



**PERBANDINGAN LENDUTAN ANTARA ANALISIS METODE  
ELEMEN HINGGA DENGAN PENGUJIAN BALOK LINGKUNG  
PADA BERBAGAI VARIASI MUTU BETON**

**SKRIPSI**

**Oleh :  
Ayu Prativi  
NIM 111910301096**

**PROGRAM STUDI STRATA 1  
JURUSAN TEKNIK SIPIL  
FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS JEMBER  
2015**



**PERBANDINGAN LENDUTAN ANTARA ANALISIS METODE  
ELEMEN HINGGA DENGAN PENGUJIAN BALOK LENKUNG  
PADA BERBAGAI VARIASI MUTU BETON**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Teknik Sipil (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Teknik

Oleh

**Ayu Prativi**  
**NIM 111910301096**

**PROGRAM STUDI STRATA 1  
JURUSAN TEKNIK SIPIL  
FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS JEMBER  
2015**

## PERSEMBAHAN

*Skripsi ini merupakan sebuah karya dari hasil upaya keras dalam mencurahkan tenaga, pikiran dan hati untuk meraih kesuksesan dalam hidupku. Skripsi ini kupersembahkan kepada:*

*Ibunda Ajoe Soesilowoelan dan Ayahanda Hinoto Gondowardoyo tercinta yang telah membantu baik moril dan materi, mendoakan, mendidik, dan memberi kasih sayang serta pengorbanan yang tidak terhingga hingga saat ini;*

*Saudara kandungku Kak Pandu Winoto dan sahabat hidupku Satriyo Bahari Rakhmad yang telah memberikan segala dukungan moril, materi, dan tenaganya dalam penyelesaian skripsi ini,*

*Dosen Pembimbing Skripsi Bapak Erno Widayanto dan Bapak Ketut Aswatama, atas kesabarannya dalam membimbing penyelesaian skripsi ini;*

*Dosen konsultasi Bapak Dwi Nurtanto dan Bapak Hassanudin yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan dorongan semangat atas kesulitan yang saya alami dalam memahami ilmu sipil selama di bangku kuliah;*

*Keluarga Besar Teknik Sipil Angkatan 2011 yang telah menemani dalam perjuanganku menghadapi segala suka duka di Kampus Teknik ;*

*Guru-guru tercinta TK Santa Maria, SDK Santo Yoseph, SMPN 1 Sukodono, SMAN 2 Lumajang, seluruh dosen Jurusan Teknik Sipil Universitas Jember, yang telah mencurahkan ilmu pengetahuannya dengan segenap hati sehingga saya menjadi pribadi yang lebih baik dengan ilmu yang telah saya terima saat ini;*

*Almamater Fakultas Teknik Universitas Jember, terimakasih telah mengantarku menuju masa depan.*

**MOTTO**

*Nalar hanya akan membawa anda dari A menuju B,  
namun imajinasi mampu membawa anda dari A ke manapun.  
(Albert Einstein)*

*Belajarlh dari masa lalu, hiduplah untuk masa depan.  
Yang terpenting adalah tidak berhenti bertanya.  
(Albert Einstein)*

*Dan Dialah yang menjadikan bintang-bintang bagimu, agar kamu menjadikannya  
petunjuk dalam kegelapan di darat dan di laut. Sesungguhnya kami telah  
menjelaskan tanda-tanda kebesaran (Kami) kepada orang-orang yang mengetahui.  
(terjemahan Surat Al An'aam ayat 97)\**

---

\*) Departemen Agama Republik Indonesia Jakarta. 1989. Al-Quran dan Terjemahannya. Surabaya :  
Mahkota Surabaya

**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ayu Prativi

NIM : 111910301096

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa proyek akhir yang berjudul “Perbandingan Lendutan antara Analisis Metode Elemen Hingga dengan Pengujian Balok Lengkung Pada Berbagai Variasi Mutu Beton” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi mana pun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 9 April 2015

Yang menyatakan,

Ayu Prativi

NIM 111910301096

**SKRIPSI**

**PERBANDINGAN LENDUTAN ANTARA ANALISIS METODE ELEMEN  
HINGGA DENGAN PENGUJIAN BALOK LINGKUNG PADA BERBAGAI  
VARIASI MUTU BETON**

Oleh

Ayu Prativi  
NIM 111910301096

Pembimbing :

Dosen Pembimbing Utama : Erno Widayanto, S.T., M.T.  
Dosen Pembimbing Anggota : Ketut Aswatama W., S.T., M.T.



**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul **Perbandingan Lendutan antara Analisis Metode Elemen Hingga dengan Pengujian Balok Lengkung Pada Berbagai Variasi Mutu Beton** telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Teknik Universitas Jember pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 9 April 2015

Tempat : Fakultas Teknik Jurusan Teknik Sipil Universitas Jember

Tim Penguji

Pembimbing Anggota (Sekretaris),

Pembimbing Utama (Ketua Penguji),

Ketut Aswatama, W., S.T., M.T.  
NIP 19700713 200012 1 001

Erno Widayanto, S.T., M.T.  
NIP 19700419 199803 1 002

Penguji I,

Penguji II,

Dwi Nurtanto, S.T., M.T.  
NIP 19731015 199802 1 001

Jojob Widodo S, S.T., M.T  
NIP 19720527 200003 1 001

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Teknik,

Ir. Widyono Hadi, MT.  
NIP. 19610414 198902 1 001

## RINGKASAN

**Perbandingan Lentutan antara Analisis Metode Elemen Hingga dengan Pengujian Balok Lengkung Pada Berbagai Variasi Mutu Beton;** Ayu Prativi, 111910301096; 2015: 51 halaman; ; Jurusan Teknik Sipil; Fakultas Teknik; Universitas Jember.

Lentutan merupakan peralihan suatu titik ke titik lain secara vertikal pada suatu balok akibat beban. Penelitian ini membandingkan lentutan antara hasil pengujian laboratorium dan hasil analisis metode elemen hingga pada balok lengkung. Pada pengujian laboratorium balok lengkung diberi beban dengan menggunakan dongkrak pembebanan hidrolis dan pengukuran lentutan dilakukan dengan membaca jarum arloji *dial gauge*. Sedangkan perhitungan lentutan pada analisis metode elemen hingga menggunakan dasar teori balok Timoshenko. Hasil lentutan dari pengujian dan analisis metode elemen hingga disajikan dalam bentuk grafik hubungan antara beban dan lentutan. Balok lengkung fcr 44.35 MPa dengan beban maksimum 6790.4N melendut sebesar 0.0982 mm pada analisis metode elemen hingga 6 segmen, 0.0733 mm pada analisis elemen hingga 10 segmen, dan 2.240 mm pada pengujian laboratorium. Balok lengkung fcr 40.58 MPa dengan beban maksimum 3395.2N melendut sebesar 0.0513 mm pada analisis metode elemen hingga 6 segmen, 0.0383 mm pada analisis elemen hingga 10 segmen, dan 0.990 mm pada pengujian laboratorium. Balok lengkung fcr 37.65 MPa dengan beban maksimum 3395.2N melendut sebesar 0.0533 mm pada analisis metode elemen hingga 6 segmen, 0.0398 mm pada analisis elemen hingga 10 segmen, dan 1.015 mm pada pengujian laboratorium. Nilai lentutan analisis metode elemen hingga memiliki hasil yang berbeda jauh terhadap lentutan hasil uji laboratorium. Besarnya perbedaan hasil ini dipengaruhi oleh hilangnya kestabilan frame baja saat menerima beban yang didistribusikan balok lengkung saat proses pembebanan.



## SUMMARY

**Deflection Comparison Between Finite Element Analysis Method And Testing With Different Variations In The Curved Beam Quality Concrete;** Ayu Prativi, 111910301096; 2015; 51 pages; Department Of Civil Engineering; Faculty Of Engineering; University Of Jember.

Deflection is a vertical movement of point to another point on the beam due to the load. The study compared the deflection between results of laboratory testing and analyze of finite element method on curved beams. Procedures of laboratory testing are the curved beam loaded using a hydraulic loading jack and deflection measurements are indicated by the dial gauge. Analyze of deflection calculation on finite element method is using the basic Theory of Timoshenko beam. Results deflection of laboratory testing and analyze of finite element methods are presented in graph between load and deflection. Curved beam with average compressive strength ( $f_{cr}$ ) 44.35 MPa and maximum load 6790.4N sagged 0.0982 mm on six segments, 0.0733 mm on ten segments of finite element analyze, and 2.240 mm of laboratory testing. Curved beam with  $f_{cr}$  40.58 MPa and maximum load 3395.2N sagged 0.0513 mm on six segments, 0.0383 mm on ten segments of finite element analyze, and 0.990 mm of laboratory testing. Curved beam with  $f_{cr}$  37.65 MPa and maximum load 3395.2N sagged 0.0533 mm on six segments, 0.0398 mm on ten segments of finite element analyze, and 1.015 mm of laboratory testing. The value deflection between finite element method analyze and deflection of laboratory test results have vastly different results. The difference of results is affected by the loss of stability of the steel frame when receiving the load which is distributed by curved beam during loading process.

## PRAKATA

Puji Syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Swt yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul Perbandingan Lendutan Antara Analisis Metode Elemen Hingga Dengan Pengujian Balok Lengkung Pada Berbagai Variasi Mutu Beton. Skripsi yang telah diselesaikan merupakan suatu persyaratan wajib ditempuh untuk mendapatkan gelar Sarjana Teknik (ST) di Fakultas Teknik, Universitas Jember.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis dibantu oleh banyak pihak yang telah memberi masukan yang berharga, baik berupa bimbingan ataupun saran untuk menyempurnakan karya ini. Oleh karena itu perkenankan penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada pihak yang membantu, diantaranya:

1. Dr. Ir. Entin Hidayah, M.U.M, selaku Ketua Jurusan Teknik Sipil Universitas Jember.
2. Erno Widayanto, ST., MT., selaku Dosen Pembimbing I atas arahan, masukan dan segala sesuatu yang bermanfaat untuk menyelesaikan skripsi ini.
3. Ketut Aswatama, ST.,MT., selaku Dosen Pembimbing II atas arahan, masukan dan segala sesuatu yang bermanfaat untuk menyelesaikan skripsi ini.
4. Ahmad Hasanuddin ST., MT., selaku dosen konsultasi.
5. Dwi Nurtanto ST., MT., selaku dosen konsultasi.
6. Nunung Nuring Hayati, ST., MT., selaku dosen pembimbing akademik.
7. Beserta semua pihak baik secara langsung maupun tidak langsung yang telah turut serta membantu dalam proses penyusunan skripsi.

Berbagai upaya telah dilakukan dalam penyusunan skripsi ini, akan tetapi skripsi ini masih perlu disempurnakan. Menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kesempurnaan, untuk itu penulis senantiasa mengharapkan saran, kritik, yang bersifat

membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat berguna bagi pembaca dan bagi penulis sendiri pada khususnya.

Jember, 9 April 2015

Penulis



**DAFTAR ISI**

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>PERSEMBAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>MOTTO .....</b>	<b>iii</b>
<b>PERNYATAAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>LEMBAR PEMBIMBING .....</b>	<b>v</b>
<b>PENGESAHAN.....</b>	<b>vi</b>
<b>RINGKASAN.....</b>	<b>vii</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>viii</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xvi</b>
<b>BAB 1. PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Latar Belakang .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3 Tujuan.....</b>	<b>3</b>
<b>1.4 Batasan Masalah.....</b>	<b>3</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>4</b>
<b>2.1 Penelitian Terdahulu .....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 Material Beton .....</b>	<b>7</b>
2.2.1 Agregat Halus .....	8
2.2.2 Agregat Kasar .....	8

2.2.3 Semen ( <i>Portland Cement</i> ) .....	8
2.2.4 Air .....	9
<b>2.3 Perencanaan Campuran Beton .....</b>	<b>9</b>
<b>2.4 Pengujian Kuat Tekan Beton .....</b>	<b>9</b>
<b>2.5 Modulus Elastisitas .....</b>	<b>10</b>
<b>2.6 Teori Balok Timoshenko .....</b>	<b>10</b>
2.6.1 Energi Potensial Total .....	11
<b>2.7 Metode Elemen Hingga .....</b>	<b>12</b>
2.7.1 Kondisi Elastis .....	12
2.7.2 Kondisi Keseimbangan .....	13
2.7.3 Kondisi Kompabilitas .....	13
2.7.4 Kondisi Batas.....	14
2.7.5 Derajat Kebebasan .....	15
2.7.6 Fungsi Peralihan dan Fungsi Bentuk .....	16
2.7.7 Persamaan Kekakuan Elemen dan Struktur .....	17
2.7.8 Beban Nodal Ekuivalen.....	18
2.7.9 Elemen Balok .....	18
2.7.10 Elemen Balok Pada Sumbu Lokal .....	19
2.7.11 Transformasi Koordinat .....	20
2.7.12 Persamaan Kekakuan Balok .....	21
2.7.13 Strategi Solusi Persamaan .....	22
2.7.14 Persamaan Gaya Internal Normal (N), Geser (T), dan Momen (M).....	23
<b>BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1 Umum.....</b>	<b>24</b>
<b>3.2 Tempat dan Waktu Penelitian .....</b>	<b>24</b>
<b>3.3 Alat dan Bahan .....</b>	<b>25</b>
3.3.1 Alat Pengujian Agregat .....	25
3.3.2 Alat Mengecor .....	25
3.3.3 Alat Uji Lendutan .....	25



3.3.4 Bahan Uji Agregat .....	26
<b>3.4 Langkah Penelitian.....</b>	<b>26</b>
3.4.1 Studi Pustaka .....	26
3.4.2 Perencanaan Balok Lengkung .....	26
3.4.3 Pengecoran Balok Lengkung.....	27
3.4.4 Perawatan Balok Lengkung.....	27
3.4.5 Pengujian Balok Lengkung .....	28
3.4.6 Analisis Lendutan dengan Metode Elemen Hingga .....	28
<b>3.5 Diagram Alir.....</b>	<b>30</b>
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>32</b>
<b>4.1 Pengujian Kuat Tekan Rerata Beton (<math>f_{cr}</math>).....</b>	<b>32</b>
<b>4.2 Pengujian Lendutan Balok Lengkung .....</b>	<b>33</b>
<b>4.3 Modulus Elastisitas Beton (E) .....</b>	<b>36</b>
<b>4.4 Analisis Metode Elemen Hingga .....</b>	<b>36</b>
4.4.1 Pemotongan Struktur Menjadi Segmen .....	37
4.4.2 Persamaan Kekakuan .....	38
4.4.3 Penggabungan Matriks Kekakuan .....	39
4.4.4 Gaya Internal Struktur.....	41
4.4.5 Lendutan.....	44
4.4.6 Perbandingan Lendutan MEH dan Pengujian .....	47
<b>BAB 5. PENUTUP .....</b>	<b>50</b>
<b>5.1 Kesimpulan .....</b>	<b>50</b>
<b>5.2 Saran .....</b>	<b>50</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	
<b>LAMPIRAN</b>	

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b> Sumbu Kayu Orthotropic.....	5
<b>Gambar 2.2</b> Jaringan-jaring Elemen Hingga .....	5
<b>Gambar 2.3</b> Posisi pembebanan dan tumpuan jepit .....	6
<b>Gambar 2.4</b> Penggambaran nodal perhitungan dengan elemen segitiga .....	6
<b>Gambar 2.5</b> Penggambaran nodal perhitungan dengan elemen segiempat .....	7
<b>Gambar 2.6</b> Grafik hasil perhitungan eksak, elemen segitiga dan segiempat .....	7
<b>Gambar 2.7</b> Garis gaya dalam pada struktur lengkung dengan $t/R = 0,16$ .....	8
<b>Gambar 2.8</b> Garis gaya dalam pada struktur lengkung dengan $t/R = 0,8$ .....	8
<b>Gambar 2.9</b> Deformasi penampang melintang pada balok Timoshenko .....	11
<b>Gambar 2.10</b> Elemen rangka sepanjang sumbu lokal x .....	15
<b>Gambar 2.11</b> Derajat kebebasan elemen balok .....	18
<b>Gambar 2.12</b> Balok pada koordinat lokal dan global.....	19
<b>Gambar 3.1</b> Dimensi balok pelengkung .....	27
<b>Gambar 3.2</b> Diskritisasi balok lengkung .....	29
<b>Gambar 4.1</b> Posisi balok lengkung yang akan diuji lendutan.....	33
<b>Gambar 4.2</b> Balok lengkung yang mengalami keruntuhan .....	34
<b>Gambar 4.3</b> Grafik perilaku lendutan balok lengkung pada variasi mutu beton ...	35
<b>Gambar 4.4</b> (a) Balok lengkung (b) balok lengkung satu dimensi .....	37
<b>Gambar 4.5</b> Pembagian balok menjadi enam segmen.....	38
<b>Gambar 4.6</b> Hasil pengukuran sudut koordinat lokal terhadap koordinat global ..	38
<b>Gambar 4.7</b> Matriks hasil penggabungan matriks kekakuan.....	39
<b>Gambar 4.8</b> Pengelompokan matriks kekakuan berdasarkan kondisi batas .....	40
<b>Gambar 4.9</b> Persamaan matriks peralihan nodal.....	40
<b>Gambar 4.10</b> Persamaan matriks reaksi perletakan .....	41
<b>Gambar 4.11</b> Hasil perhitungan gaya dalam segmen 1-2 .....	42
<b>Gambar 4.12</b> Grafik gaya internal balok lengkung 6 segmen (kiri) dan 10 segmen (kanan).....	43

<b>Gambar 4.13</b> Grafik perilaku lendutan balok lengkung sepuluh segmen (kiri) dan enam segmen (kanan) pada fcr 44,35 MPa.....	44
<b>Gambar 4.14</b> Grafik perilaku lendutan balok lengkung sepuluh segmen (kiri) dan enam segmen (kanan) pada fcr 40,58 MPa.....	45
<b>Gambar 4.15</b> Grafik perilaku lendutan balok lengkung sepuluh segmen (kiri) dan enam segmen (kanan) pada fcr 37,65 MPa.....	46
<b>Gambar 4.16</b> Grafik perbandingan lendutan hasil analisis elemen hingga dan pengujian fcr 44,35 MPa, fcr 40,58 MPa, dan fcr 37,65 MPa.....	48

**DAFTAR TABEL**

<b>Tabel 2.1</b> Kondisi Perletakan Sendi .....	15
<b>Tabel 4.1</b> Kuat tekan rerata beton ( $f_{cr}$ ) .....	32
<b>Tabel 4.2</b> Pembacaan Hasil Uji Balok Lengkung .....	35
<b>Tabel 4.3</b> Nilai modulus elastisitas beton.....	36
<b>Tabel 4.4</b> Hasil analisis gaya internal balok lengkung 6 segmen .....	42
<b>Tabel 4.5</b> Hasil analisis gaya internal balok lengkung 10 segmen .....	42
<b>Tabel 4.6</b> Lendutan hasil analisis elemen hingga $f_{cr}$ 44,35 MPa .....	44
<b>Tabel 4.7</b> Lendutan hasil analisis elemen hingga $f_{cr}$ 40,58MPa .....	45
<b>Tabel 4.8</b> Lendutan hasil analisis elemen hingga $f_{cr}$ 37,65 MPa .....	46
<b>Tabel 4.9</b> Data lendutan hasil analisis metode elemen hingga dan pengujian.....	47

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Jembatan merupakan suatu bangunan yang berfungsi menghubungkan dua buah bagian jalan yang terputus oleh adanya rintangan seperti sungai, danau, lembah, persimpangan lalu lintas dan rintangan lainnya. Salah satu tipe struktur jembatan yang berkembang hingga saat ini adalah jembatan lengkung (*arch bridge*). Jembatan lengkung memiliki kekuatan yang baik dalam menerima gaya tekan. Hal ini dikarenakan keseluruhan bagian pelengkung mentransfer gaya tekan yang diterimanya ke abutmen dan ditahan oleh tegangan tanah di bawah pelengkung. Tanpa adanya gaya tarik yang diterima oleh pelengkung memungkinkan jembatan pelengkung dapat dibuat lebih panjang dari jembatan balok dan bisa menggunakan material yang tidak mampu menerima gaya tarik dengan baik seperti beton. Dengan perilaku struktur tersebut, maka lendutan yang dihasilkan oleh struktur pelengkung menjadi sangat kecil.

Terdapat beberapa cara yang dapat digunakan untuk menganalisa lendutan secara konvensional, antara lain : cara integrasi-tingkat-dua, cara luas-momen dan cara beban satuan (*unit load*). Namun, cara konvensional tersebut menjadi susah digunakan dan membutuhkan waktu penyelesaian yang lama ketika menghitung struktur yang memiliki bentuk bervariasi seperti bentuk balok lengkung. Saat ini, dimana teknologi komputer dan perangkat lunak berkembang sangat cepat, metode elemen hingga menjadi sebuah metode dasar yang berkembang dan digunakan pada berbagai software analisa struktur untuk menyelesaikan berbagai permasalahan tipe struktur termasuk dalam mencari besarnya lendutan pada suatu struktur.

I.Katili (2008) melalui bukunya yang berjudul Metode Elemen Hingga untuk Skeletal menjelaskan bahwa Metode Elemen Hingga adalah metode pendekatan



fungsi solusi terhadap persamaan diferensial dan integral dimana bentuk persamaan akhirnya adalah persamaan matriks. Metode ini menggunakan suatu pendekatan untuk memperoleh solusi numerik analisa struktur yang praktis dengan konsep dasar bahwa struktur kontinu dapat dimodelisasi secara diskritasi menjadi struktur diskrit. Perilaku setiap elemen pada struktur diskrit digambarkan dengan fungsi peralihan dan tegangan yang dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks. Memodelkan suatu struktur menjadi struktur diskrit dengan dimensi penampang yang relatif kecil akan menghasilkan gambaran yang lebih akurat mengenai respon struktur riil terhadap beban.

Sadvent M Purba dan Johannes Tarigan telah melakukan analisis perbandingan nilai perpindahan pada perhitungan elemen hingga antara elemen segitiga (*constant strain triangle*) dan elemen segiempat (*bilinear quadrilateral*) ketika diberi beban yang sama besar pada sebuah balok. Nilai perpindahan dengan kedua model elemen kemudian dibandingkan terhadap rumus eksak. Penelitian tersebut menyimpulkan bahwa elemen segiempat lebih mendekati nilai eksak dibandingkan elemen segitiga. Hal ini berarti bahwa model elemen dalam elemen hingga perlu disesuaikan dengan bentuk strukturnya, sebab bentuk model tersebut mempengaruhi keakuratan hasil analisis elemen hingga.

Penelitian lain mengenai metode elemen hingga dilakukan pula oleh Sriram Kalaga (1997) dengan melakukan perhitungan analisis menggunakan metode elemen hingga pada jenis struktur lengkung dengan material kayu. Analisis dilakukan dengan memberi beberapa model pembebanan pada struktur lengkung untuk mengetahui perilaku kayu dalam menerima beban. Kesimpulan dalam penelitian tersebut menyatakan bahwa teori dan rumus konvensional bisa jadi tidak cukup mampu untuk menaksir perilaku kayu lengkung berlapis yang sebenarnya dan metode elemen hingga terbukti menjadi sarana yang baik dalam menganalisis suatu sistem yang *orthotropic*. Namun, sayangnya penelitian tersebut tidak membandingkan *output* dari analisis metode elemen hingga dengan hasil pengujian langsung.

Dalam penelitian ini dilakukan perhitungan analisis metode elemen hingga pada struktur balok lengkung dengan variasi mutu beton yang menerima beban terpusat di tengah bentang dan membandingkan hasilnya dengan lendutan hasil pengujian balok lengkung dengan material yang sama ketika menerima sejumlah beban yang sama besar. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perbandingan nilai lendutan antara metode elemen hingga dengan pengujian langsung pada balok lengkung dengan berbagai variasi mutu beton.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini adalah bagaimana perbandingan lendutan yang terjadi antara hasil analisis metode elemen hingga dengan pengujian berbagai variasi mutu balok lengkung jika struktur menerima beban terpusat yang sama?

## **1.3 Tujuan**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui perbandingan lendutan yang terjadi antara pengujian beton lengkung dengan hasil analisis metode elemen hingga jika struktur menerima beban terpusat yang sama.

## **1.4 Batasan Masalah**

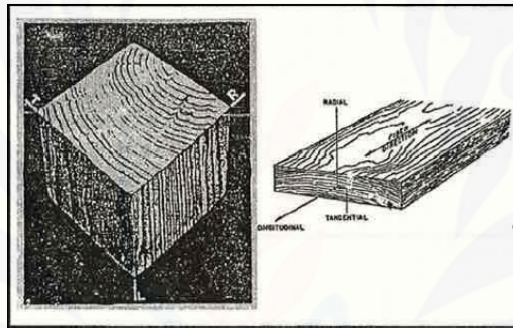
Agar masalah dalam penelitian ini menjadi lebih sederhana, maka batasan masalah penelitian yaitu :

1. Melakukan analisis lendutan pada balok lengkung.
2. Melakukan pengujian laboratorium lendutan pada balok lengkung.

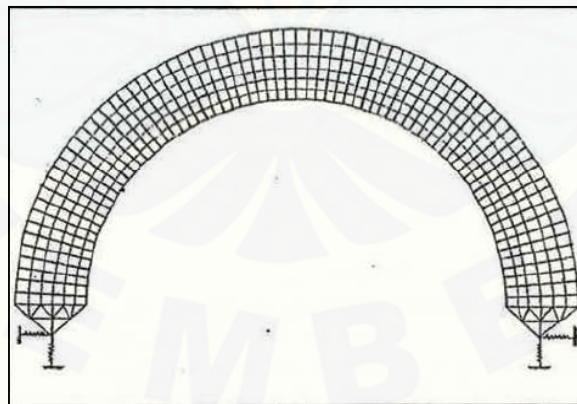
## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Penelitian Terdahulu

Penelitian mengenai metode elemen hingga pada struktur lengkung telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Sriram Kalaga dalam jurnal penelitiannya menjelaskan bahwa ia melakukan penelitian mengenai analisa elemen hingga pada tegangan radial kayu lengkung berlaminasi dengan tujuan mengetahui pengaruh beban, geometri, dan material pada tegangan radial (geser) dan tegangan lentur.



