



TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF TRIANGULAR LADDER

SKRIPSI

Oleh:

Afif Alfa Robi

NIM 060210101309

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2010



TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF TRIANGULAR LADDER

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Afif Alfa Robi

NIM 060210101309

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2010

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

- 1. Ibunda tercinta Fudhi Astuti dan Ayahanda Drs. Moh. Ilyas, serta Saudara-saudaraku, Muhammad Ilham, Anwar Rosyid, Nuhaini Faiqoh dan Ike Yustiana yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Bapak Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D dan Bapak Drs. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
- 3. Guru dan dosen ku yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 4. Teman-temanku FKIP Matematika : (Abdul Hamid, Ibnu Yusuf, Iqbal Ariwijaya, Wahyu Prasetyo, dan semuanya) yang senantiasa selalu bersama dalam suka maupun duka;*
- 5. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

MOTTO

"If destiny is a point and effort is a line, then life is
a graph.
So, learn graph theory to have wonderful life...
(Slamin)"

"Kesuksesan berasal dari kemauan yang kuat"

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Afif Alfa Robi

NIM : 060210101309

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Total Edge Irregularity Strength dari Gabungan Graf Triangular Ladder adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Oktober 2010

Yang menyatakan,

Afif Alfa Robi

NIM. 060210101309

SKRIPSI

TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF TRIANGULAR LADDER

Oleh:

Afif Alfa Robi

NIM. 060210101309

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D
Dosen Pembimbing II : Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Total Edge Irregularity Strength dari Gabungan Graf Triangular Ladder* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Senin

tanggal : 25 Oktober 2010

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si
NIP. 19581209 198603 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Slamun, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Mengesahkan
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum
NIP. 19540712 198003 1 005

RINGKASAN

Total Edge Irregularity Strength dari Gabungan Graf Triangular Ladder; Afif Alfa Robi, 060210101309; 2010: 61 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf merupakan salah satu model matematika yang memiliki banyak terapan sampai saat ini. Salah satu topik dari teori graf adalah pelabelan graf (*graph labelling*). Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf triangular ladder. Graf triangular ladder adalah sebuah graf yang diperoleh dengan melengkapi graf ladder dengan menambahkan sisi $u_i v_{i+1}$ untuk $1 \leq i \leq n - 1$. Gabungan graf triangular ladder yang akan diteliti adalah gabungan graf triangular ladder isomorfis dan non-isomorfis. Permasalahannya adalah bagaimana melabeli gabungan graf triangular ladder tersebut sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label pada beberapa variasi pelabelan total sisi irregular adalah seminimum mungkin. Bilangan bulat positif terbesar yang minimum tersebut dinamakan dengan *total edge irregularity strength* dari graf G yang dinotasikan dengan $tes(G)$. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui berapa nilai (tes) dari gabungan graf triangular ladder tersebut.

Penelitian ini diawali dengan menentukan nilai batas bawah dari tes gabungan graf triangular ladder dengan menerapkan teorema Bača, Jendrol, Miller, Ryan (2002) yakni $\lceil \frac{|E|+2}{3} \rceil \leq tes(G)$, selanjutnya menentukan nilai batas atas dari tes gabungan graf triangular ladder dengan mencari formulasi dari pelabelan total sisi irregularnya sedemikian bobot setiap sisi berbeda. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total sisi irregular dari *total edge irregularity strength* (tes) pada gabungan graf triangular ladder.

Sesuai dengan tujuan dan hasil dalam penelitian ini, ditemukan beberapa teorema baru mengenai nilai *tes* dari pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf triangular ladder yaitu:

1. $tes(mL_n) = m(\frac{4n}{3} - 1) + 1$ untuk $m \geq 1$ dan $n \equiv 0(mod 3)$
2. $tes(L_n \cup L_p) = \lfloor \frac{4(n-2)}{3} \rfloor + \frac{2(2p+3)}{3}$ untuk $n \equiv 0(mod 3)$, $p \equiv 0(mod 3)$ dan $n \neq p$
3. $tes(\bigcup_{k=1}^m L_{n_k}) = 2(m - 1) + \sum_{k=1}^{m-1} \lfloor \frac{4(n_k-2)}{3} \rfloor + \frac{4n_m}{3}$ untuk $m \geq 1$, $n_k \equiv 0(mod 3)$ dan $n_k \leq n_{k+1}$

