KONEKSI TITIK PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI *COMB* SISI DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERFIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Muhammad Ali Wafa

NIM 130210101120

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MIPA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS JEMBER

2017

KONEKSI TITIK PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI *COMB* SISI DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERFIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Muhammad Ali Wafa

NIM 130210101120

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah S.W.T Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam tetap tercurahkan kepada Nabi besar, Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Kedua orang tuaku tercinta: Ayahanda Salamun dan Ibunda Sholihatin, yang senantiasa mengalirkan kasih sayang, perhatian, cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus untuk anakmu ini, serta selalu mendukung setiap perjalanan hidupku, selalu menghiasi hariku dengan canda tawa dan penuh kasih sayang;
2. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D., dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan;
3. Semua guru dan dosen yang telah memberikan ilmu dan membimbing dalam banyak hal dengan penuh kesabaran;
4. Partner terbaikku Dahlan Irawan dan Afni Nurvita K. yang senantiasa membantu dan memberi semangat;
5. Sahabat ”ICIKIPRIT” (Adi, Alfan, Darian, Indra, Rudi, Wahyu) yang memberi pengalaman tak terlupakan;
6. Sahabat ”Serangkaian Terakhir” (Adil, Riski, Hasan, Beta, Afni) dan ”Kontrakan 21” (Eko, Yudha, Andi, Zazid) yang selalu mendukung sepenuh hati;
7. Teman pejuang graf (Ulul, Wahyu, Darian, Putu, Elita, Lisa, Mita, Yuli, Alivia, Rudi, Hasan, Aghni, dan Puput) yang selalu berbagi suka maupun duka dan selalu memberikan dukungan untuk terus semangat;
8. Rekan-rekan KKMT SMAN 2 Jember, terimakasih atas kerjasama dan kebersamaan;

9. Keluarga Besar Matematika Angkatan 2013 (Sahabat Saklawase REGUKU), terimakasih atas semua cerita, kisah, dan pengalaman hidup yang tak terlupakan;
10. Almamater tercinta Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTO

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥﴾ إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾

فَإِذَا فَرَغْتَ فَانْصَبْ ﴿٧﴾ وَإِلَىٰ رَبِّكَ فَارْغَبْ ﴿٨﴾

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan) kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain. Dan hanya kepada Tuhanmulah engkau hendaknya kamu berharap."

(*QS.Al – Insyirah*: 5 - 8)*)

"Engkau dapat menunda, tetapi waktu tidak akan menunda"

(Benjamin Franklin)

وَخَيْرُ النَّاسِ أَنْفَعُهُمْ لِلنَّاسِ

"Sebaik-Baik Manusia Adalah Yang Paling Bermanfaat Bagi Orang Lain."

(HR. Thabrani dan Daruquthni)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Muhammad Ali Wafa

NIM : 130210101120

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "Koneksi Titik Pelangi Kuat Pada Graf Hasil Operasi *Comb* Sisi Dikaitkan Dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 18 April 2017

Yang menyatakan,

Muhammad Ali Wafa

NIM. 130210101120

SKRIPSI

KONEKSI TITIK PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI *COMB* SISI DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERFIKIR TINGKAT TINGGI

Oleh

Muhammad Ali Wafa

NIM 130210101120

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama	:	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing Anggota	:	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

PENGAJUAN

KONEKSI TITIK PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI *COMB* SISI DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERFIKIR TINGKAT TINGGI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama	: Muhammad Ali Wafa
NIM	: 130210101120
Tempat dan Tanggal Lahir	: Banyuwangi, 20 Februari 1994
Jurusan / Program Studi	: Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19680802 199303 1 004	NIP. 19820529 200912 1 003

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Koneksi Titik Pelangi Kuat Pada Graf Hasil Operasi *Comb* Sisi Dikaitkan Dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Selasa
Tanggal : 18 April 2017
Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Sekretaris,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Anggota I,

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.
NIP. 19581209 198603 1 003

Anggota II,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Koneksi Titik Pelangi Kuat Pada Graf Hasil Operasi *Comb* Sisi Dikaitkan Dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi; Muhammad Ali Wafa, 130210101120; 2017: 88 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (iptek) yang semakin maju dan kompleks membawa perubahan diberbagai bidang ilmu pengetahuan. Sejalan dengan itu prinsip-prinsip matematika menempatkan dirinya sebagai ilmu dasar yang mempunyai peranan penting dalam setiap perkembangan IPTEK. Salah satu cabang matematika yang menarik untuk dikaji lebih lanjut adalah matematika diskrit yang aplikasinya dalam bidang teori graf.

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli matematikawan Swiss Leonhard Euler pada tahun 1736. Euler adalah orang pertama yang berhasil memecahkan masalah jembatan Konigsberg (kota Konigsberg, sebelah timur Prussia, Jerman sekarang) di sungai Pregal yang sangat terkenal di Eropa. Akar permasalahan ini menjadi awal perkembangan dari teori graf. Teori graf sangat unik karena memilki pokok bahasan yang sederhana yaitu bisa disajikan dengan titik (simpul atau *vertex*) dan garis (sisi atau *edge*).

Koneksi titik pelangi (*Rainbow vertex connection*) didefinisikan sebagai pemberian warna titik pada graf G jika setiap titik pada graf G dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna yang berbeda. Lintasan u - v *path* di G dapat dikatakan *rainbow vertex path* jika semua titik internal pada lintasan di G mempunyai warna berbeda. Graf G disebut *rainbow vertex connected* apabila dua titik yang berbeda yang dihubungkan oleh *rainbow vertex path*. Pewarnaan titik pada G yang merupakan *rainbow vertex connected* dikatakan sebagai *rainbow vertex coloring* di G. Dalam hal ini, pewarnaan $\acute{c}$ dikatakan *rainbow vertex coloring* di G. *Rainbow vertex connection* number pada graf terhubung dinotasikan $rvc(G)$ yaitu bilangan terkecil dari warna yang dibutuhkan untuk membuat graf G menjadi *rainbow vertex connected.*

Pewarnaan titik graf G dikatakan *strong rainbow vertex connection*, jika untuk setiap pasangan u, v titik yang berbeda terdapat paling sedikit pewarnaan lintasan $u - v$ dengan warna yang berbeda (*rainbow u-v geodesic*). Bilangan terkecil k sehingga graf G mempunyai suatu $k-$ *colouring* didefinisikan sebagai *strong rainbow vertex connection number* graf G yang dinotasikan dengan $srvc(G)$.

Graf *comb* sisi adalah sebuah graf yang dibangun dari graf G dan H, dimana setiap sisi pada graf G diganti oleh graf H dengan cara menempelkan satu sisi dari graf H terhadap sebanyak jumlah sisi pada graf G. Graf *comb* sisi dinotasikan dengan $(G \trianglerighteq H)$. Graf G dan H yang digunakan yaitu graf kipas atau graf bintang, sehingga menghasilkan graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$. Graf hasil operasi tersebut memiliki dua *expand* pada indeks m dan n, untuk $m \geq 3$ dan $n \geq 3$.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik yaitu metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat pada graf $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$ serta dalam tahapannya dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tingi berdasarkan Taksonomi Bloom yang telah direvisi. Pada penelitian ini dihasilkan 4 teorema baru, antara lain:

- **Teorema 4.1.1** Misal G adalah operasi *comb* sisi dari graf kipas dan graf bintang. Untuk $m \geq 3$ dan $n \geq 3$, nilai koneksi titik pelangi dan nilai koneksi titik pelangi kuat dari graf $F_m \trianglerighteq S_n$ adalah

$$rvc(F_m \trianglerighteq S_n) = srvc(F_m \trianglerighteq S_n) = \begin{cases} 3, \text{ untuk } m = 3 \textit{ berdiameter } 3 \\ m, \text{ untuk } m \geq 4 \textit{ berdiameter } 4. \end{cases}$$

- **Teorema 4.1.2** Misal G adalah operasi *comb* sisi dari graf bintang dan graf kipas. Untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 3$, nilai koneksi titik pelangi dan nilai koneksi titik pelangi kuat dari graf $S_n \trianglerighteq F_m$ adalah 1.

- **Teorema 4.1.3** Misal G adalah operasi *comb* sisi dari graf bintang dan graf bintang. Untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 3$, nilai koneksi titik pelangi dan nilai koneksi titik pelangi kuat dari graf $S_n \trianglerighteq S_m$ adalah n + 1.
- **Teorema 4.1.4** Misal G adalah operasi *comb* sisi dari graf kipas dan graf kipas. Untuk $m \geq 3$ dan $n \geq 3$, nilai koneksi titik pelangi dan nilai koneksi titik pelangi kuat dari graf $F_m \trianglerighteq F_n$ adalah

$$rvc(F_m \trianglerighteq F_n) = srvc(F_m \trianglerighteq F_n) = \begin{cases} 3, \text{ untuk } m = 3 \; berdiameter \; 3 \\ m, \text{ untuk } m \geq 4 \; berdiameter \; 4. \end{cases}$$

Adapun kaitan antara keterampilan berfikir tingkat tinggi dan proses menemukan nilai koneksi titik pelangi dan nilai koneksi titik pelangi kuat pada graf hasil operasi *comb* sisi. Diawali dari tahap mengingat jenis graf yang akan digunakan, memahami karakteristik operasi graf *comb* sisi untuk meneliti pewarnaan titik pelangi dan menentukan kardinalitasnya, menerapkan konsep atau teorema yang ada mengenai koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat pada graf yang diteliti, menganalisis fungsi pewarnaan titik pelangi hingga ditemukan nilai pewarnaan koneksi titik pelangi, mengevaluasi pewarnaan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat sesuai dengan teorema, dan menciptakan teorema baru dalam pewarnaan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Koneksi Titik Pelangi Kuat Pada Graf Hasil Operasi *Comb* Sisi Dikaitkan Dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
7. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
8. MSC dan UKKI yang telah memberikan pengalaman berorganisasi;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, April 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
$G(V, E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
$\|V(G)\|$	=	Banyaknya titik dari graf G yang disebut *order*
$\|E(G)\|$	=	Banyaknya sisi dari graf G yang disebut ukuran (*size*)
$\Delta(G)$	=	Derajat Terbesar pada Graf G
$\delta(G)$	=	Derajat Terkecil pada Graf G
P_n	=	Graf Lintasan dengan n titik
S_n	=	Graf Bintang dengan $n+1$ titik
C_n	=	Graf Lingkaran dengan n titik
K_n	=	Graf Lengkap dengan n titik
W_n	=	Graf Roda dengan n titik
Bt_n	=	Graf Buku Segitiga dengan n segitiga
F_n	=	Graf Kipas dengan $n+1$ titik
$G \trianglerighteq H$	=	Operasi *edge comb product graph* dari graf G dan H
$F_m \trianglerighteq S_n$	=	Operasi *edge comb product graph* dari graf F_m dan S_n
$S_n \trianglerighteq F_m$	=	Operasi *edge comb product graph* dari graf S_n dan F_m
$S_n \trianglerighteq S_m$	=	Operasi *edge comb product graph* dari graf S_n dan S_m
$F_m \trianglerighteq F_n$	=	Operasi *edge comb product graph* dari graf F_m dan F_n
$diam(G)$	=	Jarak maksimum dari pasangan titik pada graf G
$rvc(G)$	=	Nilai *Rainbow Vertex Connection* pada graf G
$srvc(G)$	=	Nilai *Strong Rainbow Vertex Connection* pada graf G

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (iptek) yang semakin maju dan kompleks membawa perubahan diberbagai bidang ilmu pengetahuan. Sejalan dengan itu prinsip-prinsip matematika menempatkan dirinya sebagai ilmu dasar yang mempunyai peranan penting dalam setiap perkembangan IPTEK. Hal ini dipertegas oleh Hudjono (dalam Winonna,2001) bahwa matematika bukanlah ilmu yang hanya digunakan untuk keperluan pengembangan matematika sendiri, tetapi ilmu yang bermanfaat untuk pengembangan ilmu lain. Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi dan berperan penting dalam berbagai ilmu serta memajukan daya pikir manusia. Matematika terdiri dari berbagai cabang ilmu diantaranya, Aljabar, Geometri, Matematika Aplikasi, Matematika Ekonomi, Matematika Diskrit dan berbagai cabang lainnya. Salah satu cabang matematika yang menarik untuk dikaji lebih lanjut adalah matematika diskrit yang aplikasinya dalam bidang teori graf.

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli matematikawan Swiss Leonhard Euler pada tahun 1736. Euler adalah orang pertama yang berhasil memecahkan masalah jembatan Konigsberg (kota Konigsberg, sebelah timur Prussia, Jerman sekarang) di sungai Pregal yang sangat terkenal di Eropa. Permasalahan yang muncul pada jembatan Konigsbreg adalah kemungkinan bisa atau tidaknya melewati ketujuh jembatan di Konisgbreg yang masing-masing tepat satu kali dan kembali lagi ketempat semula. Euler mempresentasikan permasalahan tersebut dalam graf yaitu, empat daratan sebagai titik, dan tujuh jembatan sebagai sisi. Euler memberikan jawaban bahwa perjalanan melewati ketujuh jembatan tetapi tidak boleh melewati jembatan yang sama lebih dari satu kali tidak mungkin dilakukan. Akar permasalahan ini menjadi awal perkembangan dari teori graf. Teori graf sangat unik karena memilki pokok bahasan yang sederhana yaitu bisa disajikan dengan titik (simpul atau *vertex*) dan garis (sisi atau *edge*). Representasi visual dari graf tersebut adalah menyatakan objek sebagai titik (*vertex*), sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan sisi (*edge*).

Perkembangan teori graf salah satunya adalah *Rainbow Connection*, yang mempelajari tentang pewarnaan graf. Pewarnaan pada graf G adalah pemetaan warna-warna ke titik atau sisi dari G sedemikian hingga titik atau sisi yang terhubung langsung mempunyai warna-warna yang berbeda. Konsep *rainbow connection* pada graf pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk, pada tahun 2008. Krivelevich dan Yuster pada tahun 2009 mengembangkan konsep *Rainbow Connection* dibagi menjadi 2 jenis, yang pertama adalah koneksi sisi pelangi (*Rainbow Edge Connection*) yang didefinisikan sebagai pewarnaan sisi pada suatu graf G jika setiap titik pada graf G dihubungkan oleh lintasan yang memiliki sisi-sisi dengan warna yang berbeda. Bilangan *rainbow edge-connection* pada graf terhubung disimbolkan oleh *rc(G)*. Sedangkan yang kedua adalah koneksi titik pelangi (*Rainbow Vertex Connection*) yang didefinisikan sebagai pewarnaan titik pada suatu graf G jika setiap titik pada graf G dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna yang berbeda. Bilangan *rainbow vertex-connection* pada graf terhubung disimbolkan oleh *rvc(G)*. Pewarnaan titik graf G disebut koneksi titik pelangi kuat (*Strongly Rainbow Vertex-Connection*), jika setiap pasang (u dan v) titik yang berbeda terdapat paling sedikit pewarnaan (*rainbow u-v geodesic*). Bilangan *strong rainbow vertex-connection* pada graf terhubung disimbolkan oleh *srvc(G)*. Diameter graf dinotasikan dengan $diam(G)$, merupakan maksimum dari himpunan jarak dua titik pada G. Sehingga dari definisi didapatkan $diam(G)$ - 1 $\leq rvc(G) \leq srvc(G)$ (X.Li *et al.*, 2014).

Penelitian terkait *Rainbow Connection* berkembang cukup pesat, artikel ilmiah yang telah dipublikasikan oleh Krivelevich dan Yuster pada tahun 2009 yang berjudul *The rainbow connection of a graph is (at most) reciprocal to its minimum degree*, Li dan Liu pada tahun 2011 pada artikel ilmiahnya yang berjudul *Rainbow vertex connection number of 2 connected graphs* mengatakan bahwa *rainbow vertex connection number dari cylce graph* C_n, $n \geq 3$. Serta Dian

N.S Simamora dan A.N.M. Salman (2015) pada artikel ilmiahnya yang berjudul *The rainbow vertex connection number of Pencil graphs* menjelaskan *rainbow vertex connection number* dari graf pensil $rvc(Pc_n)$.

Rainbow Connection tidak hanya diteliti pada graf khusus saja, tetapi juga dapat diteliti pada hasil operasi graf khusus. Operasi graf merupakan operasi terhadap dua buah graf atau lebih sehingga menghasilkan graf baru. Salah satu operasi graf yaitu operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*). Graf *comb* sisi adalah sebuah graf yang dibangun dari graf G dan H, dimana setiap sisi pada graf G diganti oleh graf H dengan cara menempelkan satu sisi dari graf H terhadap sebanyak jumlah sisi pada graf G. Graf *comb* sisi dinotasikan dengan $(G \trianglerighteq H)$. Apabila $|V(G)| = p_1$ dan $|E(G)| = q_1$, sedangkan $|V(H)| = p_2$ dan $|E(H)| = q_2$, maka $|V(G \trianglerighteq H)| = q_1(p_2$ - 2)+ p_1 dan $|E(G \trianglerighteq H)| = q_1q_2$ (Dafik dkk., 2016).

Semakin berkembangnya zaman, semakin banyak juga permasalahan maka manusia juga dituntut untuk semakin berkembang dan kreatif dalam menyelesaikan permasalahan. Untuk menghadapi tantangan zaman yang berkembang dan semakin maju, diperlukan sumber daya manusia yang memiliki keterampilan intelektual tingkat tinggi yang melibatkan kemampuan penalaran logis, sistematis, kritis, dan kreatif dalam memecahkan masalah. Menurut Kamus Bahasa Indonesia, berfikir adalah menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu. Sedangkan Ruggiero (dalam Siswono, 2009) mengartikan berfikir adalah suatu aktivitas mental untuk membantu memformulasikan atau memecahkan suatu masalah, membuat keputusan dan memenuhi hasrat keinginan (*fulfil a destre to understand*). Salah satu yang diharapkan dalam belajar matematika adalah dapat berlatih berfikir kreatif.

Keterampilan berfikir kreatif merupakan keterampilan kognitif tertinggi dari Taksonomi Bloom. Taksonomi Bloom merupakan teori yang membahas tentang keterampilan berfikir tingkat tinggi. Setelah direvisi, taksonomi Bloom berubah menjadi mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan. Mengingat, memahami, dan menerapkan merupakan tiga ranah yang termasuk kategori keterampilan berpikir tingkat rendah, sedangkan tiga ranah lainnya seperti menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan termasuk kategori keterampilan berpikir tingkat tinggi. Hal ini berarti untuk mencapai keterampilan berpikir tingkat tinggi tetap harus melewati tiga ranah dasar yaitu mengingat, memahami, dan menerapkan. Keterampilan berfikir tingkat tinggi (*Higher Order Thinking Skill*) merupakan salah satu keterampilan berfikir dalam pemecahan masalah matematika. Kemampuan mengingat sangat dibutuhkan dalam keterampilan ini, selain itu juga membutuhkan kemampuan lain yang lebih tinggi yaitu menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi. Contoh kemampuan berfikir tingkat tinggi dalam matematika yaitu kemampuan berfikir kreatif dalam memecahkan masalah matematis. Berfikir tingkat tinggi sangat diperlukan bagi setiap orang untuk memecahkan masalah yang sulit untuk diselesaikan.

Pada penelitian ini, penulis akan mengangkat masalah bagaimana menemukan *rainbow vertex connection* dan *strong rainbow vertex connection* pada graf hasil operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*) dari graf khusus dikaitkan dengan keterampilan berfikir tingkat tinggi yang mengacu pada taksonomi Bloom. Graf khusus yang digunakan dalam penelitian ini antara lain graf kipas (*Fan graph*) dan graf bintang (*Star Graph*). Sehingga dalam penelitian ini penulis memilih judul "**Koneksi Titik Pelangi Kuat Pada Graf Hasil Operasi *Comb* Sisi Dikaitkan Dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$?

2. Bagaimana koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$?

3. Bagaimana keterkaitan antara koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*)

dengan keterampilan berfikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

1. Graf sederhana, yaitu graf yang tidak mempunyai loop dan sisi ganda (pararel) dan bukan graf berarah (*directed graph*);
2. Operasi graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah operasi *comb* sisi;
3. Graf G dan graf H yang digunakan dalam $(G \trianglerighteq H)$ adalah graf kipas *(Fan graph)* dan graf bintang *(Star Graph)*;
4. Graf hasil operasi *comb* sisi yang digunakan yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$;
5. $m \geq 3$ dan $n \geq 3$;
6. Menggunakan taksonomi bloom yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$;
2. Untuk mengetahui koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$;
3. Untuk mengetahui keterkaitan antara koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) dengan keterampilan berfikir tingkat tinggi.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah pengetahuan baru dalam bidang teori graf, terutama yang mempelajari koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi;
2. Memberikan motivasi pada peneliti lain untuk meneliti lebih luas tentang pencarian koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yang lain;
3. Menambah pengetahuan baru dalam menciptakan keterampilan berpikir tingkat tinggi dengan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*);
4. Hasil penelitian ini diharapkan mampu menjadi pengembangan ilmu dan aplikasi yang menyangkut koneksi pelangi.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Adapun kebaharuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pada penelitian ini tidak hanya akan mencari bilangan koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*), namun akan dilanjutkan mencari bilangan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) dimana lintasan yang diteliti adalah lintasan terpendek;
2. Lintasan yang akan diteliti adalah lintasan terpendek, dimana lintasan yang terpendek sangat dibutuhkan untuk efisiensi pada pewarnaan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*);
3. Graf yang digunakan pada penelitian ini adalah graf hasil operasi *comb* sisi dari graf kipas dan graf bintang yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $(S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$ yang belum pernah diteliti sebelumnya.

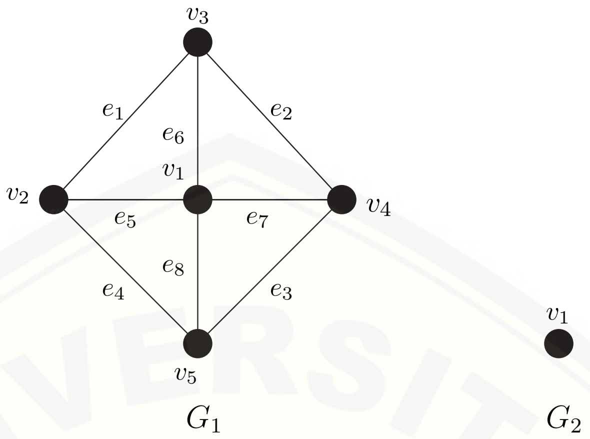
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar dan Terminologi Graf

Sebuah graf G merupakan pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (*mungkin kosong*) dari pasangan tak terurut (u, v) dari titik-titik $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi (Slamin, 2009). $V(G)$ disebut himpunan titik dari G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi dari G. Dari definisi graf G dapat dinyatakan bahwa V tidak boleh kosong, tetapi E boleh kosong. Sebuah graf yang tidak mempunyai sisi tetapi hanya memiliki titik disebut graf kosong (*null graph* atau *emphty graph*) dinotasikan dengan N_n, dimana n adalah jumlah titik pada graf. Graf kosong yang hanya mempunyai satu buah titik dinamakan graf *trivial*. *Order* atau ordo adalah banyaknya anggota dari himpunan titik dalam suatu graf G dan dinotasikan dengan p atau $|V(G)|$, sedangkan *size* adalah banyaknya anggota dari himpunan sisi dalam suatu graf G dan dinotasikan dengan q atau $|E(G)|$. Sebuah graf direpresentasikan dengan gambar berupa titik yang dihubungkan garis (kurva) diantara pasangan titik $(u, v) \in G$ (Harju, 2011).

Titik (simpul) pada graf dapat dinomori dengan huruf, angka (bilangan asli), atau dengan menggunakan huruf dan angka (bilangan asli). Sedangkan sisi yang menghubungkan titik u dan titik v dapat dinyatakan dengan pasangan (uv) atau dinyatakan dengan lambang $\{e_1, e_2, e_3, ..., e_n\}$. Setiap sisi menghubungkan satu titik ke titik yang lain, dan setiap titik dapat mempunyai banyak sisi yang menghubungkan ke titik yang lain (Munir, 2012).

Gambar 2.1 adalah contoh dari graf (G_1) dan graf *trivial* yaitu G_2. Pada gambar tersebut G_1 adalah contoh graf yang memiliki himpunan titik $V(G_1)$= $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan himpunan sisi $E(G_1)$= $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$ dimana e_1 $= v_2v_3$, $e_2 = v_3v_4$, $e_3 = v_4v_5$, $e_4 = v_2v_5$, $e_5 = v_1v_2$, $e_6 = v_1v_3$, $e_7 = v_1v_4$, $e_8 = v_1v_5$. Sehingga graf G_1 memiliki $|V(G_1)| = 5$ dan $|E(G_1)| = 8$. Sedangkan G_2 adalah graf *trivial* yang memiliki $V(G_2)= \{v_1\}$ dan $E(G_2)= \varnothing$ sehingga *order* dari graf $G_2 = 1$.



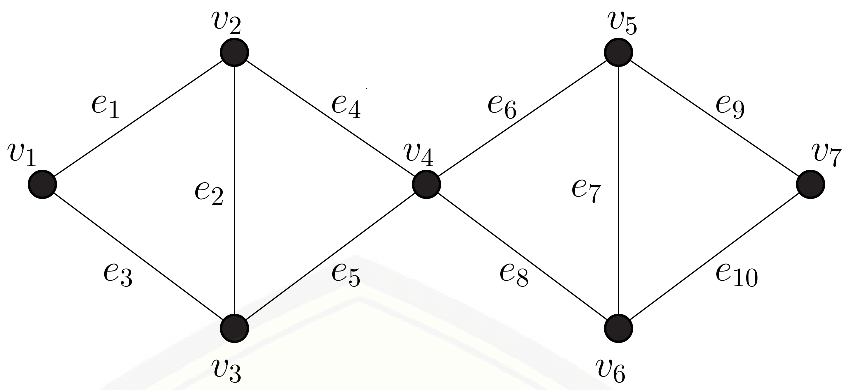
Gambar 2.1 Graf G_1 dan G_2

Menurut Munir (2012), dua buah titik v_1, v_2 dari graf G dikatakan bertetangga (*adjacent*) jika ada sisi e yang menghubungkan titik v_1 dan titik v_2, yaitu $e = v_1v_2$. Selanjutnya, v_1 dan v_2 terletak pada sisi e maka v_1 dan v_2 dikatakan menempel atau *incident* dengan sisi e. Sebuah titik v_1 *incident* dengan sebuah sisi e jika v_1 merupakan titik ujung dari sisi e, demikian juga e *incident* dengan titik v_2, jika v_2 merupakan titik ujung dari sisi e. Sebagai contoh pada Gambar 2.1 diatas khususnya pada graf G_1 titik v_1 bertetangga dengan titik v_2, v_3, v_4, v_5, titik v_2 bertetangga dengan titik v_1, v_3, v_5, titik v_3 bertetangga dengan titik v_1, v_2, v_4, titik v_4 bertetangga dengan titik v_1, v_3, v_5, dan terakhir titik v_5 bertetangga dengan titik v_1, v_2, v_4,

Banyaknya sisi yang bersisian atau *incident* dengan suatu titik v pada suatu graf dinamakan Derajat (*degree*). Derajat dari titik pada graf dinotasikan dengan d_i dimana i menunjukkan titik ke-i pada graf. Sebagai contoh dapat dilihat pada Gambar 2.1, derajat dari titik v_3 adalah 3 (tiga). Menurut Chartrand(2012), Jika setiap titik dari graf G mempunyai derajat (*incident*) yang sama maka graf G dikatakan graf *regular*, jika sebaliknya maka dikatakan graf *non-reguler*. Sebuah titik yang mempunyai derajat 0 (nol) atau tidak bertetangga dengan titik lain disebut titik terisolasi (*isolated vertex*), Sedangkan titik yang mempunyai derajat satu disebut titik akhir (*end vertex*) atau daun (*leaf*). Banyaknya sisi minimal yang bersisian pada suatu titik v pada graf G diantara titik-titik lain pada graf G disebut derajat terkecil, dinotasikan dengan $\delta(G)$. Sedangkan banyaknya sisi maksimal yang bersisian pada suatu titik v pada graf G disebut derajat terbesar, dinotasikan dengan $\Delta(G)$. Sebagai contoh dapat dilihat pada Gambar 2.1, khususnya pada graf G_1 memiliki derajat terkecil sama dengan 3(tiga) dan derajat terbesar sama dengan 4(empat).

Jalan (*walk*) dari suatu graf G dinotasikan dengan $v_1e_1v_2e_2v_3e_3...v_{n-1}e_{n-1}v_n$ adalah urutan berhingga titik dan sisi yang bergantian dari titik-titik dan sisi-sisi dalam suatu graf dengan ketentuan setiap sisi e_i menempel pada v_i dan v_j dimana $v_i \neq v_j$ jika e_i bukan merupakan sebuah *loop* (Hartsfield dan Rigel, 1994). Jalan pada suatu graf dibentuk dari urutan titik dan sisi terhingga dan bergantian dari titik-titik dan sisi-sisi dalam suatu graf, dimana titik dan sisinya boleh berulang. Sebuah jalan (*walk*) merupakan sebuah jejak (*trail*) jika jalan tersebut tidak memiliki sisi yang berulang sedangkan titiknya boleh berulang. Sedangkan, sebuah jalan (*walk*) dikatakan lintasan (*path*), jika jalan tersebut tidak ada titik maupun sisinya yang dipakai berulang. Dengan kata lain *path* merupakan *trail* yang tidak memiliki titik yang berulang. Sebagai contoh pada Gambar 2.2 dapat dipilih sebuah *walk* dari titik v_2 ke titik v_7 yaitu $v_2, e_1, v_1, e_3, v_3, e_2, v_2, e_4, v_4, e_6, v_5, e_9, v_7$, tetapi urutan ini tidak bersifat tunggal, masih ada alternatif urutan yang lain. Contoh tersebut merupakan *walk* dan juga *trail* namun bukan *path*.

Panjang suatu jalan (*walk*) dihitung dari banyaknya sisi yang dilintasi oleh jalan tersebut. Jika sebuah *trail* memiliki titik-titik ujung yang sama, lintasan ini disebut *trail* tertutup, biasa disebut dengan siklus (*cycle*) atau sirkuit (*circuit*). Jika lintasan (*path*) berawal dan berakhir pada titik yang sama, yaitu $v_1 = v_n$, maka membentuk lintasan tertutup. Apabila $v_1 \neq v_n$ maka jalan tersebut dinamakan jalan terbuka. Definisi lebih lanjut tentang siklus yaitu sebuah jalan tertutup dengan panjang setidaknya 3 (tiga), dan tidak ada sisi yang dipakai berulang serta hanya ada satu titik yang berulang (sebagai titik awal sekaligus titik akhir). Panjang dari siklus (*cycle*) terpendek pada graf

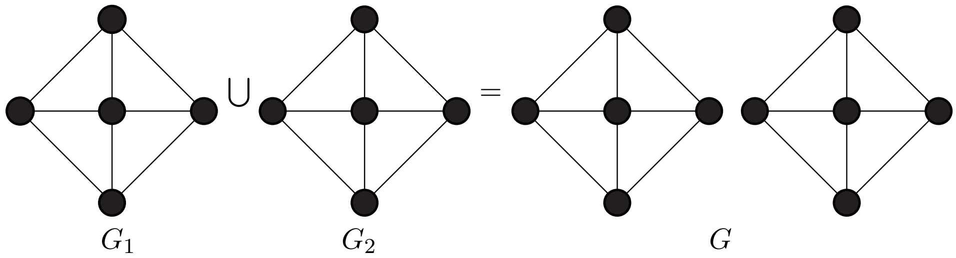


Gambar 2.2 Contoh Graf dengan *walk*, *trail*, *cycle*

disebut *girth* (Hartsfeld dan Ringel, 1994). Sebagai contoh siklus dapat dilihat pada Gambar 2.2, lintasan dari titik v_4 ke v_4 yaitu $v_4, e_6, v_5, e_9, v_7, e_{10}, v_6, e_8, v_4$.

Jarak atau *distance* dinotasikan $d(v_i, v_j)$ yang artinya jarak antara dua titik v_i dan v_j. Jarak pada graf G adalah panjang lintasan terpendek dari titik v_i ke titik v_j. Jika tidak ada lintasan dari titik v_i ke v_j, maka didefinisikan jarak $d(v_i, v_j) = \infty$. Sebagai contoh, perhatikan Gambar 2.2 $d(v_2, v_7) = 3$. Jarak maksimum antara dua titik sebarang pada graf G disebut diameter, dinotasikan $diam(G) = max\{d(v_i, v_j) : v_i, v_j \in G\}$. Sebagai contoh, perhatikan Gambar 2.2 memiliki diameter sama dengan 4 (empat).

Dua buah titik v_1 dan v_2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2. G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang titik v_1 dan v_2 dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_1 ke v_2. Jika tidak, maka G disebut graf tak-terhubung (*disconnected graph*) (Purwanto dkk, 2006). Pada Gambar 2.2 merupakan salah satu contoh graf terhubung. Gabungan graf mG didefinisikan sebagai gabungan saling lepas dari m buah salinan graf G. Jenis graf tersebut juga disebut sebagai graf diskonektif atau dapat juga dikatakan sebagai graf dengan m komponen, dimana setiap komponennya adalah graf G. Dengan kata lain $mG = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup ... \cup G_m$, dengan $G_1 = G_2 = G_3 = ... = G_m = G$. Misalkan graf G mempunyai p titik dan q sisi maka graf mG mempunyai mp titik dan mq sisi. Pada Gambar 2.3 merupakan contoh gabungan graf $2G$ yang mempunyai 2 salinan graf G.



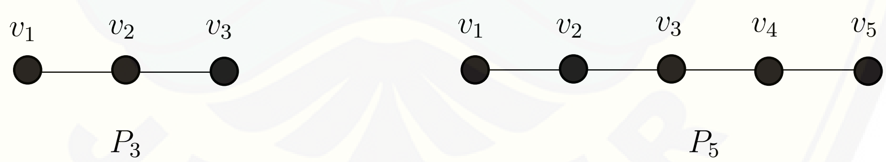
Gambar 2.3 Contoh Gabungan Saling Lepas Graf G

2.2 Graf Khusus

Graf Khusus merupakan graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus. Keunikan graf khusus adalah tidak isomorfis dengan graf lain dan bentuknya dapat diperluas sampai order n tetapi simetris. Terdapat beberapa jenis graf khusus, berikut definisi dari beberapa graf khusus tersebut:

1. Graf Lintasan (*Path Graph*)

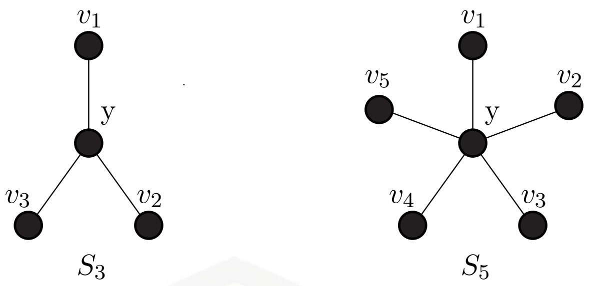
   Graf lintasan adalah graf yang terdiri dari urutan titik dan sisi secara bergantian $v_0, e_1, v_2, e_2, ..., v_{n-1}, e_n, v_n$. Graf lintasan dengan n buah titik dilambangkan dengan P_n dimana $n \geq 2$. Jumlah sisi pada graf lintasan yang terdiri dari n buah titik adalah $n-1$ sisi (Akram, 2015). Contoh graf lintasan dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Graf Lintasan P_3 dan P_5

2. Graf Bintang (*Star Graph*)

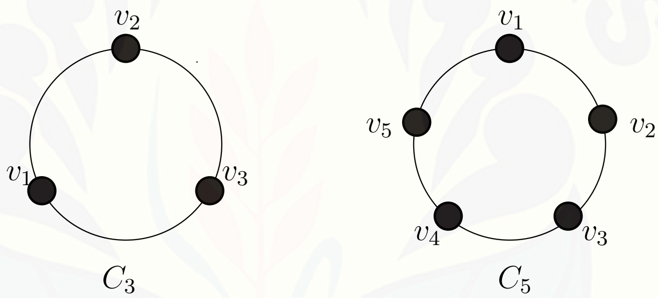
   Graf Bintang (*Star Graph*) adalah graf pohon yang terdiri dari satu titik pusat yang bederajat n dan n titik yang berderajat 1. Jadi graf bintang S_n terdiri dari $n+1$ titik dan n sisi (Slamin, 2009). Contoh graf bintang dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Graf Star S_3 dan S_5

3. Graf Siklus (*Cycle Graph*)

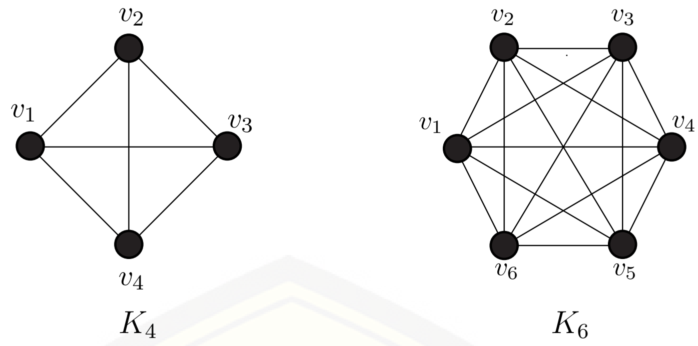
   Graf Siklus dinotasikan dengan C_n dimana $n \geq 3$, merupakan graf yang memiliki himpunan titik V(C_n) = V(P_n) dan himpunan sisi E(C_n) = E(P_n)$\cup$ ($v_n v_1$) (Acharya dan Mehta, 2014). Contoh graf *cycle* dapat dilihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Graf *Cycle* C_3 dan C_5

4. Graf Lengkap (*Complete Graph*)

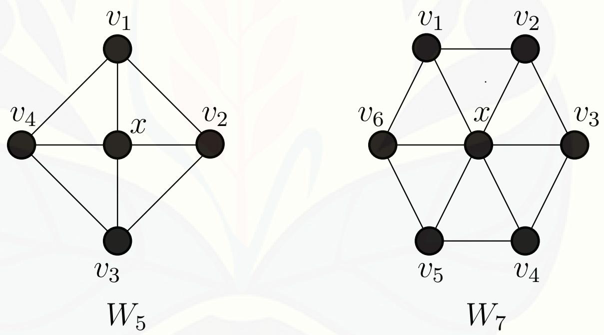
   Graf Lengkap adalah graf sederhana yang setiap titiknya mempunyai sisi ke semua titik lainnya. Graf Lengkap dengan n buah titik dilambangkan dengan K_n. Jumlah sisi pada graf lengkap yang terdiri dari n buah titik adalah $\frac{n(n-1)}{2}$ (Purwanto dkk, 2006). Contoh graf lengkap dapat dilihat pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Graf Lengkap K_4 dan K_6

5. Graf Roda (*Wheel Graph*)

   Graf Roda yang dinotasikan dengan W_n definisikan sebagai graf yang diperoleh dari hasil operasi *joint* antara graf *cycle* dengan satu *vertex* diluar *cycle* $(C_{n-1} + K_1, n \geq 3)$(Jeyanthi, 2015). Pada graf $Wheel$, banyaknya *vertex* adalah n dan banyaknya sisi adalah $2(n-1)$(Yuanping dkk, 2009). Contoh graf roda dapat dilihat pada Gambar 2.8.

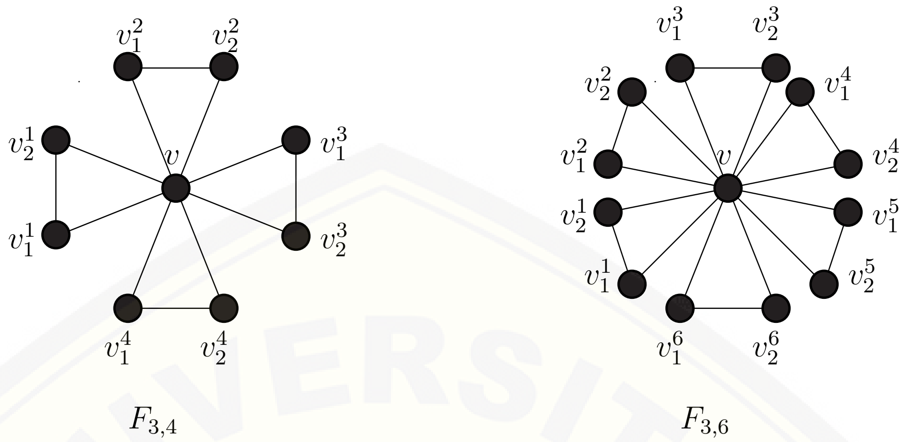


Gambar 2.8 Graf Roda W_5 dan W_7

6. Graf *Friendship*

   Graf *Friendship* yang dinotasikan dengan F_n adalah kumpulan dari beberapa segitiga yang berpusat pada satu titik. Mirip seperti *wheel graph*, tetapi ada beberapa sisi pada *cycle* yang dihapus (Henning dkk, 2007). Jika titik c adalah pusatnya, maka sisi (e) pada F_n dinamakan *spoke* (ruji/jari-jari) apabila sisi tersebut terhubung dengan c, sedangkan sisi yang lain dinamakan *rim* (Arumugam, 2015). Salah satu pengembangannya yaitu

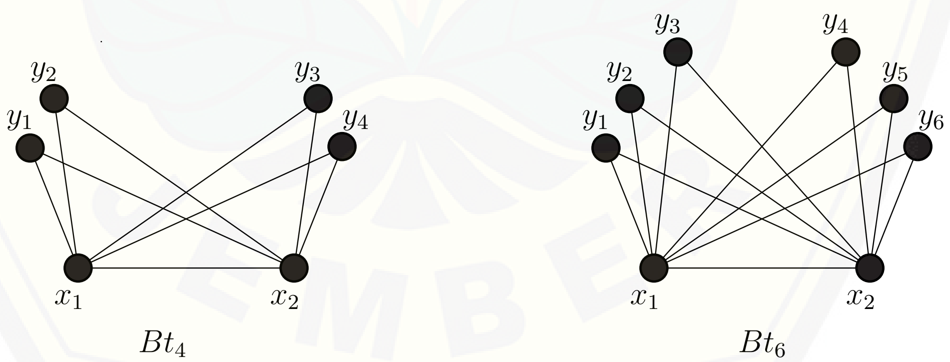
Friendship graph $F_{q,p}$, graf ini terdiri dari p *cycle* dengan semuanya berorde q. Contoh graf *Friendship graph* dapat dilihat pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 Graf *Friendship* $F_{3,4}$ dan $F_{3,6}$

7. Graf Buku Segitiga (*Triangular Book Graph*)

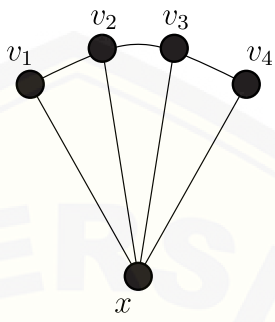
   Menurut Dafik dkk(2013) graf buku segitiga yang dinotasikan dengan Bt_n yaitu graf yang terdiri dari sejumlah n buah segitiga $(n \geq 2)$ dengan setiap segitiga memiliki sebuah sisi yang dipakai bersama atau dengan kata lain setiap segitiga memiliki 2 titik yang sama. Contoh graf Buku Segitiga dapat dilihat pada Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Graf Buku Segitiga Bt_4 dan Bt_6

8. Graf Kipas (*Fan Graph*)

   Graf Kipas atau *fan graph* dinotasikan dengan F_n adalah graf yang didapat dengan menghubungkan semua titik dari graf lintasan P_n pada suatu titik yang disebut pusat. Jadi, F_n terdiri dari $n+1$ titik, yaitu: $x, v_1, v_2, v_3, ...v_n$ dengan x merupakan titik pusat dan $2n-1$ sisi, yaitu: xv_i, $1 \leq i \leq n$; v_iv_{i+1}, $1 \leq i \leq n-1$ (Bača dkk, 2007). Contoh graf kipas dapat dilihat pada Gambar 2.11.



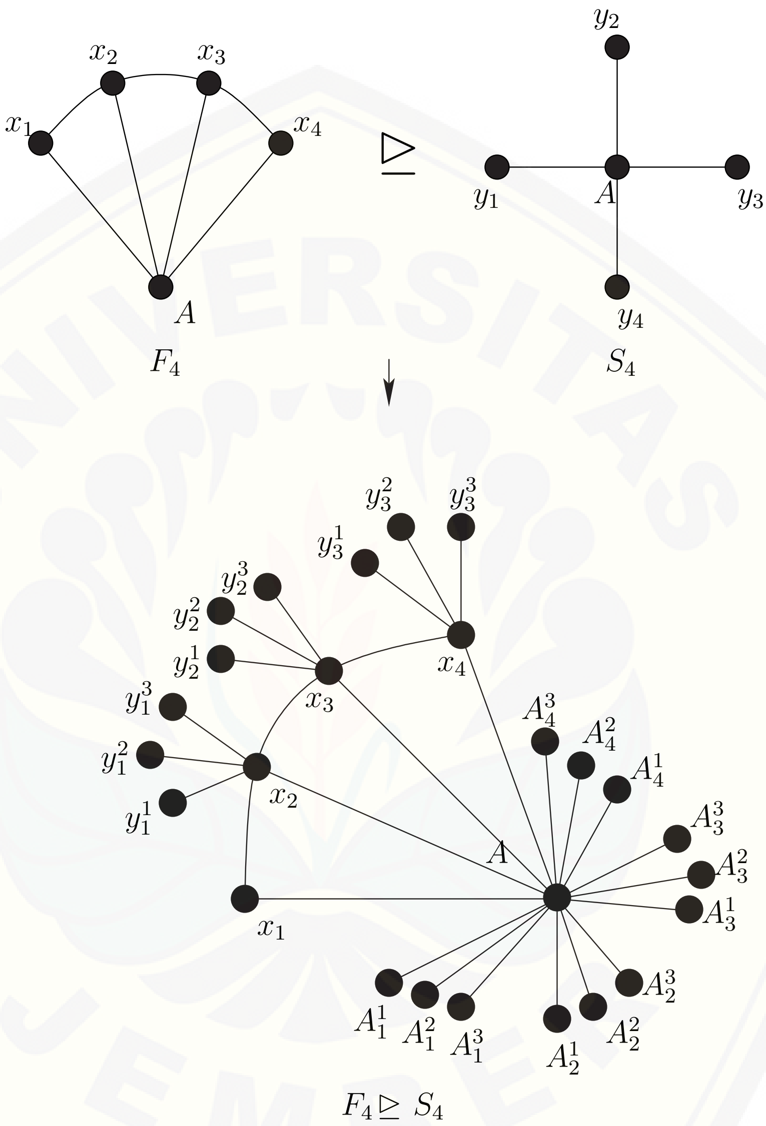
Gambar 2.11 Graf Kipas F_4

2.3 Operasi Graf

Operasi graf merupakan salah satu cara untuk mendapatkan graf baru dengan cara melakukan operasi terhadap dua jenis graf atau lebih. Terdapat beberapa jenis operasi graf yang telah dikembangkan oleh para peneliti antara lain *Joint, Cartesian Product, Crown Product, Tensor Product, Amalgamasi, Shackel* dan operasi *comb* sisi (*Edge Comb Product Graph*). Pada penelitian ini, operasi graf yang digunakan adalah operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*).

Definisi 2.3.1. *Graf Comb Sisi (Edge Comb Product Graph) yang dinotasikan dengan* $(G \trianglerighteq H)$ *adalah sebuah graf yang dibangun dari graf* G *dan* H*, dimana setiap sisi pada graf* G *diganti oleh graf* H *dengan cara menempelkan satu sisi dari graf* H *terhadap sebanyak jumlah sisi pada graf* G*. Apabila* $|V(G)| = p_1$ *dan* $|E(G)| = q_1$*, sedangkan* $|V(H)| = p_2$ *dan* $|E(H)| = q_2$*, maka* $|V(G \trianglerighteq H)| = q_1(p_2-2)+p_1$ *dan* $|E(G \trianglerighteq H)| = q_1q_2$ *(Dafik dkk., 2016).*

Jadi operasi ini dilakukan dengan cara melekatkan/menempelkan satu sisi dari graf H terhadap sebanyak jumlah sisi pada graf G. Contoh graf hasil operasi *comb* sisi dapat dilihat pada Gambar 2.12



Gambar 2.12 Graf Hasil Operasi Comb Sisi dari F_4 dan S_4

2.4 Koneksi Titik Pelangi dan Koneksi Titik Pelangi Kuat

Koneksi Pelangi (*rainbow connection*) merupakan salah satu topik yang dipelajari dalam teori graf. Konsep koneksi pelangi (*rainbow connection*) pada graf pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand, Johns, McKeon and Zha pada tahun 2008. Konsep *rainbow connection* termotivasi dari peristiwa tindak serangan teroris pada tanggal 11 September 2001. Peristiwa itu terjadi karena lemahnya perlindungan pada saat transfer informasi. Sehingga pada tahun 2003 dibentuklah Departemen Homeland Amerika Serikat sebagai respon hal tersebut. Suatu Informasi yang penting termasuk jenis informasi yang terhubung langsung dengan security negara perlu dilindungi keamanannya. Selain itu juga harus terdapat prosedur yang memberi ijin untuk mengakses antara agen-agen pemerintah (X.Li dan Sun, 2012). Setiap jalur transfer informasi diperlukan suatu *password* dan $firewall$ angka (karakter) yang cukup besar untuk melindungi informasi dari serangan pengganggu. Sehingga muncul pertanyaan, berapa angka minimal *password* dan $firewall$ yang dibutuhkan setiap dua orang agen saat melakukan jalur transfer informasi, disamping itu juga tidak terjadi pengulangan *password* dari masing-masing agen.

Pada tahun 2009, Krivelevich dan Yuster mengembangkan konsep *rainbow connection* menjadi 2 jenis yaitu koneksi sisi pelangi (*rainbow edge-connection*) dan koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*). *Rainbow edge-connection* atau sering disebut *rainbow connection* yang didefinisikan sebagai pemberian warna pada sisi suatu graf G jika setiap titik pada graf G dihubungkan oleh lintasan yang memiliki sisi-sisi yang berbeda. Sedangkan *rainbow vertex connection* yang didefinisikan sebagai pemberian warna titik pada graf G jika setiap titik pada graf G dihubungkan oleh lintasan memiiki titik-titik interior dengan warna yang berbeda.

Didalam Histamedika (2012) menjelaskan tentang definisi *rainbow connection.* Misalkan G adalah graf terhubung tak-trivial dan definisikan pewarnaan sisi $c : E(G) \to \{1, 2, ..., k\}, k \in N$, sedemikian sehingga dua sisi yang bertetangga boleh memiliki warna yang sama. Suatu $u - v$ *path* di G dikatakan *rainbow path* jika tidak ada dua sisi di lintasan yang memiliki warna sama.

Graf G dikatakan *rainbow connected* jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh *rainbow path.* Pewarnaan sisi yang menyebabkan G bersifat *rainbow connected* dikatakan *rainbow coloring.* Jelas, jika G adalah *rainbow connected*, maka G terhubung. Sebaliknya, setiap graf terhubung memiliki pewarnaan sisi trivial sehingga *rainbow connected* memiliki pewarnaan sisi dengan warna berbeda. *Rainbow connection number* dari graf terhubung G, ditulis $rc(G)$, didefinisikan sebagai banyaknya warna minimal yang diperlukan untuk membuat graf G bersifat *rainbow connected.*

Konsep *rainbow connection* memiliki beberapa variasi yang menarik, salah satunya koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*). Definisi koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) adalah misalkan pada graf $G = (V(G), E(G))$ merupakan graf terhubung yang tak trivial didefinisikan suatu pewarnaan titik $\acute{c} : V(G) \rightarrow \{1, 2, ..., k\}, k \in N$ dengan titik-titik interior yang berbeda. Lintasan u - v *path* di G dapat dikatakan *rainbow vertex path* jika semua titik internal pada lintasan di G mempunyai warna berbeda. Graf G disebut *rainbow vertex connected* apabila dua titik yang berbeda yang dihubungkan oleh *rainbow vertex path.* Pewarnaan titik pada G yang merupakan *rainbow vertex connected* dikatakan sebagai *rainbow vertex coloring* di G. Dalam hal ini, pewarnaan $\acute{c}$ dikatakan *rainbow vertex coloring* di G. *Rainbow vertex connection* number pada graf terhubung dinotasikan $rvc(G)$ yaitu bilangan terkecil dari warna yang dibutuhkan untuk membuat graf G menjadi *rainbow vertex connected.* Krivelevich dan Yuster menjelaskan bahwa nilai $rvc(G) = 0$ jika dan hanya jika G adalah graf komplit (sebuah graf *uncoloured* yang hanya terlihat sebagai satu warna dengan warna 0). Dan juga, menjelaskan $rvc(G) \geq diam(G) - 1$ dengan persamaan jika diameternya adalah 1 atau 2. Misalnya $d_G(u, v)$ menjadi jarak terpendek antara dua titik u dan v. Maka, diam(G) = max$\{d(u, v)\}$(Krivelevich dan Yuster, 2009).

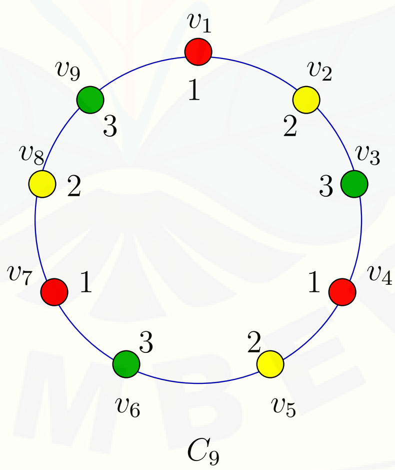
Perhitungan *rainbow connection number* telah dipelajari secara serius. Caro *et al.*(2008) memperkirakan perhitungan $rc(G)$ pada masalah NP-Hard dan telah menentukan graf yang memiliki $rc(G) = 2$ adalah NP-Complete. Kemudian Chakraborty *et al.*(dalam L. Chen *et al.*, 2013) mengkonfirmasi perkiraan itu dalam artikelnya. Mereka juga memperkirakan bahwa untuk setiap bilangan bulat $k \geq 2$, untuk menentukan apakah $rc(G) \leq k$ merupakan NP-Hard. S. Li dan X. Li (2015) menunjukkan bahwa untuk bilangan bulat tertentu $k \geq 2$, menentukan $rc(G) \leq k$ merupakan NP-Complete. Akibatnya untuk bilangan $rvc(G)$ telah didapatkan kompleksitas yang sama dengan bilangan $rc(G)$. L. Chen *et al.* telah mempertimbangkan dalam menentukan kompleksitas *rainbow vertex connection* sebuah graf agar sebuah graf memiliki bilangan *rainbow vertex connection* yang tepat (Y. Mao *et al.*, 2015).

Menurut Krivelevich dan Yuster dalam jurnal milik Dian N.S. Simamora, A.N.M. Salman tahun 2015 yang berjudul *The rainbow (vertex) connection number of pencil graphs* dan X. Li dan Y. Shin tahun 2013 memberikan teorema batas bawah dari koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) pada graf G adalah sebagai berikut:

Teorema 2.4.1. *Misalkan G adalah graf terhubung dengan diam(G), maka*

$$rvc(G) \geq diam(G) - 1.$$

Pada Gambar 2.13 diberikan contoh koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dari graf *Cycle*. Nilai $rvc(C_9) = 3$



Gambar 2.13 Contoh rvc dari graf *Cycle* C_9

Selanjutnya, X. Li *et al.* pada tahun 2014 mengenalkan konsep koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*). Pewarnaan titik graf G dikatakan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*), jika untuk setiap pasangan u, v titik yang berbeda terdapat paling sedikit pewarnaan lintasan $u-v$ dengan warna yang berbeda (*rainbow u-v geodesic*). Bilangan terkecil k sehingga graf G mempunyai suatu $k-colouring$ didefinisikan sebagai *strong rainbow vertex connection number* graf G yang dinotasikan dengan $srvc(G)$. Dari definisi dapat disimpulkan bahwa $rvc(G) \leq srvc(G)$.

Diameter graf dinotasikan dengan $diam(G)$, merupakan maksimum dari himpunan jarak dua titik pada G. Untuk menemukan diameter dari graf, harus ditentukan jarak dari setiap dua titk pada G, bilangan terbesarnya merupakan diameter dari graf tersebut. Orde bgraf G didefenisikan sebagai banyak titik pada G. Sehingga untuk graf terhubung nontrivial didapatkan $diam(G) - 1 \leq rvc(G) \leq srvc(G)$. Jika H adalah spanning subgraph terhubung dari graf terhubung nontrivial graf G, maka $rvc(G) \leq srvc(H)$. Meskipun demikian, *the strong rainbow vertex connection number* tidak selalu memiliki sifat monoton tersebut. Sebagai contoh telah diberikan oleh X. Li *et al*. dalam artikelnya.

X. Li *et al*.(2014) mendapatkan teorema yang digunakan untuk koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) adalah sebagai berikut:

Teorema 2.4.2. *Misalkan G adalah graf terhubung nontrivial dengan order n, maka*

(i) $srvc(G) = 0$ jika hanya jika G adalah graf komplit;

(ii) $srvc(G) = 1$ jika hanya jika $diam(G) = 2$.

Teorema 2.4.3. *Misalkan $K_{s,t}$, $K_{n_1,n_2,\ldots,n_k}$, W_n dan P_n mendefinisikan complete bipartite graph, complete multipartite graph, wheel and path, maka*

(i) untuk bilangan bulat s dan t dimana $s \geq 2$, $t \geq 1$, $srvc(K_{s,t}) = 1$;

(ii) untuk $k \geq 3$, $srvc(K_{n_1,n_2,\ldots,n_k}) = 1$;

(iii) untuuk $n \geq 3$, $srvc(W_n) = 1$;

(iv) untuuk $n \geq 3$, $srvc(P_n) = n - 2$.

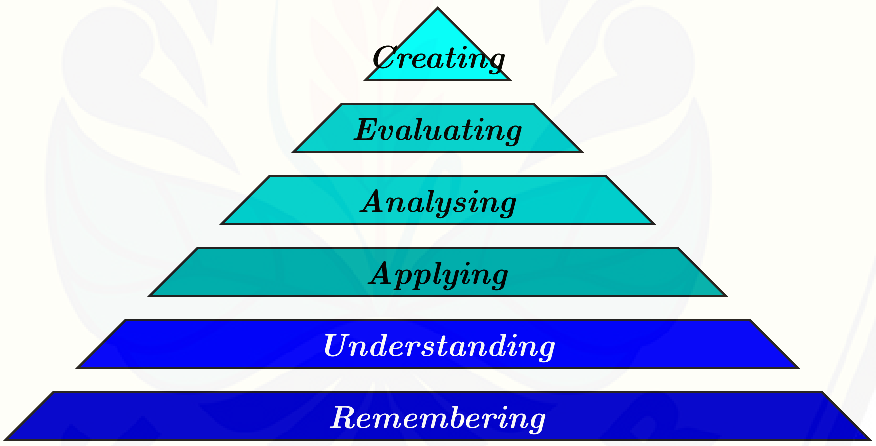
2.5 Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi

Seiring dengan semakin berkembangnya zaman, semakin banyak pula permasalahan yang muncul dalam kehidupan sehari-hari sehingga manusia dituntut untuk semakin berkembang dan kritis dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam pemecahan suatu masalah, diperlukan pemikiran dan gagasan yang kreatif dalam membuat (merumuskan) dan menyelesaikan serta menafsirkan solusi dari suatu masalah tersebut. Sehingga dalam hal ini manusia tidak bisa lepas dari aktivitas berfikir. Berpikir artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, serta menimbang-nimbang dalam ingatan.

Para ahli psikologi kognitif memandang berpikir merupakan kegiatan memproses informasi secara mental atau secara kognitif. Berpikir dianggap sebagai proses penyusunan ulang atau manipulasi kognitif baik informasi dari lingkungan maupun simbol-simbol yang disimpan dalam memori jangka panjang. Maka dari itu, berpikir diartikan sebagai sebuah representasi simbol dari beberapa peristiwa atau item. Menurut Santrock (2008), berfikir adalah memanipulasi atau mengelola dan mentranformasikan informasi dalam memori. Ini sering dilakukan untuk membentuk konsep, bernalar dan berfikir secara kritis, membuat keputusan, berfikir kreatif, dan memecahkan masalah. Ruggiero (dalam Siswono, 2009) mengartikan berfikir adalah suatu aktivitas mental untuk membantu memformulasikan atau memecahkan suatu masalah, membuat keputusan dan memenuhi hasrat keinginan (*fulfil a destre to understand*). Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa berfikir adalah suatu aktivitas mental otak manusia untuk mengelola dan mentranformasikan pengetahuan yang sudah diketahui agar dapat memecahkan suatu permasalahan.

Menurut Heong, *et al.*(2011), kemampuan berfikir tingkat tinggi didefinisikan sebagai penggunaan pikiran secara luas untuk menemukan tantangan baru. Kemampuan berfikir tingkat tinggi ini menghendaki seseorang untuk menerapkan informasi baru atau pengetahuan sebelumnya dan memanipulasi informasi untuk menjangkau kemungkinan jawaban dalam situasi yang baru. Berfikir tingkat tinggi merupakan kegiatan yang melibatkan level atau tingkatan kognitif seseorang yang dapat didasarkan pada Taksonomi Bloom.

Taksonomi Bloom merangkum domain proses kognitif dari aspek mencipta antara lain membangun ide (*generating*), merencanakan penyelesaian (*planning*) dan menghasilkan solusi (*producing*). Taksonomi Bloom yang digambarkan dalam Gambar 2.14 memuat enam level atau sering dikenal dengan istilah C1 sampai C6, yaitu (C1) mengingat (*remembering*); (C2) memahami (*understanding*); (C3) menerapkan (*applying*) ;(C4) menganalisa (*analysing*); (C5) mengevaluasi (*evaluating*); (C6) mencipta (*creating*). Kebiasaan berfikir akan memacu munculnya kreativitas, inovasi, dan kecerdasan. Semakin tinggi level berfikir seseorang dikatakan semakin tinggi pula keterampilan berfikir. Sebaliknya semakin rendah level berfikir seseorang dikatakan semakin rendah pula keterampilan berfikirnya. Aspek mengingat, memahami, dan menerapkan merupakan kategori berfikir tingkat rendah, sedangkan aspek menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi termasuk kategori berfikir tingkat tinggi. Hal itu bukan berarti bahwa aspek mengingat, memahami, dan menerapkan tidak penting, namun untuk menuju fase berfikir tingkat tinggi seseorang harus melalui tiga aspek tersebut.



Gambar 2.14 Tahapan Taksonomi Bloom yang Terevisi

Utari (2013) menjelaskan setiap level berfikir beserta pilihan kata kerja kunci dari ranah kognitif yang telah direvisi sebagai berikut:

1. Mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi/pengetahuan yang tersimpan didalam ingatan. Kata kerja kuncinya: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan

kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.

2. Memahami adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik/diagram. Kata kerja kuncinya: menerangkan, menjelaskan, menterjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.
3. Menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktikkan.
4. Menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecahkan menjadi beberapa bagian, menyisihkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkrangkakan.
5. Mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi.
6. Mengkreasi adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheran, atau membuat sesuatu yang orisinil. Kata kerja kuncinya: merakit, merancang, menemukan, mencipta, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

2.6 Kaitan Koneksi Titik Pelangi dan Koneksi Titik Pelangi Kuat dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi

Penggunan keterampilan berfikir tingkat tinggi dalam menemukan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat pada operasi graf *comb* sisi (*edge comb product graph*) merupakan cara yang baik untuk mengetahui keterkaitan tumbuh kembang berfikir seseorang. Berpikir tingkat tinggi terjadi ketika seseorang mengambil informasi baru dan informasi yang tersimpan dalam memori saling terhubungkan atau menata kembali dan memperluas informasi ini untuk mencapai tujuan atau menemukan jawaban dari sebuah permasalahan.

Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir tingkat tinggi. Taksonomi Bloom yang sudah telah direvisi meliputi enam tahap yaitu mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*) dan mencipta (*creating*).

Kaitan menemukan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat dengan keterampilan berfikir tingkat tinggi pada operasi graf *comb* sisi meliputi pertama tahap mengingat, yakni mengingat jenis graf yang akan digunakan pada penelitian. Kedua tahap memahami, yakni memahami karakteristik operasi graf *comb* sisi untuk meneliti pewarnaan titik pelangi dan titik pelangi kuat serta menentukan kardinalitasnya. Ketiga tahap menerapkan, yakni menerapkan konsep atau teorema yang ada mengenai koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat pada graf hasil operasi graf *comb* sisi. Keempat tahap menganalisis, yakni menganalisis fungsi pewarnaan titik pelangi dan titik pelangi kuat hingga ditemukan nilai pewarnaan koneksi titik pelangi dan titik pelangi kuat. Kelima tahap mengevaluasi, yakni mengevaluasi pewarnaan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat sesuai dengan teorema. Keenam tahap mencipta, yakni menciptakan teorema baru dalam pewarnaan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat.

2.7 Hasil - Hasil *Rainbow Vertex Connection*

Beberapa hasil penelitian terkait koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dapat digunakan sebagai rujukan dalam penelitian ini. Rangkuman hasil penelitian terdahulu disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 2.1: Hasil Penelitian Terdahulu $rvc(G)$

Graf	**Hasil**	**Keterangan**
K_n (*Complete Graph*)	$rvc(K_n) = 1$	Krivelevich and Yuster, 2009
S_n (*Star Graph*)	$rvc(S_n) = 1$	Krivelevich and Yuster, 2009
C_n (*Cycle Graph*)	$rvc(C_n) = 1; n = 4$ and 5 $rvc(C_n) = 3; n = 9$ $rvc(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil - 1; n = 6, 7,$ $8, 10, 11, 12, 13, 15$ $rvc(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil;\ n \geq 14, 16$	Li and Liu, 2011
Pc_n (*Pencil Graph*)	$rvc(Pc_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil;\ n \leq 7$ $rvc(Pc_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 1, otherwise$	Dian N.S and A.N.M. Salman, 2015.
Graf Amalgamasi $(F_{1,m}, v, n)$; $m \geq 3$	$rvc(amal(F_{1,m}, v, n)) = 1$	Ida Ariska, 2016
Graf Amalgamasi (Bt_m, v, n) ; $m \geq 3$	$rvc(amal(Bt_m, v, n)) = 1$	Ida Ariska, 2016
$F_{1,m} \square P_n$; $m \geq 3, n \geq 2$	$rvc(F_{1,m} \square P_n) = n$	Ida Ariska, 2016
$Wd_{3,m} \square P_n$; $m \geq 2, n \geq 2$	$rvc(Wd_{3,m} \square P_n) = n$	Ida Ariska, 2016
$P_m \odot F_{1,n}$; $m \geq 2, n \geq 3$	$rvc(P_m \odot F_{1,n}) = m$	Ida Ariska, 2016
$P_m \odot Wd_{3,n}$; $m \geq 2, n \geq 2$	$rvc(P_m \odot Wd_{3,n}) = m$	Ida Ariska, 2016
$Wd_{3,m} \odot C_n$; $m \geq 2, n \geq 3$	$rvc(Wd_{3,m} \odot C_n) = 3$	Ida Ariska, 2016
$P_m + F_{1,n}$; $m \geq 2, n \geq 3$	$rvc(P_m + F_{1,n}) = 1$	Ida Ariska, 2016
$F_{1,m} + C_n$; $m \geq 3, n \geq 3$	$rvc(F_{1,m} + C_n) = 1$	Ida Ariska, 2016
$Wd_{3,m} + C_n$;	$rvc(Wd_{3,m} + C_n) = 1$	Ida Ariska, 2016

Graf	**Hasil**	**Keterangan**
$m \geq 2$,$n \geq 3$		
$Shack(F_{1,m}, v, n)$; $m \geq 3$	$rvc(shack(F_{1,m}, v, n))$ = 2r - 1	Ida Ariska, 2016
$Shack(Bt_m, v, n)$; $m \geq 3$	$rvc(shack(Bt_m, v, n))$ = 2n - 1	Ida Ariska, 2016
$Shack((S_m + C_n), v, r)$; $m \geq 3$, $n \geq 3$	$rvc(shack((S_m + C_n), v, r))$ $= 2r - 1$	Ida Ariska, 2016

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan kedalam penelitian eksploratif dan penelitian terapan *(applied research)*, yaitu:

a. penelitian eksploratif adalah jenis penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya.

b. penelitian terapan *(applied research)* merupakan penyelidikan yang hati-hati, sistematik dan terus-menerus terhadap suatu masalah dengan tujuan untuk digunakan dengan segera untuk keperluan tertentu.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik adalah metode penelitian yang menggunakan prinsip - prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang sudah ada untuk menyelesaikan masalah. Data dalam penelitian ini adalah data sekunder yang didapat dari penelitian sebelumnya. Data yang digunakan berupa graf - graf khusus yang akan dioperasikan dengan operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*). Graf-graf khusus yang digunakan adalah graf kipas *(Fan graph)* dan graf bintang *(Star Graph)*.

Penelitian ini juga menggunakan tahapan - tahapan taksonomi Bloom yang telah direvisi yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan. Setiap langkah dalam penelitian ini akan dikaitkan dengan tahapan - tahapan tersebut untuk mencapai keterampilan berikir tingkat tinggi.

3.3 Definisi Operasional

Definisi operasional variabel digunakan untuk memberi gambaran secara sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Definisi operasional yang dimaksud adalah sebagai berikut:

3.3.1 Koneksi Titik Pelangi dan Koneksi Titik Pelangi Kuat

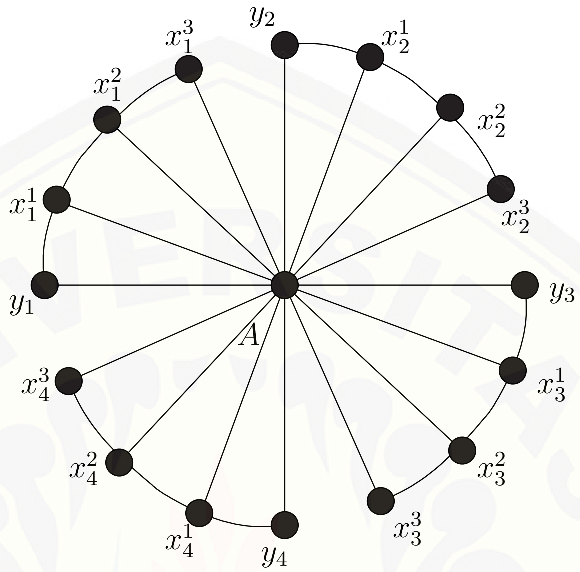
Misalkan pada graf $G = (V(G), E(G))$ merupakan graf terhubung yang tak trivial didefinisikan suatu pewarnaan titik $\acute{c} : V(G) \rightarrow \{1, 2, ..., k\}, k \in N$ dengan titik-titik interior yang berbeda. Lintasan u - v *path* di G dapat dikatakan lintasan titik pelangi (*rainbow vertex path*) jika semua titik internal pada lintasan di G mempunyai warna berbeda. Graf G disebut *rainbow vertex connected* apabila dua titik yang berbeda yang dihubungkan oleh *rainbow vertex path.* Pewarnaan titik pada G yang merupakan *rainbow vertex connected* dikatakan sebagai *rainbow vertex coloring* di G. Dalam hal ini, pewarnaan $\acute{c}$ dikatakan *rainbow vertex coloring* di G. *Rainbow vertex connection number* pada graf terhubung dinotasikan $rvc(G)$ yaitu bilangan terkecil dari warna yang dibutuhkan untuk membuat graf G menjadi *rainbow vertex connected.* Batas bawah dari koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) pada graf G adalah $rvc(G) \geq diam(G) - 1$. Dimana $diam(G)$ adalah diameter dari graf G.

Pewarnaan titik $\acute{c}$ graf G dikatakan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*), jika untuk setiap pasangan u, v titik yang berbeda terdapat paling sedikit pewarnaan lintasan $u - v$ dengan warna yang berbeda (*rainbow u-v geodesic*). Bilangan terkecil k sehingga graf G mempunyai suatu $k - colouring$ didefinisikan sebagai *strong rainbow vertex connection number* graf G yang dinotasikan dengan $srvc(G)$. Dari definisi dapat disimpulkan bahwa $rvc(G) \leq srvc(G)$.

3.3.2 Operasi *Comb* Sisi dari Graf Bintang dan Graf Kipas

Operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*) dari Graf Bintang $(S_n, n \geq 3)$ dan Graf Kipas $(F_m, m \geq 3)$ dinotasikan $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $m \geq 3, n \geq 3$ yang mempunyai himpunan titik $V(S_n \trianglerighteq F_m) = \{\text{A}\} \cup \{y_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i^j, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m-1\}$ dan himpunan sisi $E(S_n \trianglerighteq F_m) = \{Ay_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{Ax_i^j, 1 \leq i \leq n, 1 \leq$

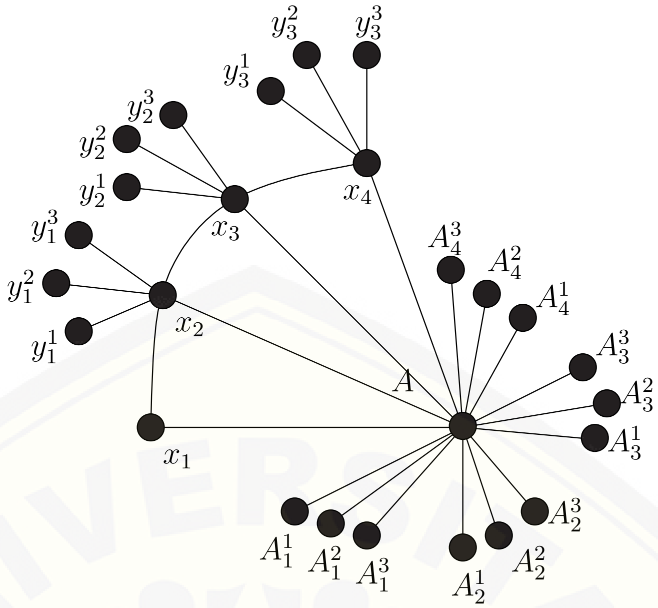
$j \leq m-1\} \cup \{y_i x_i^j, 1 \leq i \leq n, j = 1\} \cup \{x_i^j x_i^{j+1}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m-2\}$. *Order* dan *size* dari graf ini yaitu $p = |V| = mn + 1$ dan $q = |E| = 2mn - n$. Hasil operasi *comb* sisi dari $(S_n \trianglerighteq F_m)$, $m \geq 3, n \geq 3$ dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Graf hasil operasi comb sisi $(S_n \trianglerighteq F_m)$

3.3.3 Operasi Comb Sisi dari Graf Kipas dan Graf Bintang

Operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*) dari Graf Kipas $(F_m, m \geq 3)$ dan Graf Bintang $(S_n, n \geq 3)$ dinotasikan $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $m \geq 3, n \geq 3$ yang mempunyai himpunan titik $V(F_m \trianglerighteq S_n) = \{\text{A}\} \cup \{x_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{y_i^j; 1 \leq i \leq m-1, 1 \leq j \leq n-1\} \cup \{A_i^j; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-1\}$ dan himpunan sisi $E(S_n \trianglerighteq F_m) = \{Ax_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq m-1\} \cup \{x_i y_{i-1}^j; 2 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-1\} \cup \{AA_i^j, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-1\}$. *Order* dan *size* dari graf ini yaitu p $= |V(F_m \trianglerighteq S_n)| = 2mn - m - n + 2$ dan q $= |E(F_m \trianglerighteq S_n)| = 2mn - n$. Hasil operasi *comb* sisi dari $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $m \geq 3, n \geq 3$ dapat dilihat pada Gambar 3.2.

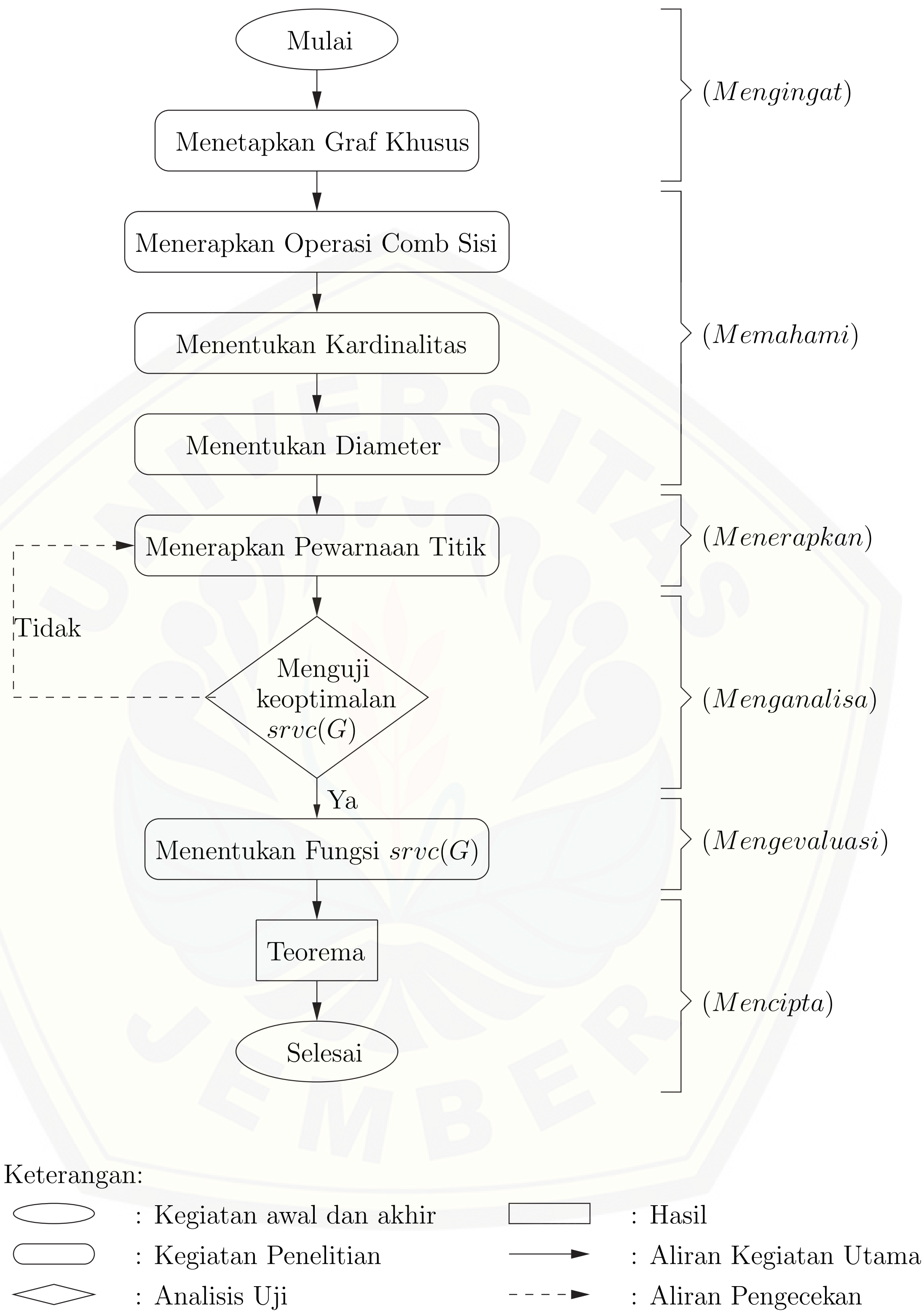


Gambar 3.2 Graf hasil operasi comb sisi ($F_m \trianglerighteq S_n$)

3.4 Rancangan Penelitian

Penelitian koneksi titik pelangi kuat ini dilakukan pada graf hasil operasi *comb* sisi (*edge comb product graph*) dari graf khusus yang disajikan dalam skema pada Gambar 3.3. Uraian dari rancangan penelitian ini sebagai berikut:

1. menentukan graf khusus sebagai objek penelitian;
2. menerapkan operasi *comb* sisi;
3. menenentukan kardinalitas pada graf hasil operasi *comb* sisi;
4. menenentukan diameter graf hasil operasi *comb* sisi;
5. menerapkan pewarnaan titik pada graf hasil operasi *comb* sisi menggunakan konsep *rainbow vertex connection* dan *strong rainbow vertex connection*;
6. memeriksa keoptimalan $rvc(G)$ dan $srvc(G)$ dengan batas bawah, apabila sudah optimal dan sesuai teorema, maka dilanjutkan dengan menentukan fungsi, apabila belum optimal dan tidak sesuai, maka kembali ke tahap sebelumnya yaitu menerapkan pewarnaan titik pada graf;
7. menentukan fungsi pewarnaan berdasarkan keteraturan pola dari $rvc(G)$ dan $srvc(G)$ yang terbentuk;
8. menemukan teorema baru.



Gambar 3.3 Skema Penelitian

3.5 Observasi Awal

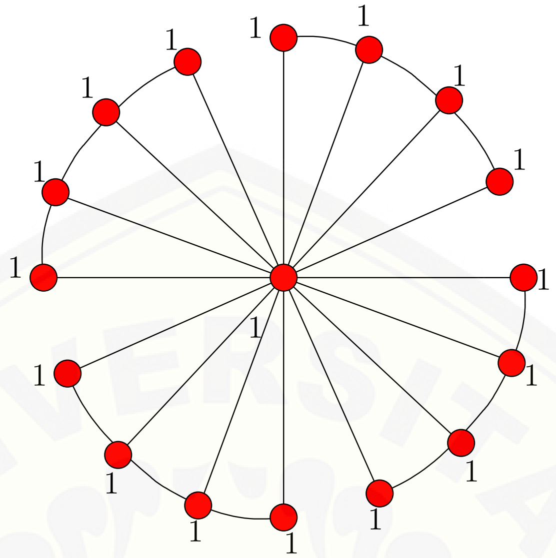
Sebelum penelitian lanjutan pada graf hasil operasi *comb* sisi, telah dilakukan observasi awal sebagai pedoman observasi selanjutnya. Namun observasi awal ini dapat berubah. Berikut hasil observasi awal pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu graf $S_n \trianglerighteq F_m$ dan $F_m \trianglerighteq S_n$.

3.5.1 Observasi awal pada graf $S_n \trianglerighteq F_m$

Sebelum menentukan nilai koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu ($S_n \trianglerighteq F_m$) terlebih dahulu menentukan panjang diameter. Kemudian mewarnai titik sebanyak diameter - 1. Ternyata setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan fungsi pola warna pada graf ($S_n \trianglerighteq F_m$) antara lain dengan tahapan berikut beserta kaitannya dalam dengan proses berfikir berdasarkan Taksonomi Bloom: 1) mengingat definisi dan teorema yang telah dibuktikan pada *rainbow vertex* (tahap mengingat), 2) memahami definisi dan teorema tersebut untuk diterapkan pada graf hasil operasi *comb* sisi (tahap memahami), 3) menggunakan definisi dan teorema pada pewarnaan titik yaitu mencari pewarnaan titik koneksi pelangi pada graf ($S_n \trianglerighteq F_m$) (tahap menerapkan), 4) kemudian menganalisa banyaknya warna koneksi titik pelangi dari diameter pada graf hasil operasi tersebut apakah sudah optimal (tahap menganalisa), 5) setelah warna optimal dilanjutkan dengan menentukan fungsi warna titik secara general berdasarkan keteraturan pola warna titik (tahap mengevaluasi), 6) menciptakan teorema baru dari graf hasil operasi *comb* sisi (tahap mencipta).

Dari tahapan tersebut, peneliti menemukan pola warna titik pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu ($S_4 \trianglerighteq F_4$). Hasil koneksi titik pelangi pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf bintang *(Star Graph)* dan graf kipas*(Fan graph)* disajikan pada Gambar 3.4 untuk ($S_4 \trianglerighteq F_4$) sebagai observasi awal penelitian. Pada observasi awal ini didapatkan nilai $rvc(S_4 \trianglerighteq F_4)$ dan $srvc(S_4 \trianglerighteq F_4)$ adalah sama yaitu 1. Sehingga dari obsevasi awal ini penulis dapat melanjutkan observasi untuk menemukan fungsi koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) dari generalisasi graf tersebut dan juga graf-graf yang lainnya.

Observasi selanjutnya akan mengikuti tahapan-tahapan taksomoni Bloom yang telah direvisi.

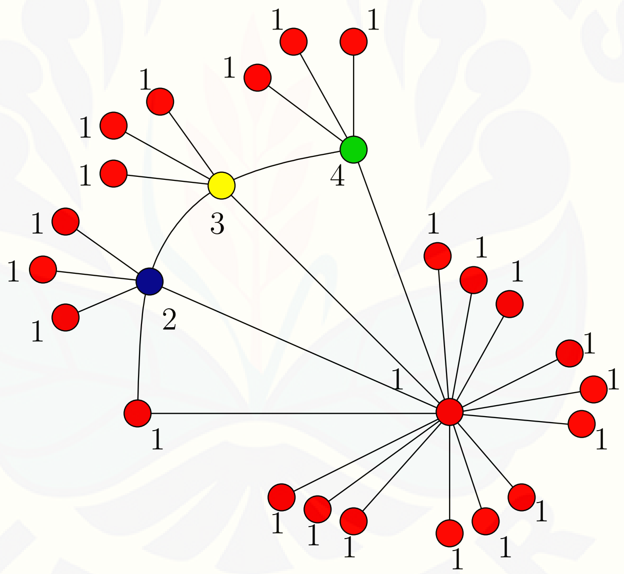


Gambar 3.4 Observasi awal pada graf $S_4 \trianglerighteq F_4$

3.5.2 Observasi awal pada graf $F_m \trianglerighteq S_n$

Sebelum menentukan nilai koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu ($F_m \trianglerighteq S_n$) terlebih dahulu menentukan panjang diameter. Kemudian mewarnai titik sebanyak diameter - 1. Ternyata setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan fungsi pola warna pada graf ($F_m \trianglerighteq S_n$) antara lain dengan tahapan berikut beserta kaitannya dalam dengan proses berfikir berdasarkan Taksonomi Bloom: 1) mengingat definisi dan teorema yang telah dibuktikan pada *rainbow vertex* (tahap mengingat), 2) memahami definisi dan teorema tersebut untuk diterapkan pada graf hasil operasi *comb* sisi (tahap memahami), 3) menggunakan definisi dan teorema pada pewarnaan titik yaitu mencari pewarnaan titik koneksi pelangi pada graf ($F_m \trianglerighteq S_n$) (tahap menerapkan), 4) kemudian menganalisa banyaknya warna koneksi pelangi dari diameter pada graf hasil operasi tersebut apakah sudah optimal (tahap menganalisa), 5) setelah warna optimal dilanjutkan dengan menentukan fungsi warna titik secara general berdasarkan keteraturan pola warna titik (tahap mengevaluasi), 6) menciptakan teorema baru dari graf hasil operasi *comb* sisi (tahap mencipta).

Dari tahapan tersebut, peneliti menemukan pola warna titik pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu ($F_4 \trianglerighteq S_4$). Hasil koneksi titik pelangi pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf kipas*(Fan graph)* dan graf bintang *(Star Graph)* disajikan pada Gambar 3.5 untuk ($F_4 \trianglerighteq S_4$) sebagai observasi awal penelitian. Pada observasi awal ini didapatkan nilai $rvc(F_4 \trianglerighteq S_4)$ dan $srvc(F_4 \trianglerighteq S_4)$ adalah sama yaitu 4. Sehingga dari obsevasi awal ini penulis dapat melanjutkan observasi untuk menemukan fungsi koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) dari generalisasi graf tersebut dan juga graf-graf yang lainnya. Observasi selanjutnya akan mengikuti tahapan-tahapan taksomoni Bloom yang telah direvisi.



Gambar 3.5 Observasi awal pada graf $F_4 \trianglerighteq S_4$

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa :

1. Nilai koneksi titik pelangi pada graf hasil operasi *comb* sisi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

    - Graf $(F_m \trianglerighteq S_n)$, untuk $m = 3, n \geq 3$ dengan diameter 3 memiliki $rvc(F_m \trianglerighteq S_n) = 3$
      Graf $(F_m \trianglerighteq S_n)$, untuk $m \geq 4, n \geq 3$ dengan diameter 4 memiliki $rvc(F_m \trianglerighteq S_n) = m$
    - Graf $(S_n \trianglerighteq F_m)$, untuk $n \geq 3, m \geq 3$ dengan diameter 2 memiliki $rvc(S_n \trianglerighteq F_m) = 1$
    - Graf $(S_n \trianglerighteq S_m)$, untuk $n \geq 3, m \geq 3$ dengan diameter 4 memiliki $rvc(S_n \trianglerighteq S_m) = n + 1$
    - Graf $(F_m \trianglerighteq F_n)$, untuk $m = 3, n \geq 3$ dengan diameter 3 memiliki $rvc(F_m \trianglerighteq F_n) = 3$
      Graf $(F_m \trianglerighteq F_n)$, untuk $m \geq 4, n \geq 3$ dengan diameter 4 memiliki $rvc(F_m \trianglerighteq F_n) = m$

2. Nilai koneksi titik pelangi kuat pada graf hasil operasi *comb* sisi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

    - Graf $(F_m \trianglerighteq S_n)$, untuk $m = 3, n \geq 3$ dengan diameter 3 memiliki $srvc(F_m \trianglerighteq S_n) = 3$
      Graf $(F_m \trianglerighteq S_n)$, untuk $m \geq 4, n \geq 3$ dengan diameter 4 memiliki $srvc(F_m \trianglerighteq S_n) = m$

- Graf $(S_n \trianglerighteq F_m)$, untuk $n \geq 3, m \geq 3$ dengan diameter 2 memiliki $srvc(S_n \trianglerighteq F_m) = 1$
- Graf $(S_n \trianglerighteq S_m)$, untuk $n \geq 3, m \geq 3$ dengan diameter 4 memiliki $srvc(S_n \trianglerighteq S_m) = n + 1$
- Graf $(F_m \trianglerighteq F_n)$, untuk $m = 3, n \geq 3$ dengan diameter 3 memiliki $srvc(F_m \trianglerighteq F_n) = 3$
  Graf $(F_m \trianglerighteq F_n)$, untuk $m \geq 4, n \geq 3$ dengan diameter 4 memiliki $srvc(F_m \trianglerighteq F_n) = m$

3. Keterkaitan antara keterampilan berfikir tingkat tinggi dan proses menemukan nilai koneksi titik pelangi dan nilai koneksi titik pelangi kuat pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu dimulai dari tahap mengingat jenis graf yang akan digunakan, memahami karakteristik operasi graf *comb* sisi untuk meneliti pewarnaan titik pelangi dan menentukan kardinalitasnya, menerapkan konsep atau teorema yang ada mengenai koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat pada graf yang diteliti, menganalisis fungsi pewarnaan titik pelangi hingga ditemukan nilai pewarnaan koneksi titik pelangi, mengevaluasi pewarnaan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat sesuai dengan teorema, dan yang terakir menciptakan teorema baru dalam pewarnaan koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai koneksi titik pelangi dan koneksi titik pelangi kuat pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf kipas dan graf bintang, maka peneliti memberikan saran kepada pembaca agar dapat mengembangkan koneksi titik pelangi pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf khusus yang lainnya. Dan juga saran agar pembaca melakukan penelitian bagaimanakah karakteristik suatu graf yang memiliki $rvc(G) = srvc(G)$.

DAFTAR PUSTAKA

Acharya, U.P dan Mehta, H.S. 2014. 2-Cartesian Product of Spesial Graphs. *Jurnal: International Journal of Mathematic and Soft Computating*, Vol(1):140.

Akram, M. dan Nawas, S. 2015. Operation on Soft Graph. *Jurnal: Science Direct*. Vol. 7:423-449.

Bača, dkk. 2007. *Edge-Antimagic Graph.* Discrate Mathematics. 307(2007) 1232-1244.

Chartrand, G. 2012. *Introductory Graph Theory.* United Stated of America: Dover Publication Inc.

Chartrand, G., G.L, Jhons, S., Valley, K. A., dan McKeon. 2008. Rainbow Connection in Graphs. *Jurnal: Math. Bohem*, 133(2):85-98.

Dafik., Slamin, Eka, F., dan Sya'diyah. 2013. *Super Antimagicness of triangular book and diamond ladder graph.* Proceeding of IICMA.

Dafik., I.H. Agustin, Eka, dan A.I. Nurvitaningrum. 2016. On $\mathcal{H}$ -Antimagicness of the comb product graph with subgraph as a terminal of its amalgamation. *Working paper*, CGANT.

Dian N.S. Simamora, A.N.M. Salman. 2015. The Rainbow (Vertex) Connection Number of Pencil Graphs. *International Conference on Graph Theory and Information Security.* 74:138-142.

Harju, Tero. 2011. *Graph Theory.* Finlandia: University of Turku.

Hartsfield, N. dan Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory.* Boston San Diego New York London: Academic Press Limited.

Henning, F., Ryan, Joe F., dan Kiki, A. 2007. A sum Labelling for the Generaised Frienship Graph. *Australia: University of Ballarat.* Vol 308:734-740.

Heong, Y. M., Othman, W.D.,Md Yunos, J., Kiong, T.T., Hassan, R., dan Mohammad, M.M. 2011. The level of Marzono Higher Order Thinking Skills Among Technical Education Students. *International Journal of Social and humanity*, Vol. 1(2):121.

Histamedika, G. 2012. Rainbow Connection pada Beberapa Graf. *Matematika UNAND*, 2:17-25.

Jeyanthi, P. 2015. Total Edge Irregularity Strength of Disjoint Union of Wheel Graph. *India: Tamil Nahdu*, Vol. 48: 175-182.

Krivelevich, M. and Yuster, R. 2009. *The Rainbow connection of a graph is (at most) reciprocal to its minimum degree.* School of Mathematics, Tel Aviv University.

Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit Edisi 5.* Bandung: Informatika Bandung.

L. Chen., X. Li., H. Lian. 2013. Further hardness results on the rainbow vertex-connection number of graphs. *Jurnal: Theoretical Computer Science*, (481): 18-23.

Purwanto, H., Indriani, G., dan Dayanti, E. 2006. *Matematika Diskrit.* Jakarta: PT. Ercontara Rajawali.

Santrock, John. 2008. *Psikologi Pendidikan.* Jakarta: Salemba Humanika.

Siswono, Tatag Yuli Eko. 2009. Upaya Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa Melalui Pengajuan Masalah. *Laporan Penelitian.* Jurusan Matematika FMIPA UNESA .

S. Li.,X. Li., Y. Shi. 2015. Note on the complexity of deciding the rainbow (vertex-) connectedness for bipartite graphs. *Jurnal: Applied Mathematics and Computation*, 258: 155-161.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan: Pendekatan Teori Graf.* Jember: Universitas Jember Press.

Universitas Jember. 2011. *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah.* Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember.

Utari, Retno. 2008. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya.* Pusdiklat KNKP, Widyaiswara Madya.

X, Li., Y. Shi. 2013. On the rainbow vertex-connection. *Jurnal: Discuss. Mathemathic Graph Theory.* 33(2): 307-313.

X, Li dan Y, Sun. 2012. Rainbow connection of a graph. *New York: Springer Briefs in Mathematics.*

X, Li., Y. Mao., dan Y, Shi. 2012. *The strong rainbow vertex-connection of graphs.* arXiv:1201.1541 v(I).

X, Li., Y. Mao., dan Y, Shi. 2014. On the strong rainbow vertex-connection. *Jurnal: Uthil.Math*, Vol 93: 213-223.

Y. Caro, A. Lev, Y. Roditty, Z. Tuza, R. Yuster. 2008. On rainbow connection. *Jurnal: IElectron J. Combin*, (15):R57.

Y. Mao., F. Yanling., Z. Wang., dan Chengfu Ye. 2015. Rainbow vertex-connection and graph products. *Jurnal: International Journal of Computer Mathematics.* pp:1-15.

Yuanping, Z.,Liu, X., dan Young, X. 2009. Which Wheel Graph are Determined by Their Laplacian Spectra. *China: Lazhon University of Technology*, Vol. 58: 1887-1890.

LAMPIRAN

MATRIKS PENELITIAN

JUDUL	PERMASALAHAN	VARIABEL	INDIKATOR	SUMDER DATA	METODE PENELITIAN
KONEKSI TITIK PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI COMB SISI DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERFIKIR TINGKAT TINGGI	1. Bagaimana koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m), (S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$? 2. Bagaimana koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n)$, $(S_n \trianglerighteq F_m), (S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$?	1. Graf khusus dengan operasi *Comb* Sisi. 2. Koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) 3. Keterampilan berpikir tingkat tinggi.	1. Untuk mengetahui koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n), (S_n \trianglerighteq F_m), (S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$ 2. Untuk mengetahui koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) pada graf hasil operasi *comb* sisi yaitu $(F_m \trianglerighteq S_n), (S_n \trianglerighteq$	Kepustakaan	1. Deduktif Aksiomatik

JUDUL	PERMASALAHAN	VARIABEL	INDIKATOR	SUMDER DATA	METODE PENELITIAN
	3. Bagaimana keterkaitan antara koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) dengan keterampilan berfikir tingkat tinggi?		$F_m), (S_n \trianglerighteq S_m)$, dan $(F_m \trianglerighteq F_n)$ 3. Untuk mengetahui keterkaitan antara koneksi titik pelangi (*rainbow vertex connection*) dan koneksi titik pelangi kuat (*strong rainbow vertex connection*) dengan keterampilan berfikir tingkat tinggi		

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
Telepon: 0331- 334988, 330738 Faks: 0331-334988
Laman: www.fkip.unej.ac.id

LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA	:	Muhammad Ali Wafa
NIM	:	130210101120
JUDUL SKRIPSI	:	Koneksi Titik Pelangi Kuat Pada Graf Hasil Operasi *Comb* Sisi Dikaitkan Dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi
TANGGAL UJIAN	:	18 April 2017
PEMBIMBING	:	Prof. Drs. Dafik, M.Sc. Ph.D.
		Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si..

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	iv	Penambahan tulisan arab pada halaman moto
2.	xix	Perbaikan kata himpunan pada daftar lambang
3.	4	Perbaikan pada rumusan masalah
4.	5	Penambahan ketentuan *m* dan *n* pada batasan masalah
5.	6	Perbaikan kalimat pada kebaharuan penelitian
6.	8,10-16,29-30,38,49,55,62	Perbaikan pewarnaan graf harus konsisten
7.	15	Perbaikan pada definisi graf *comb* sisi
8.	24	Penambahan sub 2.6 pada Bab 2
9.	33-34,46-47, 53, 59-69, 70-72	Perbaikan ketebalan garis pada graf *comb* sisi
10.	76	Penambahan paragraf tentang cara memberi warna pada graf
11.	78	Penambahan gambar graf sebagai ilustrasi menganalisis

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD danTanggal
Ketua	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	28/4 2017
Sekretaris	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.	26/4 17
Anggota	Drs. Toto' Bara Setiawan, M. Si.	27/4 2017
	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.	27/4 '17

Jember, 25 April 2017
Mengetahui / menyetujui :

Dosen Pembimbing I,	Dosen Pembimbing II,	Mahasiswa Yang Bersangkutan
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.	Muhammad Ali Wafa
NIP. 19630616 198802 1 001	NIP. 19820529 2009124 003	NIM. 130210101120

Mengetahui,
Ketua Jurusan P.MIPA
an

Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes.
NIP. 19600309 198702 2 002