Gambar 2.1 sumbu kayu orthotropic

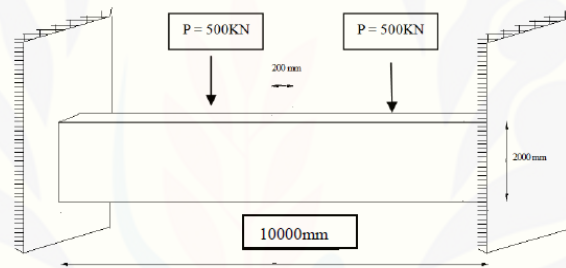


Gambar 2.2 Jaringan-jaring elemen hingga

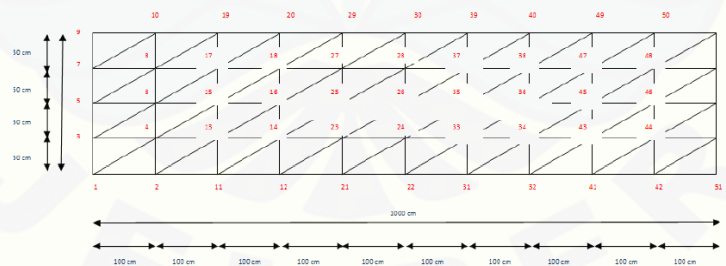
Penelitian yang dilakukan oleh Sriram tersebut menyatakan bahwa teori dan rumus konvensional bisa jadi tidak cukup mampu untuk menaksir perilaku kayu

lengkung berlapis yang sebenarnya dan metode elemen hingga terbukti menjadi sarana yang baik dalam menganalisa suatu sistem yang *orthotropic*. Namun, sayangnya penelitian tersebut tidak membandingkan hasil dari analisis metode elemen hingga dengan hasil pengujian langsung.

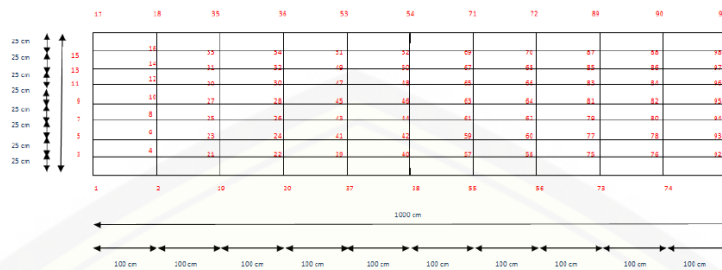
Sadvent M Purba dan Johannes Tarigan melakukan analisis perbandingan nilai perpindahan pada perhitungan elemen hingga antara elemen segitiga (constant strain triangle) dan elemen segiempat (bilinear quadrilateral) ketika diberi beban yang sama besar pada sebuah balok. Analisis dilakukan pada struktur berbentuk balok dengan kondisi tumpuan jepit. Kemudian hasil analisis berupa nilai perpindahan pada kedua model elemen dibandingkan terhadap rumus eksak.



Gambar 2.3 Posisi pembebanan dan tumpuan jepit

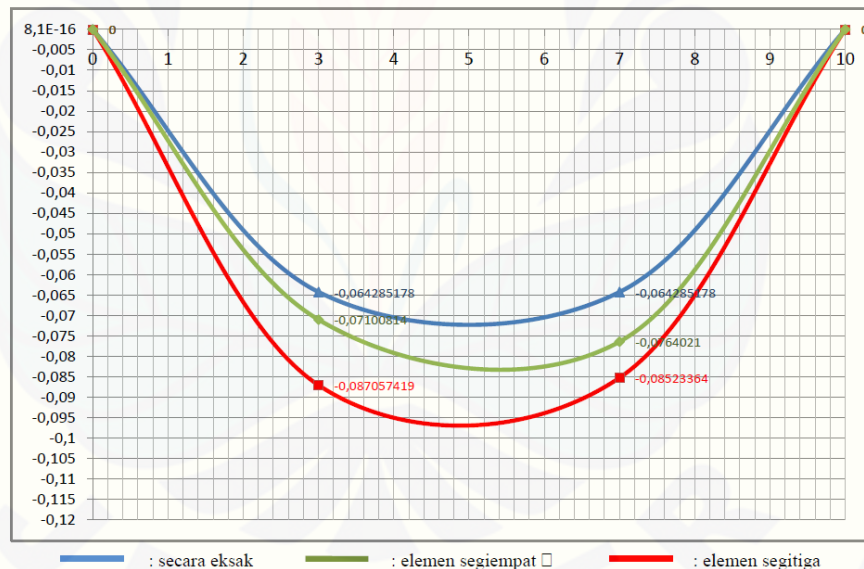


Gambar 2.4 Penggambaran nodal perhitungan dengan elemen segitiga



Gambar 2.5 Penggambaran nodal perhitungan dengan elemen segiempat

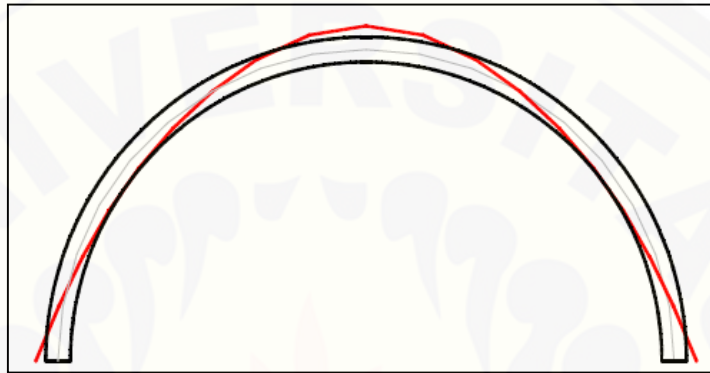
Hasil dari penelitian ini menyimpulkan bahwa model elemen segiempat dalam elemen hingga lebih cocok digunakan untuk menganalisa struktur balok, namun untuk bentuk struktur yang tidak beraturan lebih cocok menggunakan elemen segitiga. Hal ini mengartikan bentuk model struktur dan jenis elemen segitiga atau segiempat mempengaruhi hasil analisis elemen hingga.



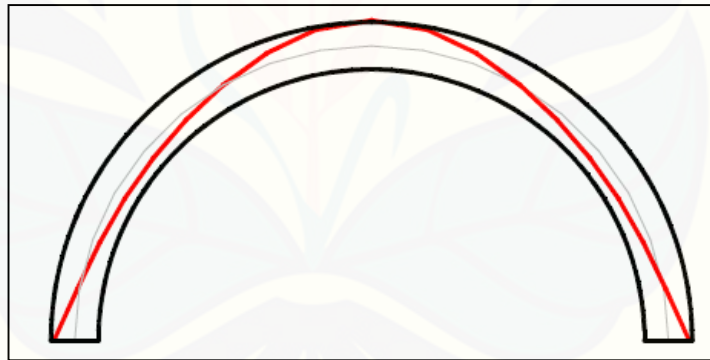
Gambar 2.6 Grafik hasil perhitungan eksak, elemen segitiga dan segiempat



Varma Mahesh, Jangid R S dan Ghosh Siddharta dengan bantuan program ANSYS menganalisa garis gaya dalam menggunakan metode elemen hingga pada struktur pasangan batu lengkung dengan ketebalan yang berbeda. Struktur pasangan batu dibedakan berdasarkan perbandingan antara ketebalan ( $t$ ) dengan radius ( $R$ ) .



Gambar 2.7 Garis gaya dalam pada struktur lengkung dengan  $t/R = 0.16$



Gambar 2.8 Garis gaya dalam pada struktur lengkung  $t/R = 0.8$

## 2.2 Material Beton

Beton adalah campuran antara semen *portland* dan atau semen hidrolik yang lain, agregat halus, agregat kasar dan air, dengan atau tanpa bahan tambahan. (BSN,2013:17)

### 2.2.1 Agregat Halus

Agregat halus adalah pasir alam sebagai hasil desintegrasi secara alami dari batu atau pasir yang dihasilkan oleh industri pemecah batu dan mempunyai ukuran butir terbesar 5,0 mm atau lolos saringan no.8 pada mesin pengayak.

### 2.2.2 Agregat Kasar

Agregat kasar adalah kerikil sebagai hasil desintegrasi alami dari batu atau berupa batu pecah yang diperoleh dari industri pemecah batu dan mempunyai ukuran butir antara 5 mm – 40 mm .

### 2.2.3 Semen (*Portland Cement*)

*Portland cement* merupakan bahan pengikat utama untuk adukan beton dan pasangan batu yang digunakan untuk menyatukan bahan menjadi satu kesatuan yang kuat. Menurut *ASTM C150*, semen Portland dibagi menjadi lima tipe, yaitu :

- a. Tipe I : *Ordinary Portland Cement (OPC)*, semen untuk penggunaan umum, tidak memerlukan persyaratan khusus (panas hidrasi, ketahanan terhadap sulfat, kekuatan awal).
- b. Tipe II : *Moderate Sulphate Cement*, semen untuk beton yang tahan terhadap sulfat sedang dan mempunyai panas hidrasi sedang.
- c. Tipe III : *High Early Strength Cement*, semen untuk beton dengan kekuatan awal tinggi (cepat mengeras)
- d. Tipe IV : *Low Heat of Hydration Cement*, semen untuk beton yang memerlukan panas hidrasi rendah, dengan kekuatan awal rendah.
- e. Tipe V : *High Sulphate Resistance Cement*, semen untuk beton yang tahan terhadap kadar sulfat tinggi.

Dari kelima jenis semen tersebut, jenis semen yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah semen tipe I.

## 2.2.4 Air

Air berfungsi sebagai bahan pencampur dan pengaduk antara semen dan agregat. Persyaratan air dalam pengujian beton harus sesuai dengan Persyaratan Umum Bahan Bangunan di Indonesia (PUBBI-1982), antara lain :

- a. Air harus bersih.
- b. Tidak mengandung lumpur, minyak dan benda terapung lainnya yang dapat dilihat secara visual.
- c. Tidak boleh mengandung benda-benda tersuspensi lebih dari 2 gram / liter.
- d. Tidak mengandung garam-garam yang dapat larut dan dapat merusak beton (asam-asam, zat organik dan sebagainya) lebih dari 15 gram / liter. Kandungan klorida (Cl), tidak lebih dari 500 p.p.m. dan senyawa sulfat tidak lebih dari 1000 p.p.m. sebagai SO<sub>3</sub>.
- e. Semua air yang mutunya meragukan harus dianalisa secara kimia dan dievaluasi.

Dalam penelitian ini digunakan air yang berasal dari fakultas teknik universitas jember dan dianggap telah memenuhi persyaratan umum di atas.

## 2.3 Perencanaan Campuran Beton

Perencanaan campuran beton dalam penelitian ini mengacu pada buku Petunjuk Praktikum Praktek Teknologi Beton Laboratorium Struktur milik Fakultas Teknik Jurusan Teknik Sipil Universitas Jember yang mengacu pada SNI 03-2834-2000 tentang "Tata Cara Pembuatan Rencana Campuran Beton Normal".

## 2.4 Pengujian Kuat Tekan Beton

Dalam penelitian ini dibuat minimal satu buah benda uji silinder setiap satu kali pengadukan campuran menggunakan *concrete mixer* untuk diuji kuat tekan pada saat dilakukan pengujian beton lengkung. Metode pengujian kuat tekan beton

mengacu pada SNI 03-6429-2000 tentang Metode Pengujian Kuat Tekan Beton Silinder Dengan Cetakan Silinder Di Dalam Tempat Cetakan.

## 2.5 Modulus Elastisitas

Modulus elastisitas menurut SNI 2847:2013 adalah rasio tegangan normal terhadap regangan terkait untuk tegangan tarik atau tekan di bawah batas proporsional material. Nilai modulus elastisitas dalam pasal 8.5 diijinkan diambil sebesar  $4700\sqrt{f_c'}$  (MPa) untuk beton normal. Variabel  $f_c'$  merupakan nilai kuat tekan beton dalam satuan MPa.

## 2.6 Teori Balok Timoshenko

Teori balok Timoshenko dijelaskan dalam thesis karya Tabitha Wangari Kinyanjui (2007;14) yang berjudul Metode Elemen Hingga Untuk Balok Lengkung Linear Geometris. Dalam thesis tersebut, teori balok Timoshenko mengoreksi teori balok klasik dengan orde pertama akibat deformasi geser sehingga akibat dari tegangan geser pada deformasi diperhitungkan.

Setelah terjadi deformasi :

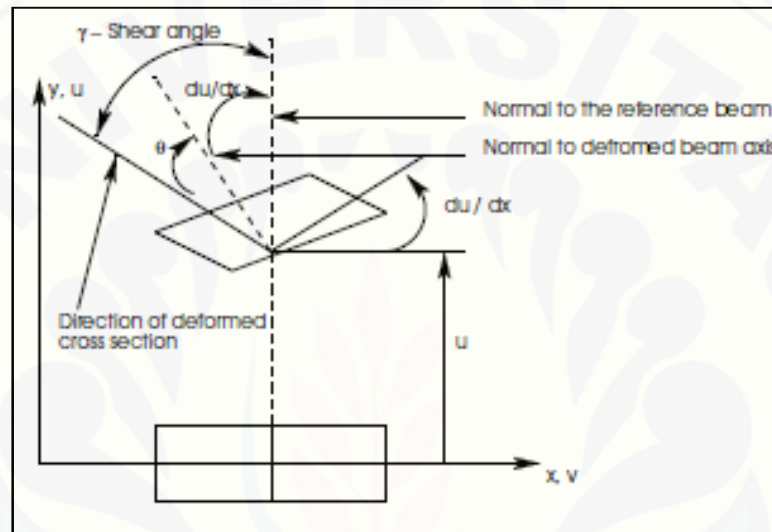
- Penampang bidang diasumsikan sebagai bidang tetap dan berotasi pada garis netral absis yang sama dengan beban yang diberikan bukan merupakan beban torsi.
- Penampang melintang tidak tegak lurus terhadap sumbu memanjang absis.

Sehingga :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\delta v}{\delta x} = -y \frac{\delta \theta}{\delta x} \quad (2.6.1)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta x} \right) = \left( -\theta + \frac{\delta u}{\delta x} \right) = \frac{1}{2} \gamma \quad (2.6.2)$$

Dengan demikian penyimpangan dari arah normal yang merupakan perbedaan antara garis normal dengan sumbu memanjang absis dan rotasi penampang adalah sudut geser  $\gamma$ . Hal ini terbentuk dari bagian miring defleksi (rotasi dari sumbu memanjang) dan rotasi penampang melintang yang melentur dengan sudut  $\theta$ . Pada balok Timoshenko, deformasi penampang melintang merupakan penjumlahan dari dua kontribusi akibat lentur dan deformasi geser.



Gambar 2.9 Deformasi penampang melintang pada balok Timoshenko

### 2.6.1 Energi potensial total

Dari persamaan 1 dan 2, regangan aksial dan geser pada balok Timoshenko adalah :

$$\varepsilon = -y \frac{\delta\theta}{\delta x} \quad (2.6.3)$$

$$\gamma = -\theta + \frac{\delta u}{\delta x} \quad (2.6.4)$$



Oleh karena itu

$$\begin{aligned}\Pi &= \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{xy} \varepsilon_{xy}) dV = \int_0^L qu \, dx \\ &= \frac{EI}{2} \int_0^L \left( \frac{\delta \theta}{\delta x} \right)^2 dx + \frac{\kappa GA}{2} \int_0^L \left( -\theta + \frac{\delta u}{\delta x} \right)^2 dx - \int_0^L qu \, dx \quad (2.6.5)\end{aligned}$$

Keterangan :

$\kappa$  = faktor koreksi geser

G = Modulus geser

A = luas penampang melintang

q = beban yang diterima balok

Variable independen pada balok Timoshenko yang digunakan dalam metode elemen hingga yaitu u,v, dan  $\theta$ . Dimana u merupakan peralihan horizontal, v adalah peralihan vertikal, dan  $\theta$  adalah sudut rotasi. (Katili,2008: 41)

## 2.7 Metode Elemen Hingga

Metode Elemen Hingga adalah metode pendekatan fungsi solusi terhadap persamaan diferensial dan integral yang bentuk persamaan akhirnya adalah persamaan matriks (Katili, 2008: 1). Berikut ini merupakan penjelasan mengenai metode elemen hingga untuk struktur balok yang diperoleh dari buku Metode Elemen Hingga untuk Skeletal tulisan I. Katili (2008).

### 2.7.1 Kondisi Elastis

Kondisi elastis merupakan kondisi dimana suatu bahan akan mengalami perubahan bentuk pada setiap titik pada sebuah struktur ketika menerima pembebanan dan kembali ke bentuk asalnya ketika pembebanan dihilangkan. Dalam

kondisi tersebut tegangan yang terjadi pada struktur berbanding lurus dengan regangannya.

Perbandingan antara tegangan dengan regangan adalah modulus elastisitas yang merupakan pengertian dari hukum Hooke.

$$\frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{P/A}{\Delta L/L} = E \quad (2.7.1)$$

Keterangan :

E = modulus elastisitas

P = pembacaan beban tekan

A = luas penampang silinder

$\Delta L$  = pembacaan dial deformasi

L = jarak titik pengamatan

### 2.7.2 Kondisi Keseimbangan

Kondisi keseimbangan harus terpenuhi untuk sebagian maupun seluruh bagian dari struktur. Dalam kasus dua dimensi, kondisi keseimbangan yang harus terpenuhi adalah sebagai berikut :

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0 \quad \sum F_{mx} = 0 \quad \sum F_{my} = 0 \quad \sum F_{mz} = 0$$

Hal tersebut berarti penjumlahan semua gaya pada setiap sumbu X,Y, maupun Z adalah sama dengan nol dan penjumlahan semua momen  $F_m$  terhadap sumbu X,Y, maupun Z adalah sama dengan nol baik pada setiap nodal, elemen, maupun struktur.

### 2.7.3 Kondisi Kompabilitas

Kondisi kompabilitas merupakan kondisi dimana peralihan untuk semua titik pada suatu struktur harus kompatibel (serasi) dengan seluruh peralihan pada struktur.

Peralihan harus kontinu sehingga struktur masih tetap bersatu akibat pembebanan. Seluruh peralihan pada tumpuan harus kompatibel dengan peralihan pada kondisi batas struktur.

Pada prinsipnya, kondisi kompatibilitas harus memenuhi ketentuan analisis struktur berikut :

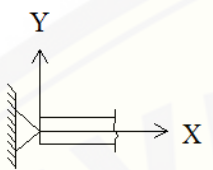
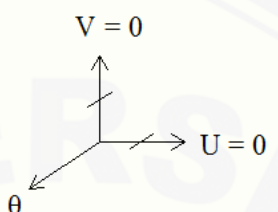
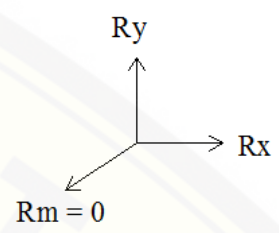
- a. Seluruh elemen struktur yang terangkai pada suatu nodal-nodal sebelum dan setelah pembebanan atau setelah berdeformasi akibat beban harus tetap terangkai pada nodal yang sama.
- b. Nodal-nodal pada semua elemen yang terangkai oleh suatu nodal kaku harus mengalami peralihan translasi dan rotasi yang sama.

#### **2.7.4 Kondisi Batas**

Kondisi batas merupakan kondisi yang akan terpenuhi apabila kondisi keseimbangan dan kompatibilitas pada setiap nodal struktur, elemen, dan perletakan telah terpenuhi. Terdapat dua macam kondisi batas, yaitu :

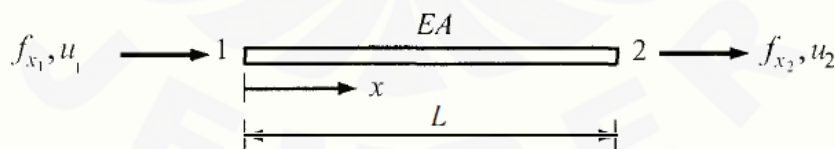
- a. Kondisi batas yang berhubungan dengan kondisi kompatibilitas dan kondisi peralihan yang telah ditentukan. Tipe kondisi batas ini dikenal sebagai kondisi batas kinematik atau kondisi batas peralihan .
- b. Kondisi batas yang merupakan suatu kondisi mekanik untuk memenuhi kondisi keseimbangan, dan kondisi dari gaya termasuk momen yang telah ditentukan sehingga memenuhi kondisi batas struktur secara keseluruhan. Kondisi batas ini dikenal sebagai kondisi natural atau fisik atau kondisi batas dari gaya.

Tabel 2.1 Kondisi perletakan sendi

Deskripsi	<i>dk</i> Translasi-Rotasi	Reaksi Perletakan
		

### 2.7.5 Derajat Kebebasan

Sebuah elemen rangka dengan panjang  $L$ , modulus elastisitas  $E$  dan luas penampang  $A$ , diletakkan sejajar dengan sumbu lokal seperti diperlihatkan dalam Gambar 2.10 Kedua ujung atau buhul dianggap sebagai nodal, masing-masing diberi nomor 1 dan 2. Gaya  $f_{x1}$  dan  $f_{x2}$  bekerja dalam arah  $x$  lokal masing-masing pada nodal 1 dan 2. Searah dengan dua gaya nodal tersebut, terdapat masing-masing peralihan  $u_1$  dan  $u_2$ . Peralihan-peralihan ini sering disebut derajat kebebasan (degrees of freedom) atau disingkat *dk*. Seluruhnya ada dua derajat kebebasan untuk elemen rangka ini.



Gambar 2.10 Elemen rangka sepanjang sumbu lokal  $x$

Suatu pendekatan energi atau pendekatan keseimbangan tegangan-regangan dilakukan untuk menurunkan dua persamaan dalam bentuk matriks untuk

menghubungkan gaya  $f_{x1}$  dan  $f_{x2}$  dengan peralihan  $u_1$  dan  $u_2$ . Pendekatan energi lebih umum dan lebih tepat, khususnya untuk tipe-tipe elemen hingga yang rumit. Pendekatan keseimbangan tegangan-regangan adalah sederhana dan jelas secara fisik. Namun, ini dapat diterapkan hanya pada elemen hingga sederhana. Untuk menggunakan pendekatan energi, pertama-tama harus mendefinisikan sebuah fungsi peralihan untuk elemen.

### 2.7.6 Fungsi Peralihan dan Fungsi Bentuk

Untuk sebuah elemen dengan tegangan atau regangan aksial konstan, peralihan aksial  $u(x)$  pada sebuah jarak  $x$  dari nodal 1 dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan polinomial dan diasumsikan bervariasi secara linier terhadap  $x$ , yaitu:

$$u(x) = a_1 + a_2 = \langle 1 \quad x \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \langle P \rangle \{a_n\} \quad (2.7.2)$$

di mana  $a_1$  dan  $a_2$  adalah dua konstanta yang tergantung pada kondisi dua nodal tersebut.

Pada  $x = 0$ ,  $u(x) = u(0) = u_1 = \langle 1 \quad 0 \rangle \{a_n\}$

Pada  $x = L$ ,  $u(x) = u(L) = u_2 = \langle 1 \quad L \rangle \{a_n\}$

Dapat disusun bentuk matriks :

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \text{ atau secara simbolis : } \{u_n\} = [P] \{a_n\}$$

Relasi invers memberikan :  $\{a_n\} = [P]^{-1} \{u_n\}$  (2.7.3)

Dengan mensubstitusikan hasil-hasil untuk  $a_1$  dan  $a_2$  dalam Persamaan (2.5.9) dan menyusun kembali persamaan tersebut memberikan bentuk akhir dari fungsi peralihan:

$$u(x) = \sum_{i=1,2} N_{u_i} u_i = \langle N_{u_1} \quad N_{u_2} \rangle \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = N_{u_1}(x)u_1 + N_{u_2}(x)u_2 \quad (2.7.4)$$

dengan:  $N_{u_1}(x) = 1 - \frac{x}{L}$  dan  $N_{u_2}(x) = \frac{x}{L}$  (2.7.5)

di mana  $N_{u_1}(x)$  dan  $N_{u_2}(x)$  menggambarkan distribusi atau bentuk dari peralihan



dihubungkan dengan masing-masing derajat kebebasan  $u_1$  dan  $u_2$ . Biasanya dalam literatur hal ini dinamakan fungsi bentuk (*shape functions*).