PRAKATA

Syukur ke hadirat Allah SWT atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, Oktober 2010

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i	
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii	
HALAMAN MOTO	iii	
HALAMAN PERNYATAAN	iv	
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v	
HALAMAN PENGESAHAN	vi	
RINGKASAN	vii	
PRAKATA	ix	
DAFTAR ISI	xii	
DAFTAR GAMBAR	xv	
DAFTAR TABEL	xvi	
DAFTAR LAMPIRAN	xvii	
DAFTAR LAMBANG	xviii	
1	PENDAHULUAN	1
1.1	Latar Belakang Masalah	1
1.2	Rumusan Masalah	3
1.3	Batasan Masalah	4
1.4	Tujuan Penelitian	4
1.5	Manfaat Penelitian	4

2	TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1	Aplikasi Graf	6
2.2	Terminologi Dasar Graf	8
2.3	Keisomorfisan Graf	15
2.4	Graf - Graf Khusus	16
2.5	Gabungan Dua Graf	20
2.6	Gabungan Graf Triangular Ladder	21
2.7	Pelabelan Graf	23
2.7.1	Definisi Pelabelan Graf	23
2.7.2	Pelabelan Total Sisi Irregular	24
2.7.3	Pelabelan Total Sisi Irregular Pada Sebagian Graf Triangular Ladder	25
2.8	Hasil-hasil Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf-Graf Tertentu	30
3	METODE PENELITIAN	31
3.1	Metode Penelitian	31
3.2	Definisi Operasional	31
3.2.1	Pelabelan Total Sisi Irregular	32
3.2.2	Total edge irregularity strenght (<i>tes</i>)	32
3.2.3	Graf Triangular Ladder	32
3.2.4	Gabungan Graf Triangular Ladder	32
3.3	Rancangan Penelitian	33
3.3.1	Indikator Penelitian	33
3.3.2	Teknik Penelitian	33
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	36

4.1	Total Edge Irregularity Strength pada Gabungan Graf Triangular Ladder Isomorfis mL_n	36
4.2	Total Edge Irregularity Strength pada Gabungan Dua Graf Triangular Ladder Non-Isomorfis $L_n \cup L_p$	42
4.3	Total Edge Irregularity Strength pada Gabungan Graf Triangular Ladder Non-Isomorfis $\bigcup_{k=1}^m L_{n_k}$	49
4.4	Pembahasan	57
5	KESIMPULAN DAN SARAN	60
5.1	Kesimpulan	60
5.2	Saran	60
	DAFTAR PUSTAKA	61

DAFTAR GAMBAR

1.1	Pemodelan rangkaian listrik menggunakan graf	2
1.2	Gabungan graf triangular ladder $L_3 \cup L_3$	3
2.1	Aplikasi sederhana graf	6
2.2	Aplikasi pelabelan graf	7
2.3	Graf tak berarah	8
2.4	<i>Adjacent</i> dan <i>incident</i>	8
2.5	Graf dengan titik terisolasi dan graf regular berderajat 3	9
2.6	Jarak pada graf	11
2.7	Diameter, <i>girth</i> dan eksentrisitas	11
2.8	Graf dan subgraf	12
2.9	Subgraf Merentang	13
2.10	Komplemen subgraf	14
2.11	Subgraf terinduksi	14
2.12	Graf terhubung dan tidak terhubung	15
2.13	Penghapusan sisi dan titik pada graf	16
2.14	Graf Isomorfis	17
2.15	Graf Komplit K_4	18
2.16	Graf Lingkaran C_4	18
2.17	Graf <i>Wheel</i> W_4 dan W_5	18

