PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF *UNICYCLIC* DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Rivaldi Arganata

NIM 140210101090

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2018

PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF *UNICYCLIC* DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Rivaldi Arganata
NIM 140210101090

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2018

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah S.W.T Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1) Ayahanda tercinta Yuswono Prasetiyo dan Ibunda tercinta Rina Sulawati yang senantiasa memberikan dorongan, semangat dan kasih sayang berlimpah serta cucuran keringat dan doa yang tak pernah putus dalam mengiringiku meraih impian, juga kakakku Efriyanti Nilasari dan keluarga besarku yang selalu memberikan motivasi dan support;
2) Teman terbaikku Ira Ayu Agustin yang telah memberikan semangat, doa dan menemaniku dalam penyelesaian skripsi ini;
3) Sahabat-sahabat terbaikku OFA: Albab, Arif, Habiby, Hendro, Recha, Faruq, Mila, Novia, Icha, Nurul, Inggrit, Umairotul, dan Ma'rifatul yang senantiasa menemani, memberikan semangat, dan menorehkan sebuah pengalaman dan kenangan indah yang tak terlupakan;
4) Keluarga besar Matric '14, yang telah memberikan kenangan dan pengalaman yang berharga;
5) Teman-teman PEGA (Dita, Cahyo, Hilda) yang telah memberikan segenap dukungannya;
6) Teman-teman graf (Zahiro, Ali, Lusi, Nafida) yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini;
7) Para guru dan Bapak/Ibu dosen yang telah memberikan ilmunya dan membimbing dalam segala hal;

MOTTO

"Memulai dengan penuh keyakinan. Menjalankan dengan penuh keikhlasan. Menyelesaikan dengan penuh kebahagiaan."
(Muhammad Zainuddin Abdul Majid)

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama"
(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.)

"Tanpa mengalami kekalahan kita tidak akan mendapatkan kemenangan yang sesungguhnya"
(Inazuma Eleven)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rivaldi Arganata

NIM : 140210101090

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pewarnaan Sisi Total pada Keluarga Graf *Unicyclic* dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan kepada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 20 September 2018

Yang menyatakan,

Rivaldi Arganata

NIM. 140210101090

HALAMAN PEMBIMBINGAN

PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF *UNICYCLIC* DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh
Rivaldi Arganata
NIM 140210101090

Dosen Pembimbing 1	:	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2	:	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2018

HALAMAN PENGAJUAN

PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF *UNICYCLIC* DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan syarat untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama	: Rivaldi Arganata
NIM	: 140210101090
Tempat dan Tanggal Lahir	: Jember, 30 Maret 1995
Jurusan / Program Studi	: Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19670420 199201 1 001	NIP. 19820529 200912 1 003

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal pada Keluarga Graf *Unicyclic* dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari, tanggal : Kamis, 20 September 2018

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. NIP. 19670420 199201 1 001	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. NIP. 19820529 200912 1 003
Anggota I,	Anggota II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D. NIP. 19680802 199303 1 004	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. NIP. 19700307 199512 2 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal pada Keluarga Graf *Unicyclic* dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Rivaldi Arganata, 140210101090; 2018: 106 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pewarnaan merupakan bagian dari teori graf yang banyak manfaatnya dalam kehidupan. Pewarnaan graf adalah proses mewarnai elemen pada graf, dan setiap elemen graf yang bertetangga tidak boleh memiliki warna yang sama dan harus menggunakan warna seminimal mungkin. Terdapat topik baru dalam pewarnaan graf yaitu pewarnaan sisi total antiajaib lokal. Topik pewarnaan ini mengaitkan konsep pewarnaan sisi dengan pelabelan total antiajaib lokal, sehingga warna dari setiap sisi diperoleh dari penjumlahan dua label titik yang membentuk sisi graf tersebut dengan label sisi itu sendiri. Graf yang digunakan untuk penelitian dalam pewarnaan sisi total antiajaib lokal adalah keluarga graf *unicyclic*.

Graf *unicyclic* adalah graf terhubung yang memuat tepat satu siklus. Graf ini dapat diperoleh dengan menambahkan sisi baru kedalam graf pohon. Graf *unicyclic* mempunyai n titik dan m sisi, dimana jumlah titik sama dengan jumlah sisi dalam graf. Pada penelitian ini graf *Unicyclic* yang akan diteliti yaitu graf *tadpole*, graf *pan*, graf *peach*, dan graf *sun*. Pemilihan graf tersebut karena masih belum ada yang menelitinya dan graf tersebut memungkinkan untuk diteliti pada topik ini.

Pada penelitian ini menggunakan metode pendeteksian pola dan metode deduktif aksiomatik dalam menentukan nilai dari bilangan kromatik sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* yang dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Penelitian ini menghasilkan empat teorema antara lain :

Teorema 1. *Untuk graf tadpole* $T_{m,n}$ *dimana* $m \geq 3$ *dan* $n \geq 1$*, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu* $\gamma_{leat}(T_{m,n}) = 3$.

Teorema 2. *Untuk graf pan* $T_{(m-1),1}$ *dimana* $m \geq 4$*, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu* $\gamma_{leat}(T_{(m-1),1}) = 3$.

Teorema 3. *Untuk graf peach C_m^n dimana $m \geq 3$ dan $n \geq 1$, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu $\gamma_{leat}(C_m^n) = n + 2$.*

Teorema 4. *Untuk graf* sun S_n *dimana $n \geq 3$, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu*

(i) $\gamma_{leat}(S_n) = 3$, untuk n ganjil

(ii) $3 \leq \gamma_{leat}(S_n) \leq 5$, untuk n genap

.

Kaitan antara keterampilan proses berpikir tingkat tinggi dengan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* yaitu mengingat (mengingat kembali dasar-dasar graf, dan mengenali graf yang digunakan), memahami (membuat himpunan titik dan sisi dari graf yang diteliti dan kardinalitasnya), menerapkan (menerapkan pelabelan total sehingga ditemukan suatu pola dimana setiap dua sisi yang bertetangga mempunyai bobot atau warna yang berbeda), menganalisis (menentukan fungsi pelabelan titik, sisi dan fungsi bobot serta menyelidiki batas atas dan batas bawah dari graf yang diteliti), mengevaluasi (mengecek fungsi peabelan titik, sisi dan bobot serta mengecek kebenarannya), dan mencipta (menemukan nilai bilangan kromatik sehingga tercipta teorema baru).

PRAKATA

Segala puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat, taufik, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal pada Keluarga Graf *Unicyclic* dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada :

1) Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2) Ibu Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes. selaku Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3) Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4) Ibu Ervin Oktavianingtyas S.Pd., M.Pd. selaku Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan;
5) Bapak Drs. Suharto, M.Kes. selaku Ketua Komisi Bimbingan Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan;
6) Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing skripsi yang sangat sabar dalam membimbing;
7) Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D. dan Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku penguji skripsi yang telah memberikan saran demi perbaikan skripsi yang lebih baik;
8) Ibu Ervin Oktavianingtyas S.Pd., M.Pd. selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan arahan;
9) Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;

10) Teman seperjuangan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika angkatan 2014;
11) Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bimbingan, bantuan, dan dukungan yang diberikan dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhir kata penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 20 September 2018

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
v_p	=	Titik ke-p pada suatu graf
e_q	=	Sisi ke-q dari suatu graf
$\|V(G)\|$	=	Banyaknya titik dari graf G yang disebut *order*
$\|E(G)\|$	=	Banyaknya sisi dari graf G yang disebut ukuran (*size*)
$\Delta(G)$	=	Derajat terbesar pada graf G
$\delta(G)$	=	Derajat terkecil pada graf G
γ	=	Bilangan kromatik sisi pada graf G
$\gamma_{lea}(G)$	=	Bilangan kromatik sisi antiajaib lokal pada graf G
$\gamma_{leat}(G)$	=	Bilangan kromatik sisi total antiajaib lokal pada graf G
$deg(e_i)$	=	Derajat dari suatu sisi e_i
w_u	=	Bobot sisi u atau warna sisi u
w_v	=	Bobot sisi v atau warna sisi v
$E(u)$	=	Sisi yang bersisian dengan u
v_i	=	Titik ke-i
v_j	=	Titik ke-j
$N(u)$	=	Himpunan semua tetngga dari titik u
$\|A\|$	=	Banyaknya anggota dari himpunan A
$\|B\|$	=	Banyaknya anggota dari himpunan B
U_n	=	Suku ke-n

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Abad ke-21 merupakan abad dimana dunia dalam bidang teknologi mengalami perkembangan pesat, termasuk juga ilmu pengetahuan yang ikut berkembang seiring dengan berkembangnya teknologi. Berbagai macam ilmu pengetahuan mampu diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya adalah matematika. Matematika merupakan ilmu dasar yang mendasari perkembangan teknologi dan berperan penting dalam meningkatkan keterampilan berpikir.

Keterampilan berpikir termasuk ke dalam ranah kognitif. Ranah kognitif diklasifikasikan oleh Bloom menjadi enam tingkatan yaitu pengetahuan (*knowledge*), pemahaman (*comprehension*), penerapan (*application*), analisis (*analysis*), sintesis (*synthesis*), dan evaluasi (*evaluation*). Enam tingkatan pengklasifikasian itu dikenal dengan Taksonomi Bloom. Namun, pada tahun 2001, salah seorang murid Bloom melakukan revisi dalam ranah kognitif pada Taksonomi Bloom dengan menerbitkan buku yang berjudul "*Assesing : A Revision of Bloom's Taxonomy*". Dalam revisi tersebut tingkatan taksonomi menjadi: mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan menciptakan. Tiga tingkatan pertama yaitu mengingat, memahami, dan menerapkan termasuk kategori keterampilan berpikir tingkat rendah, sedangkan menganalisis, mengevaluasi dan menciptakan termasuk keterampilan berpikir tingkat tinggi.

Pemecahan masalah matematika dibutuhkan berpikir saintifik, dalam kurikulum 2013 dikenal dengan *scientific approach* 5M (Mengamati, Mencoba, Menanya, Menganalisa dan Mengkomunikasikan). Proses berpikir diarahkan hingga mencapai tingkatan mengkreasi/mencipta. Pencapaian tingkatan ini dalam teori pembelajaran dikenal dengan istilah keterampilan berpikir tingkat tinggi atau yang dikenal dengan *Higher Order Thinking Skills* (*HOTS*).

Keterampilan berpikir tingkat tinggi sangat berkaitan dengan hierarki taksonomi yang diajukan oleh Bloom (1956). Bloom membagi tingkatan berpikir kedalam enam tingkatan, yaitu mulai tahap pengetahuan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis dan evaluasi. Selanjutnya Anderson L, dan Krathwohl (2001) dalam bukunya yang berjudul "*Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy*" merevisi tingkatan taksonomi ini menjadi, dimulai mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan mengkreasi (Dafik, 2015).

Matematika merupakan dasar dari ilmu pengetahuan. Salah satu cabang ilmu dalam matematika yaitu matematika terapan. Matematika diskrit adalah salah satu bidang yang terdapat dalam matematika terapan. Didalam matematika diskrit terdapat cabang ilmu lagi salah satunya yaitu teori graf. Graf sendiri merupakan kumpulan sisi dan titik $G(V, E)$, dimana E adalah kumpulan dari sisi (*edge*) dan V adalah kumpulan dari titik (*vertex*). Setiap sisi menghubungkan satu titik ke titik lainnya, dan setiap titik dapat mempunyai banyak sisi yang menghubungkannya ke titik lainnya.