### 2.7.7 Persamaan Kekakuan Elemen dan Struktur

Kekakuan dalam analisis struktur adalah perbandingan antara gaya dengan peralihannya atau gaya sama dengan kekakuan dikalikan dengan peralihannya. Dengan demikian, hubungan antara gaya, peralihan, dan kekakuan dapat ditentukan oleh bentuk persamaan berikut ini :

$$\text{Untuk setiap elemen pembentuk struktur : } \{f_n\} = [k]\{u_n\} \quad (2.7.6)$$

$$\text{Untuk struktur secara keseluruhan : } \{F\} = [K]\{U\} \quad (2.7.7)$$

Penggunaan matriks  $[k]$  harus menyesuaikan bentuk geometri elemen-elemennya. Untuk membentuk koefisien matriks  $[k]$  yang berlaku untuk semua kondisi geometri, maka matriks  $[k]$  harus ditransformasi dengan suatu matriks transformasi, matriks  $[T]$  yang bentuknya disesuaikan dengan sistem sumbu koordinat bidang. Prosedur umum dari transformasi koordinat dari sumbu lokal ke sumbu global adalah  $[k]_{global} = [T]^T [k]_{lokal} [T]$  (2.7.8)

Parameter matriks kekakuan struktur pada prinsipnya adalah penggabungan matriks kekakuan elemen, yaitu dengan prinsip superposisi yang disesuaikan dengan penomoran  $d. k$ nya atau  $d. k$  yang bersesuaian. Matriks  $[K]$  adalah matriks kekakuan dalam sumbu koordinat global, sehingga matriks  $[K]$  dibentuk oleh superposisi koefisien matriks  $[k]$  yang sudah berada pada sumbu koordinat globalnya.

Kekakuan suatu elemen ini dipengaruhi oleh kekakuan materialnya yang ditentukan oleh properti material atau elastisitas bahan pembentuk elemen tersebut, misalnya kayu, beton, baja, dan lain-lain dan properti penampangnya.

**2.7.8 Beban Nodal Ekuivalen**

Gaya-gaya dan momen lentur yang bekerja langsung di antara nodal elemen harus ditransformasikan menjadi beban nodal sehingga sesuai dengan tipe peralihan yang didefinisikan. Metode beban nodal ekuivalen yang umum digunakan adalah Beban Nodal Ekuivalen (BNE). Pada metode ini besarnya kerja luar atau kerja eksternal ( $\Pi_{ext}$ ) yang dihasilkan oleh beban nodal ekuivalen sama besarnya dengan kerja yang dihasilkan oleh beban yang bekerja di antara nodal elemen.

Pada elemen balok kerja luar yang dilakukan oleh BNE yang belum diketahui yaitu :

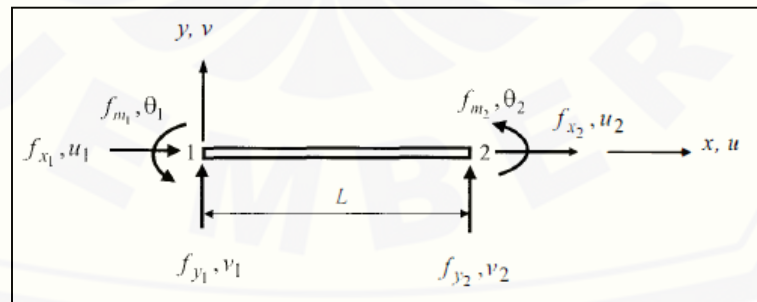
$$\Pi_{ext} = \langle v_1 \quad \theta_1 \quad v_2 \quad \theta_2 \rangle \begin{Bmatrix} f_{y1} \\ f_{m1} \\ f_{y2} \\ f_{m2} \end{Bmatrix}^{BNE}$$

Dengan adanya BNE, persamaan kekakuan elemen dari persamaan (2.7.6) berubah menjadi :

$$\{f_n\} = [k]\{u_n\} - \{f_n\}^{BNE} \tag{2.7.9}$$

**2.7.9 Elemen Balok**

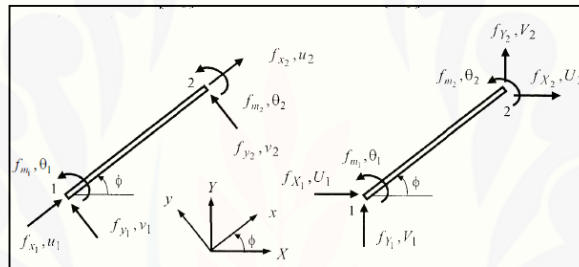
Dalam perhitungan balok lengkung, elemen balok mengalami gaya aksial, gaya transversal, dan gaya momen lentur. Sehingga elemen harus memiliki tiga derajat kebebasan pada setiap nodalnya. Derajat kebebasan tersebut terdiri dari peralihan terhadap sumbu x, peralihan terhadap sumbu y, dan putaran sudut (rotasi).



Gambar 2.11 Derajat kebebasan elemen balok

Pada Gambar 2.11 , gaya nodal elemen yang terkait untuk derajat kebebasan U, V, dan  $\theta$  adalah gaya  $f_x$ ,  $f_y$ , dan sebuah momen lentur  $f_m$ . Arah elemen membentuk sudut  $\theta$  berlawanan dengan arah jarum jam terhadap sumbu X global. Balok tersebut memiliki modulus elastisitas E, luas penampang A, momen inersia I, dan panjang L.

**2.7.10 Elemen Balok pada Sumbu Lokal**



Gambar 2.12 Balok pada koordinat lokal dan global

Berdasarkan Gambar 2.12, maka dapat dibentuk matriks kekakuan berikut :

$$\begin{bmatrix} f_{x_1} \\ f_{x_2} \\ f_{y_1} \\ f_{m_1} \\ f_{y_2} \\ f_{m_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x_1} \\ f_{x_2} \\ f_{y_1} \\ f_{y_2} \\ f_{m_1} \\ f_{m_2} \end{bmatrix}^{BNE}$$

(2.7.10)

Matriks kekakuan pada persamaan (2.6.15) terbentuk dari empat submatriks , dua di antaranya adalah submatriks nol. Dua submatriks yang tidak nol terletak di sepanjang diagonal utama. Satu berhubungan dengan aksial dan yang lain berhubungan dengan lentur. Penyusunan submatriks tersebut menyatakan bahwa submatriks kekakuan aksial dan submatriks kekakuan lentur tidak saling mempengaruhi. Ketika elemen berada pada bidang X,Y dengan posisi sumbu x lokal bersudut  $\theta$  pada sumbu X global, maka matriks kekakuan pada persamaan (2.6.15) harus menjalani prosedur transformasi koordinat.

Untuk kemudahan penggabungan, derajat kebebasan pada masing-masing nodal pada persamaan (2.6.15) dapat disusun berdasarkan urutan sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} f_{x_1} \\ f_{y_1} \\ f_{m_1} \\ f_{x_2} \\ f_{y_2} \\ f_{m_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{x_1} \\ f_{y_1} \\ f_{m_1} \\ f_{x_2} \\ f_{y_2} \\ f_{m_2} \end{Bmatrix}^{BNE} \quad (2.7.11)$$

Persamaan di atas dapat ditulis secara simbolik sebagai berikut :

$$\{f_n\}_{lokal} = [k]_{lokal}\{u_n\}_{lokal} - \{f_n\}_{lokal}^{BNE} \quad (2.7.12)$$

### 2.7.11 Transformasi koordinat

Sesuai dengan persamaan (2.6.13), balok dengan posisi elemen pada sumbu lokal dan global yang berbeda arah perlu memperhatikan hubungan gaya nodal dan peralihan dari semua elemen terhadap sumbu global agar dapat menerapkan kondisi keseimbangan dan kompatibilitas secara tepat. Hal ini dapat dicapai dengan melakukan

transformasi pada keenam gaya nodal koordiat lokal ke dalam sistem koordinat global sesuai persamaan berikut :

$$\begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ f_{m1} \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ f_{m2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{X1} \\ f_{Y1} \\ f_{m1} \\ f_{X2} \\ f_{Y2} \\ f_{m2} \end{Bmatrix} \quad (2.7.13)$$

Keterangan : C dan S adalah  $\cos\theta$  dan  $\sin\theta$

Persamaan tersebut dapat ditulis secara simbolik sebagai berikut :

$$\{f_n\}_{lokal} = [T]\{f_n\}_{global} \quad (2.7.14)$$

### 2.7.12 Persamaan kekakuan balok

Kekakuan elemen balok yang bersudut  $\theta$  dengan arah berlawanan jarum jam dari sumbu x adalah sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} f_{X1} \\ f_{Y1} \\ f_{m1} \\ f_{X2} \\ f_{Y2} \\ f_{m2} \end{Bmatrix} = [k] \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \theta_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} f_{X1} \\ f_{Y1} \\ f_{m1} \\ f_{X2} \\ f_{Y2} \\ f_{m2} \end{Bmatrix}^{BNE} \quad (2.7.15)$$

dimana :

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L}C^2 + \frac{12EI}{L^3}S^2 & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)CS & -\frac{6EI}{L^2}S & -\frac{EA}{L}C^2 - \frac{12EI}{L^3}S^2 & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)CS & -\frac{6EI}{L^2}S \\ \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)CS & \frac{EA}{L}S^2 + \frac{12EI}{L^3}C^2 & \frac{6EI}{L^2}C & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)CS & -\frac{EA}{L}S^2 - \frac{12EI}{L^3}C^2 & \frac{6EI}{L^2}C \\ -\frac{6EI}{L^2}S & \frac{6EI}{L^2}C & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}S & -\frac{6EI}{L^2}C & \frac{L}{2EI} \\ -\frac{EA}{L}C^2 - \frac{12EI}{L^3}S^2 & \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)CS & \frac{6EI}{L^2}S & \frac{EA}{L}C^2 + \frac{12EI}{L^3}S^2 & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)CS & \frac{6EI}{L^2}S \\ \left(-\frac{EA}{L} + \frac{12EI}{L^3}\right)CS & -\frac{EA}{L}S^2 - \frac{12EI}{L^3}C^2 & -\frac{6EI}{L^2}C & \left(\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right)CS & \frac{EA}{L}S^2 + \frac{12EI}{L^3}C^2 & -\frac{6EI}{L^2}C \\ -\frac{6EI}{L^2}S & \frac{6EI}{L^2}C & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}S & -\frac{6EI}{L^2}C & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$



Atau secara simbolik ditulis :

$$\{f_n\}_{global} = [k]_{global} \{u_n\}_{global} - \{f_n\}_{global}^{BNE} \quad (2.7.16)$$

### 2.7.13 Strategi Solusi Persamaan

Untuk memperoleh solusi persamaan, maka persamaan matriks kekakuan (2.6.12) dikelompokkan menjadi :

$$\begin{Bmatrix} F_J \\ F_S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{JJ} & K_{JS} \\ K_{SJ} & K_{SS} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U_J = ? \\ U_S = 0 \end{Bmatrix} \quad (2.7.17)$$

Keterangan :

$\{U_J\}$  = matriks dengan nilai derajat kebebasan tak terkekang yang ingin dicari

$\{U_S\}$  = matriks dengan derajat kebebasan terkekang bernilai nol

$\{F_J\}$  = beban luar yang berhubungan dengan nilai derajat kebebasan tak terkekang

$\{F_S\}$  = gaya reaksi yang tidak diketahui dan berhubungan dengan derajat kebebasan nodal terkekang.

Dengan mengalikan persamaan maka dihasilkan persamaan:

$$\{F_J\} = \{K_{JJ}\} \{U_J\} \quad (2.7.18)$$

Sehingga

$$\{U_J\} = \{K_{JJ}\}^{-1} \{F_J\} \quad (2.7.19)$$

Kemudian gaya-gaya reaksi yang tidak diketahui dapat dihitung dengan :

$$\{F_S\} = \{K_{SJ}\} \{U_J\} = \{K_{SJ}\} \{K_{JJ}\}^{-1} \{F_J\} \quad (2.7.20)$$

**2.7.14 Persamaan Gaya Internal Normal (N), Geser (T), dan Momen (M)**

Perhitungan gaya internal elemen pada nodal dapat dilakukan apabila d.k. elemen sudah diketahui sesuai persamaan berikut :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{L^3}{6EI} & \frac{L^2}{4EI} & 0 & \frac{L^3}{6EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{L^3}{6EI} & \frac{L^2}{2EI} & 0 & \frac{L^3}{6EI} & \frac{L^2}{4EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}_{\text{lokal}} + \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}^{GIE} \quad (2.7.21)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.7.14) ke dalam persamaan (2.7.21), maka diperoleh :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L}C & -\frac{EA}{L}S & 0 & \frac{EA}{L}C & \frac{EA}{L}S & 0 \\ \frac{12EI}{L^3}S & \frac{12EI}{L^3}C & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3}S & \frac{12EI}{L^3}C & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{L^3}{6EI}S & \frac{L^3}{6EI}C & \frac{L^2}{4EI} & \frac{L^3}{6EI}S & \frac{L^3}{6EI}C & \frac{L^2}{2EI} \\ \frac{EA}{L}C & -\frac{EA}{L}S & 0 & \frac{EA}{L}C & \frac{EA}{L}S & 0 \\ \frac{12EI}{L^3}S & \frac{12EI}{L^3}C & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3}S & \frac{12EI}{L^3}C & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{L^3}{6EI}S & \frac{L^3}{6EI}C & \frac{L^2}{2EI} & \frac{L^3}{6EI}S & \frac{L^3}{6EI}C & \frac{L^2}{4EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \theta_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}_{\text{global}} + \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}^{GIE} \quad (2.7.22)$$

## **BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN**

### **3.1 Umum**

Pengujian model beton pelengkung dalam penelitian ini menggunakan alat *dial gauge* untuk mengetahui besarnya lendutan yang terjadi saat struktur menerima beban. Selain itu, penelitian ini menggunakan bantuan perangkat lunak komputer berupa aplikasi pengolah data untuk membantu analisis lendutan balok lengkung dengan metode elemen hingga. Kemudian nilai lendutan hasil pengujian beton lengkung dibandingkan dengan hasil analisis metode elemen hingga sehingga diperoleh perbandingan nilai lendutan antara hasil analisis dan pengujian beton lengkung.

### **3.2 Waktu dan Lokasi Penelitian**

Penelitian dilakukan dalam beberapa tahap. Tahap pertama, menghitung perencanaan komposisi beton dan dilanjutkan dengan menentukan dimensi beton lengkung. Tahap kedua, melakukan pengujian agregat. Tahap ketiga, melakukan pengecoran sesuai mutu rencana. Tahap keempat, menguji lendutan pada beton lengkung. Tahap kelima, melakukan analisis lendutan beton lengkung dengan metode elemen hingga dan membandingkannya dengan lendutan hasil pengujian beton lengkung.

Lokasi pembuatan dan pengujian beton lengkung bertempat di Laboratorium Struktur, Fakultas Teknik, Universitas Jember di Jl. Slamet Riyadi no.62 Patrang, Jember.

### **3.3 Peralatan dan Bahan**

#### **3.3.1 Alat Pengujian Agregat**

1. Oven
2. Satu set ayakan ASTM
3. Timbangan
4. Loyang
5. Ember
6. Alat perojok dan besi dengan diameter 16 mm, panjang 60 cm
7. Alat penggetar (*Shieve Shaker*)
8. Picnometer 100 cc

#### **3.3.2 Alat Mengecor**

1. *Concrete Mixer*
2. Timbangan
3. Penggaris/meteran
4. Besi penumbuk
5. Kerucut abrasi
6. Cetakan silinder beton diameter 15cm dan panjang 30 cm.
7. Cetakan lengkung

#### **3.3.3 Alat Uji Lendutan**

1. *Dial gauge*
2. *Proving ring* berkapasitas 10000lbs (4535,92 kg)
3. Dongkrak pembebanan (*loading jack*)
4. *Frame* baja

### **3.3.4 Bahan Uji Agregat**

1. Air
2. Pasir SSD
3. Kerikil SSD
4. Pasir
5. Kerikil

## **3.4 Langkah Penelitian**

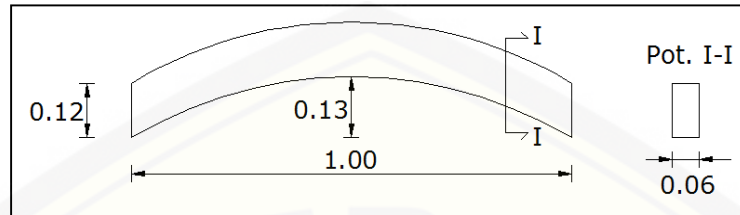
### **3.4.1 Studi Pustaka**

Studi pustaka dilakukan untuk mendapatkan referensi acuan yang tepat dalam penyusunan tugas akhir ini. Referensi acuan tersebut diperoleh dari sumber-sumber tertulis baik tercetak maupun elektronik berupa buku, jurnal, tesis atau disertasi, dan lain-lain.

### **3.4.2 Perencanaan Balok Lengkung**

Balok lengkung dibuat dari beton dengan variasi mutu rencana K-300, K-250, dan K-225. Perhitungan perencanaan campuran dilakukan sesuai langkah –langkah dalam buku Petunjuk Praktikum Praktek Teknologi Beton Laboratorium Struktur milik Fakultas Teknik Jurusan Teknik Sipil Universitas Jember. Jumlah benda uji untuk masing-masing mutu adalah tiga buah balok lengkung dan tiga buah beton silinder. Bekisting balok lengkung dibuat dari bahan kayu dengan dimensi panjang 1 meter, tinggi 0.12 meter, serta ketebalan 0.06 meter. Sedangkan bekisting silinder terbuat dari bahan baja dengan diameter 15cm dengan ketinggian 30cm.





Gambar 3.1 Dimensi balok pelengkung

### 3.4.3 Pengecoran Balok Lengkung

Beton lengkung dibuat dengan langkah sebagai berikut :

1. Menyiapkan semua alat pengecoran.
2. Menimbang semen, pasir dan kerikil sesuai proporsi rencana.
3. Menyiapkan air dengan menggunakan gelas ukur.
4. Menghidupkan *concrete mixer machine*.
5. Menuang kerikil, pasir, semen, dan air ke dalam *concrete mixer*.
6. Memastikan adonan beton segar tercampur dengan sempurna.
7. Mematikan *concrete mixer machine*.
8. Mengambil adonan beton dan lakukan uji *slump*.
9. Memastikan nilai slump  $10 \pm 2$  cm
10. Menuangkan beton segar ke dalam *bekisting*.
11. Merojok beton segar di dalam *bekisting* untuk pepadatan.

### 3.4.4 Perawatan Balok Lengkung

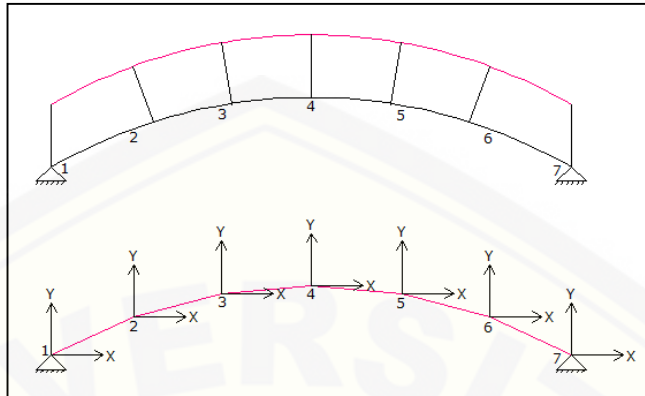
1. Diamkan beton segar selama  $\pm 24$  jam.
2. Lepaskan *bekisting*.
3. Rendam beton lengkung ke dalam kolam air.

### 3.4.5 Pengujian Balok Lengkung

1. Menyiapkan alat pengujian dan beton lengkung pada tempat yang berdekatan.
2. Memasang beton lengkung pada frame baja yang berfungsi sebagai tumpuan.
3. Memastikan beton lengkung berada pada posisi terhimpit oleh frame baja.
4. Memasang proving ring di bagian tengah atas beton lengkung
5. Meletakkan *hidrolic pump* di atas proving ring kemudian dipompa hingga ujung atas *hidrolic pump* menyentuh *frame* baja.
6. Meletakkan *dial gauge* pada sisi tengah bentang bagian bawah beton lengkung.
7. Mengatur jarum *dial gauge* dan *proving ring* pada kedudukan angka nol.
8. Memberikan pembebanan pada beton lengkung dengan memompa dongkrak pembebanan (*loading jack*) dan membaca jarum *dial gauge* setiap jarum *proving ring* bergerak 5 garis.
9. Catat nilai lendutan yang ditunjukkan jarum *dial gauge*.

### 3.4.6 Analisis Lendutan dengan Metode Elemen Hingga

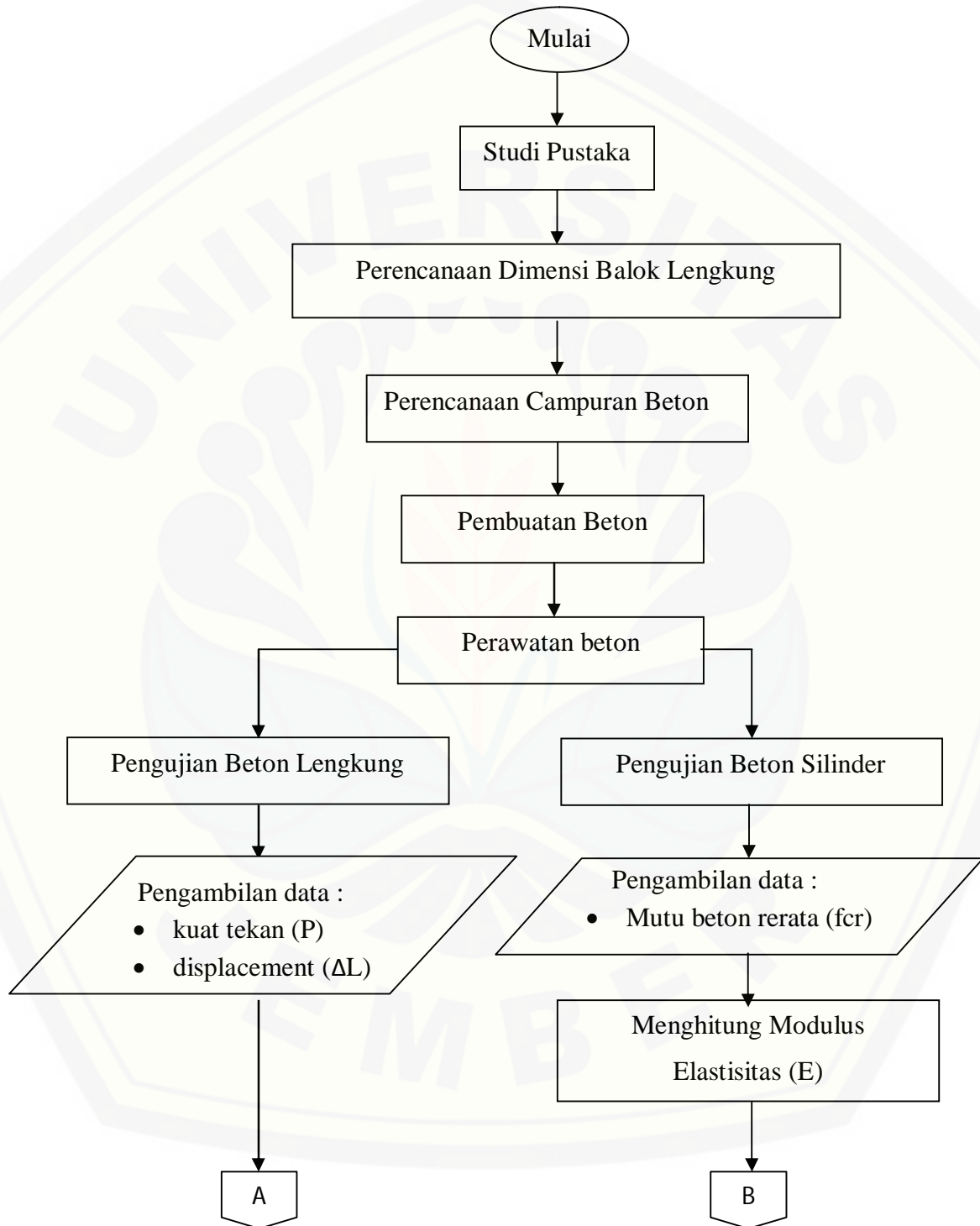
1. Membagi struktur beton lengkung menjadi enam dan sepuluh bagian dengan interval sudut jari-jari yang sama.
2. Memberikan nodal pada setiap segmen.
3. Mengukur sudut ( $\theta$ ) yang terbentuk antara segmen struktur lengkung terhadap sumbu horizontal nodal.
4. Mengukur panjang setiap segmen struktur lengkung (L).
5. Menghitung luas penampang geser beton lengkung (A).

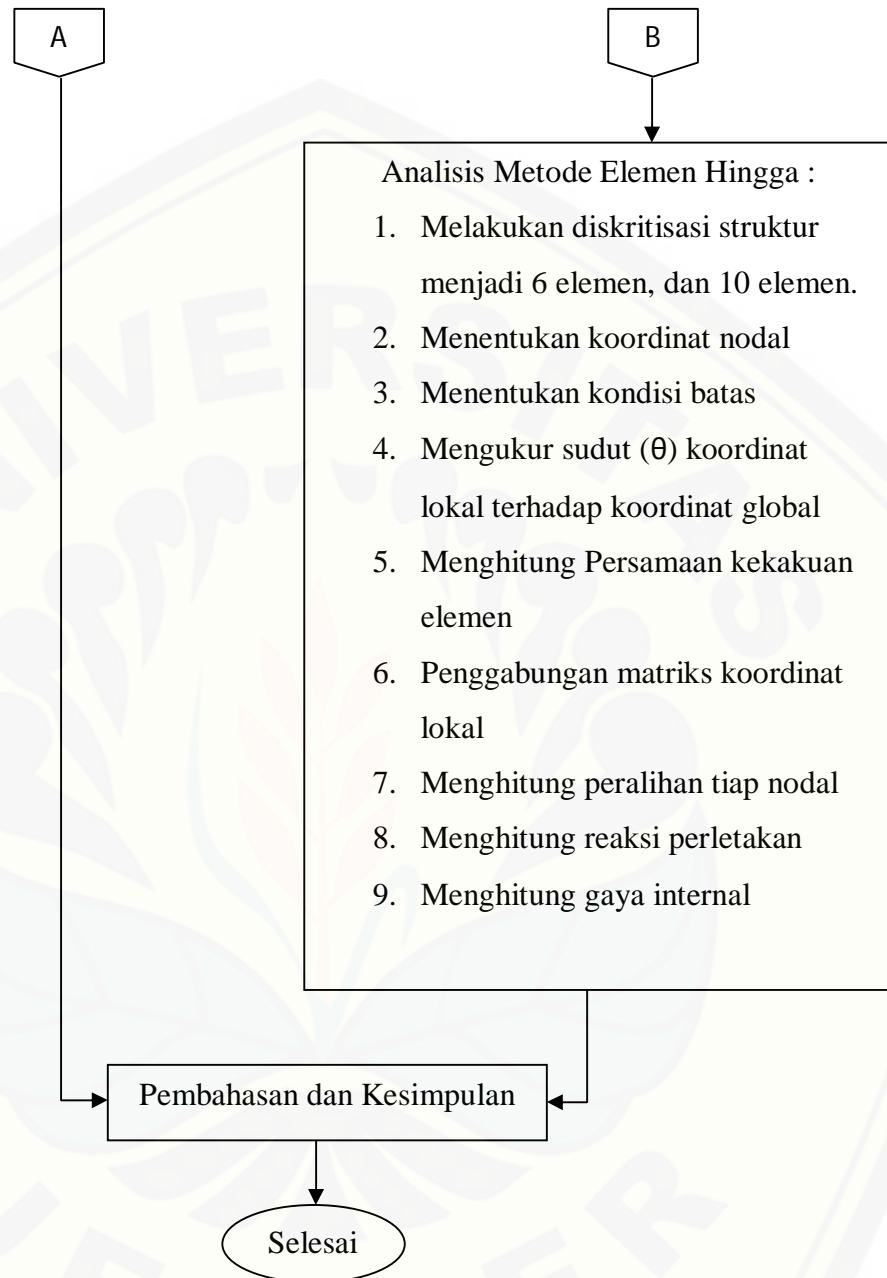


Gambar 3.2 Diskritisasi balok lengkung

6. Memasukkan parameter sudut ( $\theta$ ), panjang segmen ( $L$ ), dan luas penampang ( $A$ ) ke dalam persamaan (2.6.11) untuk memperoleh nilai kekakuan elemen dalam sistem koordinat global.
7. Melakukan penggabungan matriks kekakuan elemen.
8. Mengelompokkan matriks beban luar dan matriks reaksi perletakan.
9. Menghitung nilai perpindahan nodal.
10. Menghitung reaksi perletakan dengan memasukkan hasil perpindahan nodal pada langkah 9 ke dalam persamaan reaksi perletakan.

## 3.5 Diagram Alir







## BAB 4. PEMBAHASAN

### 4.1 Pengujian Kuat Tekan Rerata Beton ( $f_{cr}$ )

Pengujian kuat tekan rerata ( $f_{cr}$ ) dilakukan di Laboratorium pada tiga buah benda uji beton silinder berdiameter 15 cm dan panjang 30 cm . Beton yang akan diuji adalah beton dengan mutu rencana K300 ( $f_{c'}$  24.90 MPa), K250 ( $f_{c'}$  20.75 MPa), dan K225 ( $f_{c'}$  18.68 MPa). Data hasil pengujian kuat tekan ditulis dalam tabel 4.1 berikut :

Tabel 4.1 Kuat tekan rerata beton ( $f_{cr}$ )

Tipe	Tgl prod	Tgl. Uji	Kode	P maks (kN)	P maks rata2 (kN)	$f_{cr}$ (N/mm <sup>2</sup> )
K300	11.7.2014	15.9.2014	BU.1	660	783.33	44.35
			BU.2	930		
			BU.3	760		
K250	14.7.2014	15.9.2014	BU.1	620	716.67	40.58
			BU.2	660		
			BU.3	870		
K225	12.7.2014	15.9.2014	BU.1	665	665	37.65
			BU.2	668		
			BU.3	662		

Berdasarkan tabel 4.1, mutu beton rerata hasil pengujian ( $f_{cr}$ ) memiliki nilai yang berbeda jauh dari nilai mutu rencana. Hal ini disebabkan oleh jumlah air yang digunakan saat proses pengecoran tidak sesuai dengan jumlah air hasil perhitungan campuran rencana. Pemberian sejumlah air dilakukan hingga nilai *slump* mencapai  $10 \pm 2$  cm.

Hal lain yang menyebabkan mutu beton rerata berada di atas mutu beton rencana yaitu rentang waktu pembuatan beton segar dan pengujian kuat tekan telah

melampaui 28 hari, sehingga kuat tekan beton menjadi lebih tinggi. Untuk pembahasan selanjutnya, nilai mutu beton yang digunakan dalam perhitungan adalah nilai mutu beton rerata ( $f_{cr}$ ) yang tertulis pada tabel 4.1.

#### 4.2 Pengujian Lendutan Balok Lengkung

Pengujian lendutan balok lengkung dilakukan dengan menggunakan alat uji *frame baja* sebagai tumpuan, dongkrak pembebanan untuk memberi sejumlah beban pada balok lengkung, *proving ring* untuk membaca besar beban yang diterima struktur balok lengkung, dan *dial gauge* untuk membaca besar lendutan yang terjadi pada struktur balok lengkung. Posisi penempatan alat-alat tersebut seperti pada gambar 4.1.



Gambar 4.1 Posisi balok lengkung yang akan diuji lendutan

Setelah posisi balok lengkung siap untuk diuji, maka proses pembebanan dapat dilakukan. Pembacaan arloji dial gauge dilakukan selama proses pembebanan setiap jarum arloji proving ring bergerak sebesar 5 div. Hal ini mengartikan bahwa data lendutan yang diperoleh adalah data hasil pembacaan dial gauge setiap pembebanan bertambah 5 div hingga balok lengkung mengalami keruntuhan. Penulisan data pembebanan dan lendutan berakhir sebelum balok mengalami keruntuhan seperti gambar 4.2. Hasil pembacaan arloji *proving ring* dikalikan dengan

faktor kalibrasi *proving ring* sebesar 49.9 lbs atau sama dengan 226.3 N dan hasil pembacaan arloji *dial gauge* dikalikan dengan faktor kalibrasi *dial gauge* sebesar 0.01 mm.



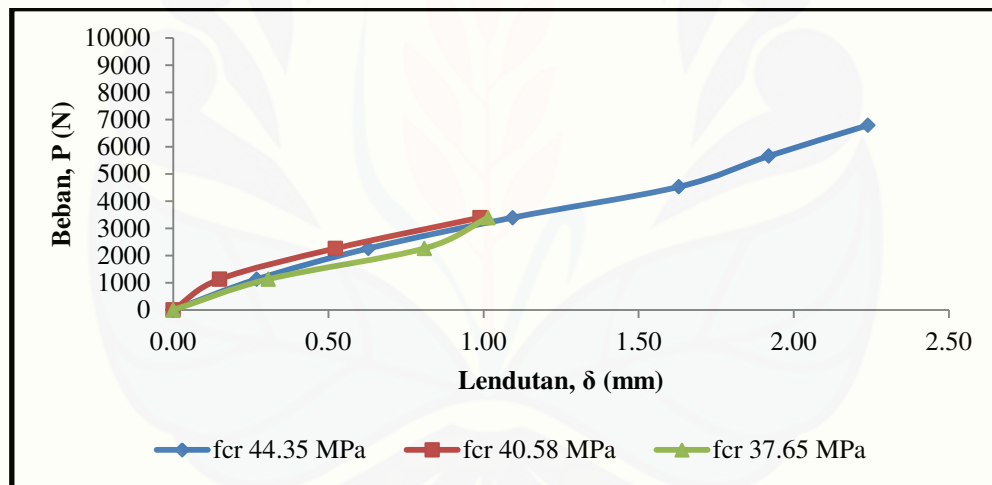
Gambar 4.2 Balok lengkung yang mengalami keruntuhan

Letak keruntuhan yang sering terjadi terletak pada bagian tengah balok dan berbentuk garis lurus menjalar dari bawah balok menuju ke atas balok seperti pada Gambar 4.2. Keruntuhan ini disebut sebagai keruntuhan tarik karena serat yang mengalami kegagalan adalah serat tarik. Dari seluruh benda uji balok lengkung tidak satupun balok yang mengalami keruntuhan secara total. Struktur balok lengkung hanya mengalami retakan seperti Gambar 4.2. Hal ini disebabkan karena balok lengkung memiliki kemampuan mendistribusikan gaya tekan yang diterima dengan baik. Gaya tekan tersebut didistribusikan dan ditahan oleh perletakan struktur lengkung. Tabel 4.2 berisi lendutan merata yang hasil pembacaan jarum *dial gauge*

selama pembebanan dilakukan. Data pada Tabel 4.2 kemudian digambar dalam bentuk grafik pada Gambar 4.3.

Tabel 4.2 Pembacaan Hasil Uji Balok Lengkung

P (N)	lendutan rerata (mm)		
	44.35	40.58	37.65
0	0.00	0.00	0.00
1131.73	0.27	0.15	0.31
2263.46	0.63	0.52	0.81
3395.20	1.10	0.99	1.02
4526.93	1.63		
5658.66	1.92		
6790.39	2.24		



Gambar 4.3 Grafik perilaku lendutan balok lengkung pada variasi mutu beton

Pada Gambar 4.3 nampak bahwa balok lengkung dengan mutu 44.35 MPa mampu menerima beban terbesar dibandingkan beton dengan mutu lainnya. Selain itu, pertambahan nilai lendutan antar mutu beton rencana (fcr) terbesar hingga terkecil tidak menunjukkan angka yang berurutan dari kecil ke besar.



Pada tabel 4.2 saat balok lengkung menerima beban sebesar 1131.73 N lendutan beton terkecil terjadi pada beton  $f_{cr}$  40.58 MPa yaitu 0.15 mm, sedangkan lendutan terbesar terjadi pada beton  $f_{cr}$  37.65 MPa yaitu 0.31 MPa.

#### 4.3 Modulus Elastisitas Beton (E)

Nilai modulus elastisitas yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan rumus dalam SNI dimana faktor nilai mutu kuat tekan beton ( $f_{cr}$ ) menjadi data yang digunakan untuk memperoleh nilai modulus elastisitas. Rincian perhitungan modulus elastisitas dapat dilihat pada Lampiran C. Hasil perhitungan modulus elastisitas kemudian dimasukkan ke dalam analisis elemen hingga. Dengan demikian, diharapkan perilaku lendutan beton yang akan diamati secara teori maupun pengujian semakin mendekati nilai yang sama.

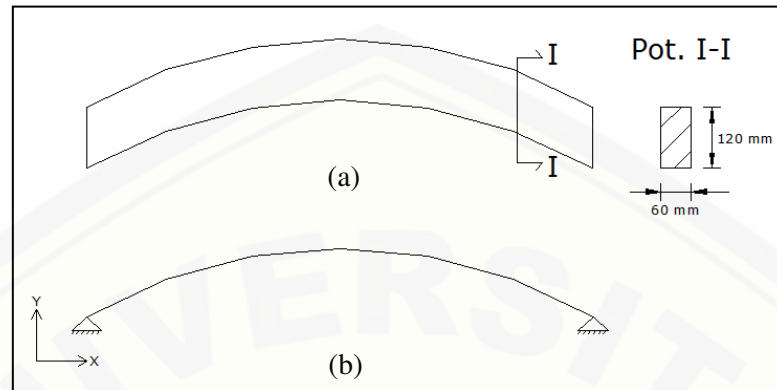
Tabel 4.3 Nilai modulus elastisitas beton

$f_{cr}$ (MPa)	Elastisitas $4700\sqrt{f_{c'}}$ (MPa)
44.35	31300.0531
40.58	29938.52315
37.65	28839.15911

#### 4.4 Analisis Metode Elemen Hingga

Hasil analisis metode elemen hingga yang dibahas adalah gaya internal struktur dan besar lendutan akibat pembebanan pada balok lengkung. Analisis Elemen Hingga dilakukan dengan dua cara, yaitu struktur lengkung dibagi menjadi enam segmen dan sepuluh segmen. Tumpuan struktur diasumsikan sebagai tumpuan sendi dan balok lengkung diasumsikan sebagai balok tipis yang penampang melintangnya tidak akan berubah bentuk ketika berdeformasi, sehingga analisis dilakukan dengan metode elemen hingga satu dimensi.





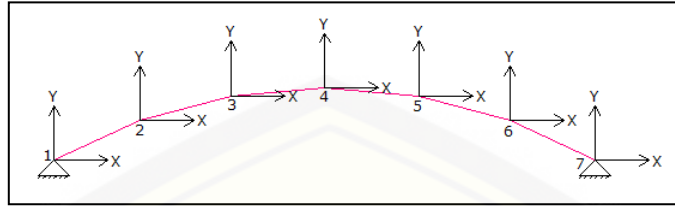
Gambar 4.4 (a) Balok lengkung, (b) Balok lengkung satu dimensi

Berdasarkan dimensi penampang melintang balok seperti pada Gambar 4.4 (a) diperoleh data luas penampang ( $A$ ) dan momen inersia ( $I$ ) dengan perhitungan sebagai berikut : luas penampang ( $A$ ) =  $b \times h = 60 \times 120 = 7200 \text{ mm}^2$  dan momen inersia ( $I$ ) =  $\frac{1}{12} \times b \times h^3 = 864000 \text{ mm}^4$ .

Pembahasan analisis metode elemen hingga yang disampaikan dalam sub bab berikut merupakan langkah analisis elemen hingga enam segmen.

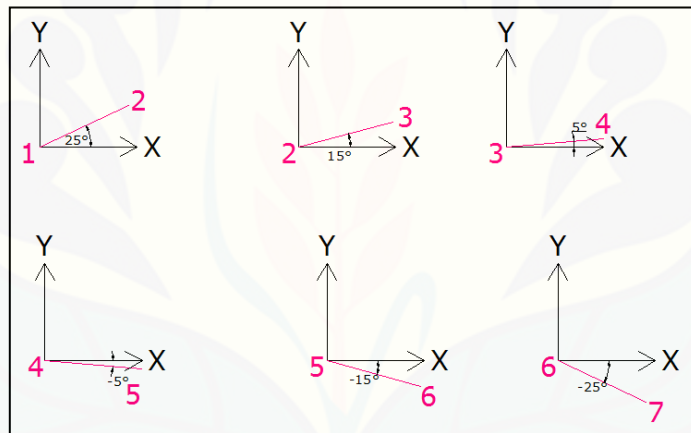
#### 4.4.1 Pemotongan Struktur menjadi Segmen

Pemotongan struktur balok lengkung dilakukan dengan membagi struktur balok lengkung menjadi enam segmen dengan jarak antar segmen yang sama panjang. Setelah pembagian segmen, kemudian dilakukan penomoran nodal pada segmen-segmen seperti pada Gambar 4.7. Pemotongan segmen merupakan langkah untuk memperoleh data panjang segmen ( $L$ ) dan sudut transformasi ( $\theta$ ) antara koordinat absis lokal terhadap absis koordinat global.



Gambar 4.5 Pembagian balok menjadi enam segmen

Dengan pengukuran menggunakan *software* grafis diketahui panjang segmen ( $L$ ) dan sudut transformasi ( $\theta$ ) sumbu koordinat absis lokal terhadap sumbu koordinat absis global tiap potongan segmen.



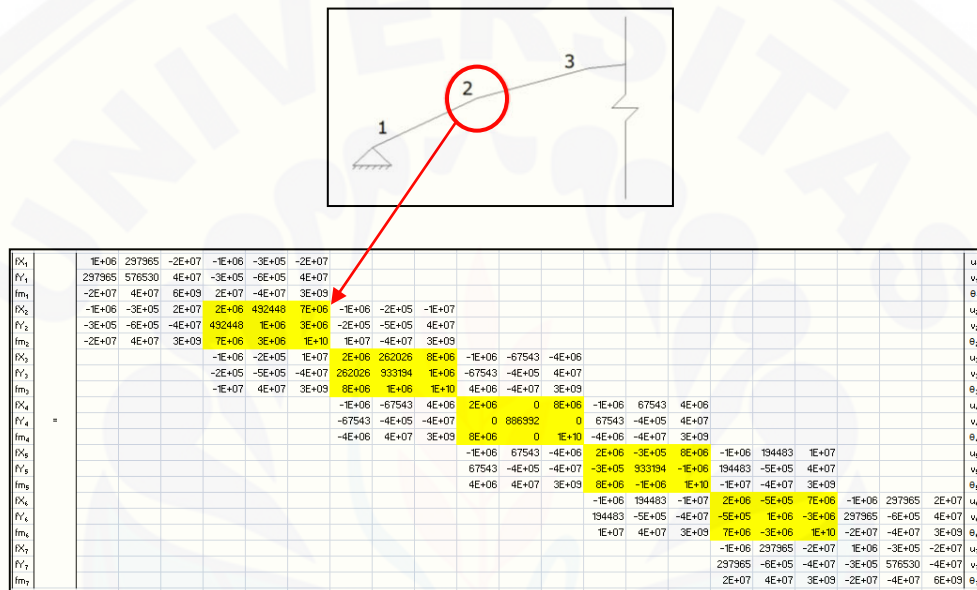
Gambar 4.6 Hasil pengukuran sudut koordinat lokal terhadap koordinat global

#### 4.4.2 Persamaan Kekakuan

Persamaan kekakuan dihitung pada setiap segmen pembentuk balok lengkung menggunakan rumus dalam persamaan (2.7.16). Nilai Beban Nodal Ekuivalen (BNE) dalam persamaan matriks kekakuan bernilai 0 karena struktur tidak menerima beban pada bagian tengah segmen.

### 4.4.3 Penggabungan Matriks Kekakuan

Penggabungan matriks kekakuan dilakukan dengan cara menjumlahkan seluruh matriks hasil perhitungan sub bab 4.4.2 menjadi sebuah matriks gabungan. Sel matriks dengan kode nodal yang sama seperti pada Gambar 4.7 mengalami penjumlahan dalam proses penggabungan.



Gambar 4.7 Matriks hasil penggabungan matriks kekakuan

Pada Gambar 4.7 nodal nomor 2, 3, 4, 5, dan 6 merupakan nodal yang mengalami penjumlahan pada proses penggabungan persamaan matriks kekakuan.

Setelah proses penggabungan matriks kekakuan selesai, selanjutnya dilakukan penentuan kondisi batas. Dalam kondisi tumpuan sendi-sendi, maka kondisi batasnya adalah  $u_1 = v_1 = u_7 = v_7 = 0$ .

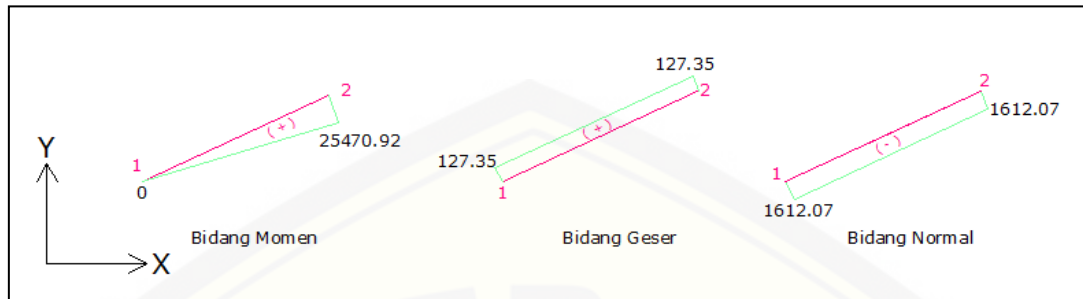
Gambar 4.8 Pengelompokan matriks kekakuan berdasarkan kondisi batas

Matriks pada Gambar 4.8 kemudian dikelompokkan seperti pada persamaan (2.7.17). Akibat dari kondisi batas, maka matriks kolom 1 hingga kolom 4 dapat direduksi. Untuk memperoleh nilai peralihan nodal, maka matriks yang telah dikelompokkan tersebut diselesaikan dengan persamaan (2.7.19). Sedangkan untuk memperoleh nilai reaksi perletakan matriks pada Gambar 4.8 diselesaikan dengan persamaan (2.7.20).

Gambar 4.9 Persamaan matriks peralihan nodal







Gambar 4.11 Hasil perhitungan gaya dalam segmen 1-2

Hasil perhitungan gaya internal struktur pada nodal 4 yang merupakan titik tengah bentang balok lengkung dirangkum dalam Tabel 4.4. Sedangkan hasil analisis gaya internal metode elemen hingga 10 segmen ditampilkan dalam Tabel 4.5.

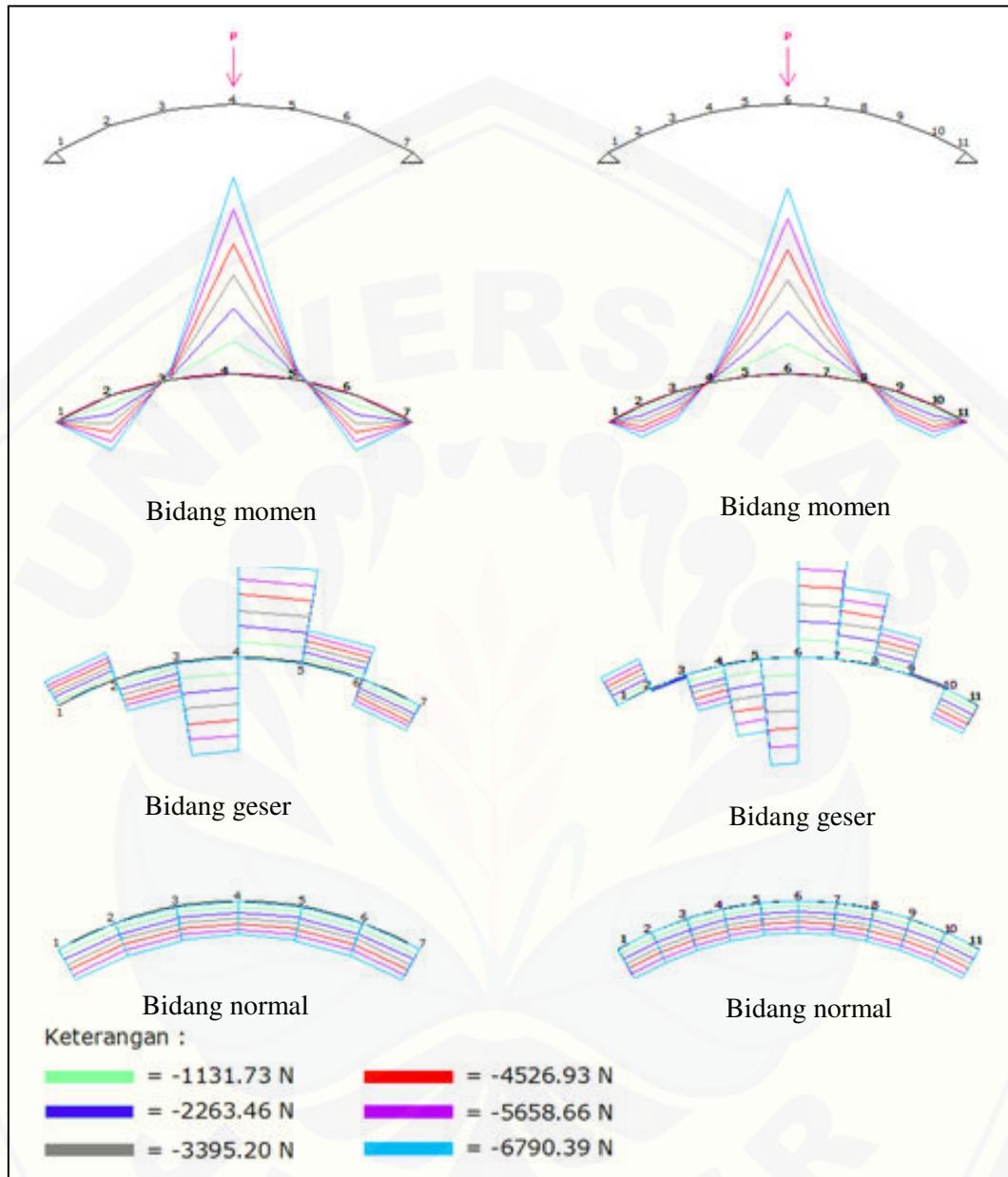
Tabel 4.4 Hasil Analisis Gaya Internal Balok Lengkung 6 segmen

P (N)	M (Nmm)	D (N)	N (N)
-1131.73	-91768.5	-431.685	-1558.4
-2263.46	-183537	-863.37	-3116.81
-3395.2	-275306	-1295.05	-4675.21
-4526.93	-367074	-1726.74	-6233.62
-5658.66	-458843	-2158.42	-7792.02
-6790.39	-550611	-2590.11	-9350.43

Tabel 4.5 Hasil Analisis Gaya Internal Balok Lengkung 10 segmen

P (N)	M (Nmm)	D (N)	N (N)
-1131.73	-86430.9	-489.906	-1464.22
-2263.46	-172862	-979.812	-2928.44
-3395.2	-259293	-1469.72	-4392.66
-4526.93	-345723	-1959.62	-5856.87
-5658.66	-432154	-2449.53	-7321.09
-6790.39	-518585	-2939.44	-8785.31

Data gaya internal hasil analisis elemen hingga kemudian diolah menjadi data grafik dengan bantuan *software* grafis seperti pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12 Grafik gaya internal balok lengkung 6 segmen (kiri) dan 10 segmen (kanan)

Hasil perhitungan gaya internal pada elemen hingga tidak berubah pada besaran beban yang sama meskipun mutu beton berubah. Hal ini mengartikan bahwa

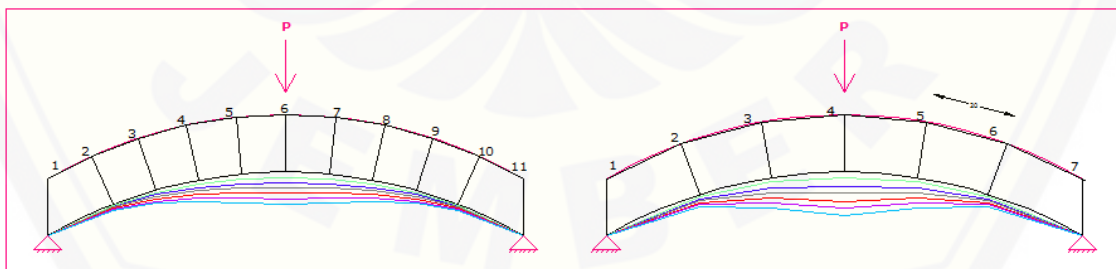
gaya internal tidak dipengaruhi oleh mutu beton melainkan dipengaruhi oleh jumlah segmen serta besar beban yang diterima struktur.

#### 4.4.5 Lendutan

Hasil analisis metode elemen hingga enam segmen dan sepuluh segmen dapat dilihat dalam tabel berikut :

Tabel 4.7 Lendutan Hasil Analisis Elemen Hingga fcr 44.35 MPa

		P (N)					
		-1131.732	-2263.464	-3395.196	-4526.928	-5658.66	-6790.392
Peralihan nodal pada EH 6 segmen (mm)	v1	0	0	0	0	0	0
	v2	-0.0046	-0.0093	-0.0139	-0.0186	-0.0232	-0.0278
	v3	-0.0116	-0.0232	-0.0348	-0.0464	-0.0580	-0.0696
	v4	-0.0164	-0.0327	-0.0491	-0.0655	-0.0818	-0.0982
	v5	-0.0116	-0.0232	-0.0348	-0.0464	-0.0580	-0.0696
	v6	-0.0046	-0.0093	-0.0139	-0.0186	-0.0232	-0.0278
	v7	0	0	0	0	0	0
Peralihan nodal pada EH 10 segmen (mm)	v1	0	0	0	0	0	0
	v2	-0.0022	-0.0045	-0.0067	-0.0090	-0.0112	-0.0135
	v3	-0.0049	-0.0099	-0.0148	-0.0198	-0.0247	-0.0297
	v4	-0.0080	-0.0161	-0.0241	-0.0322	-0.0402	-0.0483
	v5	-0.0109	-0.0218	-0.0327	-0.0436	-0.0545	-0.0653
	v6	-0.0122	-0.0244	-0.0367	-0.0489	-0.0611	-0.0733
	v7	-0.0109	-0.0218	-0.0327	-0.0436	-0.0545	-0.0653
	v8	-0.0080	-0.0161	-0.0241	-0.0322	-0.0402	-0.0483
	v9	-0.0049	-0.0099	-0.0148	-0.0198	-0.0247	-0.0297
	v10	-0.0022	-0.0045	-0.0067	-0.0090	-0.0112	-0.0135
	v11	0	0	0	0	0	0

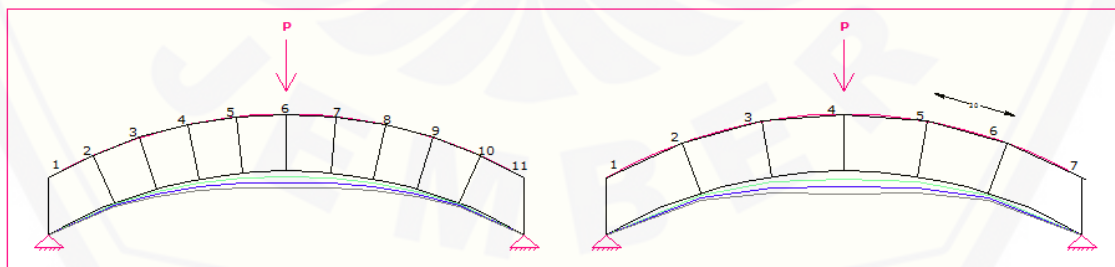


Gambar 4.13 Grafik perilaku lendutan balok lengkung sepuluh segmen (kiri) dan enam segmen (kanan) pada fcr 44.35 MPa

Peralihan secara vertikal maksimum hasil analisis elemen hingga 6 segmen dan 10 segmen pada beton mutu fcr 44.35 MPa terletak pada nodal nomor 4 yaitu -0.0982 mm dan nodal nomor 6 yaitu -0.0733 mm. Hasil analisis ini memiliki selisih sebesar 0.0249 mm atau sebesar 34% terhadap peralihan hasil analisis elemen hingga 10 segmen.

Tabel 4.8 Lendutan Hasil Analisis Elemen Hingga fcr 40.58 MPa

		P (N)		
		-1131.732	-2263.464	-3395.196
Peralihan nodal pada EH 6 segmen (mm)	v1	0	0	0
	v2	-0.0048	-0.0097	-0.0145
	v3	-0.0121	-0.0243	-0.0364
	v4	-0.0171	-0.0342	-0.0513
	v5	-0.0121	-0.0243	-0.0364
	v6	-0.0048	-0.0097	-0.0145
	v7	0	0	0
Peralihan nodal pada EH 10 segmen (mm)	v1	0	0	0
	v2	-0.0024	-0.0047	-0.0071
	v3	-0.0052	-0.0103	-0.0155
	v4	-0.0084	-0.0168	-0.0252
	v5	-0.0114	-0.0228	-0.0342
	v6	-0.0128	-0.0255	-0.0383
	v7	-0.0114	-0.0228	-0.0342
	v8	-0.0084	-0.0168	-0.0252
	v9	-0.0052	-0.0103	-0.0155
	v10	-0.0024	-0.0047	-0.0071
	v11	0	0	0

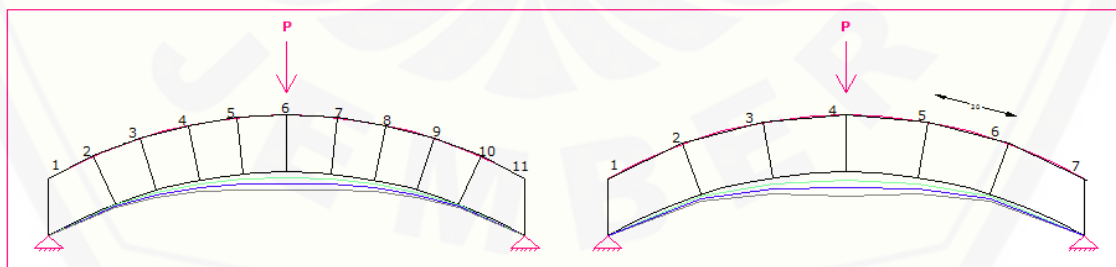


Gambar 4.14 Grafik perilaku lendutan balok lengkung sepuluh segmen (kiri) dan enam segmen (kanan) pada fcr 40.58 MPa

Peralihan secara vertikal maksimum hasil analisis elemen hingga 6 segmen dan 10 segmen pada beton mutu fcr 40.58 MPa terletak pada nodal nomor 4 yaitu -0.0513 mm dan nodal nomor 6 yaitu -0.0383 mm. Hasil analisis ini memiliki selisih sebesar 0.0130 mm atau sebesar 34% terhadap peralihan hasil analisis elemen hingga 10 segmen.

Tabel 4.9 Lendutan Hasil Analisis Elemen Hingga fcr 37.65 MPa

		P (N)		
		-1131.732	-2263.464	-3395.196
Peralihan nodal pada EH 6 segmen (mm)	v1	0	0	0
	v2	-0.0050	-0.0101	-0.0151
	v3	-0.0126	-0.0252	-0.0378
	v4	-0.0178	-0.0355	-0.0533
	v5	-0.0126	-0.0252	-0.0378
	v6	-0.0050	-0.0101	-0.0151
	v7	0	0	0
Peralihan nodal pada EH 10 segmen (mm)	v1	0	0	0
	v2	-0.0024	-0.0049	-0.0073
	v3	-0.0054	-0.0107	-0.0161
	v4	-0.0087	-0.0175	-0.0262
	v5	-0.0118	-0.0236	-0.0355
	v6	-0.0133	-0.0265	-0.0398
	v7	-0.0118	-0.0236	-0.0355
	v8	-0.0087	-0.0175	-0.0262
	v9	-0.0054	-0.0107	-0.0161
	v10	-0.0024	-0.0049	-0.0073
	v11	0	0	0



Gambar 4.15 Grafik perilaku lendutan balok lengkung sepuluh segmen (kiri) dan enam segmen (kanan) pada fcr 37.65 MPa



Peralihan secara vertikal maksimum hasil analisis elemen hingga 6 segmen dan 10 segmen pada beton mutu  $f_{cr}$  37.65 MPa terletak pada nodal nomor 4 yaitu -0.0533 mm dan nodal nomor 6 yaitu -0.0398 mm. Hasil analisis ini memiliki selisih sebesar 0.0135 mm atau sebesar 34% terhadap peralihan hasil analisis elemen hingga 10 segmen

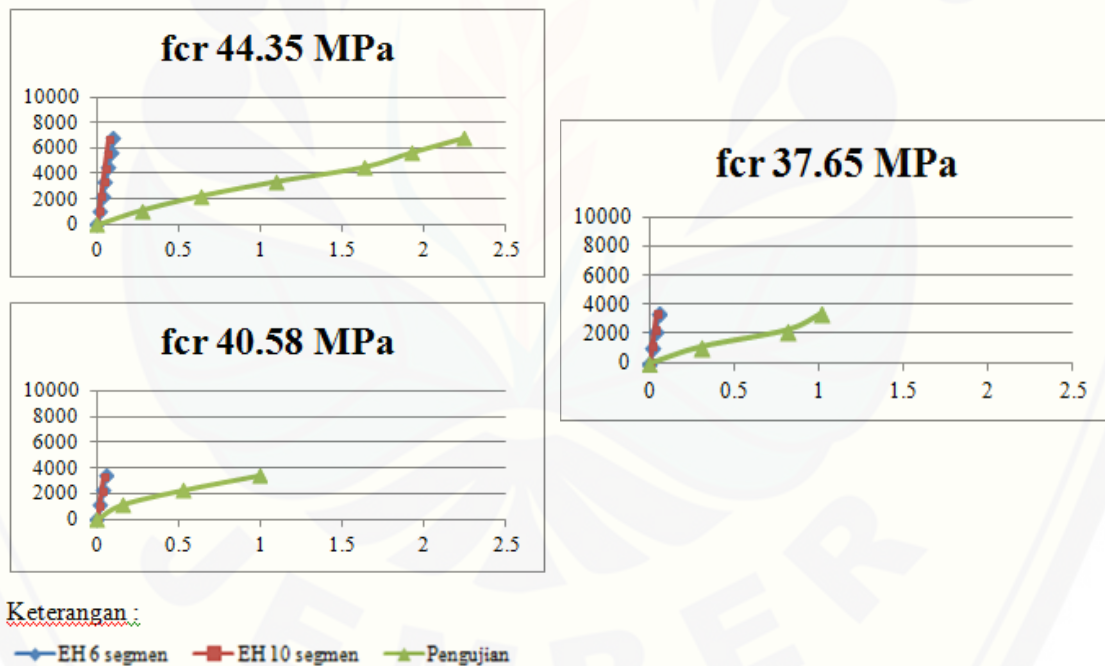
#### 4.5 Perbandingan Lendutan MEH dan Pengujian

Untuk mengetahui perbandingan lendutan antara analisis metode elemen hingga dan pengujian, maka data dan grafik hasil perhitungan analisis dan pengujian lendutan digabung menjadi satu untuk setiap mutu beton yang sama. Dari penggabungan kedua data tersebut, maka dapat dilihat perbedaan lendutan yang terjadi pada struktur balok lengkung.

Tabel 4.10 Data lendutan hasil analisis metode elemen hingga dan pengujian

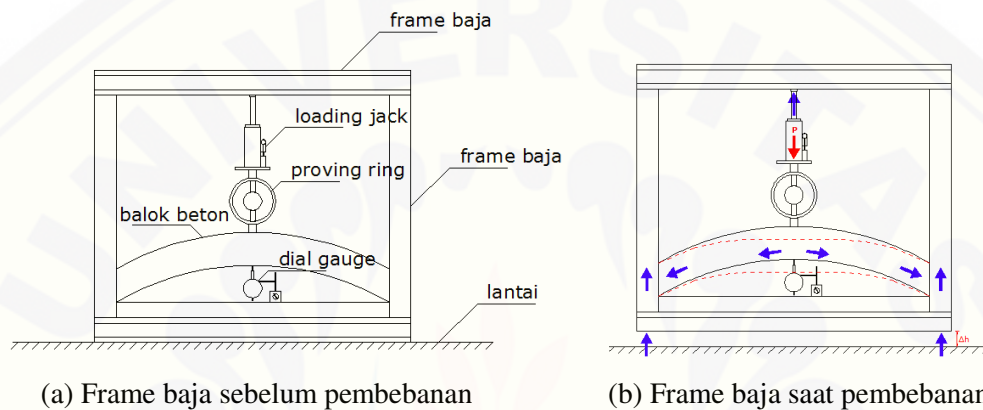
fcr (Mpa)	P (N)	$\delta$ MEH 6 segmen (mm)	$\delta$ MEH 10 segmen (mm)	$\delta$ rerata pengujian (mm)
44.35	0	0	0	0
	1131.7	0.0164	0.0122	0.270
	2263.5	0.0327	0.0244	0.630
	3395.2	0.0491	0.0367	1.095
	4526.9	0.0655	0.0489	1.630
	5658.7	0.0818	0.0611	1.920
	6790.4	0.0982	0.0733	2.240
40.58	0	0	0	0
	1131.7	0.0171	0.0128	0.150
	2263.5	0.0342	0.0255	0.523
	3395.2	0.0513	0.0383	0.990
37.65	0	0	0	0
	1131.7	0.0178	0.0133	0.307
	2263.5	0.0355	0.0265	0.810
	3395.2	0.0533	0.0398	1.015

Seluruh data peralihan vertikal yang disajikan dalam Tabel 4.14 menunjukkan bahwa nilai lendutan terkecil diperoleh dari hasil analisis metode elemen hingga 10 segmen dan data lendutan terbesar diperoleh dari pengujian balok lengkung di laboratorium. Lendutan terbesar terjadi pada balok lengkung dengan mutu tertinggi yaitu fcr 44.35 MPa dengan pembebanan maksimum 6790.40 N. Pada beban tersebut, hasil analisis elemen hingga 6 segmen sebesar 0.0982 mm, elemen hingga 10 segmen sebesar 0.0733 mm, dan hasil pengujian laboratorium sebesar 2.240 mm. Sebaliknya, lendutan terkecil terjadi pada balok lengkung bermutu terendah fcr 37.65 MPa dengan beban maksimum 3395.2 N. Pada beban tersebut, hasil analisis elemen hingga 6 segmen sebesar 0.0533 mm, elemen hingga 10 segmen sebesar 0.0398 mm, dan hasil pengujian laboratorium sebesar 1.015 mm.



Gambar 4.16 Grafik perbandingan lendutan hasil analisis elemen hingga dan pengujian fcr 44.35 MPa, fcr 40.58, dan 37.65 MPa

Selisih hasil lendutan yang berbeda jauh antara hasil analisis metode elemen hingga dan pengujian laboratorium disebabkan data pengujian laboratorium dibaca dengan kondisi frame baja yang tidak stabil. Hal ini terjadi akibat dimensi frame baja yang digunakan tidak mampu menerima beban yang didistribusikan oleh balok lengkung dengan dimensi yang telah direncanakan.



Gambar 4.5 Kondisi *frame* baja saat sebelum dan saat pembebanan

*Frame* baja tempat diletakkan benda uji balok lengkung tidak dibuat terhadap alasnya seperti Gambar 4.5 (a). Ketika pembebanan dilakukan, *frame* baja tersebut tidak dapat menahan gaya yang diterima balok lengkung sehingga *frame* baja bergerak ke atas berlawanan dengan arah beban yang diberikan. Ilustrasi pergerakan *frame* baja ditunjukkan dalam Gambar 4.5 (b).

## BAB 5. KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, diperoleh beberapa kesimpulan berikut :

1. Nilai lendutan hasil analisis metode elemen hingga dan pengujian laboratorium pada balok lengkung adalah sebagai berikut :
  - a. Balok lengkung fcr 44.35 MPa dengan beban maksimum 6790.4N melendut sebesar 0.0982 mm pada analisis metode elemen hingga 6 segmen, 0.0733 mm pada analisis elemen hingga 10 segmen, dan 2.240 mm pada pengujian laboratorium.
  - b. Balok lengkung fcr 40.58 MPa dengan beban maksimum 3395.2N melendut sebesar 0.0513 mm pada analisis metode elemen hingga 6 segmen, 0.0383 mm pada analisis elemen hingga 10 segmen, dan 0.990 mm pada pengujian laboratorium.
  - c. Balok lengkung fcr 37.65 MPa dengan beban maksimum 3395.2N melendut sebesar 0.0533 mm pada analisis metode elemen hingga 6 segmen, 0.0398 mm pada analisis elemen hingga 10 segmen, dan 1.015 mm pada pengujian laboratorium.
2. Perbedaan nilai lendutan antara analisis elemen hingga dan pengujian laboratorium yang cukup besar dikarenakan dimensi benda uji balok lengkung membuat kestabilan frame baja menjadi terganggu.

### 5.2 Saran

1. Faktor yang mempengaruhi kevalidan data lendutan hasil pembacaan alat uji adalah kestabilan perletakan *frame* baja dan nilai ketelitian alat dial gauge.

Sehingga disarankan menggunakan dial gauge digital untuk membaca besar lendutan dalam pengujian di laboratorium.

2. Disarankan memberikan jumlah beban yang kecil secara berkala disertai pembacaan alat dial gauge untuk memperoleh data uji laboratorium yang lebih lebih banyak. Sehingga dari grafik lendutan terhadap pembebanan dapat diketahui secara jelas ketika struktur mengalami kondisi elastis dan kemudian berubah menjadi plastis.
3. Untuk memperoleh nilai hasil analisis elemen hingga yang mendekati nilai pengujian sebaiknya membandingkan hasil analisis elemen hingga dengan perhitungan eksak terlebih dahulu dan memastikan hasil dari kedua perhitungan tersebut telah mendekati nilai yang sama.



## DAFTAR PUSTAKA

Badan Standarisasi Nasional. 2002. *SNI 03-6429-2000 Metode pengujian kuat tekan beton silinder dengan cetakan silinder di dalam tempat cetakan*. Jakarta : BSN

Badan Standarisasi Nasional. 2000. *SNI 03-2834-2000 Tata cara pembuatan rencana campuran beton normal*. Jakarta : BSN

Badan Standarisasi Nasional. 2013. *SNI 2847:2013 Beton Struktural Untuk Bangunan Gedung*. Jakarta : BSN

Direktorat Jenderal Bina Marga. 2011. *Manual Pemeliharaan Jembatan Pelengkung Baja*. Jakarta : Kementerian Pekerjaan Umum.

Hicks, G. T. 2010. *Civil Engineering Formulas*. New York : McGraw-Hill Companies.

Kalaga, Sriram.1997. *Finite Element Analysis of Radial Laminated Timber Arches*. <http://www.ulteig.com/radial-timber-arches>

Katili, Irwan. 2008. *Metode Elemen Hingga untuk Skeletal*. Jakarta : PT Raja Grafindo Persada.

Laboratorium Struktur Universitas Jember. 2012. *Petunjuk Praktikum Praktek Teknologi Beton*. Jember : Laboratorium Struktur Fakultas Teknik Universitas Jember.

Mahesh, Varma., Jangid R S dan Ghosh Siddartha. 2010. *Jurnal Thrust Line Using Linear Elastic Finite Element Analysis for Masonry Structures*. <http://www.civil.iitb.ac.in/~sghosh/papers/amr133mnvrsjsg.pdf>

Purba, Sadvent M dan Johannes Tarigan. *Jurnal Analisa Perbandingan Perhitungan Elemen Hingga dengan Menggunakan Elemen Segitiga (Constant Strain Triangle) dan Elemen Segiempat (Bilinear Quadrilateral)*. <http://download.portalgaruda.org/article.php?article=58855&val=4146&title=>

Universitas Jember. 2011. *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah Universitas Jember*. Jember : Jember University Press.

Wangari Kinyanjui, Tabitha. 2007. *Finite Elemen Methods For Geometrically Liniar Curved Beams*. Germany : Technische University At Kaiserlslautern. <http://alexandria.tue.nl/extra1/afstversl/wsk-i/kinyanjui2007.pdf>





# LAMPIRAN

**Lampiran A**

**Hasil Uji Agregat Beton dan Perencanaan Campuran Beton**

Tabel A1. Data Hasil Pengujian Berat Volume Semen

Percobaan Nomor	Dengan Rojokan		Tanpa Rojokan	
	1	2	1	2
Berat Silinder (W1)	6.92	6.92	6.92	6.92
Berat Silinder (W1) + Semen (W2)	10.41	10.47	10.16	10.07
Berat Semen (W2-W1)	3.864	3.77	3.554	3.608
Volume Silinder (V)	0.00308	0.00308	0.00308	0.00308
Berat Volume (BV=W2-W1/V)	1255.36	1224.82	1154.65	1172.19
Berat Volume Rata-Rata	1240.09		1163.42	

Tabel A2. Berat jenis Pasir

Keterangan	I	II	III	Rata-rata
Pasir gram	50	50	50	50
Picnometer gram	35.2	33.3	34.5	34.33
Picnometer + air gram	136	134.1	135	135.03
Picnometer +air + pasir gram	167	165.3	166.6	166.3
Berat jenis =	2.67			

Tabel A3. Kelembaban pasir

Keterangan	I	II	III	Rata-rata
Berat pasir awal gram	250	250	250	250
Berat pasir kering oven gram	245.4	246.3	246.4	246.03
% kelembaban =	1.61			

Tabel A4. Air Resapan Pasir

Keterangan	I	II	III	Rata-rata
Berat pasir SSD gram	100	100	100	100
Berat pasir kering oven gram	98.4	98.4	98.5	98.43
% air resapan =	1.59			

Tabel A5. Kebersihan Pasir

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
W pasir kering oven	gram	500	500	500	500
W pasir bersih kering oven	gram	499	498.4	498.5	498.63
% kadar lumpur =		0.27			

Tabel A6. Berat volume pasir (tak dirojok)

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
Berat silinder	kg	7.2	7.2	7.2	7.2
Berat silinder + pasir	kg	19.9	20.25	19.6	19.92
Volume silinder	m <sup>3</sup>	0.009	0.009	0.009	0.009
BV pasir =		1338.81 kg/m <sup>3</sup>			

Tabel A7. Berat volume pasir (dirojok)

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
Berat silinder	kg	7.2	7.2	7.2	7.2
Berat silinder + pasir	kg	21.35	21.2	21.108	21.22
Volume silinder	m <sup>3</sup>	0.009	0.009	0.009	0.009
BV pasir =		1475.95 kg/m <sup>3</sup>			

Tabel A8. Berat jenis Kerikil

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
Berat Kerikil SSD	gram	3000	3000	3000	3000
Berat kerikil + tempat dalam air	gram	1830	1830	1800	1820.00
Tempat dalam air	gram				
Berat jenis =		2.54			

Tabel A9. Kelembaban kerikil

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
Berat kerikil awal	gram	500	500	500	500.00
Berat kerikil kering oven	gram	499.5	496.5	499	498.33
% kelembaban =		0.33			

Tabel A10. Air Resapan Kerikil

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
Berat kerikil SSD	gram	500	500	500	500
Berat kerikil kering oven	gram	492.5	492.6	492.8	492.63
% air resapan =		1.50			



Tabel A11. Kebersihan Kerikil

Keterangan		I	II	III	Rata-rata
W kerikil kering oven	gram	500	500	500	500
W kerikil bersih kering oven	gram	495.8	496.7	491.5	494.67
% kadar lumpur =		1.07			

Tabel A12. Berat volume kerikil (tak dirojok)

Keterangan		I	II	Rata-rata
Berat silinder	kg	10.2	10.34	10.270
Berat silinder + pasir	kg	30.97	31.06	31.015
Volume silinder	m <sup>3</sup>	0.014	0.014	0.014
Berat volume pasir =	1438.19 kg/m <sup>3</sup>			

Tabel A13. Berat volume kerikil (dirojok)

Keterangan		I	II	Rata-rata
Berat silinder	kg	10.15	10.31	10.23
Berat silinder + pasir	kg	33.22	33.37	33.30
Volume silinder	m <sup>3</sup>	0.014	0.014	0.014
Berat volume pasir =	1599.03 kg/m <sup>3</sup>			

Tabel A14. Data Hasil Pengujian Analisa Saringan Agregat Halus

Nomor Saringan	Berat Saringan I	Berat Saringan II	Berat Saringan + Benda Uji I	Berat Saringan + Benda Uji II	Berat Tertahan I	Berat Tertahan II	Kumulatif Berat Tertahan I	Kumulatif Berat Tertahan II	Jumlah Persen Rerata	
	gram	gram	gram	gram	gram	gram	gram	gram	Tertahan	Lolos
no. 4	434	433.90	441.00	443.20	7.00	9.30	7.00	9.30	0.82	100.00
no. 8	420.1	420.10	440.40	439.80	20.30	19.70	27.30	29.00	2.82	97.19
no 16	403.4	403.30	440.50	436.30	37.10	33.00	64.40	62.00	6.32	93.68
no 30	415	415.00	579.60	573.90	164.60	158.90	229.00	220.90	22.50	77.51
no 50	390.7	390.80	922.90	922.50	532.20	531.70	761.20	752.60	75.69	24.31
no 100	394.6	394.30	621.50	631.70	226.90	237.40	988.10	990.00	98.91	1.10
pan	452	452.00	463.90	462.00	11.90	10.00	1000.00	1000.00	100.00	0.00

Tabel A15. Data Hasil Pengujian Analisa Saringan Agregat Kasar

Nomor Saringan	Berat Saringan I	Berat Saringan + Benda Uji I	Berat Saringan + Benda Uji II	Berat Tertahan I	Berat Tertahan II	Kumulatif Berat Tertahan I	Kumulatif Berat Tertahan II	Jumlah Persen Rerata	
	gram	gram	gram	gram	gram	gram	gram	Tertahan	Lolos
3/4	547.00	683.50	641.50	136.50	94.50	136.50	94.50	2.89	100.00
3/8	552.50	2797.00	2692.00	2244.50	2139.50	2381.00	2234.00	57.69	42.31
4	433.50	1494.00	1683.00	1060.50	1249.50	3441.50	3483.50	86.56	13.44
8	419.50	943.00	905.00	523.50	485.50	3965.00	3969.00	99.18	0.83
16	403.00	436.00	430.00	33.00	27.00	3998.00	3996.00	99.93	0.08
30	414.50	415.00	416.50	0.50	2.00	3998.50	3998.00	99.96	0.04
50	390.50	390.50	391.00	0.00	0.50	3998.50	3998.50	99.96	0.04
100	394.00	394.00	394.00	0.00	0.00	3998.50	3998.50	99.96	0.04
PAN	451.50	453.00	453.00	1.50	1.50	4000.00	4000.00	100.00	0.00

Tabel A18. Perencanaan Campuran Beton K-225

No	Uraian	satuan	Nilai
1	Kuat tekan yang disyaratkan	K -	225
2	a. Deviasi Standar		40
	b. Nilai tambah		65.6
	c. Kuat tekan rata-rata	kg/cm <sup>2</sup>	290.6
3	Jenis semen		PC 1
4	Jenis agregat kasar		batu pecah
	jenis agregat halus		pasir alami
5	faktor air semen bebas	grafik 1	0.58
6	faktor air semen maksimum		0.5
7	slump	cm	8 s/d 12
8	ukuran agregat maksimum	mm	10
9	kadar air bebas	liter	233.33
10	kadar semen	kg	466.67
11	kadar semen minimum	kg	275
12	kadar semen yang dipakai	kg	466.67
13	faktor air semen yang disesuaikan		-
14	susunan besar butir agregat halus		zona 3
15	%bahan agregat halus	grafik 11	43%
16	berat jenis relatif agregat (SSD)		2.60
17	berat jenis beton	grafik 13	2316.67
18	kadar agregat gabungan		1616.67
19	kadar agregat halus		695.17
20	kadar agregat kasar		921.50

Tabel A19. Rencana Proporsi Campuran K-225

material	Keterangan	teoritis	koreksi kadar air	aktual (kg)	proporsi berat	volume (m <sup>3</sup> )	proporsi volume
air		233.33	-	243.89	0.52	0.24	0.65
semen		466.67	-	466.67	1.00	0.38	1.00
pasir	air berlebih	695.17	0.14	695.02	1.49	0.47	1.25
kerikil	kurang air	921.50	10.70	932.20	2.00	0.58	1.55

Tabel A20. Perencanaan Campuran Beton K-250

No	Uraian	satuan	Nilai
1	Kuat tekan yang disyaratkan	K-	250
2	a. Deviasi Standar		40
	b. Nilai tambah		65.6
	c. Kuat tekan rata-rata	kg/cm <sup>2</sup>	315.6
3	Jenis semen		PC 1
4	Jenis agregat kasar		batu pecah
	jenis agregat halus		pasir alami
5	faktor air semen bebas	grafik 1	0.55
6	faktor air semen maksimum		0.5
7	slump	cm	8 s/d 12
8	ukuran agregat maksimum	mm	10
9	kadar air bebas	liter	233.33
10	kadar semen	kg	466.67
11	kadar semen minimum	kg	275
12	kadar semen yang dipakai	kg	466.67
13	faktor air semen yang disesuaikan		-
14	susunan besar butir agregat halus		zona 3
15	%bahan agregat halus	grafik 11	42%
16	berat jenis relatif agregat (SSD)		2.60
17	berat jenis beton	grafik 13	2316.67
18	kadar agregat gabungan		1616.67
19	kadar agregat halus		679.00
20	kadar agregat kasar		937.67

Tabel A21. Rencana Proporsi Campuran K-250

material	Keterangan	teoritis	koreksi kadar air	aktual (kg)	proporsi berat	volume (m <sup>3</sup> )	proporsi volume
air		233.33	-	244.08	0.52	0.24	0.65
semen		466.67	-	466.67	1.00	0.38	1.00
pasir	air berlebih	679.00	0.14	678.86	1.45	0.46	1.22
kerikil	kurang air	937.67	10.89	948.55	2.03	0.59	1.58

Tabel A22. Perencanaan Campuran Beton K-300

No	Uraian	satuan	Nilai
1	Kuat tekan yang disyaratkan	K-	300
2	a. Deviasi Standar		40
	b. Nilai tambah		65.6
	c. Kuat tekan rata-rata	kg/cm <sup>2</sup>	365.6
3	Jenis semen		PC 1
4	Jenis agregat kasar		batu pecah
	jenis agregat halus		pasir alami
5	faktor air semen bebas	grafik 2	0.48
6	faktor air semen maksimum		0.5
7	slump	cm	8 s/d 12
8	ukuran agregat maksimum	mm	10
9	kadar air bebas	liter	233.33
10	kadar semen	kg	486.11
11	kadar semen minimum	kg	275
12	kadar semen yang dipakai	kg	486.11
13	faktor air semen yang disesuaikan		233.333 ; 0.48
14	susunan besar butir agregat halus		zona 3
15	% bahan agregat halus	grafik 11	41.5%
16	berat jenis relatif agregat (SSD)		2.59
17	berat jenis beton	grafik 13	2280.00
18	kadar agregat gabungan		1560.56
19	kadar agregat halus		647.63
20	kadar agregat kasar		912.93

Tabel A23. Rencana Proporsi Campuran K-300

material	Keterangan	teoritis	koreksi kadar air	aktual (kg)	proporsi berat	volume (m <sup>3</sup> )	proporsi volume
air		233.33	-	243.80	0.50	0.24	0.62
semen		486.11	-	486.11	1.00	0.39	1.00
pasir	air berlebih	647.63	0.13	647.50	1.33	0.44	1.12
kerikil	kurang air	912.93	10.60	923.52	1.90	0.58	1.47



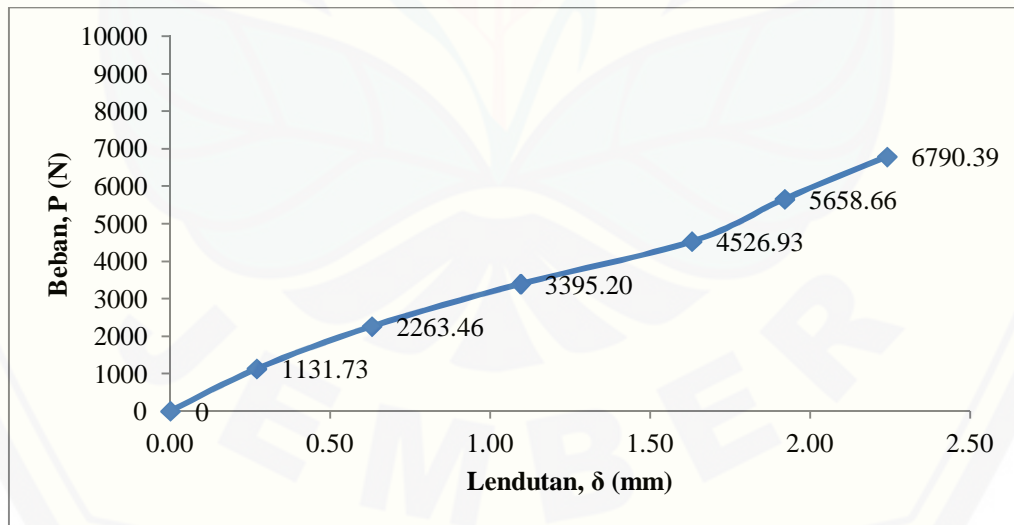
**Lampiran B**

**Hasil Pengujian Lendutan pada Balok Lengkung**

**A. Mutu Beton fcr 44.35 MPa**

Tabel B1. Pembacaan Hasil Uji Balok Lengkung fcr 44.35 MPa

Pembacaan Proving	P (N)	Benda Uji 1		Benda Uji 2		Benda Uji 3		Lendutan rerata $\delta_r$ (mm)
		dial 1	$\delta_1$ (mm)	dial 2	$\delta_2$ (mm)	dial 3	$\delta_3$ (mm)	
0	0	0	0	0	0	0	0	0.00
5	1131.73	50	0.5	11	0.11	20	0.2	0.27
10	2263.46	95	0.95	45	0.45	49	0.49	0.63
15	3395.20	134	1.34			85	0.85	1.10
20	4526.93	163	1.63					1.63
25	5658.66	192	1.92					1.92
30	6790.39	224	2.24					2.24

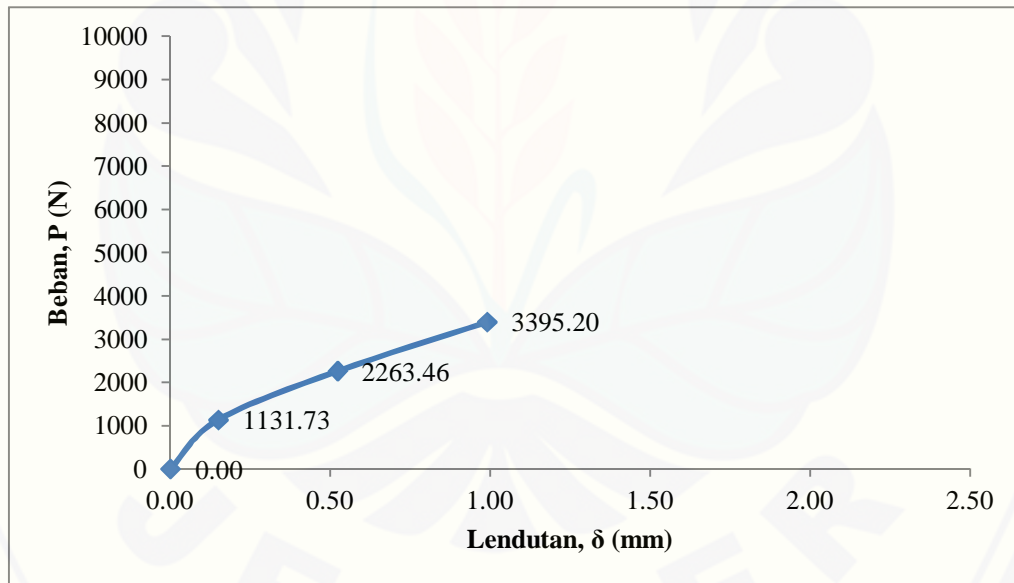


Gambar B1. Grafik perilaku lendutan balok lengkung fcr 44.35 MPa

**B. Mutu Beton fcr 40.58 MPa**

Tabel B2. Pembacaan Hasil Uji Balok Lengkung fcr 40.58 MPa

Pembacaan Proving	P (N)	Benda Uji 1		Benda Uji 2		Benda Uji 3		Lendutan rerata $\delta_r$ (mm)
		dial 1	$\delta_1$ (mm)	dial 2	$\delta_2$ (mm)	dial 3	$\delta_3$ (mm)	
0	0.00	0	0	0	0	0	0	0.00
5	1131.73	15	0.15	9	0.09	21	0.21	0.15
10	2263.46	68	0.68	56	0.56	33	0.33	0.52
15	3395.20			99	0.99			0.99

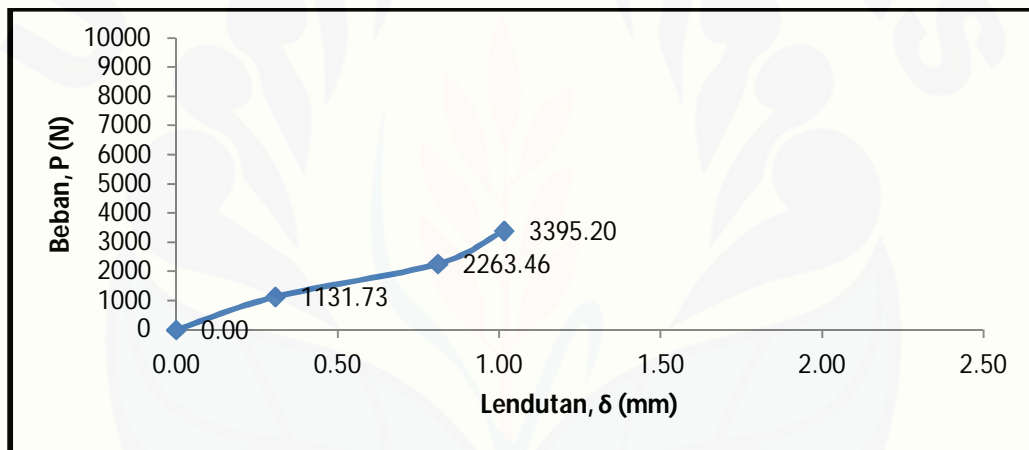


Gambar B2. Grafik perilaku lendutan balok lengkung fcr 40.58 MPa

**C. Mutu Beton fcr 37.65 MPa**

Tabel B3. Pembacaan Hasil Uji Balok Lengkung fcr 37.65 MPa

Pembacaan Proving	P (N)	Benda Uji 1		Benda Uji 2		Benda Uji 3		Lendutan rerata $\delta_r$ (mm)
		dial 1	$\delta 1$ (mm)	dial 2	$\delta 2$ (mm)	dial 3	$\delta 3$ (mm)	
0	0.00	0	0	0	0	0	0	0.00
5	1131.73	33	0.33	19	0.19	40	0.4	0.31
10	2263.46	59	0.59	64	0.64	120	1.2	0.81
15	3395.20	84	0.84	119	1.19			1.02



Gambar B3. Grafik perilaku lendutan balok lengkung fcr 37.65 MPa

**Lampiran C**  
**Perhitungan Modulus Elastisitas**

Modulus Elastisitas dihitung dengan rumus pada SNI 2847:2013 pasal 8.5 :

1. Mutu beton  $f_{cr}$  44.35

$$E = 4700 \sqrt{f_{c'}} = 4700 \sqrt{44.35} = 31300.05 \text{ MPa}$$

2. Mutu beton  $f_{cr}$  40.58

$$E = 4700 \sqrt{f_{c'}} = 4700 \sqrt{40.58} = 29938.52 \text{ MPa}$$

3. Mutu beton  $f_{cr}$  37.65

$$E = 4700 \sqrt{f_{c'}} = 4700 \sqrt{37.65} = 28839.16 \text{ MPa}$$

Lampiran D

Perhitungan Elemen Hingga Enam Segmen

Data input : E = 31300.1 MPa, A = 7200 mm<sup>2</sup>, L = 200 mm, I = 8640000 mm<sup>4</sup>,  
P = 1131.73 N

1. Matriks kekakuan elemen (pers. 2.7.16)

Elemen 1-2

$\theta = 25^\circ$

		k1							
$fX_1$	=	997999.5	276217.7	-1.7E+07	-997999	-276218	-1.7E+07	$u_1$	
$fY_1$		276217.7	534451.1	36764256	-276218	-534451	36764256	$v_1$	
$fm_1$		-1.7E+07	36764256	5.41E+09	17143454	-3.7E+07	2.7E+09	$\theta_1$	
$fX_2$		-997999	-276218	17143454	997999.5	276217.7	17143454	$u_2$	
$fY_2$		-276218	-534451	-3.7E+07	276217.7	534451.1	-3.7E+07	$v_2$	
$fm_2$		-1.7E+07	36764256	2.7E+09	17143454	-3.7E+07	5.41E+09	$\theta_2$	

Elemen 2-3

$\theta = 15^\circ$

		k2							
$fX_2$		1078494	180288.3	-1E+07	-1078494	-180288	-1E+07	$u_2$	
$fY_2$		180288.3	453956.8	39182654	-180288	-453957	39182654	$v_2$	
$fm_2$		-1E+07	39182654	5.41E+09	10498961	-3.9E+07	2.7E+09	$\theta_2$	
$fX_3$		-1078494	-180288	10498961	1078494	180288.3	10498961	$u_3$	
$fY_3$		-180288	-453957	-3.9E+07	180288.3	453956.8	-3.9E+07	$v_3$	
$fm_3$		-1E+07	39182654	2.7E+09	10498961	-3.9E+07	5.41E+09	$\theta_3$	

Elemen 3-4

$\theta = 5^\circ$

		k3							
$fX_3$		1121324	62613.47	-3535461	-1121324	-62613.5	-3535461	$u_3$	
$fY_3$		62613.47	411126.7	40410507	-62613.5	-411127	40410507	$v_3$	
$fm_3$		-3535461	40410507	5.41E+09	3535461	-4E+07	2.7E+09	$\theta_3$	
$fX_4$		-1121324	-62613.5	3535461	1121324	62613.47	3535461	$u_4$	
$fY_4$		-62613.5	-411127	-4E+07	62613.47	411126.7	-4E+07	$v_4$	
$fm_4$		-3535461	40410507	2.7E+09	3535461	-4E+07	5.41E+09	$\theta_4$	



Elemen 4-5

$$\theta = -5^\circ$$

		k4							
$fX_4$	=	1121324	-62613.5	3535461	-1121324	62613.47	3535461	$u_4$	
$fY_4$		-62613.5	411126.7	40410507	62613.47	-411127	40410507	$v_4$	
$fm_4$		3535461	40410507	5.41E+09	-3535461	-4E+07	2.7E+09	$\theta_4$	
$fX_5$		-1121324	62613.47	-3535461	1121324	-62613.5	-3535461	$u_5$	
$fY_5$		62613.47	-411127	-4E+07	-62613.5	411126.7	-4E+07	$v_5$	
$fm_5$		3535461	40410507	2.7E+09	-3535461	-4E+07	5.41E+09	$\theta_5$	

Elemen 5-6

$$\theta = -15^\circ$$

		k5							
$fX_5$	=	1078494	-180288	10498961	-1078494	180288.3	10498961	$u_5$	
$fY_5$		-180288	453956.8	39182654	180288.3	-453957	39182654	$v_5$	
$fm_5$		10498961	39182654	5.41E+09	-1E+07	-3.9E+07	2.7E+09	$\theta_5$	
$fX_6$		-1078494	180288.3	-1E+07	1078494	-180288	-1E+07	$u_6$	
$fY_6$		180288.3	-453957	-3.9E+07	-180288	453956.8	-3.9E+07	$v_6$	
$fm_6$		10498961	39182654	2.7E+09	-1E+07	-3.9E+07	5.41E+09	$\theta_6$	

Elemen 6-7

$$\theta = -25^\circ$$

		k6							
$fX_6$	=	997999.5	-276218	17143454	-997999	276217.7	17143454	$u_6$	
$fY_6$		-276218	534451.1	36764256	276217.7	-534451	36764256	$v_6$	
$fm_6$		17143454	36764256	5.41E+09	-1.7E+07	-3.7E+07	2.7E+09	$\theta_6$	
$fX_7$		-997999	276217.7	-1.7E+07	997999.5	-276218	-1.7E+07	$u_7$	
$fY_7$		276217.7	-534451	-3.7E+07	-276218	534451.1	-3.7E+07	$v_7$	
$fm_7$		17143454	36764256	2.7E+09	-1.7E+07	-3.7E+07	5.41E+09	$\theta_7$	

## 2. Matriks Penggabungan

$f_{x_1}$	997999.5	276217.7	-1.7E+07	-997999	-276218	-1.7E+07											$u_1$															
$f_{y_1}$	276217.7	534451.1	36764256	-276218	-534451	36764256											$v_1$															
$f_{m_1}$	-1.7E+07	36764256	5.41E+09	17143454	-3.7E+07	2.7E+09											$\theta_1$															
$f_{x_2}$	-997999	-276218	17143454	2076493	456506	6644494	-1078494	-180288	-1E+07											$u_2$												
$f_{y_2}$	-276218	-534451	-3.7E+07	456506	988407.9	2418398	-180288	-453957	39182654											$v_2$												
$f_{m_2}$	-1.7E+07	36764256	2.7E+09	6644494	2418398	1.08E+10	10498961	-3.9E+07	2.7E+09											$\theta_2$												
$f_{x_3}$				-1078494	-180288	10498961	2199818	242901.8	6963499	-1121324	-62613.5	-3535461											$u_3$									
$f_{y_3}$				-180288	-453957	-3.9E+07	242901.8	865083.5	1227853	-62613.5	-411127	40410507											$v_3$									
$f_{m_3}$				-1E+07	39182654	2.7E+09	6963499	1227853	1.08E+10	3535461	-4E+07	2.7E+09											$\theta_3$									
$f_{x_4}$							-1121324	-62613.5	3535461	2242648	0	7070923	-1121324	62613.47	3535461											$u_4$						
$f_{y_4}$							-62613.5	-411127	-4E+07	0	822253.3	0	62613.47	-411127	40410507											$v_4$						
$f_{m_4}$							-3535461	40410507	2.7E+09	7070923	0	1.08E+10	-3535461	-4E+07	2.7E+09											$\theta_4$						
$f_{x_5}$										-1121324	62613.47	-3535461	2199818	-242902	6963499	-1078494	180288.3	10498961											$u_5$			
$f_{y_5}$										62613.47	-411127	-4E+07	-242902	865083.5	-1227853	180288.3	-453957	39182654											$v_5$			
$f_{m_5}$										3535461	40410507	2.7E+09	6963499	-1227853	1.08E+10	-1E+07	-3.9E+07	2.7E+09											$\theta_5$			
$f_{x_6}$													-1078494	180288.3	-1E+07	2076493	-456506	6644494	-997999	276217.7	17143454											$u_6$
$f_{y_6}$													180288.3	-453957	-3.9E+07	-456506	988407.9	-2418398	276217.7	-534451	36764256											$v_6$
$f_{m_6}$													10498961	39182654	2.7E+09	6644494	-2418398	1.08E+10	-1.7E+07	-3.7E+07	2.7E+09											$\theta_6$
$f_{x_7}$																-997999	276217.7	-1.7E+07	997999.5	-276218	-1.7E+07											$u_7$
$f_{y_7}$																276217.7	-534451	-3.7E+07	-276218	534451.1	-3.7E+07											$v_7$
$f_{m_7}$																17143454	36764256	2.7E+09	-1.7E+07	-3.7E+07	5.41E+09											$\theta_7$

## 3. Menghitung nilai peralihan (pers. 2.7.19)

$\theta_1$	6.55E-10	-2.7E-08	6.35E-08	9.22E-11	-2.1E-08	5.36E-08	-1.6E-10	-1.4E-08	1.69E-08	-1.8E-10	-1.3E-08	-1.1E-08	-8.2E-11	-1.1E-08	-1.5E-08	4.96E-11	1.1E-10	0	-1.9E-05
$u_2$	-2.7E-08	2.31E-06	-3.6E-06	-1E-08	1.94E-06	-3.2E-06	1.11E-08	1.43E-06	-5.2E-07	1.36E-08	1.32E-06	1.5E-06	5.25E-09	1.02E-06	1.51E-06	-5.6E-09	-1.1E-08	0	0.000584
$v_2$	6.35E-08	-3.6E-06	9.68E-06	2.74E-08	-3E-06	9.66E-06	-2.1E-08	-2E-06	4.1E-06	-3E-08	-1.8E-06	-7.3E-07	-1.6E-08	-1.5E-06	-1.9E-06	5.11E-09	1.49E-08	0	-0.00464
$\theta_2$	9.22E-11	-1E-08	2.74E-08	2.53E-10	-1.2E-08	4.44E-08	-4.1E-11	-7.6E-09	2.52E-08	-1.3E-10	-6.6E-09	2.92E-09	-8.1E-11	-5.6E-09	-5.1E-09	6.06E-12	4.96E-11	0	-2.9E-05
$u_3$	-2.1E-08	1.94E-06	-3E-06	-1.2E-08	2.56E-06	-3.5E-06	6.89E-09	1.92E-06	-8.6E-07	1.58E-08	1.72E-06	1.67E-06	7.24E-09	1.32E-06	1.82E-06	-6.6E-09	-1.3E-08	0	0.000972
$v_3$	5.36E-08	-3.2E-06	9.66E-06	4.44E-08	-3.5E-06	1.51E-05	3.81E-11	-2.1E-06	1.03E-05	-3.9E-08	-1.7E-06	2.75E-06	-3E-08	-1.5E-06	-7.3E-07	-2.9E-09	1.12E-08	0	-0.0116
$\theta_3$	-1.6E-10	1.11E-08	-2.1E-08	-4.1E-11	6.89E-09	3.81E-11	2.89E-10	5.69E-09	3.18E-08	5.35E-11	7.24E-09	2.99E-08	-5.3E-11	5.25E-09	1.56E-08	-8.1E-11	-8.2E-11	0	-3.6E-05
$u_4$	-1.4E-08	1.43E-06	-2E-06	-7.6E-09	1.92E-06	-2.1E-06	5.69E-09	2.19E-06	-9.6E-20	1.23E-08	1.92E-06	2.06E-06	5.69E-09	1.43E-06	1.99E-06	-7.6E-09	-1.4E-08	0	1.09E-16
$v_4$	1.69E-08	-5.2E-07	4.1E-06	2.52E-08	-8.6E-07	1.03E-05	3.18E-08	-2.7E-20	1.45E-05	-6.4E-22	8.59E-07	1.03E-05	-3.2E-08	5.16E-07	4.1E-06	-2.5E-08	-1.7E-08	-1131.732	-0.01636
$\theta_4$	-1.8E-10	1.36E-08	-3E-08	-1.3E-10	1.58E-08	-3.9E-08	5.35E-11	1.23E-08	-6E-22	3.59E-10	1.58E-08	3.9E-08	5.35E-11	1.36E-08	3E-08	-1.3E-10	-1.8E-10	0	6.82E-19
$u_5$	-1.3E-08	1.32E-06	-1.8E-06	-6.6E-09	1.72E-06	-1.7E-06	7.24E-09	1.92E-06	8.59E-07	1.58E-08	2.56E-06	3.48E-06	6.89E-09	1.94E-06	3.04E-06	-1.2E-08	-2.1E-08	0	-0.00097
$v_5$	-1.1E-08	1.5E-06	-7.3E-07	2.92E-09	1.67E-06	2.75E-06	2.99E-08	2.06E-06	1.03E-05	3.9E-08	3.48E-06	1.51E-05	-3.8E-11	3.2E-06	9.66E-06	-4.4E-08	-5.4E-08	0	-0.0116
$\theta_5$	-8.2E-11	5.25E-09	-1.6E-08	-8.1E-11	7.24E-09	-3E-08	-5.3E-11	5.69E-09	-3.2E-08	5.35E-11	6.89E-09	-3.8E-11	2.89E-10	1.11E-08	2.11E-08	-4.1E-11	-1.6E-10	0	3.59E-05
$u_6$	-1.1E-08	1.02E-06	-1.5E-06	-5.6E-09	1.32E-06	-1.5E-06	5.25E-09	1.43E-06	5.16E-07	1.36E-08	1.94E-06	3.2E-06	1.11E-08	2.31E-06	3.59E-06	-1E-08	-2.7E-08	0	-0.00058
$v_6$	-1.5E-08	1.51E-06	-1.9E-06	-5.1E-09	1.82E-06	-7.3E-07	1.56E-08	1.99E-06	4.1E-06	3E-08	3.04E-06	9.66E-06	2.11E-08	3.59E-06	9.68E-06	-2.7E-08	-6.3E-08	0	-0.00464
$\theta_6$	4.96E-11	-5.6E-09	5.11E-09	6.06E-12	-6.6E-09	-2.9E-09	-8.1E-11	-7.6E-09	-2.5E-08	-1.3E-10	-1.2E-08	-4.4E-08	-4.1E-11	-1E-08	-2.7E-08	2.53E-10	9.22E-11	0	2.85E-05
$\theta_7$	1.1E-10	-1.1E-08	1.49E-08	4.96E-11	-1.3E-08	1.12E-08	-8.2E-11	-1.4E-08	-1.7E-08	-1.8E-10	-2.1E-08	-5.4E-08	-1.6E-10	-2.7E-08	-6.3E-08	9.22E-11	6.55E-10	0	1.91E-05

## 4. Menghitung reaksi perletakan (pers. 2.7.20)

$$\begin{array}{c}
 fX_1 \\
 fY_1 \\
 fX_7 \\
 fY_7
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccccccccccccc}
 -1.7E+07 & -997999 & -276218 & -1.7E+07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 36764256 & -276218 & -534451 & 36764256 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -997999 & 276217.7 & -1.7E+07 & -1.7E+07 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 276217.7 & -534451 & -3.7E+07 & -3.7E+07
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 -1.91E-05 \\
 0.0005843 \\
 -0.004638 \\
 -2.85E-05 \\
 0.0009718 \\
 -0.011604 \\
 -3.59E-05 \\
 1.092E-16 \\
 -0.016365 \\
 6.816E-19 \\
 -0.000972 \\
 -0.011604 \\
 3.594E-05 \\
 -0.000584 \\
 -0.004638 \\
 2.853E-05 \\
 1.911E-05
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 1514.85 \\
 565.866 \\
 -1514.85 \\
 565.866
 \end{array}$$

## 5. Menghitung gaya internal (pers 2.7.22)

Elemen 1-2

$\theta = 25$

$$\begin{array}{c}
 N_1 \\
 T_1 \\
 M_1 \\
 N_2 \\
 T_2 \\
 M_2
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccccccc}
 -1021229 & -476207 & 0 & 1021229 & 476207.1 & 0 & 0 \\
 171434.5 & -367643 & -4.1E+07 & -171435 & 367642.6 & -4.1E+07 & 0 \\
 -1.7E+07 & 36764256 & 5.41E+09 & 17143454 & -3.7E+07 & 2.7E+09 & -1.9E-05 \\
 -1021229 & -476207 & 0 & 1021229 & 476207.1 & 0 & 0.000584 \\
 171434.5 & -367643 & -4.1E+07 & -171435 & 367642.6 & -4.1E+07 & -0.00464 \\
 17143454 & -3.7E+07 & -2.7E+09 & -1.7E+07 & 36764256 & -5.4E+09 & -2.9E-05
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 -1612.07 \\
 127.3546 \\
 1.46E-11 \\
 -1612.07 \\
 127.3546 \\
 25470.92
 \end{array}$$

Elemen 2-3

$\theta = 15$

$N_2$	-1088407	-291638	0	1088407	291637.8	0	0.000584	-1609.69
$T_2$	104989.6	-391827	-4.1E+07	-104990	391826.5	-4.1E+07	-0.00464	-154.512
$M_2$	-1E+07	39182654	5.41E+09	10498961	-3.9E+07	2.7E+09	-2.9E-05	25470.92
$N_3$	-1088407	-291638	0	1088407	291637.8	0	0.000972	-1609.69
$T_3$	104989.6	-391827	-4.1E+07	-104990	391826.5	-4.1E+07	-0.0116	-154.512
$M_3$	10498961	-3.9E+07	-2.7E+09	-1E+07	39182654	-5.4E+09	-3.6E-05	-5431.58

Elemen 3-4

$\theta = 5$

$N_3$	-1122514	-98207.3	0	1122514	98207.26	0	0.000972	-1558.4
$T_3$	35354.61	-404105	-4.1E+07	-35354.6	404105.1	-4.1E+07	-0.0116	-431.685
$M_3$	-3535461	40410507	5.41E+09	3535461	-4E+07	2.7E+09	-3.6E-05	-5431.58
$N_4$	-1122514	-98207.3	0	1122514	98207.26	0	1.09E-16	-1558.4
$T_4$	35354.61	-404105	-4.1E+07	-35354.6	404105.1	-4.1E+07	-0.01636	-431.685
$M_4$	3535461	-4E+07	-2.7E+09	-3535461	40410507	-5.4E+09	6.82E-19	-91768.5

Elemen 4-5

$\theta = -5$

$N_4$	-1122514	98207.26	0	1122514	-98207.3	0	1.09E-16	-1558.4
$T_4$	-35354.6	-404105	-4.1E+07	35354.61	404105.1	-4.1E+07	-0.01636	431.6848
$M_4$	3535461	40410507	5.41E+09	-3535461	-4E+07	2.7E+09	6.82E-19	-91768.5
$N_5$	-1122514	98207.26	0	1122514	-98207.3	0	-0.00097	-1558.4
$T_5$	-35354.6	-404105	-4.1E+07	35354.61	404105.1	-4.1E+07	-0.0116	431.6848
$M_5$	-3535461	-4E+07	-2.7E+09	3535461	40410507	-5.4E+09	3.59E-05	-5431.58

Elemen 5-6

$\theta = -15$

$N_5$	-1088407	291637.8	0	1088407	-291638	0	-0.00097	-1609.69
$T_5$	-104990	-391827	-4.1E+07	104989.6	391826.5	-4.1E+07	-0.0116	154.5125
$M_5$	10498961	39182654	5.41E+09	-1E+07	-3.9E+07	2.7E+09	3.59E-05	-5431.58
$N_6$	-1088407	291637.8	0	1088407	-291638	0	-0.00058	-1609.69
$T_6$	-104990	-391827	-4.1E+07	104989.6	391826.5	-4.1E+07	-0.00464	154.5125
$M_6$	-1E+07	-3.9E+07	-2.7E+09	10498961	39182654	-5.4E+09	2.85E-05	25470.92

Elemen 6-7

$\theta = -25$

$N_6$	-1021229	476207.1	0	1021229	-476207	0	-0.00058	-1612.07
$T_6$	-171435	-367643	-4.1E+07	171434.5	367642.6	-4.1E+07	-0.00464	-127.355
$M_6$	17143454	36764256	5.41E+09	-1.7E+07	-3.7E+07	2.7E+09	2.85E-05	25470.92
$N_7$	-1021229	476207.1	0	1021229	-476207	0	0	-1612.07
$T_7$	-171435	-367643	-4.1E+07	171434.5	367642.6	-4.1E+07	0	-127.355
$M_7$	-1.7E+07	-3.7E+07	-2.7E+09	17143454	36764256	-5.4E+09	1.91E-05	-2.9E-11

## Lampiran E

### Perhitungan Elemen Hingga Sepuluh Segmen

**Data input :**  $E = 31300.1 \text{ MPa}$ ,  $A = 7200 \text{ mm}^2$ ,  $L = 200 \text{ mm}$ ,  $I = 8640000 \text{ mm}^4$ ,  
 $P = 1131.73 \text{ N}$

#### 1. Matriks kekakuan elemen (pers. 2.7.16)

Elemen 1-2

$\theta = 27^\circ$

		k1						
$fX_1$	=	2457976.9	-401105	-73664260	-2457976.9	401104.8	-73664260	$u_1$
$fY_1$		-401104.8	3040816	144574251	401104.834	-3040816	144574251	$v_1$
$fm_1$		-73664260	1.45E+08	1.082E+10	73664260.3	-1.45E+08	5.409E+09	$\theta_1$
$fX_2$		-2457977	401104.8	73664260	2457976.94	-401104.8	73664260	$u_2$
$fY_2$		401104.83	-3040816	-1.45E+08	-401104.83	3040816	-1.45E+08	$v_2$
$fm_2$		-73664260	1.45E+08	5.409E+09	73664260.3	-1.45E+08	1.082E+10	$\theta_2$

Elemen 2-3

$\theta = 21^\circ$

		k2						
$fX_2$	=	2380950.8	-331750	-58148595	-2380950.8	331750.2	-58148595	$u_2$
$fY_2$		-331750.2	3117843	151482270	331750.164	-3117843	151482270	$v_2$
$fm_2$		-58148595	1.51E+08	1.082E+10	58148595.4	-1.51E+08	5.409E+09	$\theta_2$
$fX_3$		-2380951	331750.2	58148595	2380950.78	-331750.2	58148595	$u_3$
$fY_3$		331750.16	-3117843	-1.51E+08	-331750.16	3117843	-1.51E+08	$v_3$
$fm_3$		-58148595	1.51E+08	5.409E+09	58148595.4	-1.51E+08	1.082E+10	$\theta_3$

Elemen 3-4

$\theta = 15^\circ$

		k3						
$fX_3$	=	2320027.5	-247896	-41995842	-2320027.5	247896.4	-41995842	$u_3$
$fY_3$		-247896.4	3178766	156730618	247896.421	-3178766	156730618	$v_3$
$fm_3$		-41995842	1.57E+08	1.082E+10	41995842.4	-1.57E+08	5.409E+09	$\theta_3$
$fX_4$		-2320027	247896.4	41995842	2320027.47	-247896.4	41995842	$u_4$
$fY_4$		247896.42	-3178766	-1.57E+08	-247896.42	3178766	-1.57E+08	$v_4$
$fm_4$		-41995842	1.57E+08	5.409E+09	41995842.4	-1.57E+08	1.082E+10	$\theta_4$



Elemen 4-5

$$\theta = 9^\circ$$

		k4							
$fX_4$	=	2277869.7	-153208	-25382974	-2277869.7	153208.4	-25382974	$u_4$	
$fY_4$		-153208.4	3220924	160261792	153208.414	-3220924	160261792	$v_4$	
$fm_4$		-25382974	1.6E+08	1.082E+10	25382974.2	-1.6E+08	5.409E+09	$\theta_4$	
$fX_5$		-2277870	153208.4	25382974	2277869.65	-153208.4	25382974	$u_5$	
$fY_5$		153208.41	-3220924	-1.6E+08	-153208.41	3220924	-1.6E+08	$v_5$	
$fm_5$		-25382974	1.6E+08	5.409E+09	25382974.2	-1.6E+08	1.082E+10	$\theta_5$	

Elemen 5-6

$$\theta = 3^\circ$$

		k5							
$fX_5$	=	2256319.8	-51824.5	-8492005	-2256319.8	51824.46	-8492005	$u_5$	
$fY_5$		-51824.46	3242474	162037104	51824.4638	-3242474	162037104	$v_5$	
$fm_5$		-8492005	1.62E+08	1.082E+10	8492004.8	-1.62E+08	5.409E+09	$\theta_5$	
$fX_6$		-2256320	51824.46	8492004.8	2256319.83	-51824.46	8492004.8	$u_6$	
$fY_6$		51824.464	-3242474	-1.62E+08	-51824.464	3242474	-1.62E+08	$v_6$	
$fm_6$		-8492005	1.62E+08	5.409E+09	8492004.8	-1.62E+08	1.082E+10	$\theta_6$	

Elemen 6-7

$$\theta = -3^\circ$$

		k6							
$fX_6$	=	2256319.8	51824.46	8492004.8	-2256319.8	-51824.46	8492004.8	$u_6$	
$fY_6$		51824.464	3242474	162037104	-51824.464	-3242474	162037104	$v_6$	
$fm_6$		8492004.8	1.62E+08	1.082E+10	-8492004.8	-1.62E+08	5.409E+09	$\theta_6$	
$fX_7$		-2256320	-51824.5	-8492005	2256319.83	51824.46	-8492005	$u_7$	
$fY_7$		-51824.46	-3242474	-1.62E+08	51824.4638	3242474	-1.62E+08	$v_7$	
$fm_7$		8492004.8	1.62E+08	5.409E+09	-8492004.8	-1.62E+08	1.082E+10	$\theta_7$	

Elemen 7-8

$$\theta = -9^\circ$$

		k7							
$fX_7$	=	2277869.7	153208.4	25382974	-2277869.7	-153208.4	25382974	$u_7$	
$fY_7$		153208.41	3220924	160261792	-153208.41	-3220924	160261792	$v_7$	
$fm_7$		25382974	1.6E+08	1.082E+10	-25382974	-1.6E+08	5.409E+09	$\theta_7$	
$fX_8$		-2277870	-153208	-25382974	2277869.65	153208.4	-25382974	$u_8$	
$fY_8$		-153208.4	-3220924	-1.6E+08	153208.414	3220924	-1.6E+08	$v_8$	
$fm_8$		25382974	1.6E+08	5.409E+09	-25382974	-1.6E+08	1.082E+10	$\theta_8$	

Elemen 8-9

$$\theta = 15^\circ$$

		k8						
$fX_8$	=	2320027.5	247896.4	41995842	-2320027.5	-247896.4	41995842	$u_8$
$fY_8$		247896.42	3178766	156730618	-247896.42	-3178766	156730618	$v_8$
$fm_8$		41995842	1.57E+08	1.082E+10	-41995842	-1.57E+08	5.409E+09	$\theta_8$
$fX_9$		-2320027	-247896	-41995842	2320027.47	247896.4	-41995842	$u_9$
$fY_9$		-247896.4	-3178766	-1.57E+08	247896.421	3178766	-1.57E+08	$v_9$
$fm_9$		41995842	1.57E+08	5.409E+09	-41995842	-1.57E+08	1.082E+10	$\theta_9$

Elemen 9-10

$$\theta = 21^\circ$$

		k9						
$fX_9$	=	2380950.8	331750.2	58148595	-2380950.8	-331750.2	58148595	$u_9$
$fY_9$		331750.16	3117843	151482270	-331750.16	-3117843	151482270	$v_9$
$fm_9$		58148595	1.51E+08	1.082E+10	-58148595	-1.51E+08	5.409E+09	$\theta_9$
$fX_{10}$		-2380951	-331750	-58148595	2380950.78	331750.2	-58148595	$u_{10}$
$fY_{10}$		-331750.2	-3117843	-1.51E+08	331750.164	3117843	-1.51E+08	$v_{10}$
$fm_{10}$		58148595	1.51E+08	5.409E+09	-58148595	-1.51E+08	1.082E+10	$\theta_{10}$

Elemen 10-11

$$\theta = 27^\circ$$

		k10						
$fX_{10}$	=	2457976.9	401104.8	73664260	-2457976.9	-401104.8	73664260	$u_{10}$
$fY_{10}$		401104.83	3040816	144574251	-401104.83	-3040816	144574251	$v_{10}$
$fm_{10}$		73664260	1.45E+08	1.082E+10	-73664260	-1.45E+08	5.409E+09	$\theta_{10}$
$fX_{11}$		-2457977	-401105	-73664260	2457976.94	401104.8	-73664260	$u_{11}$
$fY_{11}$		-401104.8	-3040816	-1.45E+08	401104.834	3040816	-1.45E+08	$v_{11}$
$fm_{11}$		73664260	1.45E+08	5.409E+09	-73664260	-1.45E+08	1.082E+10	$\theta_{11}$





# Digital Repository Universitas Jember

-2320027	-247896	41995842						
-247896	-3178766	1.57E+08						
-4.2E+07	-1.6E+08	5.41E+09						
4700978	579646.6	16152753	-2380951	-331750	58148595			
579646.6	6296608	-5248348	-331750	-3117843	1.51E+08			
16152753	-5248348	2.16E+10	-5.8E+07	-1.5E+08	5.41E+09			
-2380951	-331750	-5.8E+07	4838928	732855	15515665	-2457977	-401105	73664260
-331750	-3117843	-1.5E+08	732855	6158659	-6908019	-401105	-3040816	1.45E+08
58148595	1.51E+08	5.41E+09	15515665	-6908019	2.16E+10	-7.4E+07	-1.4E+08	5.41E+09
			-2457977	-401105	-7.4E+07	2457977	401104.8	-7.4E+07
			-401105	-3040816	-1.4E+08	401104.8	3040816	-1.4E+08
			73664260	1.45E+08	5.41E+09	-7.4E+07	-1.4E+08	1.08E+10

$u_1$   
 $v_1$   
 $\theta_1$   
 $u_2$   
 $v_2$   
 $\theta_2$   
 $u_3$   
 $v_3$   
 $\theta_3$   
 $u_4$   
 $v_4$   
 $\theta_4$   
 $u_5$   
 $v_5$   
 $\theta_5$   
 $u_6$   
 $v_6$   
 $\theta_6$   
 $u_7$   
 $v_7$   
 $\theta_7$   
 $u_8$   
 $v_8$   
 $\theta_8$   
 $u_9$   
 $v_9$   
 $\theta_9$   
 $u_{10}$   
 $v_{10}$   
 $\theta_{10}$   
 $u_{11}$   
 $v_{11}$   
 $\theta_{11}$



