCK meliputi aspek *Technological Knowledge* (TK) dan *Content Knowledge* (CK).

3.8 Metode Analisis Validasi

Adapun langkah-langkah metode analisis validasi untuk menentukan tingkat kevalidan instrumen dalam penelitian ini dijelaskan sebagai berikut:

- a. Rata-rata nilai hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^v V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

I_i : rata-rata nilai indikator ke- i

V_{ji} : data nilai dari validator ke- j terhadap indikator ke- i

j : validator ke-

i : indikator ke-

v : banyak validator

- b. Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^m I_{ji}}{m}$$

Keterangan :

A_i : rata-rata nilai aspek ke- i

I_{ji} : rata-rata nilai aspek ke- i indikator ke- j

j : indikator ke-

i : aspek ke-

m : banyak kriteria dalam aspek ke- i

- c. Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Keterangan :

V_a : nilai rata-rata total untuk semua aspek

A_i : rata-rata nilai aspek ke- i

n : banyak aspek

- d. Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel 3.1.

Tabel 3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen

Nilai V_a	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

Instrumen dapat digunakan jika telah memenuhi kriteria valid atau sangat valid sesuai dengan tabel di atas. Apabila instrumen masih dikategorikan cukup valid, maka peneliti harus melakukan revisi sesuai saran dari validator (dimodifikasi dari Hobri, 2010).

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan:

1. Model matematika penyebaran polutan sulfur dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo adalah persamaan yang dinyatakan berdasarkan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa yang diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi QUICK. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\begin{aligned}
 & C_e \left[\rho u \left(\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) \right] \Delta y \Delta t + \\
 & C_w \left[\rho u \left(\frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta y \Delta t + \\
 & C_n \left[\rho v \left(\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) \right] \Delta x \Delta t + \\
 & C_s \left[\rho v \left(\frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta x \Delta t = \\
 & -\rho \left(\frac{J_A (\Delta y \Delta t + \Delta x \Delta t)}{\Delta x \Delta y - D \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} \right) \Delta y \Delta t - \frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t) \\
 & + (u \nu_d + 2u\mu + v\mu) \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + (v \nu_d + 2v\mu + u\mu) \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + (u\mu + v\mu) \Delta t \\
 & + f_d \Delta x \Delta y \Delta t
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

2. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan rata-rata konsentrasi polutan SO_2 pada kecepatan angin sebesar 5.5 m/s, 6.25 m/s, dan 7 m/s berturut-turut sebesar 17.714 mg/Nm³, 13.192 mg/Nm³, dan 11.288 mg/Nm³. Hal ini menunjukkan semakin besar kecepatan angin disekitar cerobong (*stack*) maka nilai konsentrasi polutan SO_2 pada daerah yang terdampak semakin rendah dan polutan SO_2 akan terbawa semakin jauh dari cerobong. Arah persebaran polutan SO_2 berdasarkan angin muson barat terbawa dari arah barat laut menuju ke tenggara sedangkan angin muson timur membawa polutan SO_2 dari arah tenggara menuju ke barat laut.

3. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan rata-rata konsentrasi polutan SO_2 pada saat konsentrasi awal 4 mg/Nm^3 , 4.25 mg/Nm^3 , dan 4.5 mg/Nm^3 yang tersebar di udara berturut-turut sebesar 5.229 mg/Nm^3 , 8.195 mg/Nm^3 , dan 12.997 mg/Nm^3 .
4. Metode volume hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis pengaruh kecepatan angin dan konsentrasi awal terhadap penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo dengan *error* relatif sebesar 0.0076964 dan 0.0093447 dengan tingkat toleransi kesalahan perhitungan sebesar 0.01.
5. Hasil validasi diperoleh nilai 4.65 menunjukkan penelitian ini valid untuk mengasah kemampuan TCK peneliti melalui analisis numerik penyebaran polutan sulfur dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis model matematika penyebaran polutan sulfur dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo:

1. Perlu diadakan penelitian lanjutan dengan objek polutan yang lebih kompleks.
2. Perlu diadakan penelitian lanjutan mengenai faktor-faktor lain yang berpengaruh.
3. Simulasi polutan sulfur dioksida (SO_2) dari PLTU dapat dilakukan dengan bantuan *software* simulasi selain MATLAB dan FLUENT.

DAFTAR PUSTAKA

- Andrew et al. 2015. *A novel approach to mapping land conversion using Google Earth with an application to East Africa, Environmental Modelling and Software*. Volume 72, October 2015, Pages 1-9.
- Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Arhami, M. dan A. Desiani. 2005. *Pemrograman MATLAB*. Yogyakarta: ANDI.
- Arikunto, S. 2006. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Chai, C., Koh, J. H., dan Tsai, C. 2013. *A Review of Technological Pedagogical Content Knowledge*. *Journal of Educational Technology and Society*.16 (2), 31-51.
- Fatahillah, Arif. 2014. *Analisis Numerik Profil Sedimentasi Pasir pada Pertemuan Dua Sungai Berbantuan Software Fluent*. *Kadikma*, No. 3, Vol. 5, hal 35-40.
- Fatahillah, Dafik, EE Riastutik, Susanto. 2014. *The Analysis of Air Circulation on Coffee Plantation Based on the Level of Plants Roughness and Diamond Ladder Graph Cropping Pattern using Finite Volume Method*. *Unej*, No. 9, Vol. 7, hal 28.
- Godish, T. 1991. *Air Quality 2nd Ed*. Lewis Publishers, Inc: Chelsea.
- Greenpeace International. 2014. *Coal Impact on water*. [online] <http://www.greenpeace.org/international/en/campaigns/climate-change/coal/Water-impacts/>. [15 Desember 2018]
- Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika*. Jember: Pena Salsabila.
- Iramawati, Chandra, dkk. 2018. *Pengaruh Kecepatan Angin, Kelembapan dan Suhu Udara terhadap konsentrasi SO₂ Ambien dan Pemetaan SO₂ Ambien di Sekitar PT. Kawasan Industri Medan*. *Jurnal Dampak*, Vol. 15, No. 2, hal 72-76.
- Jack. 2006. *Metode Numerik*. UNILA, Lampung.

- Kadir, Abdul. 2013. *Pengenalan Algoritma: Pendekatan Secara Visual dan Interaktif menggunakan Raptor*. Yogyakarta: Andi.
- Koehler, M. J., Mishra, P., Ackaoglu, M. dan Rosenberg, J. M. 2013. *The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework for Teachers and Teacer Educators*. Commonwealth educational Media Center for Asia.
- Manonama, Tiny dan Soetopo, Widandi. (Juni, 2008). *Pemodelan Sebagai Sarana dalam Mencapai Solusi Optimal*. [Online]. Jurnal Teknik Sipil, No.3, Vol8: 184-192.
- Mladen, M.D. and Steven, J.W. 2015. *MaRGEE: Move and Rotate Google Earth Elements, Computers and Geosciences*. Vol. 85, Part A, Pages 1-9.
- Mungkasi, Sudi. 2011. *Metode Volume Hingga untuk Menyelesaikan Masalah Bendungan Bobol*. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Munir, Rinaldi. 2015. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika Bandung.
- Oke, T.R. 1978. *Boundary Layer Climates*. London: Methuen & Co Ltd.
- Peraturan Menteri Negara Lingkungan Hidup Nomor 21 Tahun 2008 Tentang Baku Mutu Emisi Sumber Tidak Bergerak Bagi Usaha dan/atau Kegiatan Pembangkit Tenaga Listrik Terma.
- Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 41 Tahun 1999 Tentang Pengendalian Pencemaran Udara.
- PT Sucofindo Prima Internasional Konsultan. 2015. *Laporan Monitoring Lingkungan*. Jakarta: Sprint Consultant.
- Ramza, Harry dan Yohannes Dewanto. 2007. *Buku Petunjuk Praktikum Teknik Pemrograman Menggunakan MATLAB*. Jakarta: Grasindo.
- Samosir, Ken Kevin dan Masykur. 2014. *Perbandingan Metode Fast-Decouple dan Metode Gauss-Seidell dalam Solusi Aliran Daya Sistem Distribusi 20KV dengan Menggunakan Etap Power Station dan MATLAB*. Singuda Ensikom, No.2, Vol. 7, hal 55-60.
- Soedomo. 2001. *Pencemaran Udara*. Bandung: ITB.