2.18	Graf Kipas K_4 dan K_5	19
2.19	Graf <i>Caterpillar</i>	19
2.20	Graf Petersen $(5, 2)$	20
2.21	Graf Ladder	20
2.22	Gabungan dari dua graf	21
2.23	Graf Triangular Ladder L_3	21
2.24	Graf Triangular Ladder $3L_6$	22
2.25	Gabungan graf non-isomorfis	22
2.26	Pelabelan titik, sisi dan total	23
2.27	Contoh pelabelan total titik irregular (<i>a</i>) dan sisi irregular (<i>b</i>) . . .	24
2.28	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder $2L_3$ dan $2L_6$	26
2.29	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder $3L_3$	26
2.30	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Dua Graf Triangu- lar Ladder $L_3 \cup L_6$	27
2.31	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Dua Graf Triangu- lar Ladder $L_6 \cup L_3$	28
2.32	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder $L_6 \cup L_3 \cup L_3$	28
2.33	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder $L_6 \cup L_3 \cup L_3 \cup L_9$	29
3.1	Diagram alir penelitian	35

4.1 Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder mL_n dengan $n = 6$ dan $m = 1$ 42

4.2 Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder Isomorfis mL_n dengan $n = 9$ dan $m = 2$ 42

4.3 Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Dua Graf Triangular Ladder $(L_n \cup L_p)$ dengan $n = 6$ dan $p = 9$ 48

4.4 Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Dua Graf Triangular Ladder Non-Isomorfis $(L_n \cup L_p)$ dengan $n = 9$ dan $p = 3$. . . 49

4.5 Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Triangular Ladder Non-Isomorfis $(\bigcup_{k=1}^m L_{n_k})$ dengan $m = 6, n_1 = 6, n_2 = 3, n_3 = 3, n_4 = 9, n_5 = 6$ dan $n_6 = 3$ 55

DAFTAR TABEL

2.1	Eksentrisitas	12
2.2	Ringkasan dari pelabelan total sisi irregular pada graf-graf tertentu	30

DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN	62
FORMULIR PENGAJUAN JUDUL DAN PEMBIMBINGAN SKRIPSI . . .	63
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI	64

DAFTAR LAMBANG

$G(V, E)$	= sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
$ E $	= banyak sisi pada suatu graf
$E(G)$	= himpunan sisi pada graf G
$V(G)$	= himpunan titik pada graf G
L_n	= graf triangular ladder tunggal dengan $2n$ titik
mL_n	= gabungan dari sebanyak m graf triangular ladder isomorfis
$\bigcup_{k=1}^m L_{n_k}$	= gabungan dari sebanyak m graf triangular ladder non-isomorfis
$L_n \cup L_p$	= gabungan dari dua graf triangular ladder L_n dan L_p
$tes(G)$	= <i>total edge irregularity strength</i> dari graf G
u_i^j	= titik ke- i dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
v_i^j	= titik ke- i dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$u_i^j u_{i+1}^j$	= sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$u_i^j v_{i+1}^j$	= sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$u_i^j v_i^j$	= sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$v_i^j v_{i+1}^j$	= sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\alpha(u_i^j)$	= label titik ke- i dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\alpha(v_i^j)$	= label titik ke- i dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\alpha(u_i^j u_{i+1}^j)$	= label sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\alpha(u_i^j v_{i+1}^j)$	= label sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\alpha(u_i^j v_i^j)$	= label sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\alpha(v_i^j v_{i+1}^j)$	= label sisi dari graf ke- j pada gabungan graf triangular ladder
$\omega t(u_i^j u_{i+1}^j)$	= bobot sisi ke- j dan komponen ke- i dari gabungan graf triangular ladder
$\omega t(u_i^j v_{i+1}^j)$	= bobot sisi ke- j dan komponen ke- i dari gabungan graf triangular ladder
$\omega t(u_i^j v_i^j)$	= bobot sisi ke- j dan komponen ke- i dari gabungan graf triangular ladder

DAFTAR LAMBANG

$\omega t(v_i^j u_{i+1}^j)$ = bobot sisi ke- j dan komponen ke- i dari gabungan graf triangular ladder

$\lceil x \rceil$ = bilangan bulat terkecil yang lebih besar dari x

$\lfloor x \rfloor$ = bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari x