



**ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN ASAP
PABRIK GULA SEMBORO JEMBER MENGGUNAKAN
METODE VOLUME HINGGA UNTUK MENGASAH
KEMAMPUAN TCK**

SKRIPSI

Oleh
Firda Yulian Sari
NIM 140210101070

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2018



**ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN ASAP
PABRIK GULA SEMBORO JEMBER MENGGUNAKAN
METODE VOLUME HINGGA UNTUK MENGASAH
KEMAMPUAN TCK**

SKRIPSI

Oleh

Firda Yulian Sari

NIM 140210101070

Dosen Pembimbing 1 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.

Dosen Penguji 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Penguji 2 : Drs. Suharto, M. Kes

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2018

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadiran Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi besar, Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Bapak Andi Supriyanto dan Ibu Lilik Sumarlik, yang tidak pernah putus mendoakan dan mengalirkan rasa cinta dan kasih sayang serta kakakku Firman Syah dan adikku Firgo Bhaktiar Hamsyah yang senantiasa memberi semangat;
2. Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dalam banyak hal;
4. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
5. Alumni/kakak tingkat sebagai validator mas Budi Adi Saputra, mbak Siti Aisyah, mbak Riska Amalia Hakim, mbak Putri Nur Amalina, dan mas Ahmad Rizqi Lazuardi;
6. Teman-teman terdekatku Fedora Aryafina Paramartha, Igeh Nugroho, Icha Shofia Karlita Ulfa, Amiratul Muhsinah Fauzi, Maulida Nur Kholifah, Mila Afriana Agustin, Meilinda Faisovi, Novia Islachul Laily, Hesti Apriwiyani, Dewi Yulia Wardani, Nurul Aini, Umairatul Husna, Frenza Fairuz Firman-syah, Rahmat Dwi Cahyo;
7. Teman-teman seperjuangan Pemodelan Novi Safitri, Ratna Damayanti, Arif Sapta Mandala, Jimmy Purnomo Hasan, dan Lilavati;
8. Teman-teman Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember Angkatan 2014
9. Teman-teman penghuni Pondok Putri 72 mbak Oliph, mbak Andriani, Dhea, Bella, Shofia;

HALAMAN MOTTO



"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."

(Q.S. Al-Insyirah:5-6)

"Kebanggaan kita yang terbesar adalah bukan tidak pernah gagal,
tetapi bangkit kembali setiap kali kita jatuh"

- Confius -

"Manusia tidak merancang untuk gagal, mereka hanya gagal dalam
merancang."

- William J. Siegel -

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Firda Yulian Sari

NIM : 140210101070

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ” *Analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Menggunakan Metode Volume Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 07 Mei 2018

Yang menyatakan,

Firda Yulian Sari

NIM. 140210101070

HALAMAN PENGANTAR

ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN ASAP
PABRIK GULA SEMBORO JEMBER MENGGUNAKAN
METODE VOLUME HINGGA UNTUK MENGASAH
KEMAMPUAN TCK

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Firda Yulian Sari
NIM : 140210101070
Tempat, tanggal Lahir : Banyuwangi, 07 Juli 1996
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / Pendidikan Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Menggunakan Metode Volume Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin
Tanggal : 07 Mei 2018
Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Suharto, M. Kes.
NIP. 19540627 198303 1 002

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Menggunakan Metode Volume Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK; Firda Yulian Sari, 140210101070; 2018: 77 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Indonesia merupakan negara agraris, yaitu negara yang sebagian besar penduduknya bermata pencaharian sebagai petani. Telah banyak produk unggulan yang dihasilkan dari bidang pertanian di seluruh wilayah Indonesia karena tanahnya yang subur. Hasil pertanian atau perkebunan yang menjadi komoditi utama di beberapa daerah Indonesia adalah kopi, teh, tebu, buah-buahan, sayuran, dan masih banyak lagi. Provinsi Jawa Timur khususnya di Kabupaten Jember memiliki beberapa produk unggulan seperti edamame, tebu, kopi, dan cokelat. Jember memiliki beberapa kecamatan dengan kondisi tanah dengan tingkat keasaman yang sesuai untuk dijadikan lahan perkebunan tanaman tebu yaitu sekitar 6.4 sampai 7.7. Tanaman tebu ini yang akan diolah menjadi gula. Salah satu pabrik gula yang masih aktif beroperasi terletak di Kecamatan Semboro. Asap yang dihasilkan oleh pabrik yang sedang beroperasi ini akan mencemari udara di daerah sekitar pabrik. Hal ini yang menyebabkan terjadinya pemanasan global. *Global warming* atau yang kita kenal dengan pemanasan global saat ini menjadi salah satu permasalahan yang cukup kompleks di seluruh dunia tak terkecuali Indonesia. Salah satu penyebab terjadinya pemanasan global adalah polusi udara yang terus meningkat tiap tahunnya, sedangkan populasi hutan yang menjadi salah satu pencegah terjadinya pemanasan global semakin menurun. Polusi udara bahkan menjadi hal yang biasa dirasakan masyarakat terutama di daerah perkotaan yang salah satu penyebab utamanya adalah asap hasil pembakaran bahan bakar kendaraan dan hasil pembakaran kegiatan industri. Asap pabrik gula Semboro menjadi salah satu penyebab polusi udara untuk daerah sekitarnya.

Dari latar belakang tersebut, maka dilakukan penelitian yang memiliki tujuan untuk mengetahui model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember, menyelesaikan model menggunakan metode volume hingga, menganalisis pengaruh kecepatan angin terhadap penyebaran asap pabrik, untuk mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah penyebaran asap

pabrik, dan untuk mengasah kemampuan TCK peneliti sebagai calon guru.

Tahapan kegiatan penelitian meliputi: pertama, menentukan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember. Tahapan ini meliputi studi pustaka tentang penyebaran asap pabrik kemudian membuat model matematika persamaan momentum dan persamaan massa. Model yang terbentuk didiskritisasi QUICK sehingga diperoleh matriks global. Setelah mendapatkan matriks global langkah selanjutnya adalah melakukan komputasi dengan MATLAB. Selanjutnya melakukan simulasi dengan FLUENT yang digabung dengan gambar atau penampakan dari atas pabrik gula Semboro Jember menggunakan *Google Earth* untuk mengetahui pola penyebaran asap pabrik dan daerah yang terdampak. Kemudian melakukan validasi untuk mengasah kemampuan TCK peneliti.

Adapun hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember adalah persamaan yang dinyatakan berdasarkan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa yang diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi QUICK. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\begin{aligned}
 & C_w \left[\rho u \left(\frac{-u\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} + 1 \right) \right] \Delta y\Delta t + \\
 & C_e \left[\rho u \left(\frac{u\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} - 1 \right) \right] \Delta y\Delta t + \\
 & C_s \left[\rho \left(\frac{-uv\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} + v \right) \right] \Delta x\Delta t + \\
 & C_n \left[\rho \left(\frac{uv\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} - v \right) \right] \Delta x\Delta t = \\
 & -\rho u \left(\frac{T_0(\Delta y\Delta t + \Delta x\Delta t) + q_c\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} \right) \Delta x\Delta y - P(\Delta y\Delta t + \Delta x\Delta t) + \\
 & uv_d \frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + vv_d \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} + (2u\mu + v\mu) \frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + (u\mu + 2v\mu) \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} + \\
 & (v\mu + u\mu)\Delta t + f_i\Delta x\Delta y\Delta t
 \end{aligned} \tag{1}$$

dimana,

$$f_i = -c_d \times LAD \times |V| \times u_i \quad (2)$$

2. Hasil simulasi MATLAB menunjukkan semakin besar kecepatan angin maka konsentrasi asap pabrik yang terbawa oleh angin semakin banyak dan semakin jauh/luas wilayah yang terdampak. Selain itu, semakin jauh jarak dari cerobong asap maka konsentrasi asap akan semakin sedikit.
3. Hasil simulasi MATLAB menunjukkan semakin besar tekanan maka konsentrasi asap pabrik yang dihasilkan semakin banyak, sehingga konsentrasi asap pada daerah yang terdampak akan semakin banyak.
4. Hasil simulasi MATLAB menunjukkan semakin banyak konsentrasi awal maka konsentrasi asap pabrik yang tersebar akan semakin banyak juga pada daerah yang dilalui asap tersebut.
5. Hasil simulasi FLUENT menunjukkan daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap pabrik yaitu pada bulan Desember - April asap pabrik menyebar ke daerah Semboro Selatan, Pasar Semboro, Beteng, Besuki, Karangrejo sampai Paleran sedangkan pada bulan Mei - Oktober asap pabrik menyebar ke daerah Semboro Utara, Darungan, Gembongan sampai Pucukan.
6. Metode volume hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dengan tingkat kesalahan perhitungan *error relatif* kurang dari 0.01.
7. Hasil validasi menunjukkan valid untuk mengasah kemampuan TCK peneliti dalam analisis model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Menggunakan Metode Volume Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pembahas dan Dosen Penguji yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 07 Mei 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Kebaharuan Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Model dan Pemodelan Matematika	6
2.2 CFD (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)	9
2.3 Perangkat Lunak dalam CFD	10
2.3.1 GAMBIT	10
2.3.2 FLUENT	11
2.4 Metode Volume Hingga	12
2.4.1 Persamaan Momentum	14
2.4.2 Persamaan Kontinuitas Massa	16
2.5 Teknik Diskritisasi QUICK (<i>Quadratic Upwind Interpolation Connective Kinematics</i>)	16

2.6	Algoritma dan Pemograman MATLAB	19
2.6.1	Algoritma dan Pemograman	19
2.6.2	MATLAB	20
2.6.3	Metode Gauss Seidel	22
2.6.4	Galat atau <i>Error</i>	25
2.7	Fluida	28
2.7.1	Jenis-jenis Fluida	28
2.7.2	Jenis-jenis Aliran Fluida	30
2.8	Angin dan Iklim	31
2.8.1	Angin	31
2.8.2	Iklim	32
2.9	Pabrik Gula	33
2.10	<i>Google Earth</i>	34
2.11	TPACK (<i>Technological Pedagogical Content Knowledge</i>)	35
3	METODE PENELITIAN	37
3.1	Jenis Penelitian	37
3.2	Prosedur Penelitian	37
3.3	Definisi Operasional	40
3.4	Tempat Penelitian	41
3.5	Metode Pengumpulan Data	41
3.6	Data dan Analisis Data	41
3.7	Instrumen Validasi	42
3.8	Metode Analisis Validasi	43
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	45
4.1	Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember	45
4.1.1	Pembuktian Persamaan Momentum	46
4.1.2	Pembuktian Persamaan Massa	49
4.2	Penyelesaian Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember	50
4.3	Diskritisasi Dengan Teknik Diskritisasi QUICK	54
4.4	Bentuk Matriks $n \times n$ dengan Teknik Diskritisasi QUICK	57

4.5	Efektivitas Metode Volume Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> dalam Analisis Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember	60
4.5.1	Format <i>Programming</i>	61
4.5.2	Penggunaan <i>Error Relatif</i> pada Metode Volume Hingga	63
4.5.3	Simulasi Pemodelan	63
4.6	Analisis dan Pembahasan	64
4.6.1	Komputasi MATLAB	64
4.6.2	Visualisasi Simulasi FLUENT	68
4.6.3	Analisis Efektivitas Metode Volume Hingga pada Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember	71
4.6.4	Analisis Cara Mengasah Kemampuan TCK dalam analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember menggunakan Metode Volume Hingga	71
5	KESIMPULAN DAN SARAN	72
5.1	Kesimpulan	72
5.2	Saran	73
	DAFTAR PUSTAKA	74
	LAMPIRAN	78
	A. Format <i>Programming</i> MATLAB	78
	B. Hasil Simulasi Program MATLAB	90
	C. Hasil Perhitungan <i>Error Relatif</i>	96
	D. Pedoman Validasi	102
	E. Lembar Hasil Validasi	105
	F. Lembar Penilaian Validasi	106
	G. Matrik Penelitian	121

DAFTAR GAMBAR

2.1	Tahapan penyusunan pemodelan matematika	7
2.2	Tampilan GAMBIT	10
2.3	Hasil simulasi menggunakan <i>software</i> FLUENT	12
2.4	Model Volume Kendali Dua Dimensi	13
2.5	Sel Pusat dan Sel Vertex	14
2.6	Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum	15
2.7	Bagan Volume Kendali Persamaan Kontinuitas Massa	16
2.8	Diskritisasi QUICK	17
2.9	Tampilan MATLAB	21
2.10	Fluida Cair	29
2.11	Fluida Gas	29
2.12	Aliran Laminar	30
2.13	Aliran Turbulen	30
2.14	Pabrik Gula Semboro Jember dalam <i>Google Earth</i>	35
2.15	Bagian-bagian TPACK	36
3.1	Bagan Alur Penelitian	39
4.1	Bagian Kendali Persamaan Momentum	47
4.2	Bagian Kendali Persamaan Kontinuitas Massa	49
4.3	Skema Diskritisasi Penyebaran Asap Pabrik Gula	59
4.4	Grafik Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Kecepatan Angin	65
4.5	Grafik Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Tekanan	67
4.6	Grafik Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Konsentrasi Awal	68
4.7	Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember pada Bulan Desember - April	69
4.8	Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember pada Bulan Mei - Oktober	70

DAFTAR TABEL

3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen 44



DAFTAR LAMBANG



P	=	tekanan
ΣF	=	gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali
g	=	gravitasi
μ	=	konsentrasi
x	=	sumbu x
y	=	sumbu y
t	=	waktu
i	=	diskritisasi pada sumbu x
j	=	diskritisasi pada sumbu y
$\frac{\partial}{\partial x}$	=	derivatif terhadap x
$\frac{\partial}{\partial y}$	=	derivatif terhadap y
$\frac{\partial}{\partial t}$	=	derivatif terhadap t
Δx	=	perubahan sumbu x
Δy	=	perubahan sumbu y
Δt	=	perubahan waktu
C_e	=	kontrol permukaan <i>east</i> atau timur
C_w	=	kontrol permukaan <i>west</i> atau barat
C_n	=	kontrol permukaan <i>north</i> atau utara
C_s	=	kontrol permukaan <i>south</i> atau selatan
C_0	=	konsentrasi asap
ρ	=	massa jenis
T	=	suhu
u	=	kecepatan angin arah sumbu x
v	=	kecepatan angin arah sumbu y
D	=	massa molekul
q_c	=	intensitas sistem terkontaminasi
ν_d	=	viskositas dinamik/kekentalan
f_i	=	gaya tekanan eksternal
c_d	=	koefisien gesek

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara agraris, yaitu negara yang sebagian besar penduduknya bermata pencaharian sebagai petani. Letak geografis Indonesia menyebabkan negara ini memiliki kondisi tanah yang sangat subur, hal inilah yang menjadi alasan utama masyarakat Indonesia bermata pencaharian sebagai petani. Telah banyak produk unggulan yang dihasilkan dari bidang pertanian di seluruh wilayah Indonesia. Setiap daerah memiliki produk unggulannya masing-masing, produk unggulan yang dihasilkan juga dipengaruhi oleh kondisi tanah di daerah tersebut. Hasil pertanian atau perkebunan yang menjadi komoditi utama di beberapa daerah Indonesia seperti kopi, teh, tebu, buah, sayuran, dan masih banyak lagi. Setiap provinsi atau kota telah menjadikan produk pertanian dan perkebunan ini sebagai komoditi utama dan menjadi masukan terbesar untuk anggaran dana daerah. Di daerah Jawa Timur sendiri setiap kota memiliki produk unggulan yang berbeda tak terkecuali di Kabupaten Jember. Berdasarkan data yang diperoleh dari Bappeda (2013) edamame, tebu, kopi, coklat adalah beberapa produk unggulan dari Kabupaten Jember.

Tanaman tebu sangat banyak tumbuh di daerah pedesaan yang ada di Jember. Kondisi keasaman tanah menjadi salah satu faktor utama keberhasilan penanaman pohon tebu, dengan tingkat PH sekitar 6,4 sampai 7,7 (Anonim, 2014). Jember memiliki beberapa kecamatan dengan kondisi tanah yang memiliki tingkat keasaman sesuai untuk dijadikan lahan perkebunan tanaman tebu. Tanaman tebu ini yang akan diolah menjadi gula. Salah satu pabrik gula yang masih aktif beroperasi terletak di Kecamatan Semboro. Sebagian besar pegawai pabrik adalah masyarakat setempat, akan tetapi asap yang dihasilkan oleh pabrik gula yang sedang beroperasi ini akan mencemari udara di daerah sekitar pabrik. Hal ini yang menyebabkan terjadinya pemanasan global.

Global warming atau yang kita kenal dengan pemanasan global saat ini menjadi salah satu permasalahan yang cukup kompleks di seluruh dunia tak terkecuali Indonesia. Salah satu penyebab terjadinya pemanasan global adalah polusi udara yang terus meningkat tiap tahunnya, sedangkan populasi hutan yang menjadi salah satu pencegah terjadinya pemanasan global semakin menurun. Indonesia sejak dulu dikenal sebagai paru-paru dunia, hal ini dikarenakan populasi hutan hujan tropis sangat banyak di Indonesia. Populasi hutan saat ini terus menurun secara drastis dengan adanya kebakaran hutan, alih fungsi lahan, dan penebangan liar. Hal ini menyebabkan daerah di Indonesia semakin parah tingkat polusi udaranya (Anonim, 2015). Polusi udara bahkan menjadi hal yang biasa dirasakan masyarakat terutama di daerah perkotaan yang salah satu penyebab utamanya adalah asap hasil pembakaran bahan bakar kendaraan dan juga hasil pembakaran kegiatan industri. Asap pabrik semboro menjadi salah satu penyebab polusi udara untuk daerah sekitarnya. Penyebaran asap pabrik ini dapat mengganggu kesehatan masyarakat, oleh karena itu pada kesempatan ini akan dilakukan penelitian mengenai penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dalam bentuk model Matematika.

Penelitian sejenis yang telah dilakukan dan dipublikasikan salah satunya yaitu jurnal internasional yang berjudul *Modelling of Pollutant Dispersion with Atmospheric Instabilities in An Industrial Park* (Ma et al, 2016). Penelitian tersebut mengkombinasikan *Large Eddy Simulation* (LES) dengan model skala *subgrid smagorinsky* dinamis untuk mensimulasikan medan angin dan penyebaran partikulat polutan dengan mempertimbangkan efek pada tajuk pohon dan kondisi cuaca.

Penelitian ini juga dilakukan untuk mengasah kemampuan TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*) guru yang merupakan salah satu kerangka kerja yang banyak mendapat perhatian akhir-akhir ini. Hadirnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang semakin pesat bisa dijadikan salah satu cara untuk meningkatkan kualitas pembelajaran yang dilakukan oleh seorang guru. TPACK adalah pengetahuan tentang bagaimana memfasilitasi pembelajaran siswa dari konten tertentu melalui pendekatan pedagogi dan teknologi. Menurut Hewitt (2008), TPACK dianggap sebagai kerangka kerja berpotensi yang dapat memberikan arah baru dan pengalaman baru bagi guru dalam memecahkan

masalah terkait dengan mengintegrasikan TIK ke dalam kegiatan belajar mengajar di ruang kelas.

Penelitian penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember ini akan dilakukan untuk mengetahui bagaimana penyebaran asap pabrik tersebut pada saat beroperasi. Analisis penelitian ini didapat dari pengembangan suatu model persamaan differensial matematika yang dibentuk dalam dua dimensi. Persamaan-persamaan differensial didapat dari jurnal-jurnal ilmiah yang berkaitan dengan penyebaran asap. Persamaan-persamaan matematika akan diselesaikan menggunakan metode numerik volume hingga. Penyelesaian menggunakan metode volume hingga merupakan metode yang tepat digunakan untuk bentuk benda yang tidak beraturan sehingga bisa lebih mudah dalam diskritisasi. Diskritisasi dilakukan dengan tujuan untuk mempermudah dalam melakukan perhitungan. Penanganan model matematika lebih lanjut dengan menggunakan software MATLAB dan FLUENT, kemudian menganalisis hasil yang diperoleh.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

- 1) bagaimana model matematika pada penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember?
- 2) bagaimana pengaruh kecepatan angin terhadap penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember?
- 3) bagaimana pengaruh tekanan terhadap penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember?
- 4) bagaimana pengaruh konsentrasi awal terhadap penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember?
- 5) bagaimana simulasi FLUENT dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember?
- 6) bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember berdasarkan *error* yang didapat?
- 7) bagaimana kevalidan untuk mengasah kemampuan TCK dalam analisis model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) untuk menentukan model matematika pada penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember;
- 2) untuk mengetahui pengaruh kecepatan angin terhadap penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember;
- 3) untuk mengetahui pengaruh tekanan terhadap penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember;
- 4) untuk mengetahui pengaruh konsentrasi awal terhadap penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember;
- 5) untuk mengetahui simulasi FLUENT dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember;
- 6) untuk mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember berdasarkan error yang didapat;
- 7) untuk mengetahui kevalidan untuk mengasah kemampuan TCK dalam analisis model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.

1.4 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

- 1) objek penelitian adalah asap pabrik Gula Semboro Jember;
- 2) pemodelan penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember;
- 3) proses yang dianalisis adalah penyebaran asap pabrik berdasarkan kecepatan angin, tekanan dan konsentrasi;
- 4) persamaan model matematika yang dilakukan adalah persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa;
- 5) metode penyelesaian yang digunakan adalah metode volume hingga;
- 6) teknik diskritisasi yang digunakan adalah teknik *Quadratic Upwind Interpolation Connective* (QUICK);

- 7) analisis yang digunakan menggunakan bantuan *software* MATLAB;
- 8) model matematika disimulasikan menggunakan FLUENT.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika;
- 2) menambah pengetahuan peneliti dalam mengasah kemampuan TCK;
- 3) sebagai sumber bacaan bagi peneliti lain yang ingin melakukan penelitian sejenis atau penelitian lebih lanjut;
- 4) memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode volume hingga di program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Jember.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Kebaharuan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) menggunakan aplikasi MATLAB dalam menganalisis penyebaran asap pabrik gula Semoro Jember;
- 2) menggunakan model rumus hasil penyempurnaan dari model rumus sebelumnya;
- 3) menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi *Quick Upwind Interpolation Convective Kinematics* (QUICK);
- 4) model matematika akan disimulasikan menggunakan FLUENT;
- 5) penelitian digunakan untuk mengasah kemampuan TCK.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember merupakan salah satu penyebab polusi udara di daerah sekitar. Hal yang diamati pada penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember ini difokuskan pada kecepatan penyebaran asap berdasarkan kecepatan angin, tekanan, dan konsentrasi awal. Model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember ini diselesaikan menggunakan metode volume hingga kemudian dianalisis secara numerik dengan bantuan MATLAB dan disimulasikan dengan bantuan FLUENT.

2.1 Model dan Pemodelan Matematika

Model matematika merupakan replika/tiruan yang dilakukan dengan cara mendiskripsikan fenomena/peristiwa alam dengan satu set persamaan. Fenomena/peristiwa alam yang ditirukan didiskripsikan berdasarkan kesamaan model terhadap fenomena/peristiwa alamnya yang tergantung pada ketepatan formulasi persamaan matematisnya (Luknanto, 2003). Model matematika merupakan representasi matematika yang dihasilkan dari pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan pada dunia nyata ke dalam pernyataan matematis (Widowati dan Sutimin, 2007: 1).

Menurut Widowati dan Sutimin (2007: 2-3) terdapat beberapa jenis model matematika yang meliputi model empiris, model simulasi, model deterministik dan stokastik.

1) Model Empiris

Data pada model empiris yang berhubungan dengan problem menentukan peran yang penting. Gagasan yang utama dalam pendekatan ini adalah mengkonstruksi formula (atau persamaan) matematika yang dapat menghasilkan grafik terbaik untuk mencocokkan data.

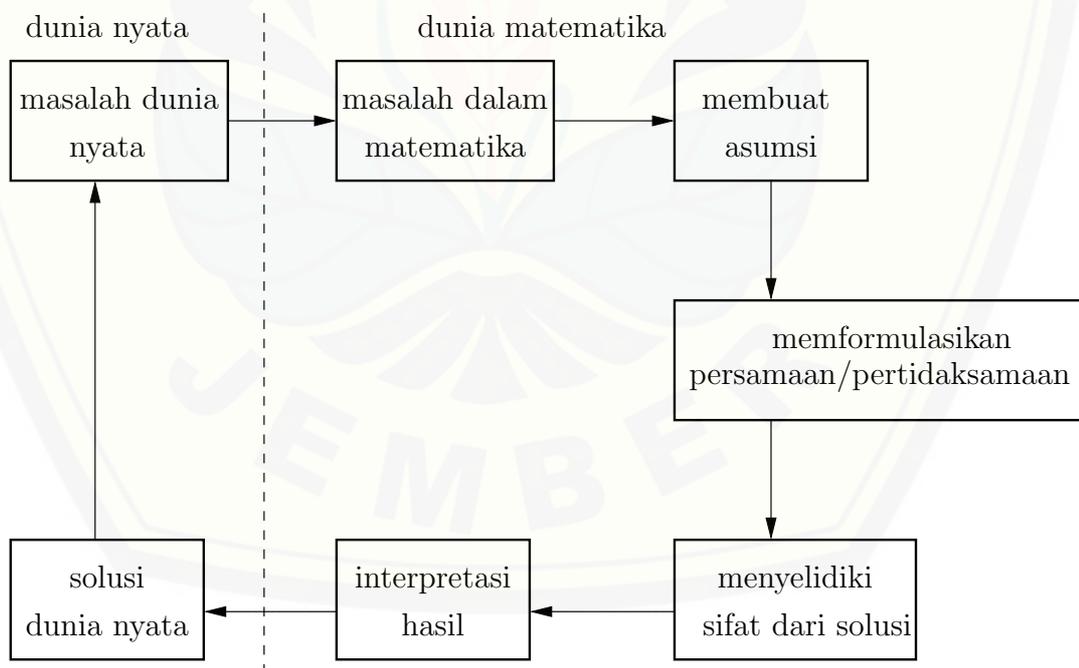
2) Model Simulasi

Pendekatan yang lain untuk pemodelan matematika adalah konstruksi model simulasi. Program komputer pada pendekatan ini ditulis berdasarkan pada aturan-aturan. Aturan-aturan ini dipercaya untuk membentuk bagaimana suatu proses atau fenomena akan berjalan terhadap waktu dalam kehidupan nyata. Program komputer ini dijalankan terhadap waktu sehingga implikasi interaksi dari berbagai variabel dan komponen yang dikaji dan diuji.

3) Model Deterministik dan Stokastik

Model deterministik meliputi penggunaan persamaan atau himpunan persamaan untuk mempresentasikan hubungan antara berbagai komponen (atau variabel) suatu sistem atau problem. Suatu contoh adalah persamaan diferensial biasa yang menjelaskan bagaimana suatu kuantitas tertentu berubah terhadap waktu. Persamaan ini menunjukkan hubungan antara kuantitas (yang dinyatakan oleh variabel tak bebas dari persamaan) dan waktu sebagai variabel. Diberikan syarat awal yang sesuai, persamaan differensial dapat diselesaikan untuk memprediksi perilaku sistem model.

Proses pemodelan matematika dinyatakan dalam diagram alur seperti pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Tahapan penyusunan pemodelan matematika

Berdasarkan Gambar 2.1 dapat diperoleh langkah-langkah pemodelan matematika adalah sebagai berikut.

1) Menyatakan Permasalahan Nyata ke dalam Pengertian Matematika

Permasalahan pada dunia nyata pada langkah ini dimodelkan dalam bahasa matematis. Langkah ini meliputi identifikasi variabel-variabel dalam masalah dan membentuk beberapa hubungan antar variabel yang dihasilkan dari permasalahan tersebut.

2) Membuat Asumsi

Asumsi dalam pemodelan matematika mencerminkan bagaimana proses berpikir sehingga model dapat berjalan.

3) Formulasi Persamaan/Pertidaksamaan

Langkah selanjutnya yaitu memformulasikan persamaan atau sistem persamaan dengan pemahaman hubungan antar variabel dan asumsi. Formulasi model merupakan langkah yang paling penting, sehingga terkadang diperlukan adanya pengujian kembali asumsi-asumsi agar dalam proses pembentukan formulasi dapat sesuai dan realistis. Jika pada proses pengujian kembali ditemukan ketidaksesuaian model, maka perlu dilakukan pengkajian ulang asumsi dan membentuk asumsi baru.

4) Menyelidiki Sifat dari Solusi

Setelah membentuk formulasi model, langkah selanjutnya adalah menyelidiki sifat dari solusi yaitu menyelidiki apakah solusi sistem stabil atau tidak stabil.

5) Interpretasi Hasil

Interpretasi hasil merupakan suatu langkah yang menghubungkan formula matematika dengan kembali ke permasalahan dunia nyata. Interpretasi ini dapat diwujudkan dalam bentuk grafik yang digambarkan berdasarkan solusi yang diperoleh dan selanjutnya diinterpretasikan sebagai solusi dalam dunia nyata.

Sesuai dengan penjelasan di atas, penelitian ini menggunakan model simulasi dengan bantuan program MATLAB dan FLUENT.

2.2 CFD (*Computational Fluid Dynamics*)

Computational Fluid Dynamics (CFD) merupakan salah satu cabang mekanika fluida yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan masalah yang terjadi pada aliran fluida. Tanpa kita sadari, aliran fluida terjadi pada fenomena-fenomena alam di sekitar kita. Fenomena-fenomena alam suatu zat banyak kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya hujan, badai, angin, polusi udara (asap kendaraan bermotor maupun asap pabrik), proses dalam tubuh (peredaran darah, sistem pencernaan, sistem pernapasan), dan masih banyak lagi. Dengan menggunakan *Computational Fluid Dynamics* (CFD), fenomena-fenomena tersebut dianalisis dengan cepat dan akurat.

Computational Fluid Dynamics (CFD) merupakan penyimulasian yang berbasis komputer untuk menganalisis suatu fenomena alam yang berkaitan dengan reaksi kimia, aliran fluida, maupun perpindahan panas. Menurut Tuakia (2008:2), CFD adalah ilmu yang mempelajari cara memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika atau model matematika. Metode CFD menggunakan analisis numerik yaitu kontrol volume sebagai elemen dari integrasi persamaan-persamaan yang terdiri atas persamaan keseimbangan massa, momentum dan energi, sehingga penyelesaian persamaan untuk benda dua atau tiga dimensi lebih cepat dan dapat dilakukan dengan cara simulasi (Versteeg dan Malalasekera, 1995).

Proses simulasi CFD pada umumnya dibagi menjadi tiga tahapan utama.

1) *Pre-processor*

Pre-processor atau *pre-processing* merupakan langkah awal pada proses simulasi yang harus dilakukan dalam membangun dan menganalisis model CFD. Hal-hal yang dilakukan pada tahap ini adalah dengan mendesain model geometri yang akan dianalisis, membuat *mesh/grid* pada model, kemudian menerapkan kondisi-kondisi batas (*boundary*) yang berupa *inlet* (saluran fluida masuk), *outlet* (saluran fluida keluar), dan *wall* (dinding pembatas) serta sifat-sifat fluidanya.

2) *Solver*

Solver atau *solving* merupakan tahap inti dari CFD. Solusi dihitung berdasarkan kondisi-kondisi yang diterapkan pada tahap *pre-processor*. Penye-

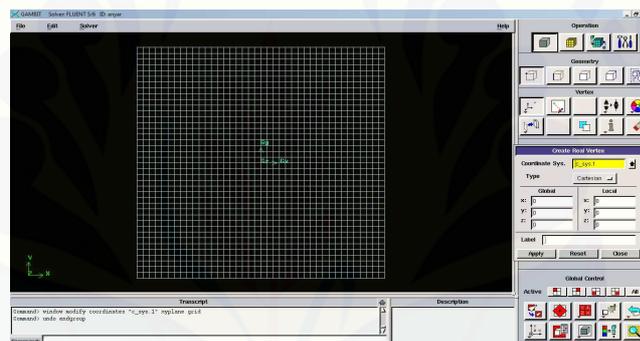
lesaian pada tahap ini terdiri dari tiga tahapan yaitu diantaranya aproksimasi aliran yang tidak diketahui dengan fungsi sederhana, diskritisasi dengan mensubstitusikan hasil aproksimasi ke dalam persamaan aliran yang dibangun disertai manipulasi matematik, dan penyelesaian persamaan secara aljabar.

3) *Post-processor*

Post-processor atau *post-processing* merupakan tahapan terakhir dari CFD. Tahap ini adalah interpretasi hasil dari *post-processor* dan *solver* yang berupa gambar dengan warna tertentu yang menjelaskan aliran fluida, kurva, vektor, animasi, dll.

2.3 Perangkat Lunak dalam CFD

2.3.1 GAMBIT



Gambar 2.2 Tampilan GAMBIT

GAMBIT merupakan singkatan dari *Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*. GAMBIT berfungsi untuk membuat model geometri dan mendefinisikan daerah yang akan dilalui fluida serta melakukan proses *meshing* pada daerah tersebut. GAMBIT membantu memudahkan dalam proses mengkonstruksi maupun menyeketsa suatu model geometri. GAMBIT adalah *software* yang memiliki alat-alat atau menu yang memudahkan kita untuk mengonstruksi bentuk-bentuk geometris maupun bentuk yang tidak teratur serta menganalisis suatu objek atau model. GAMBIT dapat membuat model dan melakukan diskritisasi untuk berbagai macam bentuk (2 dimensi atau 3 dimensi), termasuk bentuk-bentuk yang rumit dan tidak beraturan. Hal ini dikarenakan GAMBIT dapat

melakukan *meshing* dengan berbagai macam *mesh*, yaitu *mesh* heksahedral terstruktur dan tidak terstruktur, tetrahedral, piramid, dan prisma. *Meshing* pada GAMBIT akan mempartisi serta membagi sketsa dari objek yang akan diteliti sehingga akan memudahkan peneliti untuk melakukan komputasi. Proses akhir dari penggunaan GAMBIT adalah penentuan jenis kondisi batas (*boundary condition*). Setelah semua selesai dilakukan, model tersebut siap untuk dianalisis menggunakan FLUENT.

2.3.2 FLUENT

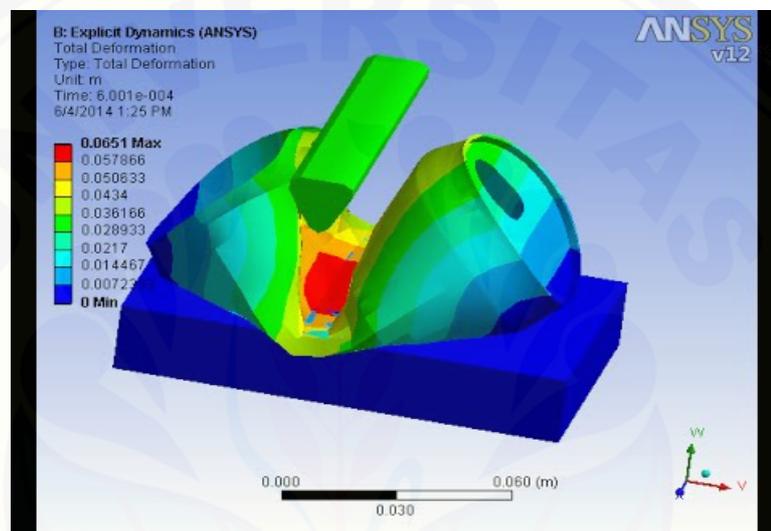
FLUENT adalah perangkat lunak dalam komputer yang digunakan untuk mensimulasikan aliran fluida dan perpindahan panas. Aliran dan perpindahan panas dari berbagai fluida dapat disimulasikan pada bentuk/geometri yang rumit. Simulasi dengan menggunakan program FLUENT dapat diketahui parameter-parameter aliran dan perpindahan panas yang diinginkan. Distribusi tekanan, kecepatan aliran, laju aliran massa, distribusi temperatur, dan pola aliran fluida yang terjadi dapat diketahui pada tiap titik yang terdapat dalam sistem yang dianalisa.

FLUENT adalah salah satu jenis program CFD yang menggunakan metode volume hingga (Tuakia, 2008: 133). FLUENT menyediakan fleksibilitas *mesh* yang lengkap, sehingga dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh* (*grid*) yang tidak terstruktur sekalipun dengan cara yang relatif mudah. Setelah merencanakan analisis CFD pada model, langkah-langkah umum penyelesaian analisis CFD pada FLUENT sebagai berikut:

- 1) membuat geometri dan *mesh* pada model;
- 2) memilih *solver* yang tepat untuk model tersebut (2D atau 3D);
- 3) mengimpor *mesh* model (*grid*);
- 4) melakukan pemeriksaan pada *mesh* model;
- 5) memilih *solver*;
- 6) memilih persamaan dasar yang akan dipakai dalam analisis, misalnya: laminar, turbulen, reaksi kimia, perpindahan kalor, dan lain-lain;
- 7) menentukan sifat material yang akan dipakai;
- 8) menentukan kondisi batas;
- 9) mengatur parameter kontrol solusi;

- 10) *initialize the flow field*;
- 11) melakukan perhitungan/iterasi;
- 12) memeriksa hasil iterasi;
- 13) menyimpan hasil iterasi.

Dari langkah-langkah di atas, FLUENT dapat menghasilkan simulasi yang berupa gambaran yang mendekati kondisi sebenarnya. Kita juga bisa memasukkan indikator-indikator yang sesuai dengan data-data yang kita peroleh dari pengamatan. Untuk fluida, kita bisa memasukkan suhu, kecepatan, serta tekanan yang ada pada objek sebenarnya (Tuakia, 2008:138).

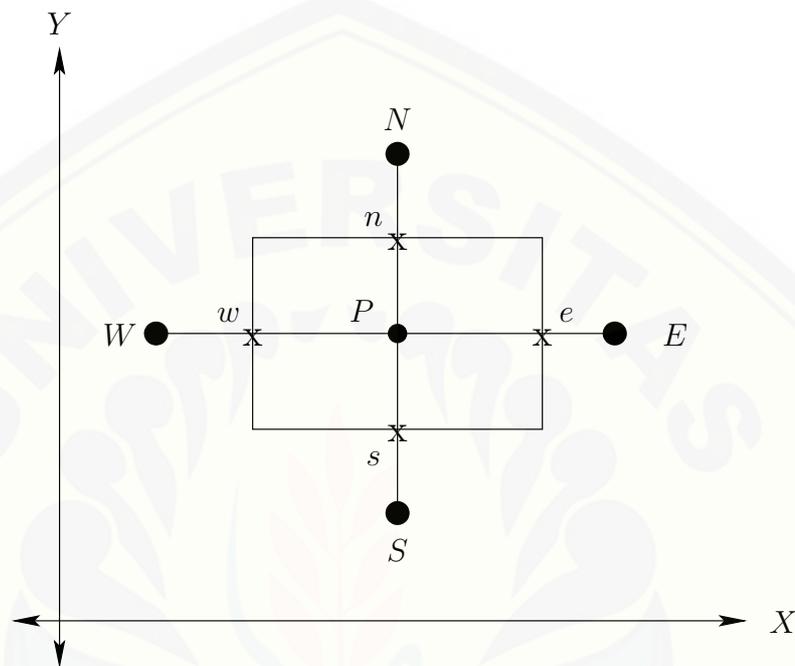


Gambar 2.3 Hasil simulasi menggunakan *software* FLUENT (sumber : gamaxlabsol.com)

2.4 Metode Volume Hingga

Metode volume hingga merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan pemodelan matematika dari permasalahan atau fenomena alam yang terjadi dengan suatu titik-titik diskrit yang kontinu dan setiap titik tersebut memiliki jarak yang sama atau teratur sehingga membentuk *grid* atau *mesh*. Menurut Mungkasi (2011), metode volume hingga didasarkan pada bentuk integral hukum kekekalan. Domain dibagi-bagi menjadi banyak sel dan nilai diambil dari pendekatan rata-rata kuantitas dalam setiap sel. Setiap ujung sel, nilai-nilai tersebut diperbarui oleh pendekatan fluks disetiap waktu.

Keakuratan metode ini sangat bergantung pada fungsi fluks numeris yang memberikan pendekatan fluks yang sesungguhnya sebaik mungkin. Kesalahan yang dihasilkan oleh penampilan metode numeris ini akan dianalisis secara kuantitatif serta melakukan perbandingan antara grafik penyelesaian numeris dengan grafik penyelesaian analitis.



Keterangan:

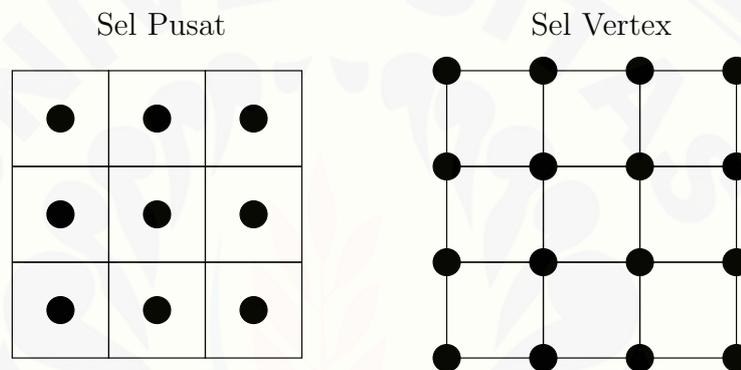
P : kumpulan sel pusat W atau w : west/barat
 X : sumbu x E atau e : east/timur
 Y : sumbu y N atau n : north/utara
 S atau s : south/selatan

Gambar 2.4 Model Volume Kendali Dua Dimensi

Metode volume hingga sangat baik digunakan untuk membantu menyelesaikan permasalahan atau fenomena alam yang berkaitan dengan aliran fluida, penyebaran suhu, atau masalah mekanika fluida yang lain, dengan membangun bentuk geometri. Penelitian ini menggunakan metode volume hingga karena penelitian ini menggunakan aliran fluida yang berupa gas. Bentuk geometri metode volume hingga pada umumnya tidak beraturan seperti halnya gas. Aliran suatu fluida dapat dibangun menggunakan persamaan matematika yang umum-

nya menggunakan rumus-rumus fisika seperti hukum kekekalan massa, hukum kekekalan energi, dan hukum kekekalan momentum. Persamaan matematika yang akan dibangun dalam penelitian ini yaitu persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa, sedangkan massa udara dianggap konstan (tetap).

Penyelesaian aliran fluida pada penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember pada metode ini menggunakan teknik diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics (QUICK)*. Teknik diskritisasi QUICK dipilih karena penyelesaian model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga dan *grid* pada domain terstruktur. Dengan dua persamaan alur aliran fluida yang menyatakan hukum kekekalan fisika yaitu hukum kekekalan momentum dan hukum kontinuitas massa.



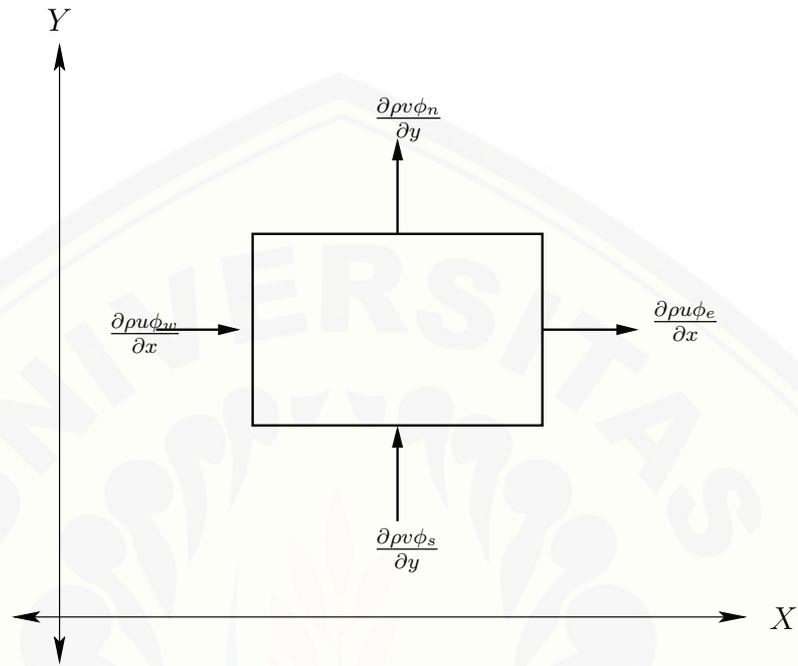
Gambar 2.5 Sel Pusat dan Sel Vertex

Pada Gambar 2.5, menunjukkan letak sebuah titik pada volume kendali yang terpusat. Sel pusat berfungsi sebagai titik acuan yang mewakili setiap bagian dari model yang telah dipartisi. Sedangkan sel vertex berfungsi sebagai diskritisasi metode volume hingga. Sel pusat dan sel vertex mewakili bidang yang dimodelkan. Penelitian ini akan digunakan volume kendali dua dimensi seperti pada Gambar 2.4 untuk memodelkan penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.

2.4.1 Persamaan Momentum

Partikel-partikel suatu aliran fluida mempunyai momentum. Oleh karena itu kecepatan aliran fluida berubah baik dalam besarnya maupun arahnya, maka momentum partikel-partikel fluida juga akan berubah. Persamaan momentum merupakan bentuk persamaan diferensial yang menghubungkan dengan gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali, salah satunya adalah tekanan (P). Gaya

yang lain terdiri dari dua jenis, yaitu gaya beban dan gaya permukaan. Gaya beban disebabkan oleh medan dari luar (gravitasi, magnet, elektromagnet) yang bekerja pada keseluruhan massa dalam unsur tersebut (White, 1986: 209). Gaya permukaan disebabkan oleh tegangan pada sis-sisi permukaan volume kendali.



Gambar 2.6 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum

Berdasarkan hukum kekekalan momentum maka rumus umum dari persamaan momentum adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = \Sigma F \quad (2.1)$$

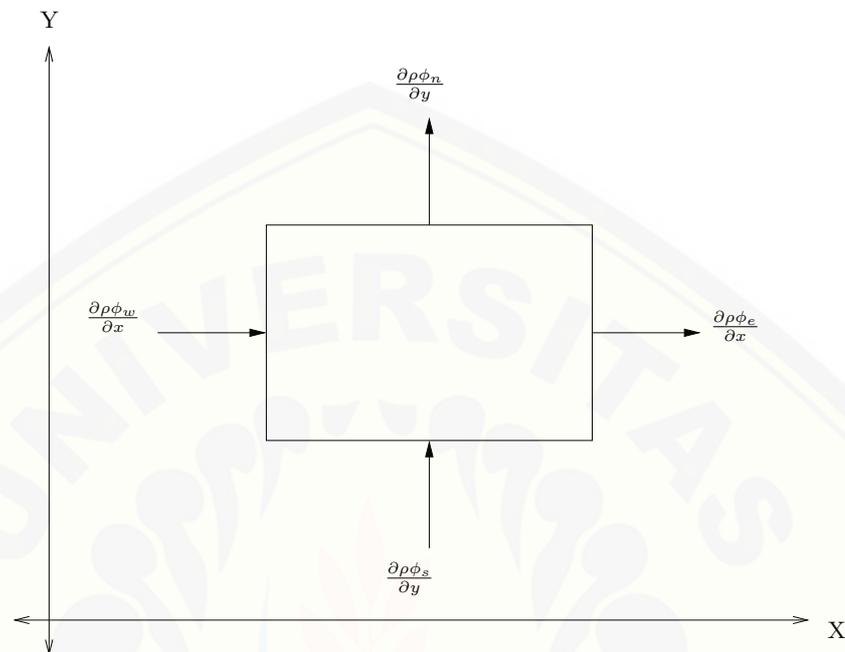
Karena objek yang diamati tidak terlihat yaitu berupa gas, maka $pure\ rate = output - input$.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [output-input] = \Sigma F \quad (2.2)$$

Fluks momentum terjadi di keempat sisi seperti pada Gambar 2.6 yaitu dua masuk dan dua keluar. F adalah gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali yaitu pressure/tekanan (P), gravitasi (g), dan gaya kekentalan (μ).

2.4.2 Persamaan Kontinuitas Massa

Semua persamaan differensial dasar gerak fluida dapat diturunkan dengan meninjau sebuah volume keunsuran atau suatu sistem keunsuran (White, 1986: 202).



Gambar 2.7 Bagan Volume Kendali Persamaan Kontinuitas Massa

Aliran melalui setiap sisi unsur itu kira-kira satu dimensi, sehingga rumus umum dari persamaan massa adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] &= 0 \\ \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + [input-output] &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Massa dari suatu sistem tertutup akan konstan meskipun terjadi berbagai macam proses di dalam sistem tersebut. Massa dapat berubah bentuk, tetapi tidak dapat diciptakan atau dimusnahkan.

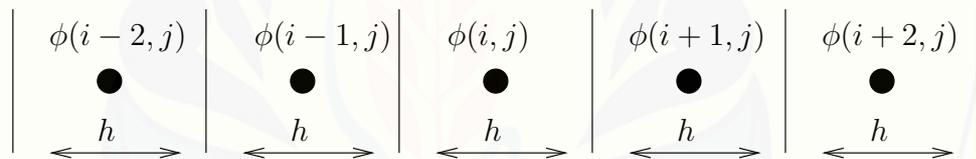
2.5 Teknik Diskritisasi QUICK (*Quadratic Upwind Interpolation Connective Kinematics*)

Diskritisasi yang dilakukan dengan tujuan untuk memudahkan dalam mendapatkan penyelesaian/solusi numerik. Dalam penelitian ini, teknik diskritisasi

yang digunakan adalah teknik diskritisasi QUICK (*Quadratic Upwind Interpolation Convective Kinematics*). Bentuk geometris dari aliran fluida pada masing-masing domain dibuat dalam bentuk *grid*. *Grid* dari domain dapat berupa *grid* terstruktur atau yang tidak terstruktur, ataupun *grid* dalam koordinat kartesius atau *grid* yang non kartesius. Masing-masing *grid* memiliki kontrol *face* dan kontrol *node*. Kontrol bidang untuk tiga dimensi terdiri dari $\phi_w, \phi_e, \phi_n, \phi_s, \phi_b, \phi_t$, sedangkan kontrol titik terdiri dari $\phi_W, \phi_E, \phi_N, \phi_S, \phi_B, \phi_T$ (Fatahillah, 2014). Penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember akan dimodelkan dalam dua dimensi pada arah horizontal (pada sumbu x) dan arah vertikal (pada sumbu y). Pendiskritisasian dengan menggunakan metode QUICK untuk merubah nilai pada bidang menjadi nilai pada titik, diilustrasikan seperti Gambar 4.3

QUICK *scheme* pada Aspley (dalam Fatahillah, 2014), untuk kecepatan lebih besar dari nol adalah

$$\phi_n(i, j) = \phi(i, j) + g_1(\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)) + g_2(\phi(i, j) - \phi(i - 1, j)) \quad (2.4)$$



Gambar 2.8 Diskritisasi QUICK
(Fatahillah, 2011: 15)

Dengan bobot g_1 :

$$g_1 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i, j) - \phi(i - 1, j)]}{[\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)][\phi(i + 1, j) - \phi(i - 1, j)]} = \frac{(\frac{1}{2}\Delta x) (\frac{3}{2}\delta x)}{(\delta x)(2\delta x)} = \frac{3}{8} \quad (2.5)$$

dan bobot untuk g_2 :

$$g_2 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i + 1, j) - \phi(i, j)]}{[\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)][\phi(i + 1, j) - \phi(i - 1, j)]} = \frac{(\frac{1}{2}\Delta x) (\frac{1}{2}\delta x)}{(\delta x)(2\delta x)} = \frac{1}{8} \quad (2.6)$$

Substitusikan nilai g_1 dan g_2 , sehingga diperoleh rumus untuk $\phi_n(i, j)$:

$$\begin{aligned}
\phi_w(i, j) &= \phi(i-1, j) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + g_2[\phi(i-1, j) - \\
&\quad \phi(i-2, j)] \\
&= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i-1, j) - \\
&\quad \phi(i-2, j)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i-2, j) + \frac{3}{4}\phi(i-1, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh nilai $\phi_s(i, j)$, $\phi_e(i, j)$, $\phi_w(i, j)$ yaitu:

$$\begin{aligned}
\phi_s(i, j) &= \phi(i, j-1) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] + g_2[\phi(i, j-1) - \\
&\quad \phi(i, j-2)] \\
&= \phi(i, j-1) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j-1) - \\
&\quad \phi(i, j-2)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i, j-2) + \frac{3}{4}\phi(i, j-1) + \frac{3}{8}\phi(i, j)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
\phi_e(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] \\
&= \phi(i, j) + \frac{3}{8}[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i-1, j) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i+1, j)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
\phi_n(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i, j+1) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] \\
&= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j+1) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i, j-1) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j+1)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Keterangan:

g_1 = gaya permukaan 1,

g_2 = gaya permukaan 2,

i = diskritisasi pada sumbu x,

j = diskritisasi pada sumbu y,

ϕ_n = kontrol permukaan *north* atau utara,

ϕ_s = kontrol permukaan *south* atau selatan,

ϕ_e = kontrol permukaan *east* atau timur,

ϕ_w = kontrol permukaan *west* atau barat.

2.6 Algoritma dan Pemrograman MATLAB

2.6.1 Algoritma dan Pemrograman

Algoritma merupakan kumpulan perintah yang saling berkaitan untuk menyelesaikan suatu masalah. Perintah-perintah ini dapat diterjemahkan secara bertahap dari awal sampai akhir. Penyusunan algoritma diperlukan urutan serta logika agar algoritma yang dihasilkan sesuai dengan yang diharapkan (Ramadhani, 2015: 1). Sedangkan menurut Kadir (2013), algoritma adalah sekumpulan langkah rinci yang ditujukan untuk menyelesaikan suatu masalah. Langkah-langkah yang dimaksudkan supaya bisa dituangkan ke dalam program sehingga bisa dieksekusi oleh sistem komputer.

Algoritma merupakan bagian yang terpenting dan tidak dapat dipisahkan dari pemrograman. Menurut kadir (2012: 2), orang yang membuat program disebut dengan pemrogram (*programmer*) sedangkan aktivitas yang berhubungan dengan pembuatan program disebut pemrograman (*programming*). Sahyar (2016: 2) menyatakan bahwa program komputer adalah perintah-perintah atau instruksi yang disusun berdasarkan algoritma dengan menggunakan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan suatu masalah. Bahasa pemrograman itu sendiri adalah perangkat lunak yang digunakan untuk menerjemahkan atau menuliskan algoritma dalam bentuk teks perintah-perintah yang dapat dimengerti oleh komputer untuk menyelesaikan suatu masalah.

Meskipun sintaksis dan semantik yang dibuat benar adanya, dengan algoritma yang kurang tepat, maka penyelesaian permasalahan dengan teknik pemrograman tidak akan berhasil. Oleh karena itu, sebelum membuat suatu program aplikasi, hal pertama yang harus dipahami adalah algoritma atau prosedur penyelesaiannya. Hal ini bertujuan supaya program yang telah dibuat dapat sesuai dengan yang diharapkan. Berikut beberapa hal yang harus dipertimbangkan untuk membuat sebuah algoritma menurut Ramadhani (2015).

- a. Algoritma yang dibuat harus benar. Artinya, algoritma harus memberikan output yang bagus. Algoritma yang benar, hasil yang diharapkan dapat dicapai.
- b. Algoritma harus efektif. Artinya, seberapa baik algoritma yang digunakan

mendekati hasil yang diharapkan. Hal ini sangat penting terutama apabila permasalahan yang dihadapi cukup rumit dan memerlukan perkiraan hasil sedekat mungkin.

- c. Algoritma yang digunakan harus efisien. Efisiensi sebuah algoritma dapat dilihat dari efisiensi waktu dan memori yang digunakan. Algoritma akan jarang digunakan apabila algoritma yang digunakan membutuhkan waktu yang sangat lama sampai berjam-jam meskipun hasil yang diperoleh mendekati hasil yang diharapkan.

2.6.2 MATLAB

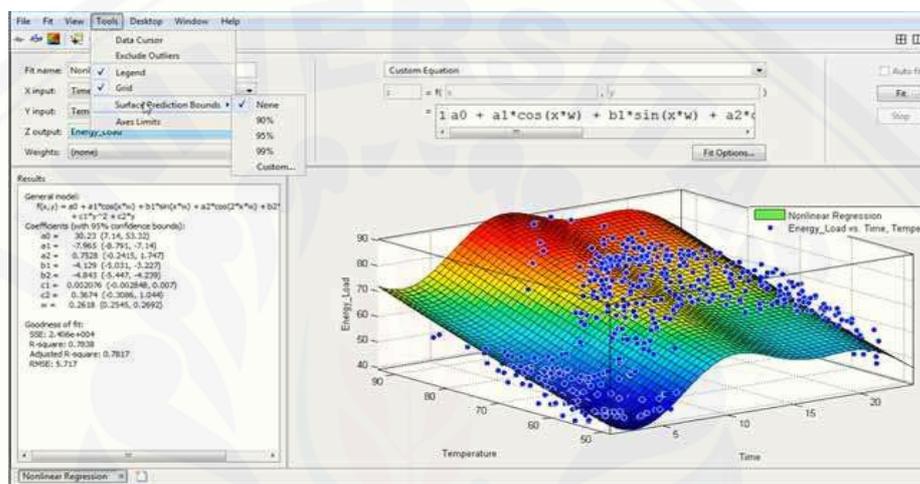
Menurut pendapat Arhami dan Desiani (2005: 1), MATLAB (*Matrix Laboratory*) adalah sebuah program yang digunakan untuk analisis dan komputasi numerik yang merupakan suatu bahasa pemrograman matematika lanjutan yang dibentuk dengan dasar pemikiran menggunakan sifat dan bentuk matriks. Pada awalnya, program ini merupakan *interface* untuk koleksi rutin-rutin numerik proyek LINPACK dan EISPACK, dikembangkan menggunakan bahasa FORTRAN. Program ini sekarang merupakan produk komersial dari perusahaan Mathworks, Inc. yang selanjutnya dikembangkan menggunakan bahasa C++ dan *assembler* (terutama untuk fungsi-fungsi dasar MATLAB). MATLAB yang merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi yang berdasarkan pada matriks sering digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah yang melibatkan operasi matematika elemen, matrik, optimasi, aproksimasi, digunakan untuk teknik komputasi numerik, dan lain-lain. MATLAB banyak digunakan pada:

- matematika dan komputasi;
- pengembangan dan algoritma;
- pemrograman modeling, simulasi, dan pembuatan prototipe;
- analisis data, eksplorasi, dan visualisasi;
- analisis numerik dan statistik;
- pengembangan aplikasi teknik.

MATLAB merupakan sebuah program komputer yang menyediakan pengguna untuk melakukan berbagai jenis perhitungan. Secara khusus, MATLAB menyediakan alat-alat yang sangat bagus untuk menerapkan metode numerik. Cara mengoperasikan MATLAB yang paling umum adalah dengan memasukkan

perintah satu per satu dalam jendela perintah. MATLAB menggunakan tiga jendela utama yaitu:

- command window* (jendela perintah), digunakan untuk memasukkan perintah dan data;
- graphics window* (jendela grafik), digunakan untuk menampilkan plot dan grafik;
- edit window* (jendela edit), digunakan untuk membuat dan mengedit M-file (Chapra, 2008).



Gambar 2.9 Tampilan MATLAB
(sumber: www.mathwork.com)

Menurut Dafik (1999: 8), berbeda dengan bahasa pemrograman lainnya, MATLAB adalah *software programming* yang prinsip kerjanya berdasarkan pada GUI (*Graphical User Interface*). Sebagai bahasa *nonprosedural programming* tidak seluruhnya harus ditulis dalam bentuk hirarkikal, dalam pengertian penulisan judul program, pendefinisian dan deklarasi variabel dan *string* bukan merupakan keharusan dan ditulis berurutan. Routine aplikasi yang dilengkapi oleh fungsi-fungsi khusus pengguna dapat dengan mudah dan cepat menyelesaikan beberapa masalah kompleks. Disamping itu MATLAB dilengkapi dengan *library programming* yang memberikan keleluasaan dan kemudahan bagi *programmer* untuk menangani dan mengembangkan suatu masalah.

2.6.3 Metode Gauss Seidel

Metode iterasi Gauss-Seidel adalah metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai-nilai yang berubah-ubah. Metode iterasi Gauss-Seidel dikembangkan dari gagasan metode iterasi pada solusi persamaan tak linier (Samosir, 2014: 56).

Suatu sistem persamaan linier dapat dituliskan dengan bentuk $AX = B$ dengan A merupakan matriks koefisien dari x , X merupakan matriks variabel sistem persamaan, dan B merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem $AX=B$ dan Q adalah matriks non-singular dapat dituliskan dalam bentuk:

$$AX = B \quad (2.11)$$

$$(Q - A)X + AX = (Q - A)X + B$$

$$QX = (Q - A)X + B \quad (2.12)$$

selanjutnya dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- k :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.13)$$

Sebuah matriks A dapat dituliskan dalam bentuk $A = L + D + U$, dengan L adalah matriks segitiga bawah, D adalah matriks diagonal, dan U adalah matriks segitiga atas. Iterasi Gauss-Seidel dipilih $Q = D + L$, tetapi pada iterasi SOR dipilih $Q = \frac{1}{\omega}D + L$ dengan ω adalah faktor skala. Sehingga Persamaan

$$\begin{aligned} QX^{(k)} &= (Q - A)X^{(k-1)} + B \\ \left(\frac{1}{\omega}D + L\right)X^{(k)} &= \left(\frac{1}{\omega}D + L - A\right)X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k-1)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D + D + L - A\right)X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k-1)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D - U\right)X^{(k-1)} + B \\ \omega D^{-1} \left(\frac{1}{\omega}DX^{(k)}\right) &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k-1)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D - U\right)X^{(k-1)} + B \right] \\ X^{(k)} &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k-1)} + \left(\frac{1}{\omega}D - D - U\right)X^{(k-1)} + B \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X^{(k)} &= -\omega D^{-1} L X^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1} U) X^{(k-1)} + \omega D^{-1} B \\
X^{(k)} &= (1 - \omega) X^{(k-1)} - \omega D^{-1} L X^{(k)} - \omega D^{-1} U X^{(k-1)} + \omega D^{-1} B \\
X^{(k)} &= (1 - \omega) X^{(k-1)} - \omega D^{-1} (L X^{(k)} + U X^{(k-1)} - B)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan n persamaan dan n variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\
&\vdots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n
\end{aligned} \tag{2.15}$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai x_1 sampai x_n seperti berikut:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n) \\
x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n) \\
x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \dots - a_{3n}x_n) \\
&\vdots \\
x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1})
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Iterasi Gauss-Seidel nilai x_1 yang telah diperoleh dimasukkan kedalam x_2 yang akan dicari, karena nilai x_1 yang diperoleh lebih dekat dengan nilai eksak. Selanjutnya untuk mencari nilai x_3 maka tinggal memasukkan nilai x_1 dan x_2 yang telah diperoleh, dan seterusnya sampai diperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Berikut contoh langkah-langkah penyelesaiannya.

o iterasi ke-1

$$\begin{aligned}
 x_1^1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0 - \cdots - a_{1n}x_n^0) \\
 x_2^1 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^1 - a_{23}x_3^0 - \cdots - a_{2n}x_n^0) \\
 x_3^1 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^1 - a_{32}x_2^1 - \cdots - a_{3n}x_n^0) \\
 &\vdots \\
 x_n^1 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^1 - a_{n2}x_2^1 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^1)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

o iterasi ke-2

$$\begin{aligned}
 x_1^2 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^1 - a_{13}x_3^1 - \cdots - a_{1n}x_n^1) \\
 x_2^2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^2 - a_{23}x_3^1 - \cdots - a_{2n}x_n^1) \\
 x_3^2 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^2 - a_{32}x_2^2 - \cdots - a_{3n}x_n^1) \\
 &\vdots \\
 x_n^2 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^2 - a_{n2}x_2^2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^2)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

o dan seterusnya sampai langkah k .

Sehingga untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi Gauss-Seidel dengan langkah $k = 1, 2, 3, \dots$ adalah,

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{2.19}$$

Sedangkan untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi SOR dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ untuk langkah k adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x_i^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \tag{2.20}$$

(Anton, 1987:359).

Pada Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.20), untuk $\omega = 1$ akan diperoleh metode Gauss-Seidel. Metode Gauss-Seidel inilah yang digunakan untuk menye-

lesaikan sistem persamaan linier yang muncul dalam penyelesaian numerik dari persamaan diferensial parsial tertentu.

2.6.4 Galat atau *Error*

Penafsiran tentang galat atau error di dalam komputasi numerik adalah suatu hal yang tidak dapat dilupakan, karena mengingat pokok dari komputasi numerik yang menggunakan metode-metode penghampiran nilai atau aproksimasi nilai. Galat merupakan selisih antara nilai sejati (nilai sebenarnya) dengan nilai aproksimasinya (nilai pendekatannya). Aproksimasi didapat dari metode numerik dengan proses iterasi untuk mendapatkan nilai yang mendekati nilai sebenarnya. Galat berhubungan dengan seberapa dekat solusi hampiran dengan solusi sejatinya. Sehingga, semakin kecil galatnya maka semakin teliti solusi numerik yang didapatkan.

Menurut Chapra dan Canale (1996: 56), galat numerik timbul dari penggunaan hampiran (aproksimasi) untuk menyatakan operasi dan besaran matematis yang eksak. Hal ini mencakup galat pemotongan (*truncation errors*) akan terjadi jika aproksimasi digunakan untuk menyatakan suatu prosedur matematis, dan galat pembulatan yang akan terjadi jika bilangan aproksimasi digunakan untuk menyatakan bilangan eksak. Untuk kedua jenis galat tersebut, hubungan antara hasil eksak atau yang sejati, dan aproksimasinya dapat dirumuskan sebagai

$$E_t(\text{true error atau galat}) = \text{nilai sejati} - \text{aproksimasi} \quad (2.21)$$

Macam-macam galat berdasarkan pendapat Sahid (2005: 23), yaitu:

1) Galat Pembulatan (*Rounding Off Error*)

Pembulatan bilangan merupakan hal yang sering dilakukan di dalam proses komputasi. Pembulatan artinya mengurangi cacah digit pada suatu nilai hampiran dengan cara membuang beberapa digit terakhir. Cara melakukan pembulatan suatu nilai hampiran menggunakan aturan sebagai berikut.

- Jika digit pertama yang dibuang kurang dari 5, digit di depannya tidak berubah.
- Jika digit pertama yang dibuang lebih atau sama dengan 5, maka digit di depannya ditambah 1 nilainya.

Contoh:

- a) Nilai 2,324 dapat dibulatkan menjadi 2,32
- b) Nilai 0,0025 dapat dibulatkan menjadi 0,003

2. Galat Pemotongan (*Truncation Error*)

Pengertian galat pemotongan biasanya merujuk pada galat yang disebabkan oleh penggantian ekspresi matematika yang rumit dengan rumus yang lebih sederhana. Istilah ini berawal dari kebiasaan mengganti suatu fungsi rumit dengan deret Taylor terpotong (hanya diambil berhingga suku).

Selain pendapat di atas, Jack (2006: 7-9) juga berpendapat bahwa galat juga dapat digolongkan menjadi empat jenis yaitu:

1. Galat mutlak adalah selisih numerik antara besar nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasinya. Jadi, bila x besar nilai yang sebenarnya, dan x_1 nilai pendekatannya (aproksimasinya), maka galat mutlak (*Absolut Error*) E_a didefinisikan dengan:

$$E_a = x - x_1 = \delta x$$

2. Galat relatif (E_a) didefinisikan dengan:

$$E_R = \frac{E_a}{x} = \frac{\delta x}{x}$$

Kemudian persentase galat dihitung dari galat relatif yang diberikan dalam bentuk :

$$P_R = 100E_R$$

3. Galat global

Misal $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi dengan variable banyak $x_i = (1, 2, \dots, n)$, dan misalkan galat dari tiap x_i adalah Δx_i . Galat Δu dan u di berikan dalam bentuk:

$$u + \Delta u = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$$

Perluasan ruas kanan dari galat global tersebut oleh deret Taylor menghasilkan :

$$\begin{aligned}
 u + \Delta u &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta(x_i)} \Delta x_i \\
 &\quad + \text{semua suku yang memuat } (\Delta x_i)^2 \\
 &\quad + \text{semua suku yang lain}
 \end{aligned}$$

Anggap bahwa galat dalam x_i adalah kecil dan $\frac{\Delta x_i}{x_i} \ll 1$. Kemudian semua suku setelah suku ke dua pada ruas kanan persamaan diatas diabaikan, maka persamaan diatas menjadi:

$$\Delta u \approx \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta x_i} \Delta x_i = \frac{\delta f}{\delta x_1} \Delta x_1 + \frac{\delta f}{\delta x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\delta f}{\delta x_n} \Delta x_n$$

Formula diatas bentuknya sama dengan diferensial total dari u . Formula untuk galat relatif adalah sebagai berikut:

$$E_R = \frac{\delta u}{\delta x_1} \frac{\Delta x_1}{u} + \frac{\delta u}{\delta x_2} \frac{\Delta x_2}{u} + \dots + \frac{\delta u}{\delta x_n} \frac{\Delta x_n}{u}$$

4. Galat dalam aproksimasi deret

Galat yang ada dalam aproksimasi suatu deret dapat dievaluasi oleh sisa sesudah suku-suku ke n . Pandang deret Taylor untuk $f(x)$ pada $x = a$ yang diberikan dalam bentuk:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x - a)^{n-1}}{(n - 1)!} f^{n-1}(a) \\
 &\quad + R_n(x)
 \end{aligned}$$

Suku terakhir dalam deret di atas dikenal dengan sebutan suku sisa deret Taylor yang didefinisikan sebagai berikut:

$$R_n(x) = \frac{(x - a)^n}{n!} f^n(a), \quad a < \alpha < x$$

Untuk suatu barisan yang konvergen, suku-suku sisa akan mendekati nol untuk $n \rightarrow \infty$. Jadi bila mengaproksimasi $f(x)$ oleh n suku pertama

dari deret tersebut maka galat maksimum yang dibuat dalam aproksimasi tersebut diberikan oleh suku sisa.

2.7 Fluida

Umumnya materi dibedakan menjadi tiga wujud, yaitu padat, cair dan gas. Benda berwujud padat memiliki sifat mempertahankan bentuk dan ukuran yang tetap. Jika benda padat diberikan sebuah gaya, benda tersebut tidak langsung berubah bentuk maupun volumenya. Benda yang berwujud cair tidak mempertahankan bentuk tetapnya, melainkan mengambil bentuk seperti tempat yang di tempatinya dengan volume yang tetap, sedangkan benda yang berwujud gas tidak memiliki bentuk tetap juga melainkan akan terus berubah dan menyebar memenuhi tempatnya (Effendi, 2012). Menurut pendapat Olson (1990) karena fase cair dan gas tidak mempertahankan suatu bentuk yang tetap, keduanya mempunyai kemampuan untuk mengalir. Sejalan dengan pendapat Sutrisno (1997), fluida atau zat alir adalah zat yang dapat mengalir. Dengan demikian zat cair dan gas adalah fluida, ini berarti bahwa keduanya bukan merupakan benda tegar, sebab jarak antara dua partikel di dalam fluida tidaklah tetap.

Selain itu, menurut Halliday dkk. (2005: 387) fluida merupakan kebalikan dari zat padat, yaitu zat yang dapat mengalir. Fluida tidak dapat menahan gaya yang bersinggungan dengan permukaannya, sehingga fluida dapat menyesuaikan diri dengan bentuk wadah apapun. Atau dengan pengertian lain fluida berarti zat yang mengalir karena tidak dapat menahan tegangan geser (*shearing stress*). Tetapi, fluida dapat mengeluarkan gaya yang tegak lurus dengan permukaannya.

2.7.1 Jenis-jenis Fluida

Dilihat dari bentuknya, fluida dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

1) Cair

Zat cair adalah salah satu bentuk dari fluida karena memiliki kemampuan untuk mengalir. Menurut Sutrisno (1997) dalam zat cair gaya interaksi antara molekul-molekul yang biasa disebut gaya kohesi masih cukup besar, karena jarak antara molekul tidaklah terlalu besar. Sehingga zat masih tampak sebagai kesatuan, atau masih bisa dilihat batas-batas zat cair. Selain itu, zat cair tidak mudah untuk dimampatkan.



Gambar 2.10 Fluida Cair

2) Gas



Gambar 2.11 Fluida Gas

Gas juga merupakan salah satu bentuk fluida karena kemampuan untuk mengalir yang dimilikinya. Menurut Sutrisno (1997) berbeda dengan zat cair, molekul-molekul gas dapat dianggap sebagai suatu sistem partikel bebas. Gaya kohesi antar molekul-molekul sangatlah kecil, karena interaksi antar molekul (terutama oleh tumbukan) jarang terjadi. Sehingga, gas lebih

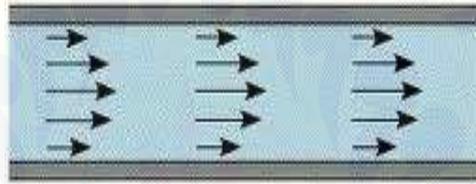
cenderung untuk memenuhi ruang atau menempati ruang. Selain itu, gas lebih mudah untuk dimampatkan daripada zat cair.

2.7.2 Jenis-jenis Aliran Fluida

Ridwan (1997) mengemukakan bahwa aliran fluida dapat dikategorikan sebagai berikut.

1) Aliran Laminar

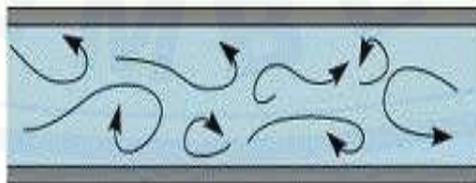
Aliran laminar merupakan aliran dengan fluida yang bergerak dalam lapisan-lapisan, atau lamina-lamina dengan satu lapisan meluncur secara lancar. Viskositas dalam aliran laminar ini berfungsi untuk meredam kecenderungan terjadinya gerakan relatif antara lapisan. Sehingga terpenuhinya hukum viskositas Newton yaitu:



Gambar 2.12 Aliran Laminar

2) Aliran Turbulen

Aliran turbulen merupakan aliran yang pergerakan partikel-partikel fluidanya sangat tidak konsisten hal ini disebabkan pencampuran serta putaran partikel antar lapisan, yang mengakibatkan momentum yang saling tukar dari satu bagian fluida kebagian fluida yang lain dalam skala yang besar. Dalam keadaan aliran turbulen maka turbulensi yang terjadi adalah membangkitkan tegangan geser yang merata diseluruh fluida sehingga menghasilkan kerugian-kerugian aliran.



Gambar 2.13 Aliran Turbulen

3) Aliran Transisi

Aliran transisi merupakan aliran peralihan dari aliran laminar ke aliran turbulen.

Sehingga jenis fluida pada penelitian ini adalah jenis fluida gas dengan jenis aliran turbulen.

2.8 Angin dan Iklim

2.8.1 Angin

Angin adalah massa udara yang bergerak. Angin bergerak dengan kecepatan yang bervariasi dan berfluktuasi secara horizontal maupun secara vertikal dengan dinamis. Angin bergerak dari tempat bertekanan tinggi ke tempat bertekanan rendah.

Menurut Hadi (2013) jenis-jenis angin dapat dibedakan menjadi empat jenis.

1) Angin Laut dan Angin Darat

- a) Angin laut adalah angin yang bertiup dari arah laut ke arah darat yang umumnya terjadi pada siang hari dari pukul 09.00 sampai dengan pukul 16.00.
- b) Angin darat adalah angin yang bertiup dari arah darat ke arah laut yang umumnya terjadi pada malam hari dari pukul 20.00 sampai dengan pukul 06.00.

2) Angin Lembah dan Angin Gunung

- a) Angin lembah adalah angin yang bertiup dari arah lembah ke puncak gunung dan biasa terjadi pada siang hari.
- b) Angin darat adalah angin yang bertiup dari puncak gunung ke lembah gunung dan biasa terjadi pada malam hari.

3) Angin Fohn

Angin fohn (angin jatuh) adalah angin yang terjadi sesuai hujan orografis. Angin fohn terjadi karena ada gerakan massa udara yang naik pegunungan yang tingginya lebih dari 200 meter, naik di satu sisi lalu turun ke sisi yang

lain. Angin fohn yang jatuh dari puncak gunung bersifat kering dan panas, karena uap air sudah dibuang pada saat hujan orografis.

4) Angin Muson

Angin muson atau angin musim adalah angin yang berhembus secara periodik (minimal 3 bulan) dan antara periode yang satu dengan yang lain polanya akan berganti arah secara berlawanan setiap setengah tahun. Angin muson dibedakan menjadi dua.

- a) Angin muson barat adalah angin yang mengalir dari Benua Asia (musim panas) ke Benua Australia (musim dingin) dan mengandung curah hujan banyak di Indonesia bagian barat karena angin melewati tempat yang luas, seperti perairan dan samudera. Angin Musim Barat menyebabkan Indonesia mengalami musim hujan. Angin ini terjadi pada bulan Desember, Januari dan Februari, dan maksimal pada bulan Januari dengan kecepatan minimum 3 m/s serta rata-rata kecepatan 4.5 m/s.
- b) Angin muson timur adalah angin yang mengalir dari Benua Australia (musim dingin) ke Benua Asia (musim panas) sedikit curah hujan (kemarau) di Indonesia bagian timur karena angin melewati celah-celah sempit dan berbagai gurun (Gibson, Australia Besar, dan Victoria). Ini yang menyebabkan Indonesia mengalami musim kemarau. Terjadi pada bulan Juni, Juli dan Agustus, dan maksimal pada bulan Juli dengan rata-rata kecepatan 5 m/s.

2.8.2 Iklim

Iklim merupakan keadaan rata-rata cuaca di satu daerah yang cukup luas dan dalam kurun waktu yang cukup lama, minimal 30 tahun, yang sifatnya tetap (Tjasyono, 2004). Terjadinya iklim yang bermacam-macam di muka bumi, disebabkan karena rotasi dan revolusi bumi dan adanya perbedaan garis lintang. Beberapa macam iklim menurut Regariana (2009) salah satunya adalah iklim Koppen. Iklim ini paling banyak dipergunakan orang. Klasifikasinya berdasarkan curah hujan dan temperatur. Koppen membagi iklim dalam 5 daerah iklim, dinyatakan dengan simbol huruf.

- a) Iklim A (Iklim Hujan Tropis)
Temperatur bulan terdingin tidak kurang dari 18°C , curah hujan tahunan tinggi, rata rata lebih dari 70 mm/tahun. Tumbuhan beraneka ragam.
- b) Iklim B (Iklim Kering/Gurun)
Terdapat di daerah gurun atau semiarid (steppa), curah hujan terendah 25.5 mm/tahun.
- c) Iklim C (Iklim Sedang)
Temperatur bulan terdingin 18°C sampai -3°C .
- d) Iklim D (Iklim Salju atau Mikrothermal)
Suhu rata-rata bulan terpanas lebih dari 10°C , sedangkan suhu rata rata bulan terdingin -3°C .
- e) Iklim E atau iklim Kutub
Terdapat di daerah Arctic dan Antartika. Suhu tidak pernah lebih dari 10°C . Tidak mempunyai musim panas yang benar-benar panas.

Berdasarkan data yang diperoleh dari Bappeda (2013) iklim di Kabupaten Jember adalah iklim tropis. Angka temperatur berkisar antara $23^{\circ} - 31^{\circ}\text{C}$, dengan musim kemarau terjadi pada bulan Mei sampai bulan Agustus dan musim hujan terjadi pada bulan September sampai bulan Januari. Wilayah pabrik gula Semboro Jember termasuk dalam iklim A. Rata-rata curah hujan $\pm 80 - 90\text{ mm}$ dengan suhu $\pm 19,9^{\circ} - 32,6^{\circ}\text{C}$. Intensitas sinar matahari berkisar antara 40-85%, kecepatan angin $\pm 1.4\text{ km/jam}$.

2.9 Pabrik Gula

Pabrik gula merupakan sebuah tempat untuk memproduksi gula atau sebuah pabrik yang mengolah tebu untuk menghasilkan gula. Pabrik gula beroperasi pada saat musim giling panen tebu. Tanaman tebu dapat dipanen pada umur 11-14 bulan. Panen dilaksanakan pada musim kering atau musim kemarau yaitu sekitar bulan April sampai Oktober. Supervisor Agrowisata PG Jatibarang, Amiruddin (2017), mengatakan PG Jatibarang masih beroperasi selama 4 bulan dalam setahun. Yakni saat musim giling panen tebu pada sekitar bulan Mei hingga Agustus.

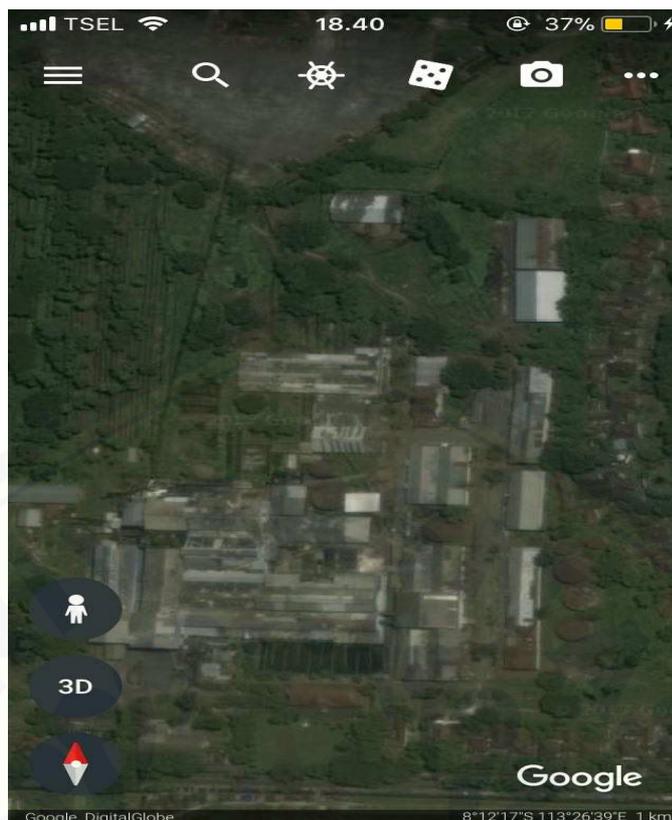
Kusfari (2015) mengemukakan bahwa pabrik gula memproses tebu menjadi gula dengan tahap-tahap sebagai berikut:

- 1) Pemotongan dan pencacahan batang tebu sebelum masuk ke proses ekstrasi
- 2) Ekstrasi
- 3) Penjernihan nira
- 4) Pemekatan nira
- 5) Kristalisasi
- 6) Pemisahan kristal
- 7) Pengeringan

Semua proses tersebut akan menghasilkan brown sugar atau gula mentah dan bila ingin menghasilkan gula putih maka akan dilakukan proses penghilangan warna melalui proses sulfitasi (pada umumnya) yang terjadi diantara tahapan penjernihan nira dan pemekatan. Salah satu limbah pabrik yang dapat mencemari lingkungan sekitarnya adalah asap. Objek dalam penelitian ini adalah penyebaran asap dari pabrik gula Semboro Jember dengan kondisi cerobong diasumsikan tidak ada penyaringan asap dalam cerobong.

2.10 Google Earth

Google earth merupakan sebuah program *globe virtual* yang sebenarnya disebut *Earth Viewer* dan dibuat oleh Keyhole, Inc. Program ini memetakan bumi dari superimposisi gambar yang dikumpulkan dari pemetaan satelit, fotografi udara dan *globe GIS 3D*. *Globe Virtual ini* memperlihatkan rumah, warna mobil, dan bahkan bayangan orang dan rambu jalan. Resolusi yang tersedia tergantung pada tempat yang dituju, tetapi kebanyakan daerah (kecuali beberapa pulau) dicakup dalam resolusi 15 meter. Google earth memiliki kemampuan untuk memperlihatkan bangunan dan struktur (seperti jembatan) 3D, yang meliputi buatan pengguna yang *SketchUp*, sebuah program pemodelan 3D (Maestro, 2010). Pada penelitian ini digunakan *google earth* untuk mengambil penampakan dari atas pabrik gula Semboro Jember. Pengambilan gambar dari atas bertujuan untuk memperlihatkan lubang asap dari pabrik tersebut yang nantinya akan disimulasikan dengan bantuan GAMBIT dan FLUENT, sehingga dapat diketahui daerah-daerah yang terkena asap pabrik gula Semboro Jember.

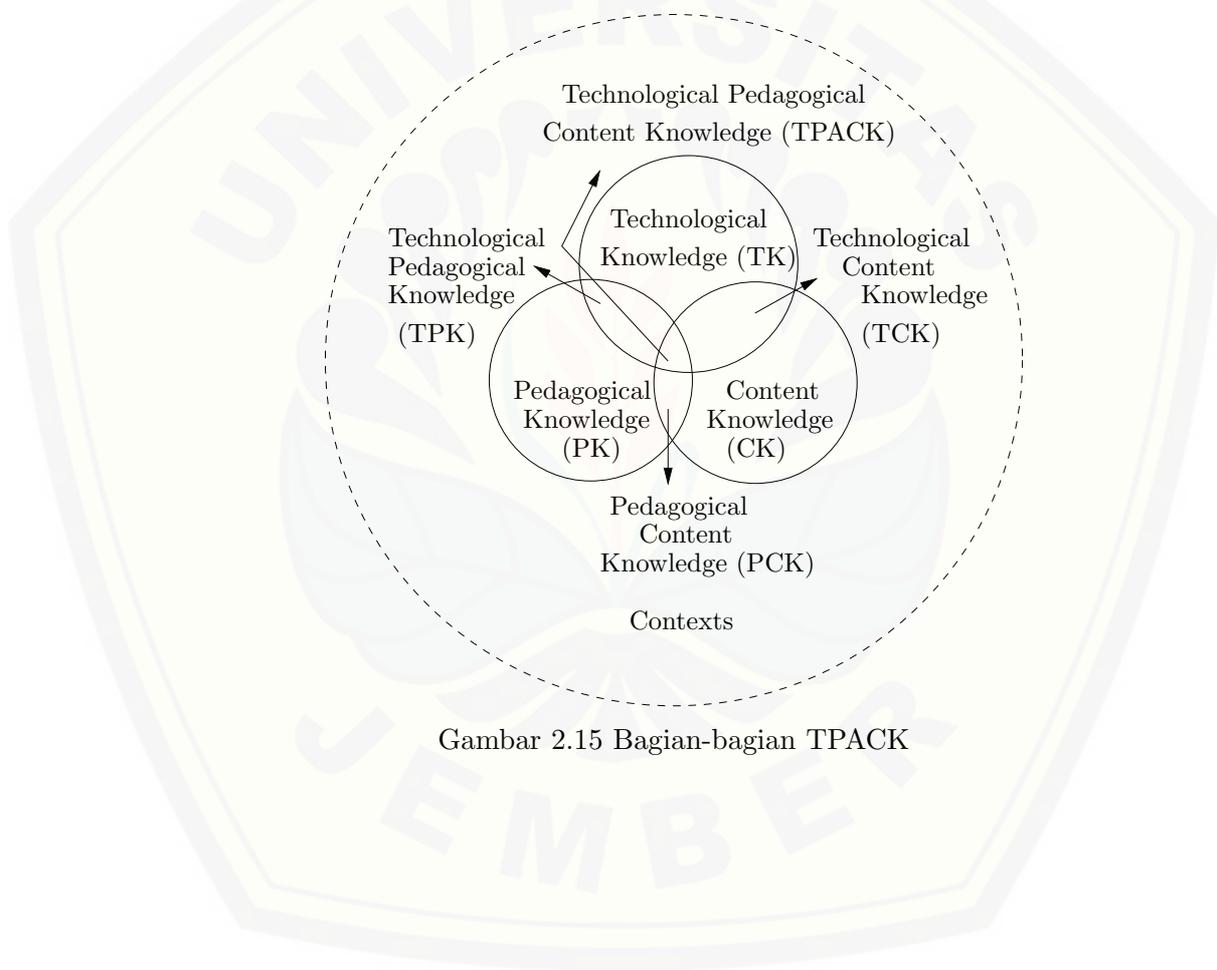


Gambar 2.14 Pabrik Gula Semboro Jember dalam *Google Earth*

2.11 TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*)

Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) muncul secara formal pada jurnal pendidikan tahun 2003 dan mulai ramai diperbincangkan tahun 2005 yang awalnya disingkat TPCK namun berganti menjadi TPACK untuk memudahkan dalam pengucapannya (Chai, et all, 2013). TPACK merupakan pengembangan dari PCK (*Pedagogical Content Knowledge*)-nya Shulman pada tahun 1986. Menurut Koehler, et all (2013) TPACK merupakan sebuah kerangka untuk mengintegrasikan teknologi dalam mengajar. Bagian-bagian TPACK diilustrasikan dalam diagram ven seperti pada 2.15. Tiga kajian pengetahuan utama dalam TPACK adalah *technological knowledge*, *content knowledge*, dan *pedagogical knowledge* serta interaksi diantara setiap dua pengetahuan tersebut dan diantara semua pengetahuan tersebut. Menurut Chai, et all (2013), kerangka TPACK juga berfungsi sebagai sebuah teori dan konsep untuk peneliti dan pendidik dalam mengukur kesiapan calon guru dan guru dalam mengajar secara efektif dengan tek-

nologi. Kerangka TPACK memiliki dampak yang signifikan terhadap guru dan pendidik guru. Kerangka TPACK mendiskripsikan berbagai jenis pengetahuan yang guru butuhkan untuk mengajar secara efektif dengan bantuan teknologi dan berbagai prosedur yang kompleks dalam bidang interaksi pengetahuannya. Bagian pada penelitian ini yaitu: *Content Knowledge* (CK) dan *Technological Knowledge* (TK). *Content Knowledge* (CK) yakni pengetahuan tentang materi pelajaran yang akan dipelajari. Materi dalam penelitian ini adalah pemodelan penyebaran asap pabrik. *Technological Knowledge* (TK) yakni dasar-dasar teknologi yang dapat dimanfaatkan untuk mensupport pembelajaran. Misalnya *software* MATLAB dan FLUENT.



Gambar 2.15 Bagian-bagian TPACK

BAB 3. METODE PENELITIAN

Bagian ini akan dipaparkan metode penelitian yang akan dilakukan oleh peneliti. Metode penelitian berfungsi sebagai panduan peneliti tentang urutan yang akan dilakukan. Bagian ini mencakup desain penelitian berupa jenis penelitian, prosedur penelitian, definisi operasional, tempat penelitian, metode pengumpulan data, serta data dan analisis data.

3.1 Jenis Penelitian

Berdasarkan jenisnya, penelitian ini merupakan jenis penelitian simulasi. Penelitian ini dilakukan untuk mencari suatu gambaran penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan bantuan *software* MATLAB dan FLUENT dimana akan diterapkan manipulasi atau pengendalian untuk mendapatkan pengaruhnya. Selain itu juga untuk memperluas batas-batas ilmu pengetahuan, untuk menambah pengetahuan dengan prinsip-prinsip dasar dan hukum-hukum ilmiah serta untuk meningkatkan pencarian dan metodologi ilmiah. Hal yang dilakukan dalam penelitian ini adalah pengujian konsep atau hipotesis awal dan kemudian pembuatan kajian lebih dalam serta kesimpulan tentang fenomena yang diamati. Pengaruh penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember ini akan diamati didasarkan pada kecepatan angin, tekanan dan konsentrasi awal. Permasalahan tersebut diselesaikan dan ditransformasikan dalam bentuk model matematika sehingga diperoleh hasil atau data-data yang mendekati keadaan sebenarnya.

3.2 Prosedur Penelitian

Suatu penelitian dibutuhkan langkah-langkah (prosedur penelitian) yang berupa tahapan-tahapan untuk dilakukan sampai diperoleh data-data yang di analisis sampai mencapai suatu kesimpulan yang sesuai dengan tujuan penelitian. Prosedur penelitian terdiri dari rancangan penelitian dan teknik penelitian.