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli matematikawan Swiss Leonhard Euler pada tahun 1736. Teori Graf diperkenalkan melalui tulisannya yang berisi upaya pemecahan masalah jembatan Konigsberg yang sangat sulit dipecahkan pada masa itu. Euler adalah orang pertama yang berhasil memecahkan masalah jembatan Konigsberg (kota Konigsberg, sebelah timur Prussia, Jerman sekarang) di sungai Pregal yang sangat terkenal di Eropa.

Permasalahan yang muncul pada jembatan Konigsbreg adalah kemungkinan bisa atau tidaknya melewati ketujuh jembatan di Konisgbreg yang masing-masing tepat satu kali dan kembali lagi ketempat semula. Euler mempresentasikan permasalahan tersebut dalam graf yaitu, empat daratan sebagai titik, dan tujuh jembatan sebagai sisi. Euler memberikann jawaban bahwa perjalanan melewati ketujuh jembatan tetapi tidak boleh melewati jembatan yang sama lebih dari satu kali tidak mungkin dilakukan. Akar permasalahan ini menjadi awal perkembangan dari teori graf. Teori graf sangat unik karena memilki pokok bahasan yang sederhana yaitu bisa disajikan dengan titik dan garis. Representasi visual dari graf tersebut adalah menyatakan objek sebagai titik (*vertex*), sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan sisi (*edge*).

Salah satu teori yang dikembangkan dalam teori graf adalah pelabelan dan pewarnaan pada graf. Suatu pelabelan adalah pemetaan satu-satu yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf pada bilangan bulat positif dan membentuk barisan aritmatika yang disebut label. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli maka pelabelan dibagi kedalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik (*vertex labeling*), pelabelan sisi (*edge labeling*), dan pelabelan total (*total labeling*). Pelabelan titik adalah pelabelan dengan daerah asalnya berupa himpunan titik yang memenuhi sifat tertentu. Pelabelan sisi adalah pelabelan dengan daerah asalnya berupa himpunan sisi yang memenuhi sifat tertentu. Sedangkan pelabelan total adalah pelabelan dengan daerah asalnya berupa himpunan titik dan sisi yang memenuhi sifat tertentu (Kotzig and Rosa, 1970).

Teori dalam graf yang juga dikembangkan yaitu pewarnaan (*colouring*). Terdapat tiga pewarnaan pada graf yaitu pewarnaan titik (*vertex colouring*), pewarnaan sisi (*edge colouring*), dan pewarnaan wilayah (*face colouring*). Pewarnaan wilayah sebenarnya merupakan bentuk lain dari pewarnaan titik, karena memiliki konsep pewarnaan yang sama. Pewarnaan adalah memberikan warna berbeda pada titik atau sisi yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik atau sisi yang bertetangga mempunyai warna yang sama. Jumlah warna minimal yang bisa digunakan untuk mewarnai titik-titik dalam suatu graf G disebut bilangan kromatik.

S. Arumugam, dkk telah mempublikasikan sebuah paper yang berjudul "Local Antimagic Vertex Colouring of a Graph". Pembahasan didalamnya yaitu pewarnaan titik dengan pelabelan sisi pada beberapa graf khusus. Selanjutnya dikembangkan lagi pembahasan tersebut oleh Ika Hesti Agustin, dkk yang dipaparkan dalam artikel yang berjudul "Local Edge Antimagic Colouring of Graphs". Dalam artikel ini pembahasan didalamnya yaitu pewarnaan sisi dengan pelabelan titik pada beberapa graf khusus.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, maka pada penelitian ini peneliti akan mengembangkan teori *Local Edge Antimagic Colouring* yaitu *Local Edge Antimagic Total Colouring.* Pada penelitian ini dibahas mengenai pewarnaan sisi dengan pelabelan total pada beberapa keluarga graf unicyclic karena belum ada penelitian tentang pewarnaan sisi dengan pelabelan total. Oleh karena itu, penulis mengajukan penilitian yang berjudul **"PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF *UNICYCLIC* DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka permasalahan yang dapat dirumuskan dalam penelitian ini adalah:

a) bagaimana pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic*?

b) bagaimana kaitan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* dalam menerapkan keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka penelitian ini masalahnya dibatasi pada:

a) graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah beberapa keluarga graf *unicyclic* yaitu graf *tadpole* $T_{m,n}$, graf *pan* $T_{(m-1),1}$, Graf *peach* C_m^n, dan graf *sun* S_n.;

b) taksonomi bloom yang digunakan yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) untuk menentukan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic*;

b) menganalisis kaitan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic.*

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) menambah pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan dan pewarnaan pada graf;

b). memberikan motivasi kepada pembaca untuk mengembangkan penelitian tentang pelabelan sisi total antiajaib lokal pada graf *unicyclic* lainnya;

c). sebagai sumber referensi dalam mengembangkan penelitian teori dan aplikasi tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal;

d). sebagai sumber referensi tentang gambaran tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi yang ada dalam menentukan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic*.

1.6 Kebaruan Penelitian

Kebaruan dari penelitian ini adalah sebagai pengembangan dari topik mengenai pewarnaan sisi antiajaib lokal yang diteliti oleh Agustin, dkk (2017) dalam paper yang berjudul "*Local Edge Antimagic Coloring of Graphs*", dalam topik tersebut hanya meneliti tentang pewarnaan sisi antiajaib lokal pada beberapa graf khusus, dan pembaruan pada penelitian kali ini yaitu pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* yang belum diteliti dan juga pada keluarga graf *unicyclic* memungkinkan untuk diteliti untuk topik ini, sehingga peneliti tertarik untuk meneliti.

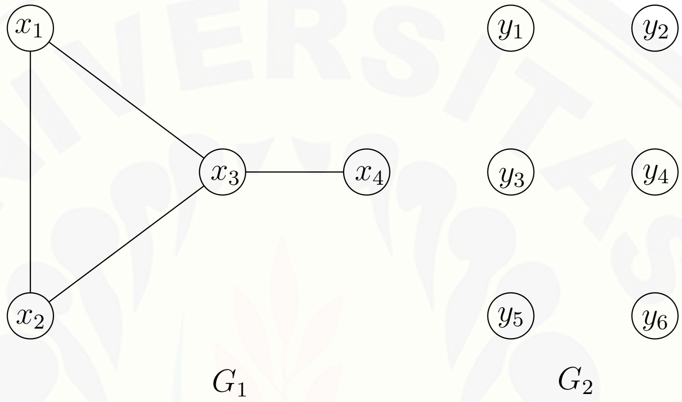
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Graf adalah himpunan titik berhingga dimana titik dinyatakan dengan simpul dan sisi dinyatakan dengan garis. Secara matematis, graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) ditulis dengan notasi $G = (V, E)$. Suatu graf G terdiri dari himpunan titik yang dapat dilambangkan dengan $V = V(G) = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ yang berhingga dan tidak kosong dan himpunan sisi yang dapat dilambangkan dengan $E = E(G) = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$ yang berhingga dan boleh kosong serta setiap sisi menghubungkan dua simpul. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi, tetapi harus memiliki titik minimal satu(Slamin, 2009).

Himpunan dari titik dan sisi dari suatu graf $G = (V, E)$ didefinisikan dengan $V(G)$ dan $E(G)$. Banyaknya titik di G dinotasikan dengan $|V(G)|$ sedangkan banyaknya sisi pada graf G disebut *size* dari G, dinotasikan dengan $|E(G)|$. Graf yang tidak mempunyai sisi dinamakan graf kosong (*null graph*). Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi titiknya harus ada minimal satu. Graf yang hanya memiliki satu buah titik tanpa sebuah sisi dinamakan graf trivial (Munir, 2010). Banyaknya titik pada graf G disebut kardinalitas titik dinotasikan dengan $|V|$ sedangkan banyaknya sisi pada graf G disebut kardinalitas sisi dinotasikan dengan $|E|$. Dua buah titik pada graf G dikatakan bertetangga (*adjacent*) bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika (u, v) adalah sebuah sisi pada graf G (Purwanto dkk. 2006).

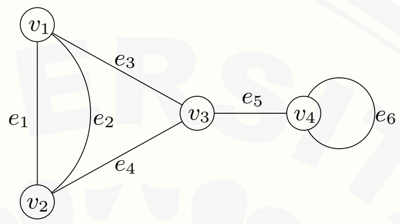
Derajat (*degree*) dari sebuah titik v adalah banyaknya sisi yang bersisian atau *incident* dengan v. Derajat dari titik pada graf dinotasikan dengan $deg(v_i)$ di dimana i menunjukkan titik ke-i pada graf. Sebagai contoh dapat dilihat pada Gambar 2.1 pada graf G_1, derajat dari titik x_1 adalah empat sedangkan derajat dari titik x_2, x_3, x_4 dan x_5 adalah satu. Jika setiap titik dari graf tersebut mempunyai derajat yang sama maka graf G dikatakan regular, jika sebaliknya maka dikatakan non-reguler. Titik yang mempunyai derajat satu disebut titik akhir (*end vertex*) atau daun (*leaf*). Sedangkan sebuah titik yang mempunyai derajat 0 (nol) atau tidak bertetangga dengan titik lain disebut titik terisolasi (*isolated vertex*). Banyaknya sisi minimal yang bersisian pada suatu titik v di graf G diantara titik-titik lainnya di graf G disebut derajat terkecil dinotasikan dengan $d(G)$. Sedangkan banyaknya maksimal sisi yang bersisian pada suatu titik di graf G disebut derajat terbesar, dinotasikan dengan (G) (Hartsfield dan Ringel, 1990). Sebagai contoh dapat dilihat pada Gambar 2.1, $G1$ memiliki 4 titik dimana derajat antar titiknya tidak sama, maka G_1 disebut graf non-reguler. Pada G_2 titiknya memiiki derajat nol, sehingga G_2 disebut titik terisolasi.



Gambar 2.1 Contoh Graf Secara Umum

Suatu graf dikatakan graf terhubung (*connected graph*), jika dan hanya jika untuk setiap pasang titik v_i dan v_j di dalam himpunan V terdapat *path* dari v_i ke v_j. Jika tidak, maka graf G dikatakan graf tidak terhubung (*disconnected graph*). Graf yang hanya terdiri atas satu titik saja (tanpa sisi) tetap dikatakan terhubung, karena titik tunggalnya terhubung dengan dirinya sendiri dan suatu graf dikatakan sebagai graf sederhana jika graf tersebut tidak memuat gelang atau loop (Chartrand 2012). Dua buah titik u dan v disebut terhubung jika terdapat lintasan dari u ke v. G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang titik u dan v dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v . Jika tidak, maka G disebut graf tak-terhubung (disconnected graph) (Purwanto dkk, 2006). Graf trivial disebut juga graf terhubung karena titik tanggalnya terhubung dengan dirinya sendiri.

Beberapa sisi (*edge*) yang menghubungkan titik-titik ujung yang sama disebut sisi rangkap (*multiple edge*). Dalam suatu graf G sebuah sisi d yang menghubungkan sebuah titik v dengan dirinya sendiri disebut gelung (*loop*). Dapat dilihat pada Gambar 2.2 contoh sisi rangkap adalah sisi e_1 dan e_2 dan *loop* ada pada titik v_4 sisi e_6 . Pada sebuah graf dapat dimungkinkan memiliki satu atau lebih *loop*, yaitu sebuah sisi yang titik-titik ujungnya adalah *vertex* yang sama. Order n dari graf G adalah banyaknya titik di G, yakni $n = |V|$. Graf yang ordernya hingga disebut dengan graf hingga. Sedangkan graf yang tidak memiliki sisi disebut graf kosong.



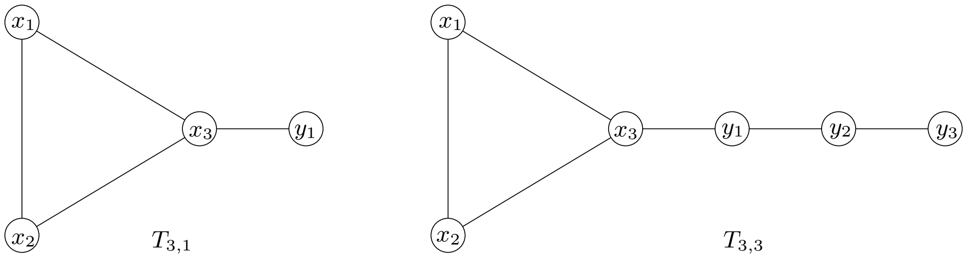
Gambar 2.2 Contoh Graf Sisi Rangkap dan Loop

2.2 Keluarga Graf *Unicyclic*

Graf *Unicyclic* adalah graf terhubung yang memuat tepat satu siklus. Graf ini dapat diperoleh dengan menambahkan sisi baru kedalam graf pohon (Harary, 2015). Graf *unicyclic* mempunyai n titik dan m sisi, dimana jumlah titik sama dengan jumlah sisi dalam graf. Panjang unicyclic pada graf G adalah l yang dilambangkan dengan C_l (Rongbo, dkk., 2010).

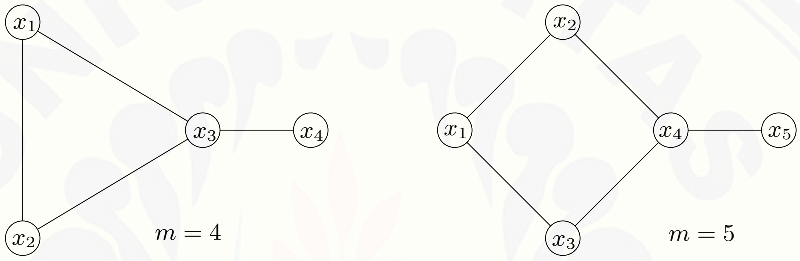
Contoh kelas graf *unicyclic* meliputi graf *tadpole*, graf *pan*, graf *peach*, graf *sun*, dan graf lingkaran. Berikut penjelasan dari masing-masing keluarga graf unicyclic tersebut (Harary, 1994):

a). Graf *Tadpole* juga disebut graf naga, adalah graf yang diperoleh dengan menggabungkan graf lingkaran (C_m) ke graf lintasan (P_n) dengan jembatan yang dinotasikan dengan ($T_{m,n}$), dengan m adalah banyak titik pada lingkaran dan n banyak titik pada lintasan. Saat $n = 1$ graf ini juga disebut dengan graf *pan*. Contoh dari graf *tadpole* dapat dilihat pada Gambar 2.3.



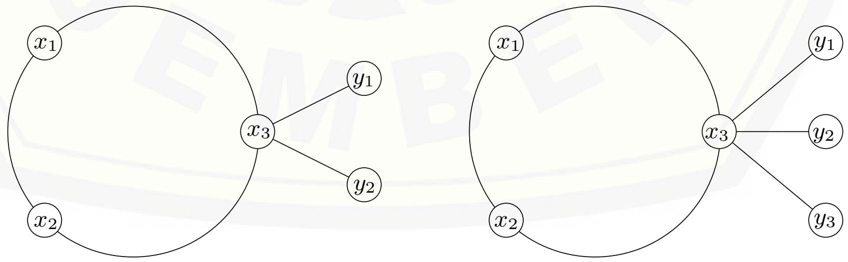
Gambar 2.3 Contoh Graf *Tadpole* $T_{3,1}$ dan $T_{3,3}$

b). Graf *Pan* adalah graf yang diperoleh dengan menggabungkan graf lingkaran C_m ke graf tunggal dengan jembatan. Graf *pan* dinotasikan dengan $T_{(m-1),1}$. Contoh graf *pan* dapat dilihat pada Gambar 2.4.



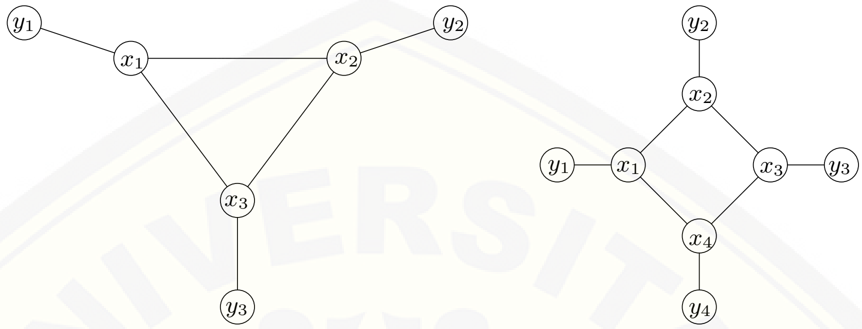
Gambar 2.4 Contoh Graf *Pan* $T_{3,1}$ dan $T_{4,1}$

c). Graf lingkaran dengan m *pendant* pada satu titik, selanjutnya akan disebut dengan graf *peach* adalah graf yang diperoleh dari graf lingkaran C_m yang diberi *pendant* sebanyak n pada salah satu titik dalam graf lingkaran dengan $n \geq 2$. Graf ini dinotasikan dengan C_m^n. Contoh dari graf *peach* dapat dilihat pada Gambar 2.5.



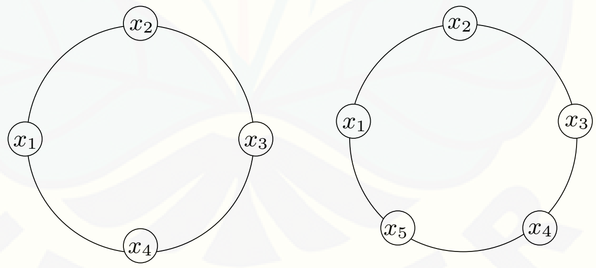
Gambar 2.5 Contoh Graf *Peach* C_3^2 dan C_3^3

d). Graf *Sun* adalah graf yang diperoleh dengan melampirkan tepi liontin (*pendant*) ke graf lingkaran C_n dan dinotasikan dengan S_n (Vivin dan Vekatachalam, 2013). Sesuai dengan definisi berikut. "Graf *sunlet* (S_n) adalah graf dengan $2n$ titik yang diperoleh dengan melampirkan n ujung liontin ke graf lingkaran C_n". Contoh *Sun Graph* dapat dilihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Contoh Graf *Sun* S_3 dan S_4

e). Graf Lingkaran (*Cycle Graph*) adalah sebuah titik dengan loop pada dirinya sendiri atau graf sederhana C dengan $|V_c| = |E_c|$ yang dapat digambarkan dengan semua titik dan sisi yang berada pada lingkaran tunggal. Sebuah graf lingkaran dengan n titik dinotasikan dengan C_n. (Gross dan Yellen, 2006). Contoh graf lingkaran dapat dilihat pada gambar pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Contoh Graf lingkaran C_4 dan C_5

2.3 Fungsi dan Barisan Aritmetika

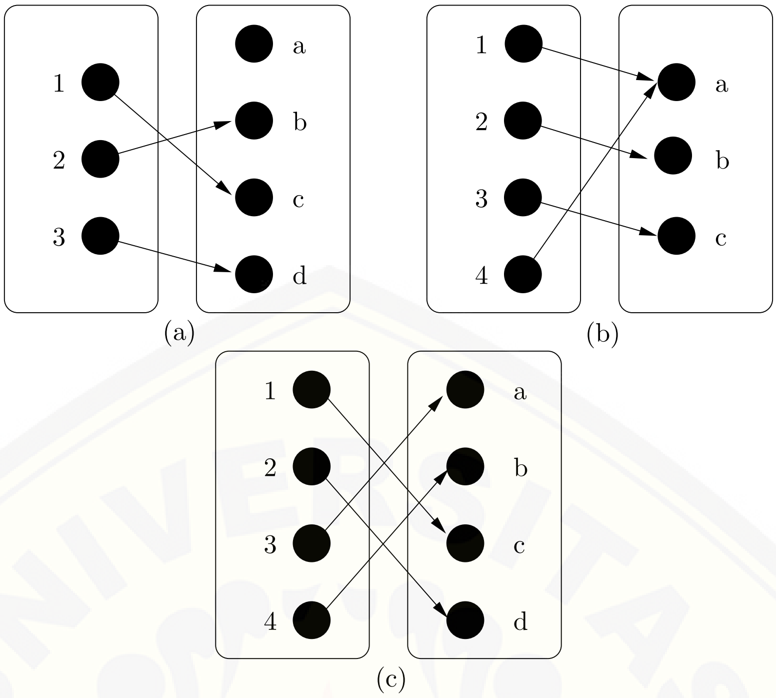
Secara umum, fungsi merupakan pemetaan setiap anggota sebuah himpunan (*domain*) kepada anggota himpunan yang lain (*kodomain*). Suatu anggota himpunan yang dipetakan dapat berupa apa saja (kata, orang, atau objek lain), namun biasanya yang dibahas aalah besaran matematika seperti bilangan riil. Fungsi dapat didefinisikan dengan notasi $f : A \rightarrow B$ yang dibaca "f adalah pemetaan dari A ke B", atau "f memetakan A ke B". Terdapat 3 jenis fungsi khusus, diantaranya:

1). Fungsi Injektif

Suatu fungsi $f : X \rightarrow Y$ disebut fungsi (pemetaan) injektif jika dan hanya jika untuk setiap $x_1, x_2 \epsilon X$ berlaku apabila $f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$ yaitu bila dua elemen dalam domain mempunyai bayangan (peta) yang sama, maka kedua elemen itu adalah elemen yang sama. Secara simbolis dapat dinyatakan: f adalah fungsi injektif $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \epsilon X) f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$. Secara ekivalen, juga dapat dinyatakan bahwa: f adalah fungsi injektif $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \epsilon X) x_1 \neq x_1 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ yaitu jika dua elemen dalam domain adalah dua elemen yang tidak sama, maka bayangan (peta) kedua elemen itu juga tidak sama.

2). Fungsi Surjektif Suatu fungsi $f : X \rightarrow Y$ disebut fungsi (pemetaan) surjektif jika dan hanya jika kisaran dari fungsi f tersebut sama dengan kodomain dari fungsi f, yaitu $f(X) = Y$. Dengan perkataan lain, fungsi $f : X \rightarrow Y$ adalah fungsi surjektif jika dan hanya jika untuk setiap $y \epsilon Y$ terdapat $x \epsilon X$ sedemikian sehingga $y = f(x)$, yaitu setiap elemen dalam kodomain mempunyai prabayangan (prapeta). Secara simbolis dapat dinyatakan: f adalah fungsi surjektif $\Leftrightarrow (\forall y \epsilon Y)(\exists x \epsilon X) y = f(x)$.

3). Fungsi Bijektif Suatu fungsi $f : X \rightarrow Y$ disebut fungsi (pemetaan) bijektif jika dan hanya jika fungsi f tersbut adalah fungsi yang injektif da sekaligus surjektif. Pada fungsi bijektif, setiap elemen dalam domain mempunyai tepat satu bayangan dan setiap elemen dalam kodomain juga mempunyai tepat satu prabayangan. Oleh karena itu, fungsi bijektif seringkali juga disebut korespondensi satu-satu. Gambar 2.8 menunjukkan fungsi injektif, surjektif, dan bijektif (Susilo, 2012).



Gambar 2.8 (a). Fungsi Injektif, (b). Fungsi Surjektif, dan (c). Fungsi Bijektif

Barisan aritmetika adalah suatu barisan yang teratur, dengan a adalah suku pertama dan selisih bilangan-bilangan berurutan pada barisan aritmatika disebut beda $b = U_n - U_{n-1}$ yang selalu bernilai sama untuk membentuk suatu deret $U_1, U_2, U_3, ..., U_n$ dimana $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = ... = U_n - U_{n-1} = konstanta$. $U_n =$ suku ke-n dan $n =$ banyaknya suku/urutan suku. Maka rumus suku ke-n barisan aritmatika adalah $U_n = a + (n-1)b$, dengan $n = 1, 2, 3, ...$

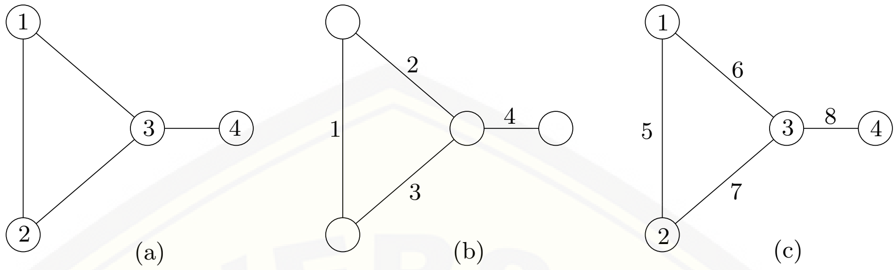
2.4 Pelabelan Graf

Pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan atau fungsi yang memasangkan unsur-unsur titik dan sisi dengan bilangan bulat positif. Fungsi yang memetakan himpunan elemen-elemen graf ke himpunan bilangan bulat positif disebut fungsi bijektif jika ada dua buah elemen yang berbeda dan semua elemen pada graf dinomori dengan bilangan bulat positif yang berbeda. Terdapat tiga macam pelabelan yaitu:

1). Pelabelan titik (*vertex labelling*) adalah pelabelan dengan domain himpunan titik.

2). Pelabelan sisi (*edge labelling*) adalah pelabelan dengan domain himpunan sisi.

3). Pelabelan total (*total labellings*) adalah pelabelan dengan domain gabungan himpunan titik dan sisi (Wallis, 2001). Contoh pelabelan pada graf dapat dilihat pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 (a). Pelabelan Titik, (b). Pelabelan Sisi, dan (c). Pelabelan Total

Untuk suatu pelabelan sisi f, bobot titik (*vertex weight*) dari titik v didefinisikan oleh

$$w(v) = \sum_{u \in N(v)} f(uv)$$

dan untuk pelabelan total f, bobot titik (*vertex weight*) dari titik didefinisikan oleh

$$w(v) = \sum_{u \in N(v)} (f(v) + f(uv))$$

Dimana $N(v)$ adalah himpunan titik tetangga (*neighbors*) dari v (Miller, 2011).

Misalkan graf G dengan himpunan titik V dan himpunan sisi E. Pelabelan titik, jumlah label dua titik yang menempel pada sisi disebut bobot sisi. Jika semua jumlah label dua titik mempunyai bobot sisi sama maka disebut pelabelan titik sisi ajaib (*edge magic vertex labelling*). Jika semua jumlah label dua titik mempunyai bobot sisi yang berbeda dan membentuk barisan aritmatika dengan a suku pertama dan d sebagai nilai bedanya maka disebut pelabelan sisi anti ajaib (*edge antimagic vertex labelling*). Pelabelan total, jumlah label sisi dan label dua titik yang menempel pada suatu sisi disebut bobot sisi. Pelabelan total sisi ajaib adalah jika semua sisi mempunyai bobot sisi yang sama. Sedangkan jika semua sisi mempunyai bobot sisi yang berbeda dan himpunan bobot sisi dari semua sisi membentuk barisan aritmatika dengan suku pertama a dan nilai beda d maka pelabelan tersebut disebut pelabelan total sisi anti ajaib (pelabelan total sisi antimagic) (Dafik dkk., 2008).

2.5 Pewarnaan Graf

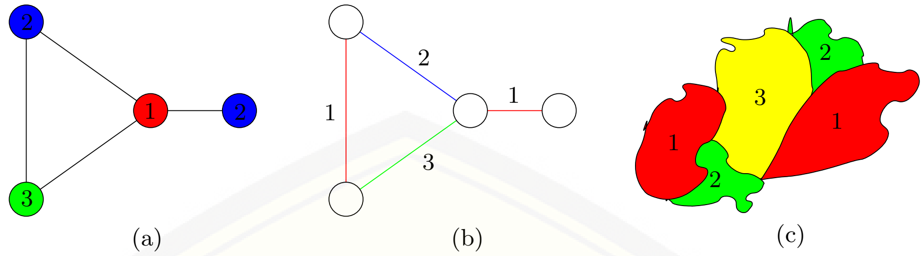
Pewarnaan graf adalah proses mewarnai elemen pada graf, dan setiap elemen graf yang bertetangga tidak boleh memiliki warna yang sama dan harus menggunakan warna seminimal mungkin. Pewarnaan graf terdiri dari beberapa macam, diantaranya yaitu: pewarnaan titik (*vertex colouring*), pewarnaan sisi (*edge colouring*), dan pewarnaan wilayah (*region colouring*). Beberapa pewarnaan pada graf akan dijelaskan sebagai berikut :

1). Pewarnaan Titik (*Vertex Colouring*) adalah pemberian warna pada tiap titik sedemikian hingga setiap dua titik yang bersisian mempunyai warna yang berbeda. Jumlah warna minimum yang digunakan dalam pewarnaan titik disebut sebagai bilangan kromatik dari graf G yang dinotasikan dengan $\chi(G)$. Jadi bilangan kromatik adalah bilangan k terkecil sehingga graf G dapat diwarnai dengan k warna. Biasanya warna-warna yang digunakan untuk mewarnai suatu graf dinyatakan dengan $1, 2, 3, ..., k$.

2). Pewarnaan Sisi (*Edge Colouring*) adalah pemberian warna pada tiap sisi sedemikian hingga setiap dua sisi yang berhubungan tidak mempunyai warna yang sama. Suatu pewarnaan sisi-k untuk graf G adalah suatu penggunaan sebagian atau semua k warna untuk mewarnai semua sisi di G sehingga setiap pasang sisi yang mempunyai titik persekutuan diberi warna yang berbeda. Jumlah warna yang diperlukan dalam pewarnaan sisi lebih besar atau sama dengan derajat maksimal titik dari graf tersebut.

3). Pewarnaan Wilayah (*Region Colouring*) adalah pemberian warna pada tiap wilayah pada graf sedemikian hingga tidak ada wilayah yang bersebelahan memiliki warna yang sama (Kubale, 2004). Pewarnaan wilayah ini hampir sama dengan pewarnaan titik dan sisi. Penerapan dari pewarnaan wilayah ini dapat digunakan untuk mewarnai sebuah peta.

Dari penjelasan diatas, pada Gambar 2.10 akan diberikan contoh untuk pewarnaan titik *Vertex Colouring*), dan pewarnaan sisi (*Edge Colouring*) pada suatu graf G, dan pewarnaan wilayah (*Region Colouring*) pada suatu peta.



Gambar 2.10 (a). Pewarnaan Titik, (b). Pewarnaan Sisi, dan (c). Pewarnaan Wilayah

2.6 Pewarnaan Titik Antiajaib Lokal

Pewarnaan dalam graf memiliki topik terbaru yaitu pewarnaan titik antiajaib lokal yang ditulis oleh Arumugam. Topik pewarnaan ini mengaitkan konsep pewarnaan dengan pelabelan yaitu pelabelan antiajaib. Pewarnaan Titik Antiajaib lokal dimulai dengan melabeli sisi dengan bilangan yang berbeda sedemikian hingga titik yang bertetangga memiliki bobot yang berbeda. Sebuah graf G dikatakan antiajaib jika graf G mempunyai pelabelan antiajaib dan sebuah graf G dapat dikatakan antiajaib lokal jika graf G mempunyai pelabelan antiajaib lokal (Arumugam, 2017).

Suatu pewarnaan titik antiajaib lokal hanya melabeli sisi pada graf dan bobot atau warna setiap titik dari graf tersebut dinotasikan dengan $w(v)$ ditentukan dari jumlah label dari semua sisi yang bersisian dengan titik v dimana bobot dari dua titik yang bertetangga berbeda. Hal ini dikaitkan dengan bilangan kromatik antiajaib lokal $\chi_{la}(G)$. Arumugam mendefinisikan biangan kromatik pada pearnaan titik antiajaib lokal sebagai berikut: *bilangan kromatik antiajaib lokal* $\chi_{la}(G)$ *didefinisikan banyaknya warna minimum dari semua pewarnaan graf* G *dengan pelabelan antiajaib lokal dari graf* G (Arumugam, 2017).

2.7 Pewarnaan Sisi Antiajaib Lokal

Pewarnaan sisi antiajaib lokal konsepnya sama dengan pewarnaan titik antiajaib lokal. Namun pada pewarnaan sisi antiajaib lokal ini dimulai dengan melabeli titik dengan bilangan yang berbeda sedemikian hingga sisi yang bertetangga memiliki bobot atau warna yang berbeda. Pada pewarnaan ini, hanya titik pada graf yang dilabeli dan bobot pada pewarnaan sisi antiajaib lokal dinotasikan dengan $w(e)$ dimana bobot atau warna dari sisi-sisi yang bertetangga berbeda.

Misalkan graf $G(V, E)$ adalah sebuah graf dengan v adalah titik dan e adalah sisi graf, lalu w adalah bobot dari setiap sisi graf G. Kemudian fungsi bijektif $f : V(G) \rightarrow 1, 2, 3, ...|V(G)|$ disebut pelabelan sisi lokal jika untuk sisi yang berdekatan e_1 dan e_2, $w(e_1) \neq w(e_2)$ dimana $e = uv \in G$, $w(e) = f(u) + (v)$. Diketahui bahwa setiap pelabelan sisi antimagic lokal menginduksi pewarnaan sisi yang tepat dari graf G jika setiap sisi e diberi warna $w(e)$. Bilangan kromatik pada pewarnaan sisi antiajaib lokal adalah $\gamma_{lea}(G)$ (Agustin dkk., 2017). Berikut teorema yang dapat digunakan dalam menentukan bilangan kromatik pada pewarnaan sisi pada suatu graf.

♢ **Teorema 2.7.1.** *Jika* $\Delta(G)$ *adalah derajat tertinggi dari graf* G*, maka* $\gamma_{leat} \geq \Delta(G)$.

2.8 Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal

Pewarnaan sisi total antiajaib lokal konsepnya juga sama dengan pewarnaan titik dan pewarnaan sisi antiajaib lokal. Topik pewarnaan ini mengaitkan konsep pewarnaan sisi dengan pelabelan total antiajaib lokal. Pewarnaan sisi total antiajaib lokal dimulai dengan melabeli titik pada graf kemudian dilanjutkan melabeli sisinya sedemikian hingga bobot sisi yang bertetangga menghasilakn nilai (warna) yang berbeda dan minimal. Jadi untuk menentukan warna atau bobot di setiap sisi graf G ditentukan oleh jumlah label dua titik yang membentuk sisi graf tersebut dan label sisi itu sendiri. Bilangan kromatik pada pewarnaan sisi total antiajaib lokal adalah $\gamma_{leat}(G)$.

2.9 Hasil-hasil Pewarnaan Sisi Antiajaib lokal

Pada bagian ini disajikan beberapa graf hasil pewarnaan sisi antiajaib lokal yang dapat digunakan sebagai rujukan penelitian ini. Rangkuman yang tersedia pada bagian ini merupakan hasil penelitian pewarnaan sisi antiajaib lokal terdahulu. Tabel memperlihatkan beberapa hasil pewarnaan sisi antiajaib lokal pada suatu graf.

Tabel 2.1 Hasil Penelitian yang Relevan

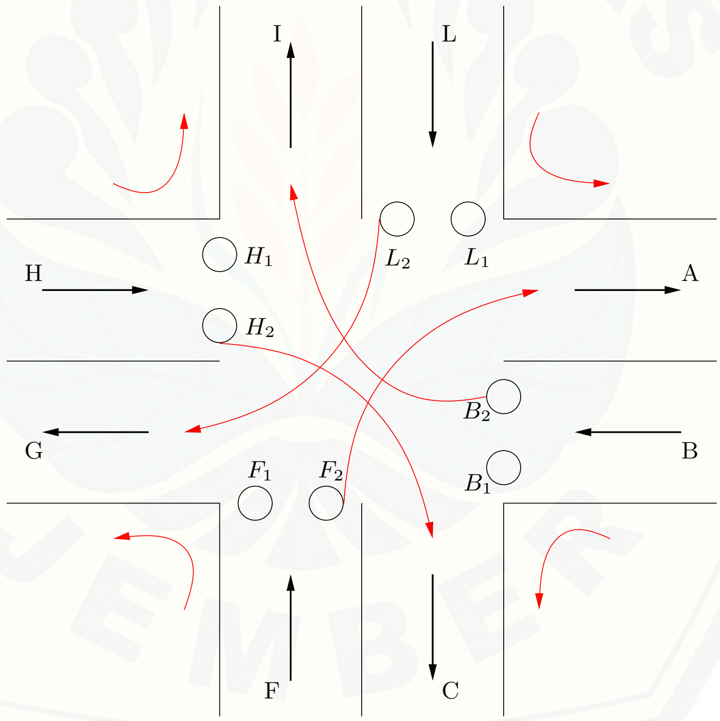
Graf	**Hasil** $\gamma_{lea}(G)$
P_n	$\gamma_{lea}(P_n) = 2; n \geq 3$
C_n	$\gamma_{lea}(C_n) = 3; n \geq 3$
F_n	$\gamma_{lea}(F_n) = 2n + 1; n \geq 3$
L_n	$\gamma_{lea}(L_n) = 3; n \geq 2$
W_n	$\gamma_{lea}(W_n) = n + 2; n \geq 2$
S_n	$\gamma_{lea}(S_n) = n; n \geq 3$
K_n	$\gamma_{lea}(K_n) = 2n - 3; n \geq 3$
Pr_n	$\gamma_{lea}(Pr_n) = 5; n \geq 3$
$C_n \odot mK_1$	$\gamma_{lea}(C_n \odot mK_1) = m + 3; n \geq 3$ dan $m \geq 1$
$G \odot mK_1$	$\gamma_{lea}(G \odot mK_1) = \gamma_{lea}(G) + m; n \geq 3$

(Sumber : Agustin, H., dkk, 2017).

2.10 Aplikasi Graf

Dalam kehidupan sehari-hari graf dapat digunakan untuk mendeskripsikan permasalahan-permasalahan dan menggambarkannya secara jelas. Graf juga dapat kita gunakan untuk mempermudah menyelesaikan berbagai macam persoalan yang sulit dipecahkan dengan perhitungan dan pertimbangan biasa. Hal utama dalam pengaplikasian graf adalah bagaimana cara kita membaca permasalahan, kemudian mendefinisikan apa yang menjadi objek diskrit dan kemudian akan menjadi titik-titik dari graf yang akan dibangun untuk menggambarkan permasalahan yang akan diselesaikan. Jika sudah mendapatkan titik-titik yang diinginkan, maka akan mudah untuk membangun graf dengan memberi sisi pada titik-titik yang saling berhubungan. Teori graf dapat diterapkan di berbagai persoalan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya aplikasi pewarnaan graf untuk mengatur warna lampu lalu lintas di perempatan jalan untuk mencegah terjadinya kecelakaan di perempatan jalan tersebut.

Aplikasi pewarnaan graf dapat kita simak pada Gambar 2.11, dari gambar tersebut kita bisa menganggap bahwa jalur B, F, H, dan L masing-masing mempunyai dua buah lampu lalu lintas, yaitu huruf yang diikuti oleh angka satu dan dua. Lampu lalu lintas yang pertama, yang dilambangkan oleh huruf yang diikuti angka satu, adalah untuk jalur kendaraan bergerak lurus, sedangkan lampu lalu lintas kedua, yang dilambangkan oleh huruf yang diikuti angka dua, untuk jalur kendaraan yang berbelok. Perjalanan yang diperbolehkan digambarkan oleh tanda panah pada gambar tersebut. Dalam kasus ini,kita harus menentukan jalur mana yang bisa berjalan dengan memberi lampu hijau di tempat tertentu dan memberi lampu merah pada jalan lain untuk berhenti agar tidak terjadi tabrakan.

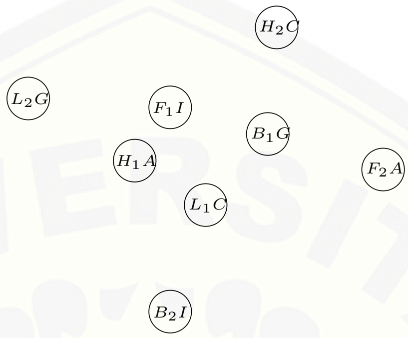


Gambar 2.11 Skema Lalu Lintas di Perempatan Jalan

Untuk menyelesaikan permasalahan dalam pengaturan lampu lintas tersebut, dapat menggunakan konsep pewarnaan titik pada teori graf.

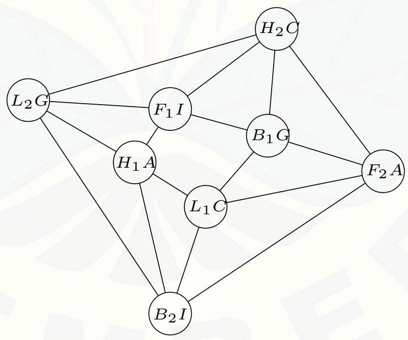
Langkah-langkah pewarnaanya sebagai berikut :

1). Langkah pertama yang harus dilakukan adalah pembuatan simpul-simpul sebagai tanda dari semua jalur yang bisa dilewati dalam perempatan jalan tersebut. Peletekan simpul-simpul tersebut bebas, karena tidak akan berpengaruh terhadap apapun.



Gambar 2.12 Simpul-simpul dari Jalur yag Bisa dilewati

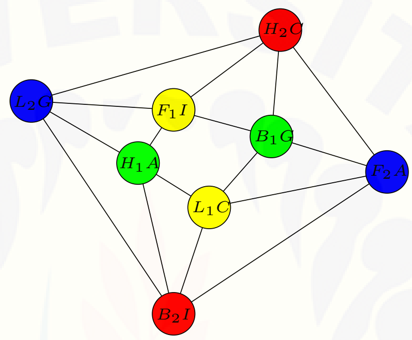
2). Langkah kedua adalah menentukan sisi untuk menghubungkan 2 simpul yang saling melintas atau berseberangan. Untuk mempermudah, carilah simpul-simpul yang menunjukkan jalur mana saja yang akan mengalami tabrakan jika semua lampu berwarna hijau.



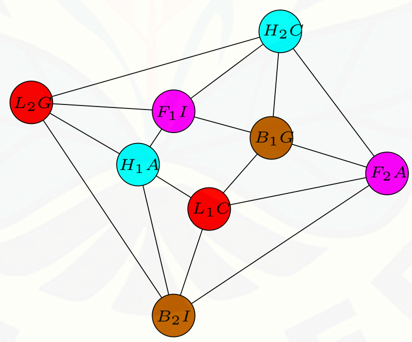
Gambar 2.13 Graf yang terbentuk dari Simpul

3). Memberi warna pada masing-masing simpul dengan ketentuan pemberian warna sebagai berikut :

- Menggunakan warna sesedikit mungkin.
- Simpul yang terhubung dengan sisi tidak boleh berwarna sama.
- Memberi warna yang sama pada simpul yang tidak terhubung langsung.
- Simpul yang terhubung dengan sisi, maka jalur tersebut berlaku lampu lalu lintas berwarna hijau terus.
- Warna yang digunakan bebas.



Gambar 2.14 Pewarnaan Model 1



Gambar 2.15 Pewarnaan Model 2

4). Setelah ketiga langkah diatas telah diselesaikan, maka langkah terakhir yang harus dikerjakan adalah mengelompokkan simpul-simpul berdasarkan kesamaan warna. Dan membuat tabel untuk menentukan mana saja jalur yang lampu lalu lintasnya berwarna merah atau hijau.

Tabel 2.2 Model 1 : Lampu Lalu Lintas

Kondisi 1	Lampu Hijau	F_1I, L_1C
	Lampu Merah	B_1G, H_1A, B_2I, H_2C, F_2A, L_2G
Kondisi 2	Lampu Hijau	B_1G, H_1A
	Lampu Merah	F_1I, L_1C, B_2I, H_2C, F_2A, L_2G
Kondisi 3	Lampu Hijau	B_2I, H_2C
	Lampu Merah	B_1G, H_1A, F_1I, L_1C, F_2A, L_2G
Kondisi 4	Lampu Hijau	F_2A, L_2G
	Lampu Merah	B_2I, H_2C, B_1G, H_1A, F_1I, L_1C

Tabel 2.3 Model 2 : Lampu Lalu Lintas

Kondisi 1	Lampu Hijau	L_1C, L_2G
	Lampu Merah	H_2C, H_1A, B_2I, B_1G, F_1I, F_2A
Kondisi 2	Lampu Hijau	H_2C, H_1A
	Lampu Merah	L_1C, L_2G, B_2I, B_1G, F_1I, F_2A
Kondisi 3	Lampu Hijau	B_2I, B_1G
	Lampu Merah	L_1C, L_2G, H_2C, H_1A, F_1I, F_2A
Kondisi 4	Lampu Hijau	F_1I, F_2A
	Lampu Merah	L_1C, L_2G, H_2C, H_1A, B_2I, B_1G

Dari 4 kondisi Lampu lalu lintas diatas, saat lampu merah berubah menjadi lampu hijau kita tinggal menukar posisi jalur, sehingga jalur yang sebelumnya berlampu merah kita tukar posisi menjadi jalur berlampu hijau (Farhan, M. 2017).

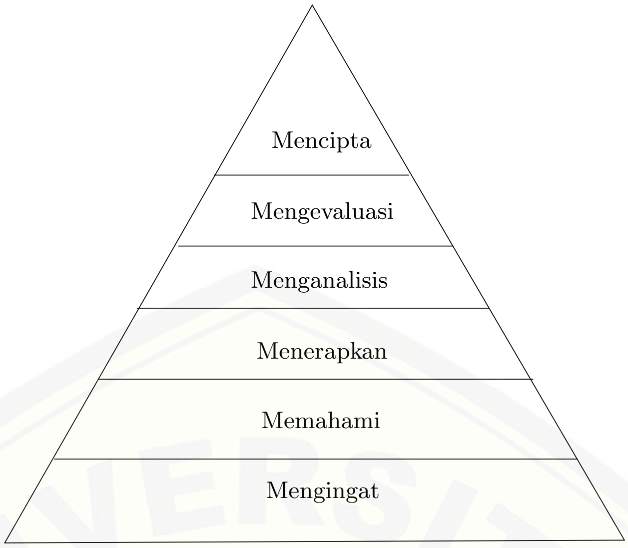
2.11 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Berpikir adalah aktifitas mencurahkan daya pikir untuk maksud tertentu. Berpikir adalah identitas yang memisahkan status kemanusiaan manusia dengan makhluk yang lain. Karenanya sejauhmana manusia pantas disebut manusia dapat dibedakan dengan sejauhmana manusia tersebut menggunakan pikirannya. Menurut Santrock (2008) berpikir melibatkan kegiatan memanipulsasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Keterampilan berpikir dapat didefinisikan sebagai proses kognitif yang dipecah-pecah ke dalam langkah-langkah nyata yang kemudian digunakan sebagai pedoman berpikir. Satu contoh keterampilan berpikir adalah menarik kesimpulan, yang didefinisikan sebagai kemampuan untuk menghubungkan berbagai petunjuk dan fakta atau informasi dengan pengetahuan yang telah dimiliki untuk membuat suatu prediksi hasil akhir yag terumuskan.

Keterlibatan dalam berbagai proses berfikir berarti manusia harus menguasai keterampilan berpikir dari tingkat rendah (*Lower Order Thinking Skill (LOTS)*) sampai keterampilan berpikir tingkat tinggi (*Higher Order Thinking Skill (HOTS)*). LOTS adalah keterampilan berpikir yang hanya menuntut seseorang untuk mengingat, memahami, dan mengaplikasikan, sedangkan HOTS adalah keterampilan yang lebih dari sekedar mengingat, memahami dan mengaplikasikan. Proses berpikir tingkat tinggi ini berkaitan dengan taksonomi bloom.

Taksonomi Bloom mengklasifikasikan kemampuan berpikir menjadi enam kategori, dari yang sederhana (pengetahuan) sampai komplek, diantaranya meliputi: pengetahuan, pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi. Kemudian perkembangan selanjutnya Anderson L, and Krathwohl, D. (2001) dan para ahli psikologi aliran kognitivisme merevisi level taksonomi ini menjadi *remembering* (mengingat), *understanding* (memahami), *applying* (menerapkan), *analyzing* (menganalisis), *evaluating* (mengevaluasi), dan *creating* (mencipta). Kemudian Hasil revisi inilah yang dengan mudah diterima oleh banyak saintisi dan praktisi sehingga keberadaannnya selalu menjadi rujukan dari perkembangan teori pembelajaran. Dalam perkembangannya tiga tingkatan dalam Taksonomi Bloom, yaitu : mengingat, memahami, dan menerapkan dikategorikan ke dalam *Lower Order Thinking Skill (LOTS)*, sedangkan tiga lainnya,yaitu: menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta dikategorikan ke dalam *creative thinking* yaitu *Higher Order Thinking Skill (HOTS)* (Dafik, 2015). Tahapan dalam Taksonomi Bloom disajikan pada Gambar 2.16.

Aspek mengingat, memahami, dan menerapkan merupakan kategori berpikir tingkat rendah, sedangkan aspek menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi termasuk kategori berpikir tingkat tinggi. Hal tersebut tidak mengatakan bahwa aspek mengingat, memahami, dan menerapkan tidak penting, namun untuk menuju dalam berpikir tingkat tinggi seseorang harus melalui tiga aspek tersebut. Berikut ini adalah penjelasan dan pilihan kata kerja kunci dari ranah kognitif yang telah direvisi: (Utari, 2008)



Gambar 2.16 Tahapan Taksonomi Bloom Revisi

1. mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi/pengetahuan yang tersimpan di dalam ingatan. Kata kerja kuncinya: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan;
2. memahami adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian/makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik/diagram. Kata kerja kuncinya: Menerangkan, menjelaskan, menterjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan;
3. menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktekkan;

4. menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antar variable, memecah menjadi beberapa bagian, menyisihkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan;
5. mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi;
6. mengkreasi adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinil. Kata kerja kuncinya: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan kedalam penelitian eksploratif dan penelitian terapan, yaitu :

a). Penelitian Eksploratif

Penelitian eksploratif adalah jenis penelitian yang bertujuan untuk menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya.

b). Penelitian Terapan

Penelitian terapan adalah jenis penelitian yang bertujuan untuk memberikan solusi atas permasalahan tertentu secara praktis. Penelitian ini tidak berfokus pada pengembangan sebuah ide, teori atau gagasan, tetapi lebih berfokus kepada penerapan penelitian tersebut. Penelitian dilakukan dengan hati-hati, sistematis dan terus-menerus terhadap suatu masalah dengan tujuan untuk digunakan dengan segera untuk keperluan tertentu. Hasil penelitian ini digunakan untuk menjawab permasalahan, mengembangkan teori dan membuka kemungkinan penelitian selanjutnya.

3.2 Metode Penelitian

Adapun metode penelitian yang digunakan adalah metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) dan metode deduktif aksiomatik.

a). Metode pendeteksian pola yaitu metode pencarian pola untuk mendapatkan pelabelan total antiajaib lokal sedemikian hingga didapatkan bilangan kromatik antiajaib lokal minimum.

b). Metode deduktif aksiomatik yaitu metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah.

3.3 Rancangan Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada keluarga graf *unicyclic* yaitu graf *tadpole*, graf *pan*, graf *peach*, dan graf *sunlet*. Penelitian ini menerapkan tahapan-tahapan taksonomi Bloom dalam menentukan langkah-langkah untuk pewarnaan sisi dengan pelabelan total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic*. Adapun langkah-langkah penelitian adalah sebagai berikut:

a). menentukan graf *unicyclic* yang digunakan : pada langkah ini yaitu menentukan graf yang sesuai dengan topik yang diteliti yaitu keluarga graf *unicyclic*, dimana graf yang akan diteliti dimungkinkan mendapat nilai bilangan kromatik yang minimal, pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap mengingat;

b). menentukan kardinalitas : graf yang ditentukan dilabeli kemudian ditentukan fungsi titik, sisi, banyak titik dan banyak sisi pada graf ke-n. Kardinalitas digunakan untuk mengetahui jumlah titik dan sisi saat graf di-*expand* sampai n, tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap memahami;

c). menentukan bilangan kromatik γ : setelah menentukan kardinalitas dilanjutkan dengan menentukan bilangan kromatik sebagai dugaan keberadaan bilangan kromatik total antiajaib lokal γ_{leat} pada graf yang diteliti, pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap memahami;

d). menerapkan pelabelan total antiajaib lokal : selanjutnya menerapkan pelabelan total pada graf yang diteliti (menentukan label titik dan sisi dan fungsi pelabelan total antiajaib lokal), pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap menerapkan;

e). memprediksi γ_{leat} : apabila sudah menemukan pelabelan total antiajaib lokal dilanjutkan dengan menentukan bobot/warna sisi dan fungsi bobot sisi, pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap menganalisis;

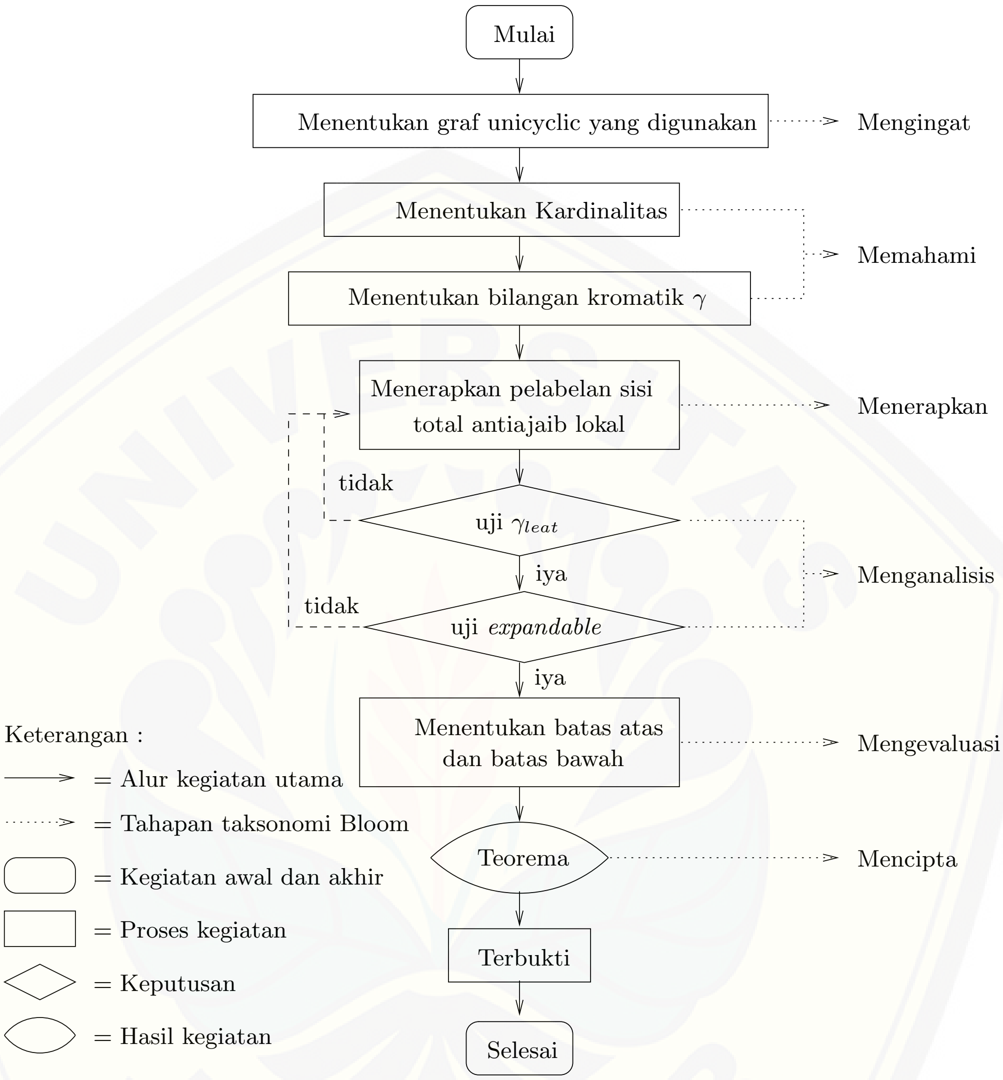
f). uji *expandable* : menguji apakah graf yang diteliti bisa diekspan atau tidak, pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap menganalisis;

g). menentukan batas atas dan bawah : ditahap ini adalah membuktikan dengan memeriksa batas atas dan batas bawah, pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap mengevaluasi;

h). menentukan teorema : menentukan teorema hasil penelitian pada graf yang diteliti, pada tahap ini dalam taksonomi bloom merupakan tahap mencipta;

i). selesai.

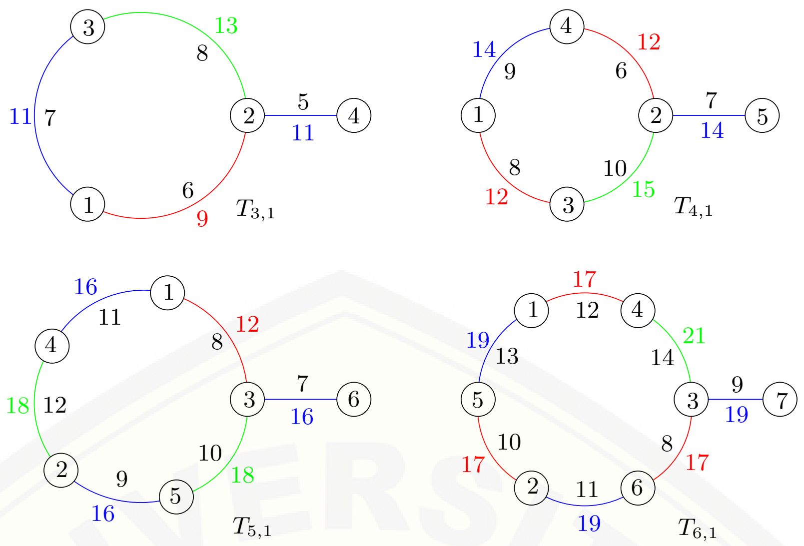
Secara umum, langkah-langkah penelitian di atas dapat juga disajikan dalam bagan Diagram Alir pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

3.4 Observasi Awal Penelitian

Penelitian ini menggunakan keluarga graf *unicyclic* yang akan dicari pewarnaan sisi total antiajaib lokal sebagai data sekunder. Penelitian awal pada salah satu keluarga graf *unycyclic* yaitu graf *pan* mendapatkan hasil sebagai berikut :



Gambar 3.2 Observasi Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal Graf *Pan*

Berdasarkan observasi awal penelitian, didapatkan hasil awal pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada graf *pan* $T_{m,1}$ sama dengan 3, hasil tersebut bisa dilihat pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 Hasil Penelitian Awal Pada Graf Panci

Graf	**Hasil** $\gamma_{leat}(G)$
$T_{3,1}$	$\gamma_{leat}(T_{3,1}) = 3$
$T_{4,1}$	$\gamma_{leat}(T_{4,1}) = 3$
$T_{5,1}$	$\gamma_{leat}(T_{5,1}) = 3$
$T_{6,1}$	$\gamma_{leat}(T_{6,1}) = 3$

3.5 Metode Analisis Validasi

Instrumen validasi digunakan peneliti untuk memperoleh tingkat kevalidan instrumen keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic*. Validasi instrumen dilakukan oleh tiga dosen dari anggota CGANT Universitas Jember. Penghitungan tingkat kevalidan dilakukan setelah validator melakukan penilaian pada lembar validasi berdasarkan nilai rata-rata total untuk semua aspek (V_a).

Adapun langkah-langkah metode analisis validasi untuk menentukan tingkat kevalidan instrumen dijelaskan sebagai berikut.

a). Rata-rata nilai hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

V_{ji} : data nilai dari validator ke-j terhadap indikator ke-i

I_i : rata-rata nilai indikator ke-i

j : validator ke-

i : indikator ke-

v : banyak validator

b). Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_{ji}}{m}$$

Keterangan :

A_i : rata-rata nilai aspek ke-i

I_{ji} : rata-rata nilai untuk aspek ke-i indikator ke-j

j : aspek ke-

i : indikator ke-

m : banyak kriteria dalam aspek ke-i

c). Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{j=1}^{n} A_i}{n}$$

Keterangan :

V_a : nilai rata-rata total semua aspek ke-i

i : aspek yang dinilai

n : banyak aspek

d) Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

Tabel 3.2 Tingkat Kevalidan Instrumen

Nilai V_a	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

Instrumen dapat digunakan jika telah memenuhi kriteria valid atau sangat valid sesuai dengan tabel diatas. Apabila instrumen masih dikategorikan cukup valid, maka peneliti harus melakukan revisi sesuai saran dari validator (dimodifikasi dari Hobri, 2010).

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

a) Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa diperoleh empat teorema baru pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* yaitu :

Teorema 1. *Untuk graf tadpole* $T_{m,n}$ *dimana* $m \geq 3$ *dan* $n \geq 1$*, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu* $\gamma_{leat}(T_{m,n}) = 3$.

Teorema 2. *Untuk graf pan* $T_{(m-1),1}$ *dimana* $m \geq 4$*, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu* $\gamma_{leat}(T_{(m-1),1}) = 3$.

Teorema 3. *Untuk graf peach* C_m^n *dimana* $m \geq 3$ *dan* $n \geq 1$*, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu* $\gamma_{leat}(C_m^n) = n + 2$.

Teorema 4. *Untuk graf* sun S_n *dimana* $n \geq 3$*, maka didapatkan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu*

(i) $\gamma_{leat}(S_n) = 3$*, untuk* n *ganjil*
(ii) $3 \leq \gamma_{leat}(S_n) \leq 5$*, untuk* n *genap.*

Dari hasil teorema tersebut, terdapat keunikan yang dapat disimpulkan bahwa bilangan kromatik pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* besarnya sama dengan derajat tertinggi dari graf *unicyclic* tersebut. Namun hanya berbeda pada graf *sun* saat n genap dimana besarnya bilangan kromatik tidak sama dengan derajat tertinggi pada graf *sun* tersebut.

b) Kaitan antara keterampilan proses berpikir tingkat tinggi dengan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf unicyclic yaitu mengingat (mengingat kembali dasar-dasar graf, dan mengenali graf yang digunakan), memahami (membuat himpunan titik dan sisi dari graf yang diteliti dan kardinalitasnya), menerapkan (menerapkan pelabelan total sehingga ditemukan suatu pola dimana setiap dua sisi yang bertetangga mempunyai bobot atau warna yang berbeda), menganalisis (menentukan fungsi pelabelan titik, sisi dan fungsi bobot serta menyelidiki batas atas dan batas bawah dari graf yang diteliti), mengevaluasi (mengecek fungsi pelabelan titik, sisi dan bobot serta mengecek kebenarannya), dan mencipta (menemukan nilai bilangan kromatik sehingga tercipta teorema baru).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf *unicyclic* perlu dikembangkan untuk graf *unicyclic* lain yang belum dibahas, selain itu dapat juga dikembangkan pada keluarga graf yang lain. Terdapat juga masalah terbuka dalam penelitian ini yaitu :

Masalah Terbuka. Apakah $3 \leq \gamma_{leat}(S_n) \leq 5$ atau bisa optimal $\gamma_{leat}(S_n) = 3$ ketika n genap?

DAFTAR PUSTAKA

Agustin, H., M. Hasan, Dafik, R. Alfarisi, dan Prihandini. 2017. Local Edge Antimagic Coloring of Graph. *Pushpa Publishing House.* 102(9): 1925-1941.

Anderson, L. W., et al. 2001. *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Blooms Taxonomy of Educational Objectives.* New York: Longman.

Arumugam, S., Premalatha, K., Baca, M, dan Semanicova-Fenovcikova, A. 2017. *Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph.* Graph and Combinatorica.

Chartrand, G dan Ping Zhang. 2012. *Introductory Graph Theory.* United Stated of America: Dover Publication, inc.

Dafik. 2015. *Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi.* Jember: Universitas Jember.

Dafik, Miller, M., Ryan, J., dan Baca, M. 2008. *Antimagic Labeling of Union of Stars.* The Australasian Journal of Combinatorics.

Farhan, M. 2017. Aplikasi Pewarnaan Graf pada Pengaturan Lampu Lalu Lintas. *Makalah IF2120 Matematika Diskrit Sem. I Tahun 2017/2018.* Bandung : Institut Teknologi Bandung.

Gross, J. L., dan J. Yellen. 2006. *Graph Teory and Its Applications Second Edition.* Boca Raton:Chapman dan Hall/CRC.

Harary. 1994. WolframMathWorld. Wolfram Research. http://mathworld.wolfram.com/UnicyclicGraph.html [diakses 27 April 2017].

Hartsfield, N, dan Ringel, G. 1990.*Pearls in Graph Theory.* London: Academic Press Limited.

Hobri. 2010.*Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika.* Jember: Pena Salsabila.

Kotzig, A. dan Rosa, A. 1970. *Magic Valuations of Finite Graphs.* Canad: Math. Bull.

Kubale, M. 2004. *Graph Colouring.* AMS Bookstrore.

Miller, M.,O. Phanalasy dan J. Ryan. 2011. *All Graphs Have Antimegic Total Labelings.* Elektronic Notes in Discrete Mathematics.

Munir, R. 2010. *Matematika Diskrit.* Bandung : Informatika Bandung.

Purwanto, H., Indriani, G., dan Dayanti, E. 2006. *Matematika Diskrit.* Jakarta: PT. Ercontara Rajawali.

Rongbo, Z. Y. Zhang, B. Liu, dan C. Liu. 2010. *Information Computing and Applications.* China: Springer.

Santrock, J. 2008. *Psikologi Pendidikan.* Jakarta: Salemba Humani.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf.* Jember: Universitas Jember.

Susilo, Frans. 2012. *Landasan Matematika.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Syakhdiyah, L. 2011. *Pelabelan Total Super (a, d)-Sisi Antimagic Pada Graf Tangga Permata.* Tidak dipublikasikan (Skripsi), Jember: Universitas Jember.

Utari, R. 2008. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya.* Pusdiklat KNPK: Widyaiswara Madya.

Vernold Vivin, J. dan M. Vekatachalam. 2015. On b-chromatic number of sun let graph and wheel graph families. *Journal of the Egyptian Mathematical Society.* 23(2):215-218

Wallis, W. D. 2001. *Magic Graphs.* Boston: Birkhuser.

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian	Metode Penelitian
Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal pada Keuarga Graf Unicyclic dan Kaitannya dengan Keterampilan Bepikir Tingkat Tinggi	1. Bagaimana pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf Unicyclic? 2. Bagaimana kaitan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf Unicyclic dalam keterampilan berpikir tingkat tinggi?	1. Keluarga graf Unicyclic: graf panci (*pan graph*), graf sunlet, graf kecebong (*tadpole graph*) Graf lingkara dengan m pendant pada satu titik 2. Taksonomi bloom yang digunakan yang telah direvisi	1. Menentukan pewarnaan sisi total antiajaib lokal pada keluarga graf Unicyclic 2. tahapan-tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi	Kepus-taka-an	1.Penelitian eksplorasi 2.Penelitian terapan	1.Metode pende-teksian pola 2.Metode deduktif aksiomatik

LAMPIRAN B. Pedoman Penilaian

PEDOMAN PENILAIAN

1) Mengingat

Untuk aspek nomor 1a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengingat terminologi dasar graf.
2	Peneliti kurang mampu mengingat terminologi dasar graf.
3	Peneliti cukup mampu mengingat terminologi dasar graf.
4	Peneliti mampu mengingat terminologi dasar graf.
5	Peneliti sangat mampu mengingat terminologi dasar graf.

Untuk aspek nomor 1b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengenali semua graf yang diteliti.
2	Peneliti kurang mampu mengenali semua graf yang diteliti.
3	Peneliti cukup mampu mengenali semua graf yang diteliti.
4	Peneliti mampu mampu mengenali semua graf yang diteliti.
5	Peneliti sangat mampu mengenali semua graf yang diteliti.

Untuk aspek nomor 1c

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menjelaskan tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal.
2	Peneliti kurang mampu menjelaskan tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal.
3	Peneliti cukup mampu menjelaskan tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal.
4	Peneliti mampu menjelaskan tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal.
5	Peneliti sangat mampu menjelaskan tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal.

2) Memahami

Untuk aspek nomor 2a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
2	Peneliti kurang mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
3	Peneliti cukup mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
4	Peneliti mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
5	Peneliti sangat mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.

Untuk aspek nomor 2b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
2	Peneliti kurang mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
3	Peneliti cukup mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
4	Peneliti mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
5	Peneliti sangat mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.

3) Menerapkan

Untuk aspek nomor 3a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
2	Peneliti kurang mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
3	Peneliti cukup mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
4	Peneliti mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
5	Peneliti sangat mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.

4) Menganalisis

Untuk aspek nomor 4a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menentukan fungsi pelabelan.
2	Peneliti kurang mampu menentukan fungsi pelabelan.
3	Peneliti cukup mampu menentukan fungsi pelabelan.
4	Peneliti mampu menentukan fungsi pelabelan.
5	Peneliti sangat mampu menentukan fungsi pelabelan.

Untuk aspek nomor 4b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik.
2	Peneliti kurang mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik.
3	Peneliti cukup mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik.
4	Peneliti mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik.
5	Peneliti sangat mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik.

5) Mengevaluasi

Untuk aspek nomor 5a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengecek pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabelan yang telah didapatkan.
2	Peneliti kurang mampu mengecek pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabelan yang telah didapatkan.
3	Peneliti cukup mampu mengecek pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabelan yang telah didapatkan.
4	Peneliti mampu mengecek pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabelan yang telah didapatkan.
5	Peneliti sangat mampu mengecek pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabelan yang telah didapatkan.

Untuk aspek nomor 5b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
2	Peneliti kurang mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal..
3	Peneliti cukup mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
4	Peneliti mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
5	Peneliti sangat mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.

6) Mencipta

Untuk aspek nomor 6a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.
2	Peneliti kurang mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.
3	Peneliti cukup mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.
4	Peneliti mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.
5	Peneliti sangat mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.

LAMPIRAN C. Lembar Penilaian

LEMBAR PENILAIAN

KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

NAMA MAHASISWA : **Rivaldi Arganata**

NIM : **140210101090**

JUDUL SKRIPSI : **PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF UNICYCLIC DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

Petunjuk:

1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat Anda.
2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Mengingat	a. Peneliti mampu **mengingat** dasar-dasar graf.				√	
		b. Peneliti mampu **mengenali** semua graf yang akan diteliti.					√
		c. Peneliti mampu **menjelaskan** tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal					√
2.	Memahami	a. Peneliti mampu **membangun** kardinalitas pada setiap graf.					√
		b. Peneliti mampu **memberi contoh** setiap graf yang diteliti.				√	

3.	Menerapkan	a. Peneliti mampu **menerapkan** pelabelan total sedemikian hingga setiap dua sisi yang bertetangga mempunyai warna yang berbeda.					✓
4.	Menganalisis	a. Peneliti mampu **menentukan** fungsi pelabelan.					✓
		b. Peneliti mampu **menyelidiki** batas bawah bilangan kromatik.				✓	
5.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu **mengecek** pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabean yang telah didapatkan.				✓	
		b. Peneliti mampu **mengevaluasi** fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.					✓
6.	Mencipta	a. Peneliti mampu **menghasilkan** teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.					✓

Saran :

....

....

Jember, 11 Juli 2018

Dosen

(Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si.)

LEMBAR PENILAIAN

KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

NAMA MAHASISWA : **Rivaldi Arganata**

NIM : **140210101090**

JUDUL SKRIPSI : **PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF UNICYCLIC DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

Petunjuk:

1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat Anda.
2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Mengingat	a. Peneliti mampu **mengingat** dasar-dasar graf.				✓	
		b. Peneliti mampu **mengenali** semua graf yang akan diteliti.					✓
		c. Peneliti mampu **menjelaskan** tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal					✓
2.	Memahami	a. Peneliti mampu **membangun** kardinalitas pada setiap graf.				✓	
		b. Peneliti mampu **memberi contoh** setiap graf yang diteliti.					✓

3.	Menerapkan	a. Peneliti mampu **menerapkan** pelabelan total sedemikian hingga setiap dua sisi yang bertetangga mempunyai warna yang berbeda.					✓
4.	Menganalisis	a. Peneliti mampu **menentukan** fungsi pelabelan.					✓
		b. Peneliti mampu **menyelidiki** batas bawah bilangan kromatik.				✓	
5.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu **mengecek** pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabean yang telah didapatkan.				✓	
		b. Peneliti mampu **mengevaluasi** fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.					✓
6.	Mencipta	a. Peneliti mampu **menghasilkan** teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.					✓

Saran :

....

....

Jember, 11 Juli 2018

Dosen

(Robiatul Adawiyah S.Pd. M.Si.)

LEMBAR PENILAIAN

KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

NAMA MAHASISWA : **Rivaldi Arganata**

NIM : **140210101090**

JUDUL SKRIPSI : **PEWARNAAN SISI TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA KELUARGA GRAF UNICYCLIC DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

Petunjuk:

1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat Anda.
2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Mengingat	a. Peneliti mampu **mengingat** dasar-dasar graf.					√
		b. Peneliti mampu **mengenali** semua graf yang akan diteliti.					√
		c. Peneliti mampu **menjelaskan** tentang pewarnaan sisi total antiajaib lokal					√
2.	Memahami	a. Peneliti mampu **membangun** kardinalitas pada setiap graf.				√	
		b. Peneliti mampu **memberi contoh** setiap graf yang diteliti.				√	

3.	Menerapkan	a. Peneliti mampu **menerapkan** pelabelan total sedemikian hingga setiap dua sisi yang bertetangga mempunyai warna yang berbeda.					✓
4.	Menganalisis	a. Peneliti mampu **menentukan** fungsi pelabelan.					✓
		b. Peneliti mampu **menyelidiki** batas bawah bilangan kromatik.					✓
5.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu **mengecek** pola pelabelan total antiajaib lokal dengan fungsi pelabean yang telah didapatkan.				✓	
		b. Peneliti mampu **mengevaluasi** fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.				✓	
6.	Mencipta	a. Peneliti mampu **menghasilkan** teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik pada setiap graf yang diteliti.					✓

Saran :

....

....

Jember, 16 Juli 2018

Dosen

(Ermita Rizki A, S.Pd., M.Si.)

LAMPIRAN D. Hasil Analisis Validasi

Aspek Taksonomi Bloom	Indikator	Penilaian			I_i	A_i	Persentase Proses Berpikir	V_a
		I	II	III				
Mengingat	1a	4	4	5	4,3	4,8	26%	4,7
	1b	5	5	5	5			
	1c	5	5	5	5			
Memahami	2a	5	4	4	4,3	4,3	42%	
	2b	4	5	4	4,3			
Menerapkan	3a	5	5	5	5	5	51%	
Menganalisis	4a	5	5	5	5	4,7	68%	
	4b	4	4	5	4,3			
Mengevaluasi	5a	4	4	4	4	4,2	84%	
	5b	5	5	4	4,3			
Mencipta	6a	5	5	5	5	5	93%	

Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen, mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah valid.

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
Telepon: 0331- 334988, 330738 Faks: 0331-334988
Laman: www.fkip.unej.ac.id

LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA	:	Rivaldi Arganata
NIM	:	140210101090
JUDUL SKRIPSI	:	Pewarnaan Sisi Total Antiajaib Lokal pada Keluarga Graf *Unicyclic* dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi
TANGGAL UJIAN	:	20 September 2018
PEMBIMBING	:	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	iii	Perbaikan pada halaman persembahan
2.	iv	Penambahan sumber pada lembar motto
3.	ix	Penambahan pembahasan tentang graf *unicyclic* pada ringkasan
4.	xi	Perbaikan pada halaman prakata
5.	xiii	Perbaikan pada lembar daftar isi
6.	xviii	Perbaikan pada daftar lambang
7.	5	Penambahan alasan dalam pemilihan graf yang diambil pada sub bab kebaruan penelitian
8.	64	Penambahan langkah-langkah dalam penemuan pola pada tahap menerapkan
9.	67	Perbaikan penyampaian percobaan pada tahap mengevaluasi
10.	73	Penambahan keunikan dari keluarga graf *unicyclic* pada lembar kesimpulan

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD danTanggal
Ketua	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.	
Sekretaris	Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.	
Anggota	Prof. Drs. Dafik, M. Sc., Ph. D.	
	Susi Setiawani, S. Si., M. Sc.	19/10 '18

Jember, 5 Oktober 2018
Mengetahui / menyetujui :

Dosen Pembimbing I,

Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Dosen Pembimbing II,

Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Mahasiswa Yang Bersangkutan

Rivaldi Arganata
NIM. 140210101090

Mengetahui,
Ketua Jurusan P. MIPA

Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes.
NIP. 19600309 198702 2 002