- Soenarmo, S.H. 1999. *Diktat Kuliah Meteorologi Pencemaran Udara*. Bandung: ITB.
- Sudarto. 2011. *Pemanfaatan dan Pengembangan Energi Angin untuk Proses Produksi Garam di Kawasan Timur Indonesia*. Jurnal TRITON, Vol. 7, No. 2, hal 6170.
- Sugiyono. 2014. *Metode penelitian pendidikan pendekatan kualitatif dan RnD*. Bandung: Alfabeta.
- Syaefudin, U. dan Syamsuddin, A. 2005. *Perencanaan Pendidikan Pendekatan Komprehensif*. Bandung. PT Remaja Rosdakarya Tur Dat.
- Syaifullah, M.D. 2017. *Analisis Kondisi Udara Atas Wilayah Indonesia*. Jurnal Meteorologi dan Geofisika. VOL. 18 NO. 1, 1-12.
- Tuakia, F. 2008. *Dasar-dasar CFD Menggunakan Fluent*. Bandung: Informatika.
- Utami, E. dan Sukrisno. 2005. *10 Langkah Belajar Logika dan Algoritma, Menggunakan Bahasa C dan C++ di GNU/Linux*. Yogyakarta: Andi.
- White, F.M., 2011. *FLUID MECHANICS, 7th ed*. McGraw Hill, Americas, New York.
- White, Frank M. 1986. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga.
- Widowati dan Sutimin. 2007. *Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Wirjohamidjojo, S. dan Swarinoto, Y.S. 2007. *Praktek Meteorologi Pertanian*. Jakarta: Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika.
- Xiaofei et al. 2016. *Modelling of Pollutant Dispersion with Atmospheric Instabilities in An Industrial Park*. China: Elsevier.
- Yusup, Muhammad. 2013. *Jurnal Pendekatan Model Matematik Dalam Pembelajaran Fisika*. [Online]. <http://eprintsunri.ac.id>. [21 Desember 2018]
- Zavila, Ondrej. 2012. *Physical Modeling of Gas Pollutant Motion in The Atmosphere*. INTECH

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Tujuan	Sumber Data	Metode Penelitian
Analisis Numerik Penyebaran Polutan Udara dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan <i>Technological Content Knowledge</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bagaimana model matematika dari penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo? 2. Bagaimana pengaruh kecepatan dan arah angin terhadap penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo? 3. Bagaimana pengaruh konsentrasi gas polutan dari cerobong terhadap penyebaran konsentrasi polutan di udara? 4. Bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Penyebaran polutan SO_2 2. Kecepatan dan arah angin 3. Konsentrasi gas polutan 4. Metode volume hingga 5. Kemampuan <i>Technological Content Knowledge</i> 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengetahui model matematika dari penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo. 2. Mengetahui pengaruh kecepatan dan arah angin terhadap penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo. 3. Mengetahui pengaruh konsentrasi gas polutan dari cerobong terhadap penyebaran konsentrasi polutan di udara. 4. Mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran polutan SO_2 di PLTU Paiton Probolinggo. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Xiaofei et al. 2016 <i>Modelling of Pollutant Dispersion with Instabilities in An Industrial Park. China: Elsevier</i> 2. Kepustakaan 3. Wawancara 	Metode Simulasi

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Tujuan	Sumber Data	Metode Penelitian
	5. Bagaimana kevalidan dalam mengasah kemampuan <i>Technological Content Knowledge</i> (TCK) melalui analisis model matematika penyebaran polutan SO_2 di PLTU menggunakan metode volume hingga?		5. Mengetahui kevalidan dalam mengasah kemampuan <i>Technological Content Knowledge</i> (TCK) melalui analisis model matematika penyebaran polutan SO_2 di PLTU menggunakan metode volume hingga.		

LAMPIRAN B. SURAT IZIN PENELITIAN



KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI

UNIVERSITAS JEMBER

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalsobo Jember 68121
Telepon: (0331)- 330234, 334267, 337422, 333147 * Faksimile: 0331-339029
Laman: www.fkip.unj.ac.id

Nomor : 1964/UN25.1.5/LT/2019
Lampiran :
Hal : Permohonan Izin Penelitian

12 MAR 2019

- Yth. ① General Manager PT. PJB UP Paiton Probolinggo
2. General Manager PT. JAWA POWER Probolinggo
3. General Manager PT. Paiton Energy Probolinggo

Diberitahukan dengan hormat, bahwa mahasiswa FKIP Universitas Jember di bawah ini:

Nama : Muhammad Ali Masyhudi
NIM : 150210101076
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika

Berkenaan dengan penyelesaian studinya, mahasiswa tersebut bermaksud melaksanakan penelitian di instansi yang Saudara pimpin dengan judul "Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) dari PLTU Paiton Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK". Sehubungan dengan hal tersebut, mohon Saudara berkenan memberikan izin dan sekaligus memberikan bantuan informasi yang diperlukan.

Demikian permohonan ini kami sampaikan atas perhatian dan kerjasama yang baik kami sampaikan terima kasih.

a.n. Dekan
Wakil Dekan I,

Prof. Dr. Suratno, M.Si.
NIP. 196706251992031003

LAMPIRAN C. SURAT BALASAN HASIL PENELITIAN



Nomor: 005/335
 Status: biasa
 Lampiran: 1 (satu) berkas

Paiton, 28 Maret 2019

Keptu:

Yth. Wakil Dekan I
 Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
 Universitas Jember
 Jl. Kalimantan No. 37
 Kampus Bumi Tegaloko - Jember
 Telp & Fax: (0331) 334588

Perihal: Peretujuan Penelitian Universitas Jember an Muhammadiyah AII M

Merindaklanjuti surat dari Universitas Jember Perihal: Permohonan Ijin Penelitian dengan Nomor 1064/UN25 / S/1.T/2019. Sekubungan dengan perihal tersebut, maka dengan ini kami sampaikan bahwa pada dasarnya kami dapat menerima permohonan mahasiswa saudara atas nama:

No	Nama	Judul Penelitian	Pembimbing
1	Muhammad Ali Masghudi	Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO ₂) dan PLTid Paiton Probolinggo menggunakan Metode Volume hingga untuk mengasah Kemampuan TCR.	Ervan Ari

Untuk melaksanakan Penelitian di PT PJB Unit Pembangkitan Paiton untuk pelaksanaan pada tanggal 04 - 05 April 2019 di Bidang Rencad Operasi, setelah memenuhi persyaratan terlampir.

Sesuai dengan kebijakan perusahaan tentang "PJB Bersih", mohon untuk tidak memberikan suvenir, cenderamata ataupun bingkisan terkait pelaksanaan PKL/Wagang.

Demikian atas perhatian dan kerjasamanya diucapkan terima kasih.



PT PJB UNIT PEMBANGKITAN PAITON
 Jl. Raja Surabaya - Situbondo KM. 142 Paiton, Probolinggo 67291 - Indonesia
 ☎ : (02-335) 771605 (Hunting) / (02-335) 771819 E-mail : upptn@pajb.com

LAMPIRAN D. PEDOMAN WAWANCARA

PEDOMAN WAWANCARA

NAMA :

NPK :

Daftar Pertanyaan

No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Apa jenis bahan bakar apa yang digunakan dalam PLTU ini?	
2.	Berapa banyak rata-rata konsumsi bahan bakar digunakan (ton jam^{-1})?	
3.	Berapa tinggi cerobong (m) dari PLTU ini?	
4.	Berapa diameter dalam cerobong (m) dari PLTU ini?	
5.	Berapa suhu gas ($^{\circ}\text{C}$) dalam cerobong?	
6.	Berapa rata-rata kecepatan gas keluar (ms^{-1}) dari cerobong?	

LAMPIRAN E. HASIL WAWANCARA

DATA HASIL WAWANCARA

NAMA : Mr. Ervan Ari
 NPK : 001

Daftar Pertanyaan

No.	Pertanyaan	Jawaban
1.	Apa jenis bahan bakar apa yang digunakan dalam PLTU ini?	Batu Bara
2.	Berapa banyak rata-rata konsumsi bahan bakar digunakan (ton jam^{-1})?	199,837
3.	Berapa tinggi cerobong (m) dari PLTU ini?	220
4.	Berapa diameter dalam cerobong (m) dari PLTU ini?	6.85
5.	Berapa suhu gas ($^{\circ}\text{C}$) dalam cerobong?	199,5
6.	Berapa rata-rata kecepatan gas keluar (ms^{-1}) dari cerobong?	20

*sumber: PT. PJB UP Paiton Probolinggo
 tanggal: 04 April 2019*

LAMPIRAN F. FORMAT *PROGRAMMING* MATLAB

F.1 Format *Programming* Simulasi Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Kecepatan Angin Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidel.

```

clear all; clc;
disp('=====');
disp('= SIMULASI PROGRAM PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA =');
disp('=          PLTU PAITON PROBOLINGGO          =');
disp('=          Dipengaruhi Oleh Kecepatan Angin   =');
disp('=          Menggunakan Metode Gauss-Seidel    =');
disp('=          Oleh: MUHAMMAD ALI MASYHUDI        =');
disp('=          NIM 150210101076                    =');
disp('=====');
%TAHAP INPUT
m=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu x = ');
n=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu y = ');
u1=input('kecepatan angin_1 (m/s) = ');
u2=input('kecepatan angin_2 (m/s) = ');
tol=input('masukkan batas toleransi = ');
N=input('masukkan iterasi maksimum = ');
for i=1:m*n;
    k=1:1;
    X0(i,k)=input(['Tebakan awal X (' ,num2str(i), ':' ,num2str(k),')=']);
end
%TAHAP INISIALISASI
deltx=2.8; delty=25; deltt=0.0091;
rho=2.63;           %massa jenis SO_2 (kg/m^3)
rhou=1.293;        %massa jenis udara (kg/m^3)
mu=0.05;           %kekentalan fluida
c=4;               %koncentrasi SO_2
d=6;               %massa molekul (g/mol)
qc=0.0073;        %intensitas kontaminasi (kg/m^3s)
vd=0.0021;        %viskositas dinamik (kg/ms)
Ja=0.045;         %jumlah fluks massa
p=40;              %tekanan
cd=0.00023;       %koefisien gesek
Ap=10^(-5);       %luas permukaan partikel
vi=20;            %kecepatan arah sumbu y (saat pancaran)(m/s)
fd=(-cd*rhou*vi.^2*Ap)/2; %gaya hambat
z0=2;             %tinggi saat pengukuran (m)
z=220;           %tinggi cerobong (m)

```

```

Ac=36.83; %luas penampang cerobong (m^2)
du=(u2-u1)/2; Xall_plot=[];
for u0=u1:du:u2; %kecepatan angin (mg/Nm^3)
    u=(u0*((z/z0)^0.2)); %kecepatan sb x
    v=c*Ac*vi*0.1; %kecepatan sb y
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN MATRIK
A=((1/8)*(rho*u))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(delty*deltt));
B(((7/8)*(rho*u))*((-deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+1)*(delty*deltt));
C((3/8)*rho*(u*((deltx*delty)/((deltx*delty)-d*(((delty*deltt)/deltx)+
    ((deltx*deltt)/delty)))-1)*delty*deltt+v*((deltx*delty)/
    ((deltx*delty)-d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*
    deltx*deltt));
D(((3/8)*(rho*u))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(delty*deltt));
E(((1/8)*(rho*v))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(deltx*deltt));
F(((7/8)*(rho*v))*(-deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+1)*(deltx*deltt));
G(((3/8)*(rho*v))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(deltx*deltt));
H=-rho*((Ja*(delty*deltt+deltx*deltt)+qc*deltx*delty*deltt)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*((delty*deltt)-
    (1/rho)*((p*delty*deltt)+(p*deltx*deltt)))+(u*vd+2*u*mu+v*mu)*((delty*
    deltt)/deltx)+(v*vd+2*v*mu+v*mu)*((delty*deltt)/deltx)+(u*mu+v*mu)*
    deltt+fd*deltx*deltx*deltt;
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;

```

```

K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K;
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=H;

%TAHAP Pengerjaan Matriks
R=X0'; w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N;
    for i=1:m*n;
        S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
        X1(i)=S/K(i,i);
    end
    e=abs(X1-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X1)+eps);
    X0=X1;
    R=[R,X0'];
    if(error<tol)|(reller<tol),break,end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]); R; X1;
X_all=[X_all X1]; Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)]; end

%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'ro','MarkerEdgeColor','K',
'MarkerFaceColor','c','linewidth',1.5);
xlabel('JARAK DARI STACK','color',[0 0 1],'fontweight','bold',
'fontsize',12);
ylabel('KONSENTRASI (mg/Nm^3)','color',[0 0 1],'fontweight','bold',
'fontsize',12);
title('SIMULASI PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA PLTU PAITON PROBOLINGGO',
'color',[0 0 1],'fontweight','bold','fontsize',12);
legend(strcat('kecepatan angin =',num2str((u1:du:u2))),' m/s');
grid on; hold on; disp('Gauss-Seidel method converged');

```

F.2 Format *Programming* Simulasi Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Konsentrasi Awal Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidel.

```

clear all; clc;
disp('=====');
disp('= SIMULASI PROGRAM PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA =');
disp('=          PLTU PAITON PROBOLINGGO          =');
disp('=          Dipengaruhi Oleh Konsentrasi Awal          =');
disp('=          Menggunakan Metode Gauss-Seidel          =');
disp('=          Oleh: MUHAMMAD ALI MASYHUDI          =');
disp('=          NIM 150210101076          =');
disp('=====');
%TAHAP INPUT
m=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu x = ');
n=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu y = ');
c1=input('konsentrasi awal_1 (mg/Nm^3) = ');
c2=input('konsentrasi awal_2 (mg/Nm^3) = ');
tol=input('masukkan batas toleransi = ');
N=input('masukkan iterasi maksimum = ');
for i=1:m*n;
    k=1:1;
    X0(i,k)=input(['Tebakan awal X (',num2str(i),':',num2str(k),')=']);
end

%TAHAP INISIALISASI
deltx=5.0; delty=74; deltt=1.5;
rho=2.63; %massa jenis SO_2 (kg/m^3)
rhou=1.293; %massa jenis udara (kg/m^3)
mu=1.16; %kekentalan fluida
d=6; %massa molekul (g/mol)
qc=0.0073; %intensitas kontaminasi (kg/m^3s)
vd=0.0021; %viskositas dinamik (kg/ms)
Ja=0.045; %jumlah fluks massa
p=40; %tekanan
cd=0.00023; %koefisien gesek
Ap=10^(-5); %luas permukaan partikel
u0=4; %kecepatan arah sumbu x(m/s)
vi=20; %kecepatan arah sumbu y (saat pancaran)(m/s)
fd=(-cd*rhou*vi.^2*Ap)/2; %gaya hambat
z0=2; %tinggi saat pengukuran (m)