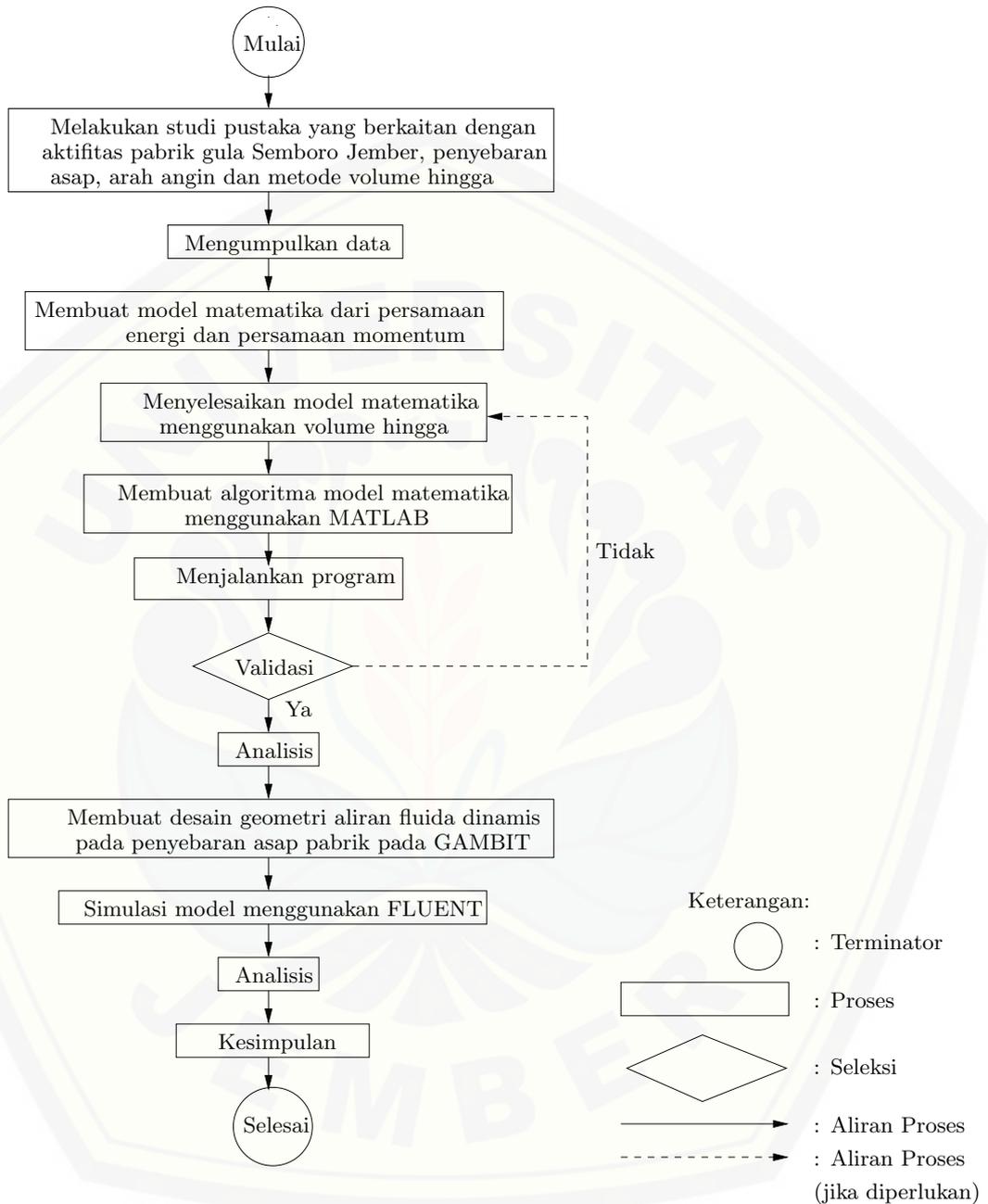
Rancangan penelitian merupakan suatu rencana alur kegiatan penelitian yang dijadikan sebagai dasar langkah-langkah dalam melakukan penelitian. Lang-

langkah-langkah penelitian direncanakan secara matang guna memudahkan dalam memahami masalah serta cara mengatasinya. Teknik penelitian merupakan tahapan yang dilakukan sampai diperoleh data-data untuk dianalisis hingga menghasilkan suatu kesimpulan dalam menyelesaikan pemodelan matematika dengan metode numerik.

Teknik penelitian pada penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember adalah sebagai berikut:

- 1) melakukan studi pustaka yang berkaitan dengan aktifitas pabrik gula Semboro Jember, penyebaran asap, arah angin daerah pabrik gula Semboro Jember, dan metode volume hingga;
- 2) mengumpulkan data berdasarkan variabel-variabel yang ditentukan;
- 3) membuat model matematika dari persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa;
- 4) menyelesaikan model matematika menggunakan volume hingga;
- 5) membuat algoritma dari model matematika menggunakan MATLAB;
- 6) menjalankan program;
- 7) menganalisis algoritma dari model matematika aliran fluida pada penyebaran asap pabrik;
- 8) membuat desain geometri aliran fluida dinamis pada penyebaran asap pabrik dan menentukan kondisi batas alirannya menggunakan GAMBIT;
- 9) simulasi model menggunakan FLUENT;
- 10) menganalisis data hasil penyimulasian menggunakan FLUENT;
- 11) memberikan kesimpulan dari hasil simulasi;

Untuk lebih memahami langkah-langkah penelitian yang akan dilakukan dapat dilihat Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian

Berdasarkan diagram alur pada Gambar 3.1, setiap langkah penelitian tersebut bertujuan untuk mengasah kemampuan TCK.

3.3 Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan pemahaman beberapa istilah yang digunakan dalam penelitian, maka disajikan beberapa definisi operasional sebagai berikut:

1) Model matematika

Model matematika merupakan hasil ekspresi dari permasalahan dunia riil atau fenomena/kejadian alam yang disajikan dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan matematika ini mengandung variabel-variabel yang dapat mempengaruhi kejadian alam tersebut guna mendapatkan solusinya.

2) Metode Volume Hingga

Metode volume hingga adalah salah satu metode pendekatan numerik yang digunakan untuk menyelesaikan model matematika dari suatu kejadian. Metode volume hingga dalam penerapannya membagi objek yang diteliti menjadi *grid*, *face* (permukaan), dan *node* (titik). Pembagian (diskritisasi) objek pada metode ini digunakan untuk objek yang berbentuk tidak beraturan, sehingga cocok digunakan untuk diskritisasi penyebaran asap.

3) CFD (*Computational Fluid Dynamic*)

CFD (*Computational Fluid Dynamics*) merupakan sistem atau teknologi komputer untuk memprediksi dan menganalisis aliran fluida, perpindahan panas serta fenomena yang terkait dengan reaksi kimia dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika.

4) Teknik Diskritisasi QUICK (*Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics*)

Teknik Diskritisasi QUICK (*Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics*) merupakan teknik yang dipakai dalam metode volume hingga yang berfungsi untuk mempartisi bagian-bagian objek dengan bantuan sel pusat dan sel vertex.

5) TCK (*Technologi Content Knowledge*)

TCK merupakan sebuah kerangka kerja yang mendiskripsikan berbagai jenis pengetahuan yang guru butuhkan untuk mengajar secara efektif dengan

bantuan teknologi dan berbagai prosedur yang kompleks dalam bidang interaksi pengetahuannya.

3.4 Tempat Penelitian

Tempat penelitian merupakan tempat yang digunakan untuk melakukan penelitian. Penyelesaian numerik dan pemodelan *Computational Fluid Dynamics* dilakukan di laboratorium matematika gedung III FKIP Universitas Jember dengan sarana prasarana pendukung yang telah tersedia seperti adanya komputer yang dilengkapi dengan program MATLAB untuk penyelesaian numerik dan FLUENT untuk simulasi pemodelan serta berbagai sumber elektronik lainnya.

3.5 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data merupakan cara-cara yang dilakukan dalam penelitian untuk mendapatkan suatu data. Data-data penelitian dikumpulkan sesuai dengan rancangan penelitian yang telah ditentukan. Data yang dikumpulkan merupakan pernyataan fakta mengenai objek yang diteliti.

Metode pengumpulan data yang digunakan pada penelitian ini adalah metode dokumentasi. Metode dokumentasi yaitu metode pengumpulan data yang berupa hal-hal atau variabel yang terdiri dari catatan, transkrip, buku, surat kabar, majalah, prasasti, notulen rapat, agenda dan lain sebagainya (Arikunto, 2006:234). Data yang diinginkan akan diperoleh dengan mempelajari buku, jurnal ilmiah serta berbagai data yang diambil dari catatan dan data-data dari internet.

3.6 Data dan Analisis Data

Analisis data merupakan bagian akhir yang sangat penting dalam suatu penelitian. Data yang diperoleh dari hasil pengumpulan data selanjutnya akan diklasifikasikan dan diorganisasikan secara sistematis serta diolah dan dianalisa secara logis menurut rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Analisis data merupakan langkah akhir dari pengolahan data untuk menghasilkan kesimpulan dalam penelitian.

Setelah mencari model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember, langkah selanjutnya yaitu menyelesaikannya menggunakan metode volume hingga. Kemudian, didiskritisasi menjadi beberapa bagian menggunakan teknik QUICK. Dengan metode diskritisasi QUICK akan diperoleh matriks yang

menyatakan persamaan dari setiap kontrol volume. Persamaan tersebut kemudian diselesaikan secara numerik dengan menggunakan program MATLAB sehingga diperoleh penyelesaian yang konvergen. Hasil dari penyelesaian tersebut mendekati penyelesaian eksak dari persamaan diferensialnya.

Apabila perhitungan MATLAB terdapat *error* yang kecil antara perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya, maka hasil yang didapat sudah benar. Akan tetapi, apabila hasil dari perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya terdapat perbedaan yang signifikan, maka akan dicari kesalahan saat memodelkan dan validasi ulang dari proses penurunan rumus dan juga penyelesaian dengan MATLAB sampai didapatkan hasil yang tepat. Model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dibentuk menggunakan *software* GAMBIT, kemudian disimulasikan menggunakan *software* FLUENT. Dari simulasi tersebut dapat dilihat dengan jelas bagaimana penyebaran asap yang terjadi pada pabrik gula Semboro Jember.

Batasan untuk *error* adalah 0.01. *Error* tersebut menggambarkan akurasi yang baik karena kesalahan yang terjadi cukup kecil yaitu sebesar 1%. Setelah melakukan simulasi model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember, maka keakuratan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dapat ditentukan dengan menggunakan *error* relatif.

Hasil penelitian untuk mengasah kemampuan TCK melalui dua bagian yaitu CK (*Content Knowledge*) dan TK (*Technological Knowledge*). Kemampuan CK (*Content Knowledge*) diasah melalui analisis penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember. Kemampuan TK (*Technological Knowledge*) dapat diasah melalui penggunaan *software* MATLAB dan FLUENT untuk mencari penyelesaian dan mensimulasikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.

3.7 Instrumen Validasi

Instrumen validasi digunakan peneliti untuk memperoleh tingkat kevalidan untuk mengasah kemampuan TCK dalam analisis numerik penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember. Instrumen validasi yang digunakan divalidasi ke mahasiswa yang sudah melakukan penelitian di bidang pemodelan dan dosen.

3.8 Metode Analisis Validasi

Adapun langkah-langkah metode analisis validasi untuk menentukan tingkat kevalidan dari instrumen dijelaskan sebagai berikut.

- a. Menghitung rata-rata nilai hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^n V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

V_{ji} : data nilai dari validator ke- j terhadap indikator ke- i

I_{ji} : rata-rata nilai indikator ke- i

j : validator ke-

i : indikator ke-

v : banyak validator

- b. Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^m I_{ki}}{m}$$

Keterangan :

A_k : rata-rata nilai aspek ke- k

I_{ki} : rata-rata nilai untuk aspek ke- k indikator ke- i

k : aspek ke-

i : indikator ke-

m : banyak kriteria dalam aspek ke- k

- c. Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{k=1}^n A_k}{n}$$

Keterangan :

V_a : nilai rata-rata total semua aspek ke- k

k : aspek yang dinilai

n : banyak aspek

- d. Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen.

Tingkat kevalidan ditentukan oleh nilai V_a dengan beberapa kriteria yang sudah dimodifikasi oleh peneliti seperti yang tercantum pada Tabel 3.8.

Tabel 3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen

Nilai V_a	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

Sumber: Hobri, 2010

Instrumen penelitian yang mendapatkan kriteria valid atau sangat valid adalah instrumen yang dapat digunakan pada suatu penelitian. Meskipun instrumen tersebut telah dikatakan valid atau sangat valid, masih perlu dilakukan revisi terhadap bagian tertentu sesuai revisi yang diberikan oleh validator (Hobri, 2010: 52).

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan:

1. Model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember adalah persamaan yang dinyatakan berdasarkan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa yang diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi QUICK. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\begin{aligned}
 & C_w \left[\rho u \left(\frac{-u\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} + 1 \right) \right] \Delta y\Delta t + \\
 & C_e \left[\rho u \left(\frac{u\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} - 1 \right) \right] \Delta y\Delta t + \\
 & C_s \left[\rho \left(\frac{-uv\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} + v \right) \right] \Delta x\Delta t + \\
 & C_n \left[\rho \left(\frac{uv\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} - v \right) \right] \Delta x\Delta t = \\
 & -\rho u \left(\frac{T_0(\Delta y\Delta t + \Delta x\Delta t) + q_c\Delta x\Delta y}{\Delta x\Delta y - D\left(\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y}\right)} \right) \Delta x\Delta y - P(\Delta y\Delta t + \Delta x\Delta t) + \\
 & uv_d \frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + vv_d \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} + (2u\mu + v\mu) \frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + (u\mu + 2v\mu) \frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} + \\
 & (v\mu + u\mu)\Delta t + f_i\Delta x\Delta y\Delta t
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

dimana,

$$f_i = -c_d \times LAD \times |V| \times u_i \tag{5.2}$$

2. Hasil simulasi MATLAB menunjukkan semakin besar kecepatan angin maka konsentrasi asap pabrik yang terbawa oleh angin semakin banyak dan se-

makin jauh/luas wilayah yang terdampak. Selain itu, semakin jauh jarak dari cerobong asap maka konsentrasi asap akan semakin sedikit.

3. Hasil simulasi MATLAB menunjukkan semakin besar tekanan maka konsentrasi asap pabrik yang dihasilkan semakin banyak, sehingga konsentrasi asap pada daerah yang terdampak akan semakin banyak.
4. Hasil simulasi MATLAB menunjukkan semakin banyak konsentrasi awal maka konsentrasi asap pabrik yang tersebar akan semakin banyak juga pada daerah yang dilalui asap tersebut.
5. Hasil simulasi FLUENT menunjukkan daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap pabrik yaitu pada bulan Desember - April asap pabrik menyebar ke daerah Semboro Selatan, Pasar Semboro, Beteng, Besuki, Karangrejo sampai Paleran sedangkan pada bulan Mei - Oktober asap pabrik menyebar ke daerah Semboro Utara, Darungan, Gembongan sampai Pucukan.
6. Metode volume hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dengan tingkat kesalahan perhitungan *error relatif* kurang dari 0.01.
7. Hasil validasi menunjukkan valid untuk mengasah kemampuan TCK peneliti dalam analisis model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember:

1. Pemodelan penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dapat dikembangkan lagi dengan metode lain.
2. Perlu diadakan penelitian lanjutan dibidang kesehatan.
3. Pada simulasi penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember dapat dilakukan dengan bantuan software simulasi selain MATLAB dan FLUENT.

DAFTAR PUSTAKA

- Amiruddin. 2017. *Menengok Pabrik Gula Peninggalan Belanda Berusia 175 Tahun*. [online]. <http://finance.detik.com>. [04 Desember 2017]
- Anonim. 2014. *Teknik dan Cara Budidaya Tanaman Tebu*. [online]. <http://www.petanihebat.com>. [28 Desember 2017]
- Anonim. 2015. *Penyebab Polusi Udara dan Cara Mengatasinya*. [online]. <http://ilmugeografi.com>. [28 Desember 2017]
- Anton, Howard. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Arhami, M. dan A. Desiani. 2005. *Pemrograman MATLAB*. Yogyakarta: ANDI.
- Arikunto, S. 2006. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: PT Asdi Mahasatya.
- Bappeda. 2013. *Kabupaten Jember*. [online]. <http://bappeda.jatimprov.go.id>. [04 Desember 2017]
- Chai, C., Koh, J. H., dan Tsai, C. 2013. *A Review of Technological Pedagogical Content Knowledge*. *Educational Technology and Society*, 16 (2), 31-51
- Chapra, Steven C. dan Raymond P. Canale. 1996. *Metode Numerik Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Chapra, Steven C. dan Raymond P. Canale. 2008. *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*. Singapura: Mc Graw Hill.
- Dafik. 1999. *MATLAB dalam Matematika*. Jember: FKIP UNEJ.
- Effendi, Asnal. 2012. *Fisika 1 Bab 12 Dinamika Fluida*. 12.1-12.24 [online]. <http://sisfo.itp.ac.id>. [22 November 2017]

- Fatahillah, Dafik, EE Riastutik, Susanto. 2014. *The Analysis of Air Circulation on Coffee Plantation Based on the Level of Plants Roughness and Diamond Ladder Graph Cropping Pattern using Finite Volume Method*. Unej, No. 9, Vol. 7, hal 28
- Fatahillah, Arif. 2011. *Mathematical Modelling Computational Fluid Dynamics*. Jember: FKIP UNEJ.
- Fatahillah, Arif. 2014. *Analisis Numerik Profil Sedimentasi Pasir pada Pertemuan Dua Sungai Berbantuan Software Fluent*. Kadikma, No. 3, Vol. 5, hal 35-40
- Hadi, Abdul. 2013. *Pengertian dan Macam-Macam Angin*. [online]. [http: www.softilmu.com](http://www.softilmu.com) [30 November 2017]
- Halliday, D. dkk. 2015. *Fisika Dasar Edisi 7 Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Hewitt, J. 2008. *Reviewing the Handbook of Technological Pedagogical content Knowledge (TPACK) for Educators*. Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 8(4), 355-360
- Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan*. Jember: Pena Salsabila
- Jack. 2006. *Metode Numerik*. Lampung: UNILA.
- Kadir, Abdul. 2012. *Algoritma dan Pemrograman menggunakan C dan C++*. Yogyakarta: ANDI.
- Kadir, Abdul. 2013. *Pengenalan Algoritma: Pendekatan Secara Visual dan Interaktif menggunakan Raptor*. Yogyakarta: ANDI.

- Kemala, Myrna Indah. 2014. *Monograph*. [online]. <http://maestro.unud.ac.id>. [21 November 2017]
- Kusfari, R. 2015. *Pengenalan Alat dan Proses Pengolahan Gula*. Yogyakarta: Politeknik LPP.
- Koehler, M. J., Mishra, P., Ackaoglu, M. dan Rosenberg, J. M. 2013. *The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework for Teachers and Teacher Educators*. Commonwealth educational Media Center for Asia.
- Luknanto, D. 2003. *Model Matematika*. Yogyakarta: Jurusan Teknik Sipil FT UGM.
- Ma, Zong, Feng, Li. 2016. *Modelling of Pollutant Dispersion with Atmospheric Instabilities in An Industrial Park*. China: Elsevier.
- Maestro. 2010. *Apa itu Google Earth?*. [online]. <http://maestro.unud.ac.id>. [22 November 2017]
- Mahardika, I Ketut. 2012. *Representasi Mekanika dalam Pembahasan: Sebuah Teori dan Hasil Pengembangan Bahan Ajar Mekanika*. Jember: UPT Penerbitan UNEJ.
- Mungkasi, Sudi. 2011. *Metode Volume Hingga untuk Menyelesaikan Masalah Bendungan Bobol*. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Olson, R. M. dan Wright, S. J. 1990. *Dasar-Dasar Mekanika Fluida Teknik*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Ramadhani, Cipta. 2015. *Dasar Algoritma dan Struktur Data dengan Bahasa Java*. Yogyakarta: ANDI.

- Regariana, C. M. 2009. *Atmosfer (Cuaca dan Iklim)*. [online]. [http: tugas-geografi.files.wordpress.com](http://tugas-geografi.files.wordpress.com). [04 Desember 2017]
- Ridwan. 1999. *Mekanika Fluida Dasar*. Jakarta: Gunadarman.
- Sahid. 2004. *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Sahyar. 2016. *Algoritma dan Pemrograman menggunakan MATLAB (Matrix Laboratory)*. Jakarta: Kencana.
- Samosir, Ken Kevin dan Masykur. 2014. *Perbandingan Metode Fast-Decouple dan Metode Gauss-Seidell dalam Solusi Aliran Daya Sistem Distribusi 20KV dengan Menggunakan Etap Power Station dan MATLAB*. Singuda Ensikom, No.2, Vol. 7, hal 55-60.
- Sutrisno. 1997. *Fisika Dasar*. Bandung: ITB.
- Tjasyono, B. 2004. *Klimatologi*. Bandung: ITB.
- Tuakia, Firman. 2008. *Dasar-Dasar CFD Menggunakan Fluent*. Bandung: Informatika.
- Versteeg, H. K. dan W. Malalasekera. 1995. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. New York: John Wiley and Sons Inc.
- White, Frank. 1986. *Mekanika Fluida (Edisi Kedua Jilid 1)*. Alih bahas oleh Ir. Mhana Hariandja. Jakarta: Erlangga.
- Widowati dan Sutimin. 2007. *Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.

LAMPIRAN A. FORMAT *PROGRAMMING* MATLAB

A.1 Format *Programming* Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Kecepatan Angin Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel.

```
clear all;
clc;
disp('-----');
disp('  SIMULASI PENYEBARAN ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER  ');
disp('                MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL                ');
disp('                Oleh : Firda Yulian Sari                ');
disp('                140210101070                ');
disp('-----');
%TAHAP INPUT
%m=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu x= ');
%n=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu y= ');
m=40;
n=1;
u1=3;
u2=6;
du=(u2-u1)/2;
Xall_plot=[];
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=2.6301;
tol=0.01;
%TAHAP INISIALISASI
deltx=1.0099;
delty=1.000009;
deltt=1000;
rho=2.011;           %massa jenis asap (kg/m^3)
d=28.0101;          %massa molekul (g/mol)
qc=0.1;             %intensitas kontaminasi
p=20;               %tekanan
```

```

miu=1.5;           %konsentrasi zat (M)
vd=0.021*(10^(-3)); %viskositas dinamik (kg/ms)
to=373;           %suhu (K)
cd=0.00023;       %koefisien gesek
lad=100;          %leaf area density (luas kerapatan daun)
vm=10;            %kecepatan magnitude
uh=3;             %kecepatan arah sumbu x(m/s)
vh=6;             %kecepatan arah sumbu y(m/s)
z=100;            %ketinggian(m)
zh=1000;          %jarak(m)
u=(((z/zh)^0.2)*uh);%kecepatan sb x
v=(((z/zh)^0.2)*vh);%kecepatan sb y
Xall_plot=[];
N=10;             %iterasi maksimal
for ui=u1:du:u2;  %kecepatan
    fi=-cd*lad*vm*ui;%gaya tarik
    X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN MATRIK
A=((( -1/8)*(rho*u))*((-u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*
(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))))+1)*(delty*deltt));
B=((( -7/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*(((delty*
deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*(delty*deltt)))+(7/8)*
(rho*u*delty*deltt));
C=(((3\verb/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*
(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*(delty*deltt)))+
((-3/8)*(rho*u*delty*deltt))+((3/8)*(rho*u))*((v*deltx*delty)/
((deltx*delty)-d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*
(deltx*deltt))+((-3/8)*(rho*v*deltx*deltt));
D=(((3/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*(((delty*
deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(delty*deltt));
E=((( -1/8)*rho))*((-u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*(((delty*
deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+v)*(deltx*deltt));
F=((( -7/8)*(rho*u))*((u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*

```

```

(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))*((deltx*deltt))+
((7/8)*(rho*v*deltx*deltt));
G=(((3/8)*rho)*((u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*(((delty*
deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-v)*(deltx*deltt));
H=((( -rho*u)*((to*(((delty*deltt)+(deltx*deltt)))+(qc*deltx*
delty*deltt))/((deltx*delty)-d*(((delty*deltt)/deltx)+((deltx*
deltt)/delty))))*(deltx*delty))+((-p)*((delty*deltt)+(deltx*
deltt)))+(u*vd)*((delty*deltt)/deltx))+((v*vd)*((deltx*deltt)/
delty))+((2*u*miu)+(v*miu))*((delty*deltt)/deltx))+((u*miu)+
(2*v*miu))*((deltx*deltt)/delty))+((v*miu)+(u*miu))*deltt)+
(fi*deltx*delty*deltt));
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=H;

```

```
%PENGGERJAAN MATRIKS
R=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:m*n;
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
X1(i)=S/K(i,i);
end
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
if(error<tol)|(reller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end
%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'rd',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('jarak dari cerobong asap') ylabel('konsentrasi')
title('SIMULASI PENYEBARAN ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER')
legend(strcat('kecepatan= ',num2str((u1:du:u2)'),'m/s'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

A.2 Format *Programming* Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Tekanan Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel.

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('  SIMULASI PENYEBARAN ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER  ');
disp('                MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL                ');
disp('                Oleh : Firda Yulian Sari                ');
disp('                140210101070                ');
disp('-----');
%TAHAP INPUT
%m=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu x= ');
%n=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu y= ');
m=40;
n=1;
p1=10;
p2=20;
dp=(p2-p1)/2;
Xall_plot=[];
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=3.2531;
tol=0.01;
%TAHAP INISIALISASI
deltx=1.0099;
delty=1.000009;
deltt=60;
rho=2.011;           %massa jenis asap (kg/m^3)
d=28.0101;          %massa molekul (g/mol)
qc=0.1;             %intensitas kontaminasi
miu=1.2;            %konsentrasi zat (M)
vd=0.021*(10^(-3)); %viskositas dinamik (kg/ms)
to=373;             %suhu (K)

```

```

cd=0.00023;          %koefisien gesek
lad=100;            %leaf area density (luas kerapatan daun)
ui=3;              %kecepatan arah i
vm=6;              %kecepatan magnitudo
fi=-cd*lad*vm*ui;  %gaya tarik eksternal
uh=3;              %kecepatan arah sumbu x(m/s)
vh=6;              %kecepatan arah sumbu y(m/s)
z=200;            %ketinggian(m)
zh=1000;          %jarak(m)
u=((z/zh)^0.2)*uh;%kecepatan sb x
v=((z/zh)^0.2)*vh;%kecepatan sb y
Xall_plot=[];
N=10;              %iterasi maksimal
for p=p1:dp:p2;    %tekanan
    X_all=[];
    %TAHAP PENDEFINISIAN MATRIK
    A((((-1/8)*(rho*u))*((-u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*
    ((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))))+1)*(delty*deltt));
    B(((((-7/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
    deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))))*(delty*deltt)))+((7/8)*
    (rho*u*delty*deltt));
    C((((3\verb/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d**
    ((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))))*(delty*deltt))+
    ((-3/8)*(rho*u*delty*deltt))+((3/8)*(rho*u))*((v*deltx*delty)/
    ((deltx*delty)-d*((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*
    (deltx*deltt))+((-3/8)*(rho*v*deltx*deltt));
    D((((3/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
    deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(delty*deltt));
    E(((((-1/8)*rho))*((-u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
    deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+v)*(deltx*deltt));
    F(((((-7/8)*(rho*u))*((u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*
    ((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))))*(deltx*deltt))+
    ((7/8)*(rho*v*deltx*deltt));

```

```

G=((3/8)*rho)*((u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))-v*(deltx*deltt));
H=(((-rho*u)*((to*((delty*deltt)+(deltx*deltt))+qc*deltx*
delty*deltt))/((deltx*delty)-d*((delty*deltt)/deltx)+((deltx*
deltt)/delty)))+(deltx*delty))+((-p)*((delty*deltt)+(deltx*
deltt)))+(u*vd)*((delty*deltt)/deltx)+(v*vd)*((deltx*deltt)/
delty))+((2*u*miu)+(v*miu))*((delty*deltt)/deltx)+((u*miu)+
(2*v*miu))*((deltx*deltt)/delty)+((v*miu)+(u*miu))*deltt)+
(fi*deltx*delty*deltt));
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=H;
%PENGERJAAN MATRIKS
R=length(L);

```

```
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:m*n;
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
X1(i)=S/K(i,i);
end
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
if(error<tol)|(reller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end
%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'rd',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain') ylabel('konsentrasi')
title('SIMULASI PENYEBARAN ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER')
legend(strcat('tekanan= ',num2str((p1:dp:p2)'),' Pa'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

A.3 Format *Programming* Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Tekanan Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel.

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('  SIMULASI PENYEBARAN ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER  ');
disp('                MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL                ');
disp('                Oleh : Firda Yulian Sari                ');
disp('                140210101070                ');
disp('-----');
%TAHAP INPUT
%m=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu x= ');
%n=input('masukkan banyak diskritisasi arah sumbu y= ');
m=40;
n=1;
c1=10;
c2=20;
dc=(c2-c1)/2;
Xall_plot=[];
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=3.1402;
tol=0.01;
%TAHAP INISIALISASI
deltx=1.0099;
delty=1.000009;
deltt=90;
rho=2.011;           %massa jenis asap (kg/m^3)
d=28.0101;          %massa molekul (g/mol)
qc=0.1;             %intensitas kontaminasi
vd=0.021*(10^(-3)); %viskositas dinamik (kg/ms)
to=373;             %suhu (K)
p=20;               %tekanan

```

```

cd=0.00023;          %koefisien gesek
lad=100;            %leaf area density (luas kerapatan daun)
ui=3.5;            %kecepatan arah i
vm=10;            %kecepatan magnitude
fi=-cd*lad*vm*ui;  %gaya tarik eksternal
uh=3;             %kecepatan arah sumbu x(m/s)
vh=6;            %kecepatan arah sumbu y(m/s)
z=200;           %ketinggian(m)
zh=1000;        %jarak(m)
u=((z/zh)^0.2)*uh;%kecepatan sb x
v=((z/zh)^0.2)*vh;%kecepatan sb y
Xall_plot=[];
N=10;           %iterasi maksimal
for miu=c1:dc:c2; %konsentrasi zat (M)
    X_all=[];
    %TAHAP PENDEFINISIAN MATRIK
    A((((-1/8)*(rho*u))*((-u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*
    ((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))))+1)*(delty*deltt));
    B(((((-7/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
    deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*(delty*deltt)))+(7/8)*
    (rho*u*delty*deltt));
    C((((3\verb/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d**
    ((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*(delty*deltt))+
    ((-3/8)*(rho*u*delty*deltt))+((3/8)*(rho*u))*((v*deltx*delty)/
    ((deltx*delty)-d*((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*
    (deltx*deltt))+((-3/8)*(rho*v*deltx*deltt));
    D((((3/8)*(rho*u))*((u*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
    deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))-1)*(delty*deltt));
    E(((((-1/8)*rho))*((-u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
    deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))+v)*(deltx*deltt));
    F(((((-7/8)*(rho*u))*((u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*
    ((delty*deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty)))*(deltx*deltt)))+
    ((7/8)*(rho*v*deltx*deltt));

```

```

G=((3/8)*rho)*((u*v*deltx*delty)/((deltx*delty)-d*((delty*
deltt)/deltx)+((deltx*deltt)/delty))-v*(deltx*deltt));
H=(((-rho*u)*((to*((delty*deltt)+(deltx*deltt))+qc*deltx*
delty*deltt))/((deltx*delty)-d*((delty*deltt)/deltx)+((deltx*
deltt)/delty)))+(deltx*delty))+((-p)*((delty*deltt)+(deltx*
deltt)))+(u*vd)*((delty*deltt)/deltx))+((v*vd)*((deltx*deltt)/
delty))+((2*u*miu)+(v*miu))*((delty*deltt)/deltx))+((u*miu)+
(2*v*miu))*((deltx*deltt)/delty))+((v*miu)+(u*miu))*deltt)+
(fi*deltx*delty*deltt));
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=H;
%PENGERJAAN MATRIKS
R=length(L);

```

```
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:m*n;
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
X1(i)=S/K(i,i);
end
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
if(error<tol)|(reller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end
%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'rd',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('jarak dari cerobong asap') ylabel('konsentrasi')
title('SIMULASI PENYEBARAN ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER')
legend(strcat('konsentrasi awal= ',num2str((c1:dc:c2)'),'M'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

LAMPIRAN B. HASIL SIMULASI PROGRAM MATLAB**B.1 Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Kecepatan Angin Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel**

Tabel Hasil Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember dengan kecepatan Angin 3 *m/s*, 4.5 *m/s*, dan 6 *m/s*.

Titik ke-	3 <i>m/s</i>	4.5 <i>m/s</i>	6 <i>m/s</i>
1	1.5279	2.3264	3.1024
2	2.4628	3.8086	5.1003
3	2.8558	4.513	6.0791
4	2.936	4.7716	6.4778
5	2.8536	4.7989	6.5792
6	2.6905	4.7081	6.5317
7	2.4903	4.5563	6.4088
8	2.2773	4.3727	6.2473
9	2.0656	4.1731	6.0657
10	1.8638	3.9667	5.8743
11	1.6772	3.7595	5.6788
12	1.5087	3.5557	5.4829
13	1.3597	3.3582	5.289
14	1.2302	3.1691	5.0987
15	1.1196	2.9903	4.9134
16	1.0264	2.8226	4.7337
17	0.9489	2.6669	4.5606
18	0.8854	2.5236	4.3943
19	0.8339	2.3928	4.2355
20	0.7926	2.2742	4.0844
21	0.7598	2.1676	3.9412
22	0.7341	2.0725	3.8062
23	0.7139	1.9883	3.6795
24	0.6985	1.9141	3.5611
25	0.6865	1.8494	3.4511

Titik ke-	2 m/s	3 m/s	4 m/s
26	0.6775	1.7932	3.3492
27	0.6707	1.7448	3.2554
28	0.6656	1.7033	3.1695
29	0.6618	1.6681	3.0913
30	0.6589	1.6383	3.0203
31	0.6568	1.6132	2.9562
32	0.6554	1.5923	2.8987
33	0.6543	1.5749	2.8474
34	0.6535	1.5606	2.8018
35	0.6528	1.5488	2.7614
36	0.6524	1.5392	2.726
37	0.6521	1.5314	2.695
38	0.652	1.5253	2.6683
39	0.6518	1.5205	2.6455
40	0.6516	1.5173	2.6269

B.2 Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Tekanan Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel

Tabel Hasil Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember dengan Tekanan 10 Pa, 15 Pa, dan 20 Pa.

Titik ke-	10 Pa	15 Pa	20 Pa
1	1.0138	2.5128	4.0407
2	1.6366	4.0903	6.6169
3	1.9024	4.8096	7.8453
4	1.9627	5.0365	8.3045
5	1.9166	5.0087	8.3679
6	1.8178	4.8528	8.2326
7	1.6949	4.6342	7.9979
8	1.5635	4.3873	7.7143
9	1.4328	4.1314	7.4089
10	1.3082	3.8778	7.0968
11	1.193	3.6336	6.7872
12	1.0891	3.4032	6.4859
13	0.9972	3.1892	6.1967
14	0.9175	2.993	5.922
15	0.8493	2.815	5.6631
16	0.792	2.655	5.4209
17	0.7444	2.5124	5.1956
18	0.7054	2.3861	4.9871
19	0.6738	2.275	4.7949
20	0.6485	2.1778	4.6186
21	0.6284	2.0933	4.4574
22	0.6126	2.0202	4.3107
23	0.6003	1.9571	4.1776
24	0.5908	1.9031	4.0573
25	0.5836	1.857	3.949

Titik ke-	10 Pa	15 Pa	20 Pa
26	0.5781	1.8178	3.8518
27	0.5739	1.7847	3.765
28	0.5708	1.7568	3.6878
29	0.5685	1.7335	3.6193
30	0.5667	1.714	3.5587
31	0.5655	1.6979	3.5055
32	0.5646	1.6845	3.4588
33	0.5639	1.6735	3.418
34	0.5634	1.6645	3.3825
35	0.5631	1.6572	3.3518
36	0.5628	1.6513	3.3253
37	0.5626	1.6465	3.3026
38	0.5625	1.6428	3.2834
39	0.5624	1.6399	3.2673
40	0.5623	1.6379	3.2564

B.3 Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Konsentrasi Awal Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel

Tabel Hasil Simulasi Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember dengan Konsentrasi Awal 3 M, 4 M, dan 5 M.

Titik ke-	3 M	4 M	5 M
1	2.833	2.8532	2.7689
2	4.5668	4.7083	4.5913
3	5.2963	5.639	5.5375
4	5.4464	6.0421	5.9896
5	5.2955	6.1721	6.1927
6	4.9951	6.1605	6.2728
7	4.6262	6.0714	6.2901
8	4.2335	5.9359	6.2725
9	3.8433	5.7696	6.2327
10	3.4714	5.5816	6.1761
11	3.1275	5.3777	6.1055
12	2.8172	5.1627	6.022
13	2.5427	5.1627	5.9267
14	2.3042	4.7164	5.8204
15	2.1005	4.4926	5.7042
16	1.9289	4.2731	5.5794
17	1.7863	4.0606	5.4474
18	1.6694	3.8577	5.3096
19	1.5747	3.6663	5.1678
20	1.4987	3.4879	5.0234
21	1.4384	3.3234	4.8782
22	1.391	3.1734	4.7337
23	1.354	3.0379	4.5913
24	1.3255	2.9167	4.4524
25	1.3037	2.8092	4.3181

Titik ke-	3 M	4 M	5 M
26	1.2871	2.7148	4.1893
27	1.2745	2.6326	4.067
28	1.2651	2.5615	3.9516
29	1.2581	2.5005	3.8438
30	1.2529	2.4486	3.7436
31	1.2491	2.4047	3.6513
32	1.2463	2.3679	3.5668
33	1.2443	2.3371	3.49
34	1.2428	2.3116	3.4207
35	1.2418	2.2907	3.3584
36	1.241	2.2735	3.303
37	1.2405	2.2596	3.254
38	1.2401	2.2485	3.2112
39	1.2398	2.2399	3.1743
40	1.2396	2.2341	3.1434

LAMPIRAN C. HASIL PERHITUNGAN *ERROR RELATIF***C.1 Hasil Perhitungan Error Relatif Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Kecepatan Angin Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel**

Tabel Hasil Perhitungan Error Relatif Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember dengan Kecepatan Angin 3 *m/s*, 4.5 *m/s*, dan 6 *m/s*.

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	3.1024	0.1149
2	5.1003	0.2919
3	6.0791	0.5198
4	6.4778	0.7932
5	6.5792	1.106
6	6.5317	1.4513
7	6.4088	1.8215
8	6.2473	2.2092
9	6.0657	2.6078
10	5.8743	3.0114
11	5.6788	3.4151
12	5.4829	3.8151
13	5.289	4.2081
14	5.0987	4.5919
15	4.9134	4.9645
16	4.7337	5.3246
17	4.5606	5.671
18	4.3943	6.0028
19	4.2355	6.3193
20	4.0844	6.6199
21	3.9412	6.9041
22	3.8062	7.1717
23	3.6795	7.4223
24	3.5611	7.6561
25	3.4511	7.8729

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
26	3.3492	8.0731
27	3.2554	8.257
28	3.1695	8.4251
29	3.0913	8.5779
30	3.0203	8.7161
31	2.9562	8.8404
32	2.8987	8.9517
33	2.8474	9.0509
34	2.8018	9.1387
35	2.7614	9.2162
36	2.726	9.2841
37	2.695	9.3432
38	2.6683	9.3941
39	2.6455	9.4372
40	2.6269	9.4725

$$\text{error relatif} = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{2.6301 - 2.6269}{2.6269} \right| = 0.00122$$

dengan

X_0 = tebakan awal

X_i = nilai numerik

C.2 Hasil Perhitungan Error Relatif Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Tekanan Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel

Tabel Hasil Perhitungan Error Relatif Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember dengan Tekanan 10 Pa, 15 Pa, dan 20 Pa.

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	4.0407	0.2123
2	6.6169	0.5369
3	7.8453	0.9517
4	8.3045	1.4443
5	8.3679	2.0011
6	8.2326	2.6068
7	7.9979	3.2452
8	7.7143	3.9011
9	7.4089	4.5608
10	7.0968	5.2127
11	6.7872	5.8473
12	6.4859	6.4578
13	6.1967	7.0391
14	5.922	7.588
15	5.6631	8.1026
16	5.4209	8.5823
17	5.1956	9.0272
18	4.9871	9.4378
19	4.7949	9.8152
20	4.6186	10.161
21	4.4574	10.476
22	4.3107	10.762
23	4.1776	11.022
24	4.0573	11.255
25	3.949	11.466

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
26	3.8518	11.654
27	3.765	11.821
28	3.6878	11.97
29	3.6193	12.102
30	3.5587	12.219
31	3.5055	12.321
32	3.4588	12.41
33	3.418	12.488
34	3.3825	12.555
35	3.3518	12.613
36	3.3253	12.664
37	3.3026	12.706
38	3.2834	12.743
39	3.2673	12.773
40	3.2546	12.797

$$\text{error relatif} = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{3.2531 - 3.2546}{3.2546} \right| = 0.00046$$

dengan

X_0 = tebakan awal

X_i = nilai numerik

C.3 Hasil Perhitungan Error Relatif Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Berdasarkan Konsentrasi Awal Arah Sumbu X Menggunakan Metode Gauss Seidel

Tabel Hasil Perhitungan Error Relatif Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember dengan Konsentrasi Awal 3 M, 4 M, dan 5 M.

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
1	2.7689	0.0023
2	4.5913	0.0081
3	5.5375	0.0195
4	5.9896	0.0395
5	6.1927	0.0711
6	6.2728	0.1175
7	6.2901	0.1816
8	6.2725	0.2659
9	6.2327	0.3725
10	6.1761	0.5027
11	6.1055	0.6569
12	6.022	0.8352
13	5.9267	1.0365
14	5.8204	1.2595
15	5.7042	1.5019
16	5.5794	1.7613
17	5.4474	2.0346
18	5.3096	2.3186
19	5.1678	2.61
20	5.0234	2.9053
21	4.8782	3.2013
22	4.7337	3.4948
23	4.5913	3.7829
24	4.4524	4.063
25	4.3181	4.3328

Iterasi ke-	Nilai Numerik	<i>Error</i>
26	4.1893	4.5905
27	4.067	4.8344
28	3.9516	5.0636
29	3.8438	5.2772
30	3.7436	5.4748
31	3.6513	5.6563
32	3.5668	5.8218
33	3.49	5.9717
34	3.4207	6.1067
35	3.3584	6.2273
36	3.303	6.3343
37	3.254	6.4286
38	3.2112	6.5108
39	3.1743	6.5813
40	3.1434	6.64

$$\text{error relatif} = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{3.1402 - 3.1434}{3.1434} \right| = 0.00102$$

dengan

X_0 = tebakan awal

X_i = nilai numerik

LAMPIRAN D.

**PEDOMAN VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA**

NAMA MAHASISWA : FIRDA YULIAN SARI

NIM : 140210101070

JUDUL SKRIPSI : ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER
MENGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA
UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.

b) Rubrik Penilaian:

- 1: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun TIDAK JELAS;
- 2: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun KURANG JELAS;
- 3: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS;
- 4: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS;
- 5: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.					
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.					

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.					
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.					
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.					
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran asap pabrik pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.					
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					
	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.					
	Peneliti mampu menggunakan aplikasi <i>Google Earth</i> untuk mengetahui daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap.					

IDENTITAS *VALIDATOR*

NAMA :

Jember,

Validator

(.....)



LAMPIRAN E.

Hasil validasi oleh validator dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek TCK	Indikator	Penilaian Validator					I_i	A_i	Capaian Teoritis	Capaian Validasi	Capaian Kumulatif Teoritis	Capaian Kumulatif Validasi	V_a
		1	2	3	4	5							
TK	1a	4	3	4	3	4	3.6	4	50%	47.17%	50%	47%	4.2
	1b	4	3	3	4	5	3.8						
	1c	4	3	5	4	4	4						
	1d	5	5	4	4	5	4.6						
	1e	4	4	4	4	4	4						
CK	2a	5	4	4	4	4	4.2	4.48	50%	51.33%	100%	98%	
	2b	5	5	5	5	5	5						
	2c	5	5	5	5	4	4.8						
	2d	4	4	4	4	5	4.2						
	2e	4	3	5	5	4	4.2						

Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen mengenai kemampuan TCK (*Technological and Content Knowledge*) adalah valid.

LAMPIRAN F. LEMBAR PENILAIAN VALIDASI

F.1 Penilaian Validator 1

LAMPIRAN B.

PEDOMAN VALIDASI

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : FIRDA YULIAN SARI
 NIM : 140210101070
 JUDUL SKRIPSI : ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
 ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER
 MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA
 UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
- b) Rubrik Penilaian:
 - 1: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun TIDAK JELAS;
 - 2: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun KURANG JELAS;
 - 3: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS;
 - 4: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS;
 - 5: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.				✓	

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.				✓	
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.					✓
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.				✓	
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.					✓
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					✓
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					✓
	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.				✓	
	Peneliti mampu menggunakan aplikasi <i>Google Earth</i> untuk mengetahui daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap.				✓	

IDENTITAS VALIDATOR
NAMA : Eudi Adi S

Jember, 5 APRIL 2017

Validator


(Eudi Adi S)



F.2 Penilaian Validator 2

LAMPIRAN B.

PEDOMAN VALIDASI

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : FIRDA YULIAN SARI
 NIM : 140210101070
 JUDUL SKRIPSI : ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
 ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER
 MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA
 UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
- b) Rubrik Penilaian:
 - 1: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun TIDAK JELAS;
 - 2: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun KURANG JELAS;
 - 3: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS;
 - 4: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS;
 - 5: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.			✓		
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.			✓		

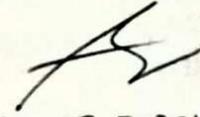
Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.			✓		
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.					✓
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.				✓	
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.				✓	
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					✓
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					✓
	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.				✓	
	Peneliti mampu menggunakan aplikasi <i>Google Earth</i> untuk mengetahui daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap.			✓		

IDENTITAS VALIDATOR

NAMA: AHMAD RIZQI LAZUARDI

Jember, 5 APRIL 2018

Validator



(AHMAD RIZQI L.)



F.3 Penilaian Validator 3

LAMPIRAN B.

PEDOMAN VALIDASI

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : FIRDA YULIAN SARI

NIM : 140210101070

JUDUL SKRIPSI : ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER
MENGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA
UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.

b) Rubrik Penilaian:

- 1: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun TIDAK JELAS;
- 2: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun KURANG JELAS;
- 3: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS;
- 4: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS;
- 5: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.			✓		

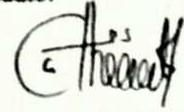
Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.					✓
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.				✓	
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran asap pabrik pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.				✓	
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					✓
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, ou'let</i>) pada bentuk geometri benda.					✓
	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.				✓	
	Peneliti mampu menggunakan aplikasi <i>Google Earth</i> untuk mengetahui daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap.					✓

IDENTITAS VALIDATOR

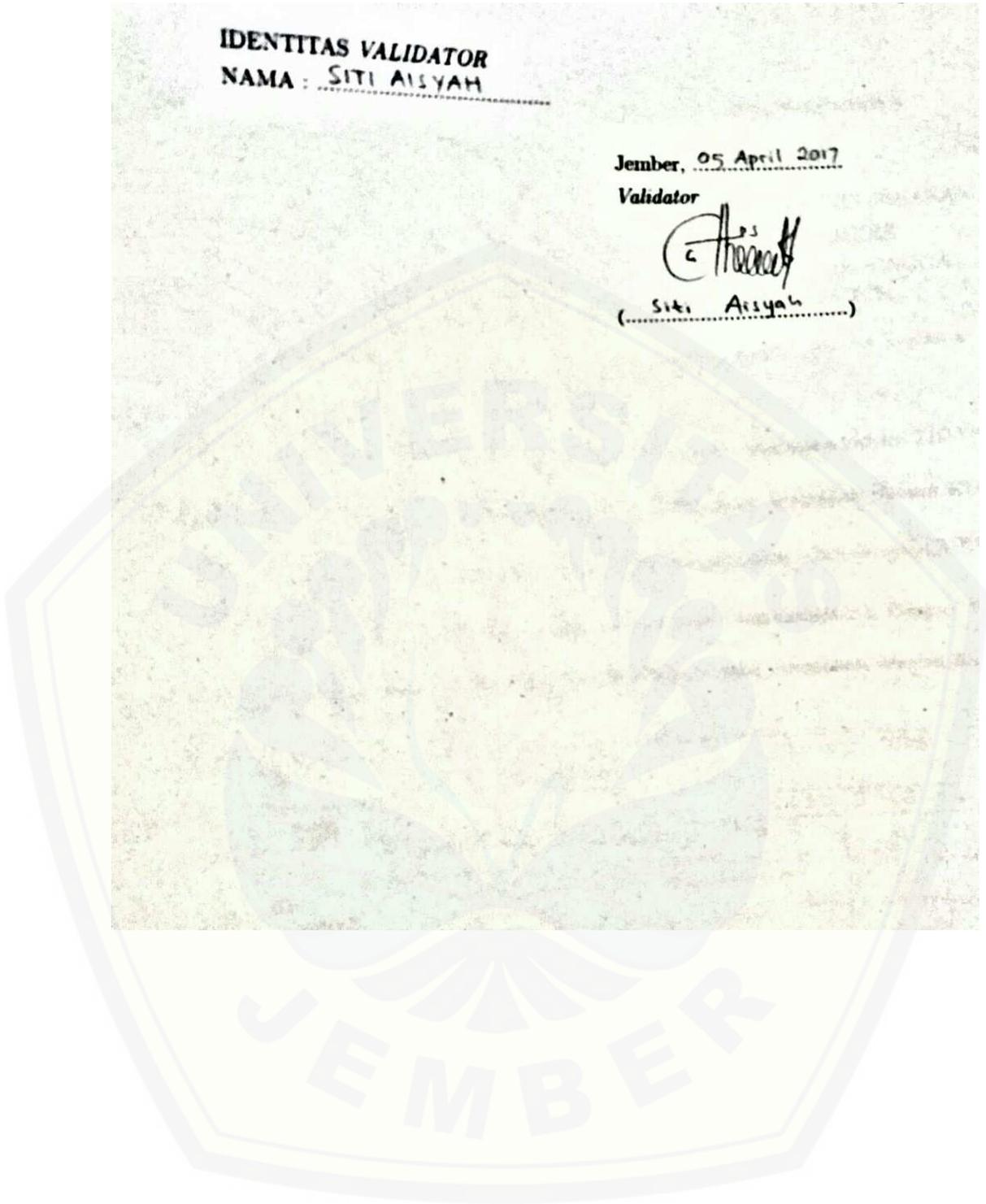
NAMA : SITI AISYAH

Jember, 05 April 2017

Validator



(Siti Aisyah)



F.4 Penilaian Validator 4

LAMPIRAN B.

PEDOMAN VALIDASI

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : FIRDA YULIAN SARI

NIM : 140210101070

JUDUL SKRIPSI : ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER
MENGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA
UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
- b) Rubrik Penilaian:
 - 1: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun TIDAK JELAS;
 - 2: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun KURANG JELAS;
 - 3: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS;
 - 4: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS;
 - 5: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS.

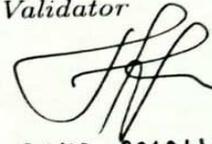
Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.			✓		
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.				✓	

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.				✓	
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.				✓	
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran asap pabrik pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.				✓	
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					✓
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.					✓
	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.				✓	
	Peneliti mampu menggunakan aplikasi <i>Google Earth</i> untuk mengetahui daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap.					✓

IDENTITAS VALIDATOR
NAMA : RISKHA AMALIA HAKIM

Jember, 05 April 2018

Validator



(RISKHA AMALIA HAKIM)



F.5 Penilaian Validator 5

LAMPIRAN B.

**PEDOMAN VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA**

NAMA MAHASISWA : FIRDA YULIAN SARI
 NIM : 140210101070
 JUDUL SKRIPSI : ANALISIS MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
 ASAP PABRIK GULA SEMBORO JEMBER
 MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA
 UNTUK MENGASAH KEMAMPUAN TCK

Petunjuk!

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
- b) Rubrik Penilaian:
 - 1: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun TIDAK JELAS;
 - 2: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun KURANG JELAS;
 - 3: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS;
 - 4: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS;
 - 5: peneliti mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS.

Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti memiliki pengetahuan cukup tentang penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.				✓	
	Peneliti mampu menentukan variabel keadaan yang akan diteliti.					✓

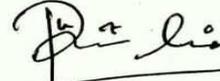
Aspek Kemampuan TCK	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
CK (<i>Content Knowledge</i>)	Peneliti mampu mengembangkan model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember.				✓	
	Peneliti mampu menyelesaikan model matematika dari penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.					✓
	Peneliti mampu menganalisis hasil komputasi MATLAB dan visualisasi simulasi FLUENT.				✓	
TK (<i>Technological Knowledge</i>)	Peneliti mampu menuliskan bahasa pemrograman untuk menyelesaikan model matematika penyebaran asap pabrik pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga pada MATLAB.				✓	
	Peneliti mampu membuat bentuk geometri benda yang akan diteliti pada GAMBIT.					✓
	Peneliti mampu menentukan tipe batas tertentu (<i>wall, inlet, outlet</i>) pada bentuk geometri benda.			✓		
	Peneliti mampu menentukan kondisi batas pada setiap variabel keadaan sebagai input data pada FLUENT.					✓
	Peneliti mampu menggunakan aplikasi <i>Google Earth</i> untuk mengetahui daerah-daerah yang terdampak oleh penyebaran asap.				✓	

IDENTITAS VALIDATOR

NAMA : PUTRI NUR A.

Jember, 5 April 2017

Validator



(.....PUTRI NUR A.)



Judul	Permasalahan	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
Analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Sembero Jember Menggunakan Metode Volume Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK	<p>1. Bagaimana model matematika penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember menggunakan metode volume hingga?</p> <p>2. Bagaimana pengaruh kecepatan angin terhadap penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember?</p> <p>3. Bagaimana simulasi FLUENT dari penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember?</p> <p>4. Bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember berdasarkan <i>error</i> yang didapat?</p>	<p>1. Penyebaran asap pabrik gula</p> <p>2. Metode Volume Hingga</p> <p>3. Kecepatan angin</p> <p>4. <i>Error</i></p> <p>5. Kemampuan TCK</p>	<p>1. Menentukan model matematika pada penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember menggunakan metode volume hingga.</p> <p>2. Mengetahui pengaruh kecepatan angin terhadap penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember.</p> <p>3. Mengetahui simulasi FLUENT dari penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember.</p> <p>4. Mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis penyebaran asap pabrik gula Sembero Jember.</p>	<p>1. Ma, et al. 2016. <i>Modelling of Pollutant Dispersion with Atmospheric Instabilities in An Industrial Park</i>. China: Elsevier.</p>	<p>1. Simulasi</p>

Judul	Permasalahan	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
	<p>5. Bagaimana cara mengasah kemampuan TCK dalam mengasah model matematika mengasah asap pabeik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga?</p>	<p>_____</p>	<p>5. Untuk mengetahui cara mengasah kemampuan TCK dalam analisis model matematika penyebaran asap pabrik gula Semboro Jember menggunakan metode volume hingga.</p>	<p>2. Kepustakaan</p>	



KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
 Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
 Telepon: 0331-334988, 330738 Faks: 0331-334988
 Laman: www.fkip.unj.ac.id

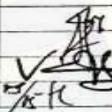
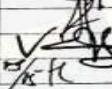
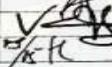
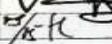
LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA : Firda Yulian Sari
 NIM : 140210101070
 JUDUL SKRIPSI : Analisis Model Matematika Penyebaran Asap Pabrik Gula Semboro Jember Menggunakan Metode Volume Hingga
 TANGGAL UJIAN : 07 Mei 2018
 PEMBIMBING : Susi Setiawani, S. Si., M. Sc.
 Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	33	Penambahan uraian kondisi cerobong asap
2.	54	Penambahan keterangan lambang variabel yang sudah spesifik
3.	54	Perbaikan judul pada sub bab 4.3
4.	54	Penambahan kalimat pada penjelasan sub bab 4.3
5.	57	Perbaikan judul pada sub bab 4.4
6.	60	Perbaikan simbol pada matriks
7.	64	Penambahan keterangan perolehan data yang didapat
8.	69,70	Perbaikan gambar simulasi FLUENT

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD dan Tanggal
Ketua	Susi Setiawani, S. Si., M. Sc.	 9/5/18
Sekretaris	Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.	 9/5/18
Anggota	Prof. Drs. Dafik, M. Sc., Ph. D. Drs. Suharto, M. Kes.	 9/5/2018 

Jember, 09 Mei 2018
 Mengetahui / menyetujui :

Dosen Pembimbing I,


 Susi Setiawani, S. Si., M. Sc.
 NIP. 19700307 199512 2 001

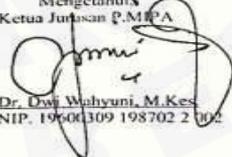
Dosen Pembimbing II,


 Arif Fatahillah, S. Pd., M. Si.
 NIP. 19820529 190912 1 003

Mahasiswa Yang Bersangkutan


 Firda Yulian Sari
 NIM. 140210101070

Mengetahui
 Ketua Jurusan P.MIPA


 Dr. Dwi Wahyuni, M. Kes.
 NIP. 19600309 198702 2 002