```

```

z=220; %tinggi cerobong (m)
Ac=36.83; %luas penampang cerobong (m^2)
dc=(c2-c1)/2; Xall_plot=[];
for ci=c1:dc:c2; %konsentrasi zat (mg/Nm^3)
    u=(u0*((z/z0)^0.2)); %kecepatan sb x
    v=ci*Ac*vi*0.1; %kecepatan sb y
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN MATRIK
A=((1/8)*(rho*u))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))-1)*(delty*deltt));
B(((7/8)*(rho*u))*((-deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+1)*(delty*deltt));
C(((3/8)*rho*(u*((deltx*delty)/((deltx*delty)-d*(((delty*deltt)/deltx)+
    ((deltx*deltt)/delty)))-1)*delty*deltt+v*((deltx*delty)/
    ((deltx*delty)-d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*
    deltx*deltt));
D(((3/8)*(rho*u))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))-1)*(delty*deltt));
E(((1/8)*(rho*v))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))-1)*(deltx*deltt));
F(((7/8)*(rho*v))*(-deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+1)*(deltx*deltt));
G(((3/8)*(rho*v))*((deltx*delty)/((deltx*delty)-
    d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))-1)*(deltx*deltt));
H=-rho*((Ja*(delty*deltt+deltx*deltt)+qc*deltx*delty*deltt)/((deltx*delty)
    -d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*(delty*deltt)-
    (1/rho)*((p*delty*deltt)+(p*deltx*deltt)+(u*vd+2*u*mu+v*mu))*((delty*
    deltt)/deltx)+(v*vd+2*v*mu+v*mu))*((delty*deltt)/deltx)+(u*mu+v*mu)*
    deltt+fd*deltx*deltx*deltt;
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j

```

```

K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K;
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=H;
%TAHAP Pengerjaan Matriks
R=X0'; w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N;
    for i=1:m*n;
        S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
        X1(i)=S/K(i,i);
    end
    e=abs(X1-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X1)+eps);
    X0=X1;
    R=[R,X0'];
    if(error<tol)|(reller<tol),break,end;
end;
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]); R; X1;
X_all=[X_all X1]; Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)]; end
%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'ro','MarkerEdgeColor','K',
'MarkerFaceColor','c','linewidth',1.5);
xlabel('JARAK DARI STACK','color',[0 0 1],'fontweight','bold',
'fontsize',12);
ylabel('KONSENTRASI (mg/Nm^3)','color',[0 0 1],'fontweight','bold',
'fontsize',12);
title('SIMULASI PENYEBARAN POLUTAN SULFUR DIOKSIDA PLTU PAITON PROBOLINGGO',
'color',[0 0 1],'fontweight','bold','fontsize',12);
legend(strcat('konsentrasi awal= ',num2str((c1:dc:c2)'),' mg/Nm^3'));
grid on; hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');

```

LAMPIRAN G. HASIL SIMULASI PROGRAM MATLAB

G.1 Simulasi Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Kecepatan Angin Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidel

Tabel hasil simulasi penyebaran polutan sulfur dioksida (SO_2) dengan kecepatan Angin 5.50 m/s , 6.25 m/s , dan 7.00 m/s .

Node ke-	5.50 m/s	6.25 m/s	7.00 m/s
1	10.746	9.720	8.891
2	17.037	15.494	14.082
3	19.701	17.805	15.933
4	20.524	18.226	15.968
5	20.533	17.765	15.221
6	20.212	16.956	14.247
7	19.781	16.065	13.308
8	19.336	15.220	12.507
9	18.920	14.475	11.867
10	18.552	13.848	11.376
11	18.238	13.338	11.011
12	17.978	12.932	10.745
13	17.766	12.616	10.555
14	17.597	12.374	10.419
15	17.465	12.192	10.325
16	17.362	12.056	10.259
17	17.284	11.956	10.213
18	17.226	11.883	10.182
19	17.182	11.830	10.161
20	17.149	11.792	10.146
21	17.126	11.765	10.136
22	17.108	11.746	10.130
23	17.096	11.733	10.125
24	17.087	11.723	10.122
25	17.081	11.717	10.120
26	17.076	11.712	10.119
27	17.073	11.709	10.118
28	17.071	11.707	10.118
29	17.070	17.070	10.117
30	17.069	17.052	10.117

G.2 Simulasi Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Konsentrasi Awal Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seidel

Tabel hasil simulasi penyebaran polutan sulfur dioksida (SO_2) dengan konsentrasi awal 4.00 mg/Nm^3 , 4.25 mg/Nm^3 , dan 4.50 mg/Nm^3 .

Node ke-	4.00 mg/Nm^3	4.25 mg/Nm^3	4.50 mg/Nm^3
1	7.434	8.982	10.037
2	10.913	13.811	15.789
3	11.336	15.170	17.948
4	10.368	14.741	18.226
5	9.001	13.581	17.671
6	7.693	12.237	16.810
7	6.608	10.963	15.893
8	5.774	9.861	15.034
9	5.161	8.957	14.278
10	4.725	8.243	13.641
11	4.422	7.693	13.119
12	4.214	7.278	12.701
13	4.074	6.972	12.373
14	3.980	6.748	12.120
15	3.918	6.587	11.928
16	3.877	6.472	11.783
17	3.851	6.391	11.676
18	3.833	6.335	11.598
19	3.822	6.296	11.541
20	3.815	6.269	11.500
21	3.810	6.251	11.471
22	3.807	6.238	11.450
23	3.805	6.230	11.435
24	3.804	6.224	11.425
25	3.803	6.220	11.418
26	3.803	6.218	11.413
27	3.803	6.216	11.410
28	3.802	6.215	11.408
29	3.802	6.214	11.406
30	3.802	6.214	11.405

LAMPIRAN H. HASIL PERHITUNGAN *ERROR RELATIF*

H.1 Hasil Perhitungan *Error Relatif* Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Kecepatan Angin Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seide

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	10.746	-
2	17.037	6.291
3	19.701	2.664
4	20.524	0.823
5	20.533	0.009
6	20.212	0.321
7	19.781	0.431
8	19.336	0.445
9	18.920	0.416
10	18.552	0.368
11	18.238	0.314
12	17.978	0.26
13	17.766	0.212
14	17.597	0.169
15	17.465	0.132
16	17.362	0.103
17	17.284	0.078
18	17.226	0.058
19	17.182	0.044
20	17.149	0.033
21	17.126	0.023
22	17.108	0.018
23	17.096	0.012
24	17.087	0.009
25	17.081	0.006
26	17.076	0.005
27	17.073	0.003
28	17.071	0.002
29	17.070	0.001
30	17.069	0.001

$$error\ relatif = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{16.9376 - 17.069}{17.069} \right| = 0.0076964$$

dengan: X_0 = tebakan awal
 X_i = nilai numerik

H.2 Hasil Perhitungan *Error Relatif* Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida (SO_2) Berdasarkan Konsentrasi Awal Menggunakan Metode Iterasi Gauss Seide

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	10.037	-
2	15.789	5.752
3	17.948	2.159
4	18.226	0.278
5	17.671	0.555
6	16.810	0.861
7	15.893	0.917
8	15.034	0.859
9	14.278	0.756
10	13.641	0.637
11	13.119	0.522
12	12.701	0.418
13	12.373	0.328
14	12.120	0.253
15	11.928	0.192
16	11.783	0.145
17	11.676	0.107
18	11.598	0.078
19	11.541	0.057
20	11.500	0.041
21	11.471	0.029
22	11.450	0.021
23	11.435	0.015
24	11.425	0.01
25	11.418	0.007
26	11.413	0.005
27	11.410	0.003
28	11.408	0.002
29	11.406	0.002
30	11.405	0.001

$$error\ relatif = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{11.5116 - 11,405}{11,405} \right| = 0.0093447$$

dengan: X_0 = tebakan awal

X_i = nilai numerik

LAMPIRAN I. PEDOMAN VALIDASI

PEDOMAN VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : MUHAMMAD ALI MASYHUDI
 NIM : 150210101076
 JUDUL SKRIPSI : ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN POLUTAN
 SULFUR DIOKSIDA (SO_2) DARI PLTU PAITON
 PROBOLINGGO MENGGUNAKAN METODE VOLUME
 HINGGA UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.

b) Rubrik Penilaian:

- 1: peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
- 2: peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
- 3: peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
- 4: peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
- 5: peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.					
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri pada benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.					
	Peneliti mampu membuat simulasi penyebaran polutan SO_2 dengan menggunakan FLUENT yang dikombinasikan dengan aplikasi <i>google earth</i> untuk mengetahui daerah yang terdampak polutan.					
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.					
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.					
	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo.					
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.					
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.					

IDENTITAS VALIDATOR

NAMA :

Jember,

Validator

(.....)

LAMPIRAN J. ANALISIS HASIL VALIDASI

Hasil analisis validasi oleh validator dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek TCK	Indikator	Penilaian Validator ke-		I_i	A_i	Capaian Teoritis	Capaian Validasi	Capaian Kumulatif Teoritis	Capaian Kumulatif Validasi	V_a
		1	2							
TK	1a	5	4	4.5	4.7	50%	47%	50%	47%	4.65
	1b	4	5	4.5						
	1c	5	5	5						
	1d	5	5	5						
	1e	5	4	4.5						
CK	2a	5	4	4.5	4.6	50%	46%	100%	93%	
	2b	5	5	5						
	2c	5	4	4.5						
	2d	5	4	4.5						
	2e	4	5	4.5						

Keterangan : Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen dalam mengasah kemampuan TCK (*Technological and Content Knowledge*) adalah valid

LAMPIRAN K. LEMBAR PENILAIAN VALIDASI

K.1 Penilaian Validator 1

**PEDOMAN VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA**

NAMA MAHASISWA : MUHAMMAD ALI MASYHUDI
 NIM : 150210101076
 JUDUL SKRIPSI : ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN POLUTAN
 SULFUR DIOKSIDA (SO_2) DARI PLTU PAITON
 PROBOLINGGO MENGGUNAKAN METODE VOLUME
 HINGGA UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

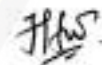
Petunjuk!

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
 b) Rubrik Penilaian:
 1: peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 2: peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 3: peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 4: peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 5: peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.					✓
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri pada benda yang akan diteliti pada GAMBIT.				✓	
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					✓

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.					✓
	Peneliti mampu membuat simulasi penyebaran polutan SO_2 dengan menggunakan FLUENT yang dikombinasikan dengan aplikasi <i>google earth</i> untuk mengetahui daerah yang terdampak polutan.					✓
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.					✓
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.					✓
	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo.					✓
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.					✓
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.				✓	

IDENTITAS VALIDATOR

NAMA : Ratna DamayantiJember, 10 Mei 2019
Validator

(Ratna Damayanti)

K.2 Penilaian Validator 2

**PEDOMAN VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA**

NAMA MAHASISWA : MUHAMMAD ALI MASYHUDI
 NIM : 150210101076
 JUDUL SKRIPSI : ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN POLUTAN
 SULFUR DIOKSIDA (SO_2) DARI PLTU PAITON
 PROBOLINGGO MENGGUNAKAN METODE VOLUME
 HINGGA UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
 b) Rubrik Penilaian:
 1: peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 2: peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 3: peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 4: peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan;
 5: peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.				✓	
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri pada benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					✓
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					✓

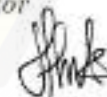
Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.					✓
	Peneliti mampu membuat simulasi penyebaran polutan SO_2 dengan menggunakan FLUENT yang dikombinasikan dengan aplikasi <i>google earth</i> untuk mengetahui daerah yang terdampak polutan.				✓	
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.					✓
	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo.				✓	
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran polutan SO_2 dari PLTU Paiton Probolinggo menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.					✓

IDENTITAS VALIDATOR

NAMA : MOCH. GANGGA DFFP

Jember, 13 MEI 2019

Validator



(Moch. Gangga DFFP.)

LAMPIRAN L. LEMBAR REVISI SKRIPSI



KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
 Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
 Telepon: 0331-334988, 330738 Faks: 0331-334988
 Laman: www.fkip.unsj.ac.id

LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA : Muhammad Ali Masyhudi
 NIM : 150210101076
 JUDUL SKRIPSI : Analisis Numerik Penyebaran Polutan Sulfur Dioksida dari PLTU Paiton
 Probolinggo Menggunakan Metode Volume Hingga untuk Mengasah
 Kemampuan TCK
 TANGGAL UJIAN : 27 Mei 2019
 PEMBIMBING : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
 Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	i	Judul diperbaiki, menghapus notasi rumus kimia
2.	vii	Memperbaiki ringkasan
3.	xvii	Menghapus lambang yang tidak perlu
4.	9	Perbaiki kata interpretasi menjadi interpretasi
5.	73-74	Perbaiki kalimat penjas dalam pembahasan
6.	84	Kesimpulan nomor 3 diperbaiki

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD dan Tanggal
Ketua	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.	
Sekretaris	Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.	
Anggota	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.	
	Drs. Suharto, M.Kes.	

Jember, 17 Juni 2019

Mengetahui / menyetujui :
 Dosen Pembimbing II,

Mahasiswa Yang Bersangkutan

Dosen Pembimbing I,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
 NIP. 19820529 100912 1 003

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.
 NIP. 19850316 201504 1 001
 Mengetahui,
 Ketua Jurusan P.MIPA

Muhammad Ali Masyhudi
 NIM. 150210101076

Dr. Puji Wahyuni, M.Kes.
 NIP. 19600309 198702 2 002