## 3. Menghitung nilai peralihan (pers. 2.7.19)

$\theta_1$	5.7E-10	-1.7E-08	3.6E-08	2.5E-10	-2.0E-08	4.9E-08	3.4E-11	-1.7E-08	4.6E-08	-9.4E-11	-1.4E-08	3.4E-08	-1.5E-10	-1.1E-08	1.8E-08	-1.5E-10
$u_2$	-1.7E-08	9.6E-07	-1.2E-06	-1.1E-08	1.1E-06	-1.7E-06	-1.2E-09	9.6E-07	-1.6E-06	4.4E-09	7.9E-07	-1.0E-06	6.7E-09	6.6E-07	-3.4E-07	6.5E-09
$v_2$	3.6E-08	-1.2E-06	3.0E-06	2.4E-08	-1.5E-06	4.4E-06	5.0E-09	-1.4E-06	4.3E-06	-6.9E-09	-1.0E-06	3.3E-06	-1.2E-08	-8.0E-07	2.0E-06	-1.3E-08
$\theta_2$	2.5E-10	-1.1E-08	2.4E-08	3.0E-10	-1.6E-08	4.2E-08	8.1E-11	-1.5E-08	4.3E-08	-5.6E-11	-1.1E-08	3.4E-08	-1.2E-10	-8.9E-09	2.1E-08	-1.4E-10
$u_3$	-2.0E-08	1.1E-06	-1.5E-06	-1.6E-08	1.7E-06	-2.5E-06	-5.1E-09	1.6E-06	-2.4E-06	5.4E-09	1.3E-06	-1.7E-06	1.0E-08	1.1E-06	-6.0E-07	1.0E-08
$v_3$	4.9E-08	-1.7E-06	4.4E-06	4.2E-08	-2.5E-06	7.5E-06	1.9E-08	-2.3E-06	8.0E-06	-7.1E-09	-1.8E-06	6.6E-06	-2.0E-08	-1.3E-06	4.4E-06	-2.4E-08
$\theta_3$	3.4E-11	-1.2E-09	5.0E-09	8.1E-11	-5.1E-09	1.9E-08	2.1E-10	-7.1E-09	3.1E-08	5.5E-11	-5.7E-09	3.2E-08	-4.0E-11	-3.9E-09	2.5E-08	-8.3E-11
$u_4$	-1.7E-08	9.6E-07	-1.4E-06	-1.5E-08	1.6E-06	-2.3E-06	-7.1E-09	1.9E-06	-2.5E-06	2.7E-09	1.6E-06	-1.8E-06	1.0E-08	1.4E-06	-7.1E-07	1.1E-08
$v_4$	4.6E-08	-1.6E-06	4.3E-06	4.3E-08	-2.4E-06	8.0E-06	3.1E-08	-2.5E-06	1.0E-05	6.4E-09	-1.9E-06	9.5E-06	-1.8E-08	-1.4E-06	7.1E-06	-2.8E-08
$\theta_4$	-9.4E-11	4.4E-09	-6.9E-09	-5.6E-11	5.4E-09	-7.1E-09	5.5E-11	2.7E-09	6.4E-09	2.3E-10	1.3E-09	2.2E-08	9.5E-11	2.1E-09	2.7E-08	6.2E-12
$u_5$	-1.4E-08	7.9E-07	-1.0E-06	-1.1E-08	1.3E-06	-1.8E-06	-5.7E-09	1.6E-06	-1.9E-06	1.3E-09	1.8E-06	-1.4E-06	7.6E-09	1.5E-06	-5.1E-07	1.0E-08
$v_5$	3.4E-08	-1.0E-06	3.3E-06	3.4E-08	-1.7E-06	6.6E-06	3.2E-08	-1.8E-06	9.5E-06	2.2E-08	-1.4E-06	1.1E-05	5.5E-11	-8.5E-07	9.6E-06	-2.1E-08
$\theta_5$	-1.5E-10	6.7E-09	-1.2E-08	-1.2E-10	1.0E-08	-2.0E-08	-4.0E-11	1.0E-08	-1.8E-08	9.5E-11	7.6E-09	5.5E-11	2.8E-10	7.1E-09	2.0E-08	1.3E-10
$u_6$	-1.1E-08	6.6E-07	-8.0E-07	-8.9E-09	1.1E-06	-1.3E-06	-3.9E-09	1.4E-06	-1.4E-06	2.1E-09	1.5E-06	-8.5E-07	7.1E-09	1.7E-06	-5.7E-20	9.1E-09
$v_6$	1.8E-08	-3.4E-07	2.0E-06	2.1E-08	-6.0E-07	4.4E-06	2.5E-08	-7.1E-07	7.1E-06	2.7E-08	-5.1E-07	9.6E-06	2.0E-08	4.8E-20	1.1E-05	1.1E-21
$\theta_6$	-1.5E-10	6.5E-09	-1.3E-08	-1.4E-10	1.0E-08	-2.4E-08	-8.3E-11	1.1E-08	-2.8E-08	6.2E-12	1.0E-08	-2.1E-08	1.3E-10	9.1E-09	9.1E-23	3.0E-10
$u_7$	-9.6E-09	6.0E-07	-7.0E-07	-7.7E-09	1.0E-06	-1.1E-06	-2.8E-09	1.2E-06	-1.0E-06	3.1E-09	1.3E-06	-4.4E-07	8.1E-09	1.5E-06	5.1E-07	1.0E-08
$v_7$	4.6E-09	2.3E-07	7.7E-07	8.2E-09	3.2E-07	2.1E-06	1.7E-08	3.2E-07	4.3E-06	2.5E-08	4.4E-07	7.0E-06	2.8E-08	8.5E-07	9.6E-06	2.1E-08
$\theta_7$	-1.2E-10	4.5E-09	-1.0E-08	-1.1E-10	7.5E-09	-2.0E-08	-8.8E-11	8.6E-09	-2.7E-08	-4.4E-11	8.1E-09	-2.8E-08	2.8E-11	7.1E-09	-2.0E-08	1.3E-10
$u_8$	-9.0E-09	5.6E-07	-6.6E-07	-7.2E-09	9.2E-07	-1.0E-06	-2.4E-09	1.1E-06	-9.5E-07	3.4E-09	1.2E-06	-3.2E-07	8.6E-09	1.4E-06	7.1E-07	1.1E-08
$v_8$	-4.4E-09	5.5E-07	-6.8E-08	-6.3E-10	8.6E-07	4.4E-07	8.5E-09	9.5E-07	1.9E-06	1.9E-08	1.0E-06	4.3E-06	2.7E-08	1.4E-06	7.1E-06	2.8E-08
$\theta_8$	-5.8E-11	1.6E-09	-5.8E-09	-6.1E-11	2.8E-09	-1.2E-08	-6.7E-11	3.4E-09	-1.9E-08	-6.5E-11	3.1E-09	-2.5E-08	-4.4E-11	2.1E-09	-2.7E-08	6.2E-12
$u_9$	-7.8E-09	4.7E-07	-5.7E-07	-6.2E-09	7.7E-07	-9.2E-07	-2.2E-09	9.2E-07	-8.6E-07	2.8E-09	1.0E-06	-3.2E-07	7.5E-09	1.1E-06	6.0E-07	1.0E-08
$v_9$	-7.4E-09	5.8E-07	-4.2E-07	-4.4E-09	9.2E-07	-3.9E-07	3.1E-09	1.0E-06	4.4E-07	1.2E-08	1.1E-06	2.1E-06	2.0E-08	1.3E-06	4.4E-06	2.4E-08
$\theta_9$	5.0E-12	-1.5E-09	-6.3E-10	-6.9E-12	-2.2E-09	-3.1E-09	-3.6E-11	-2.4E-09	-8.5E-09	-6.7E-11	-2.8E-09	-1.7E-08	-8.8E-11	-3.9E-09	-2.5E-08	-8.3E-11
$u_{10}$	-4.8E-09	2.8E-07	-3.6E-07	-3.9E-09	4.7E-07	-5.8E-07	-1.5E-09	5.6E-07	-5.5E-07	1.6E-09	6.0E-07	-2.3E-07	4.5E-09	6.6E-07	3.4E-07	6.5E-09
$v_{10}$	-5.1E-09	3.6E-07	-3.3E-07	-3.5E-09	5.7E-07	-4.2E-07	6.3E-10	6.6E-07	-6.8E-08	5.8E-09	7.0E-07	7.7E-07	1.0E-08	8.0E-07	2.0E-06	1.3E-08
$\theta_{10}$	5.5E-11	-3.9E-09	3.5E-09	3.7E-11	-6.2E-09	4.4E-09	-6.9E-12	-7.2E-09	6.3E-10	-6.1E-11	-7.7E-09	-8.2E-09	-1.1E-10	-8.9E-09	-2.1E-08	-1.4E-10
$\theta_{11}$	7.4E-11	-4.8E-09	5.1E-09	5.5E-11	-7.8E-09	7.4E-09	5.0E-12	-9.0E-09	4.4E-09	-5.8E-11	-9.6E-09	-4.6E-09	-1.2E-10	-1.1E-08	-1.8E-08	-1.5E-10

# Digital Repository Universitas Jember

-9.6E-09	4.6E-09	-1.2E-10	-9.0E-09	-4.4E-09	-5.8E-11	-7.8E-09	-7.4E-09	5.0E-12	-4.8E-09	-5.1E-09	5.5E-11	7.4E-11	0	-2.1E-05	
6.0E-07	2.3E-07	4.5E-09	5.6E-07	5.5E-07	1.6E-09	4.7E-07	5.8E-07	-1.5E-09	2.8E-07	3.6E-07	-3.9E-09	-4.8E-09	0	0.000381	
-7.0E-07	7.7E-07	-1.0E-08	-6.6E-07	-6.8E-08	-5.8E-09	-5.7E-07	-4.2E-07	-6.3E-10	-3.6E-07	-3.3E-07	3.5E-09	5.1E-09	0	-0.00225	
-7.7E-09	8.2E-09	-1.1E-10	-7.2E-09	-6.3E-10	-6.1E-11	-6.2E-09	-4.4E-09	-6.9E-12	-3.9E-09	-3.5E-09	3.7E-11	5.5E-11	0	-2.4E-05	
1.0E-06	3.2E-07	7.5E-09	9.2E-07	8.6E-07	2.8E-09	7.7E-07	9.2E-07	-2.2E-09	4.7E-07	5.7E-07	-6.2E-09	-7.8E-09	0	0.000682	
-1.1E-06	2.1E-06	-2.0E-08	-1.0E-06	4.4E-07	-1.2E-08	-9.2E-07	-3.9E-07	-3.1E-09	-5.8E-07	-4.2E-07	4.4E-09	7.4E-09	0	-0.00495	
-2.8E-09	1.7E-08	-8.8E-11	-2.4E-09	8.5E-09	-6.7E-11	-2.2E-09	3.1E-09	-3.6E-11	-1.5E-09	6.3E-10	-6.9E-12	5.0E-12	0	-2.9E-05	
1.2E-06	3.2E-07	8.6E-09	1.1E-06	9.5E-07	3.4E-09	9.2E-07	1.0E-06	-2.4E-09	5.6E-07	6.6E-07	-7.2E-09	-9.0E-09	0	0.000807	
-1.0E-06	4.3E-06	-2.7E-08	-9.5E-07	1.9E-06	-1.9E-08	-8.6E-07	4.4E-07	-8.5E-09	-5.5E-07	-6.8E-08	6.3E-10	4.4E-09	0	-0.00804	
3.1E-09	2.5E-08	-4.4E-11	3.4E-09	1.9E-08	-6.5E-11	2.8E-09	1.2E-08	-6.7E-11	1.6E-09	5.8E-09	-6.1E-11	-5.8E-11	0	-3.1E-05	
1.3E-06	4.4E-07	8.1E-09	1.2E-06	1.0E-06	3.1E-09	1.0E-06	1.1E-06	-2.8E-09	6.0E-07	7.0E-07	-7.7E-09	-9.6E-09	0	0.000581	
-4.4E-07	7.0E-06	-2.8E-08	-3.2E-07	4.3E-06	-2.5E-08	-3.2E-07	2.1E-06	-1.7E-08	-2.3E-07	7.7E-07	-8.2E-09	-4.6E-09	0	-0.01089	
8.1E-09	2.8E-08	2.8E-11	8.6E-09	2.7E-08	-4.4E-11	7.5E-09	2.0E-08	-8.8E-11	4.5E-09	1.0E-08	-1.1E-10	-1.2E-10	0	-2.3E-05	
1.5E-06	8.5E-07	7.1E-09	1.4E-06	1.4E-06	2.1E-09	1.1E-06	1.3E-06	-3.9E-09	6.6E-07	8.0E-07	-8.9E-09	-1.1E-08	0	6.44E-17	
5.1E-07	9.6E-06	-2.0E-08	7.1E-07	7.1E-06	-2.7E-08	6.0E-07	4.4E-06	-2.5E-08	3.4E-07	2.0E-06	-2.1E-08	-1.8E-08	-1131.73	=	-0.01222
1.0E-08	2.1E-08	1.3E-10	1.1E-08	2.8E-08	6.2E-12	1.0E-08	2.4E-08	-8.3E-11	6.5E-09	1.3E-08	-1.4E-10	-1.5E-10	0	-1E-19	
1.8E-06	1.4E-06	7.6E-09	1.6E-06	1.9E-06	1.3E-09	1.3E-06	1.8E-06	-5.7E-09	7.9E-07	1.0E-06	-1.1E-08	-1.4E-08	0	-0.00058	
1.4E-06	1.1E-05	-5.5E-11	1.8E-06	9.5E-06	-2.2E-08	1.7E-06	6.6E-06	-3.2E-08	1.0E-06	3.3E-06	-3.4E-08	-3.4E-08	0	-0.01089	
7.6E-09	-5.5E-11	2.8E-10	1.0E-08	1.8E-08	9.5E-11	1.0E-08	2.0E-08	-4.0E-11	6.7E-09	1.2E-08	-1.2E-10	-1.5E-10	0	2.29E-05	
1.6E-06	1.8E-06	1.0E-08	1.9E-06	2.5E-06	2.7E-09	1.6E-06	2.3E-06	-7.1E-09	9.6E-07	1.4E-06	-1.5E-08	-1.7E-08	0	-0.00081	
1.9E-06	9.5E-06	1.8E-08	2.5E-06	1.0E-05	-6.4E-09	2.4E-06	8.0E-06	-3.1E-08	1.6E-06	4.3E-06	-4.3E-08	-4.6E-08	0	-0.00804	
1.3E-09	-2.2E-08	9.5E-11	2.7E-09	-6.4E-09	2.3E-10	5.4E-09	7.1E-09	5.5E-11	4.4E-09	6.9E-09	-5.6E-11	-9.4E-11	0	3.06E-05	
1.3E-06	1.7E-06	1.0E-08	1.6E-06	2.4E-06	5.4E-09	1.7E-06	2.5E-06	-5.1E-09	1.1E-06	1.5E-06	-1.6E-08	-2.0E-08	0	-0.00068	
1.8E-06	6.6E-06	2.0E-08	2.3E-06	8.0E-06	7.1E-09	2.5E-06	7.5E-06	-1.9E-08	1.7E-06	4.4E-06	-4.2E-08	-4.9E-08	0	-0.00495	
-5.7E-09	-3.2E-08	-4.0E-11	-7.1E-09	-3.1E-08	5.5E-11	-5.1E-09	-1.9E-08	2.1E-10	-1.2E-09	-5.0E-09	8.1E-11	3.4E-11	0	2.88E-05	
7.9E-07	1.0E-06	6.7E-09	9.6E-07	1.6E-06	4.4E-09	1.1E-06	1.7E-06	-1.2E-09	9.6E-07	1.2E-06	-1.1E-08	-1.7E-08	0	-0.00038	
1.0E-06	3.3E-06	1.2E-08	1.4E-06	4.3E-06	6.9E-09	1.5E-06	4.4E-06	-5.0E-09	1.2E-06	3.0E-06	-2.4E-08	-3.6E-08	0	-0.00225	
-1.1E-08	-3.4E-08	-1.2E-10	-1.5E-08	-4.3E-08	-5.6E-11	-1.6E-08	-4.2E-08	8.1E-11	-1.1E-08	-2.4E-08	3.0E-10	2.5E-10	0	2.36E-05	
-1.4E-08	-3.4E-08	-1.5E-10	-1.7E-08	-4.6E-08	-9.4E-11	-2.0E-08	-4.9E-08	3.4E-11	-1.7E-08	-3.6E-08	2.5E-10	5.7E-10	0	2.09E-05	



## 5. Menghitung gaya internal (pers 2.7.22)

Elemen 1-2

$\theta = 27$

$N_1$	$-2E+06$	$-1E+06$	$0E+00$	$2E+06$	$1E+06$	$0E+00$	0	$-1536.89$
$T_1$	$1E+06$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-1E+06$	$3E+06$	$-2E+08$	0	$147.9997$
$M_1$	$-7E+07$	$1E+08$	$1E+10$	$7E+07$	$-1E+08$	$5E+09$	$-2.1E-05$	$4.37E-11$
$N_2$	$-2E+06$	$-1E+06$	$0E+00$	$2E+06$	$1E+06$	$0E+00$	$0.000381$	$-1536.89$
$T_2$	$1E+06$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-1E+06$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.00225$	$147.9997$
$M_2$	$7E+07$	$-1E+08$	$-5E+09$	$-7E+07$	$1E+08$	$-1E+10$	$-2.4E-05$	$14799.97$

Elemen 2-3

$\theta = 21$

$N_2$	$-2E+06$	$-8E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$8E+05$	$0E+00$	$0.000381$	$-1543.94$
$T_2$	$1E+06$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-1E+06$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.00225$	$-13.4601$
$M_2$	$-6E+07$	$2E+08$	$1E+10$	$6E+07$	$-2E+08$	$5E+09$	$-2.4E-05$	$14799.97$
$N_3$	$-2E+06$	$-8E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$8E+05$	$0E+00$	$0.000682$	$-1543.94$
$T_3$	$1E+06$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-1E+06$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.00495$	$-13.4601$
$M_3$	$6E+07$	$-2E+08$	$-5E+09$	$-6E+07$	$2E+08$	$-1E+10$	$-2.9E-05$	$13453.97$

Elemen 3-4

$\theta = 15$

$N_3$	$-2E+06$	$-6E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$6E+05$	$0E+00$	$0.000682$	$-1534.08$
$T_3$	$8E+05$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-8E+05$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.00495$	$-174.772$
$M_3$	$-4E+07$	$2E+08$	$1E+10$	$4E+07$	$-2E+08$	$5E+09$	$-2.9E-05$	$13453.97$
$N_4$	$-2E+06$	$-6E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$6E+05$	$0E+00$	$0.000807$	$-1534.08$
$T_4$	$8E+05$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-8E+05$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.00804$	$-174.772$
$M_4$	$4E+07$	$-2E+08$	$-5E+09$	$-4E+07$	$2E+08$	$-1E+10$	$-3.1E-05$	$-4023.27$

Elemen 4-5

$\theta = 9$

$N_4$	$-2E+06$	$-4E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$4E+05$	$0E+00$	$0.000807$	$-1507.41$
$T_4$	$5E+05$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-5E+05$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.00804$	$-334.17$
$M_4$	$-3E+07$	$2E+08$	$1E+10$	$3E+07$	$-2E+08$	$5E+09$	$-3.1E-05$	$-4023.27$
$N_5$	$-2E+06$	$-4E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$4E+05$	$0E+00$	$0.000581$	$-1507.41$
$T_5$	$5E+05$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-5E+05$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.01089$	$-334.17$
$M_5$	$3E+07$	$-2E+08$	$-5E+09$	$-3E+07$	$2E+08$	$-1E+10$	$-2.3E-05$	$-37440.3$

Elemen 5-6

$\theta = 3$

$N_5$	$-2E+06$	$-1E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$1E+05$	$0E+00$	$0.000581$	$-1464.22$
$T_5$	$2E+05$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-2E+05$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.01089$	$-489.906$
$M_5$	$-8E+06$	$2E+08$	$1E+10$	$8E+06$	$-2E+08$	$5E+09$	$-2.3E-05$	$-37440.3$
$N_6$	$-2E+06$	$-1E+05$	$0E+00$	$2E+06$	$1E+05$	$0E+00$	$6.44E-17$	$-1464.22$
$T_6$	$2E+05$	$-3E+06$	$-2E+08$	$-2E+05$	$3E+06$	$-2E+08$	$-0.01222$	$-489.906$
$M_6$	$8E+06$	$-2E+08$	$-5E+09$	$-8E+06$	$2E+08$	$-1E+10$	$-1E-19$	$-86430.9$

Elemen 6-7

$\theta = -3$

$N_6$	-2E+06	1E+05	0E+00	2E+06	-1E+05	0E+00	6.44E-17	-1464.22
$T_6$	-2E+05	-3E+06	-2E+08	2E+05	3E+06	-2E+08	-0.01222	489.9061
$M_6$	8E+06	2E+08	1E+10	-8E+06	-2E+08	5E+09	-1E-19	-86430.9
$N_7$	-2E+06	1E+05	0E+00	2E+06	-1E+05	0E+00	-0.00058	-1464.22
$T_7$	-2E+05	-3E+06	-2E+08	2E+05	3E+06	-2E+08	-0.01089	489.9061
$M_7$	-8E+06	-2E+08	-5E+09	8E+06	2E+08	-1E+10	2.29E-05	-37440.3

Elemen 7-8

$\theta = -9$

$N_7$	-2E+06	4E+05	0E+00	2E+06	-4E+05	0E+00	-0.00058	-1507.41
$T_7$	-5E+05	-3E+06	-2E+08	5E+05	3E+06	-2E+08	-0.01089	334.1699
$M_7$	3E+07	2E+08	1E+10	-3E+07	-2E+08	5E+09	2.29E-05	-37440.3
$N_8$	-2E+06	4E+05	0E+00	2E+06	-4E+05	0E+00	-0.00081	-1507.41
$T_8$	-5E+05	-3E+06	-2E+08	5E+05	3E+06	-2E+08	-0.00804	334.1699
$M_8$	-3E+07	-2E+08	-5E+09	3E+07	2E+08	-1E+10	3.06E-05	-4023.27

Elemen 8-9

$\theta = 15$

$N_8$	-2E+06	6E+05	0E+00	2E+06	-6E+05	0E+00	-0.00081	-1534.08
$T_8$	-8E+05	-3E+06	-2E+08	8E+05	3E+06	-2E+08	-0.00804	174.7724
$M_8$	4E+07	2E+08	1E+10	-4E+07	-2E+08	5E+09	3.06E-05	-4023.27
$N_9$	-2E+06	6E+05	0E+00	2E+06	-6E+05	0E+00	-0.00068	-1534.08
$T_9$	-8E+05	-3E+06	-2E+08	8E+05	3E+06	-2E+08	-0.00495	174.7724
$M_9$	-4E+07	-2E+08	-5E+09	4E+07	2E+08	-1E+10	2.88E-05	13453.97

Elemen 9-10

$\theta = 21$

$N_9$	-2E+06	8E+05	0E+00	2E+06	-8E+05	0E+00	-0.00068	-1543.94
$T_9$	-1E+06	-3E+06	-2E+08	1E+06	3E+06	-2E+08	-0.00495	13.46006
$M_9$	6E+07	2E+08	1E+10	-6E+07	-2E+08	5E+09	2.88E-05	13453.97
$N_{10}$	-2E+06	8E+05	0E+00	2E+06	-8E+05	0E+00	-0.00038	-1543.94
$T_{10}$	-1E+06	-3E+06	-2E+08	1E+06	3E+06	-2E+08	-0.00225	13.46006
$M_{10}$	-6E+07	-2E+08	-5E+09	6E+07	2E+08	-1E+10	2.36E-05	14799.97

Elemen 10-11

$\theta = 27$

$N_{10}$	-2E+06	1E+06	0E+00	2E+06	-1E+06	0E+00	-0.00038	-1536.89
$T_{10}$	-1E+06	-3E+06	-2E+08	1E+06	3E+06	-2E+08	-0.00225	-148
$M_{10}$	7E+07	1E+08	1E+10	-7E+07	-1E+08	5E+09	2.36E-05	14799.97
$N_{11}$	-2E+06	1E+06	0E+00	2E+06	-1E+06	0E+00	0	-1536.89
$T_{11}$	-1E+06	-3E+06	-2E+08	1E+06	3E+06	-2E+08	0	-148
$M_{11}$	-7E+07	-1E+08	-5E+09	7E+07	1E+08	-1E+10	2.09E-05	-2.9E-11





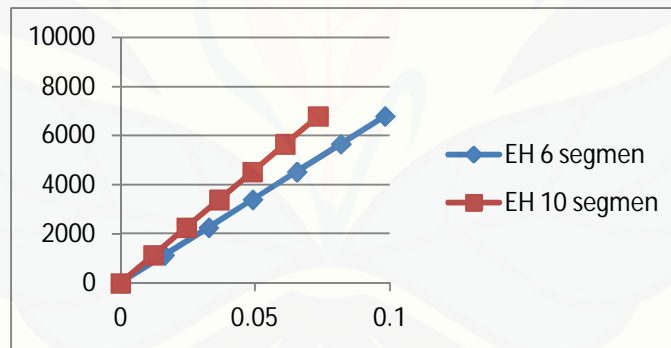
## Lampiran F

### Hasil Analisis Lendutan Metode Elemen Hingga Enam Segmen dan Sepuluh Segmen

a. Mutu beton fcr 44.35 MPa

Tabel F1. Hasil Analisis Lendutan MEH fcr 44.35 MPa

E (Mpa)	P (N)	EH 6 segmen $\delta$ sendi (mm)	EH 10 segmen $\delta$ sendi (mm)
	0	0	0
	1131.73	0.016	0.012
	2263.46	0.033	0.024
31300.05	3395.2	0.049	0.037
	4526.93	0.065	0.049
	5658.66	0.082	0.061
	6790.39	0.098	0.073

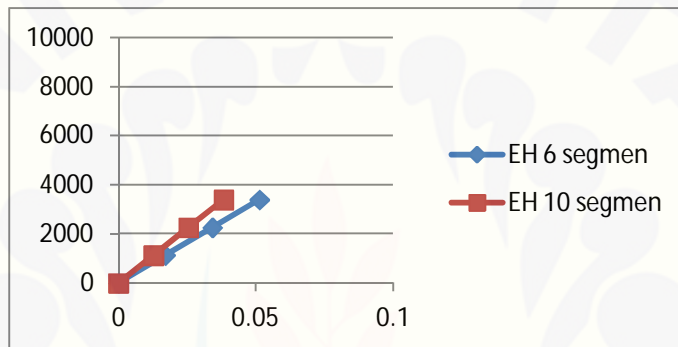


Gambar F1. Grafik analisis lendutan MEH balok lengkung fcr 44.35 MPa

b. Mutu beton fcr 40.58 MPa

Tabel F2. Hasil Analisis Lendutan MEH dengan fcr 40.58 MPa

E (Mpa)	P (N)	EH 6 segmen $\delta$ (mm)	EH 10 segmen $\delta$ (mm)
29938.52	-1131.73	0.017	0.013
	-2263.46	0.034	0.026
	-3395.20	0.051	0.038

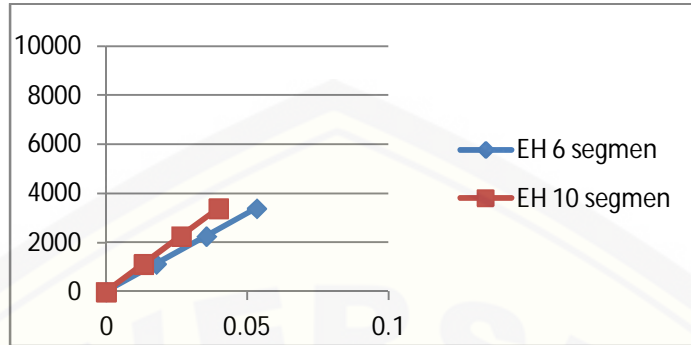


Gambar F2. Grafik analisis lendutan MEH balok lengkung elastisitas 31698.24 MPa

c. Mutu beton fcr 37.65 MPa

Tabel F3. Hasil Analisis Lendutan MEH dengan fcr 37.65 MPa

E (Mpa)	P (N)	EH 6 segmen $\delta$ sendi (mm)	EH 10 segmen $\delta$ sendi (mm)
28839.16	0	0	0
	1131.73	0.018	0.013
	2263.46	0.036	0.027
	3395.20	0.053	0.040



Gambar F3. Grafik analisis lendutan MEH balok lengkung fcr 37.65 MPa

## Lampiran G

### Analisis Kapasitas Balok dan Kontrol Keruntuhan

#### A. Analisis Keruntuhan

Analisis kapasitas dilakukan untuk mengetahui kemampuan maksimum struktur balok dalam menerima beban. Secara teori, ketika struktur balok menerima beban melebihi kapasitasnya, maka struktur tersebut akan mengalami keruntuhan.

##### 1. Kapasitas balok terhadap tegangan lentur, $f_{tl}$

Perhitungan kapasitas balok terhadap tegangan lentur menggunakan rumus tegangan lentur terhadap nilai kuat tekan beton yang terdapat dalam buku Civil Engineering Formulas (Tyler,117). Nilai kuat tekan yang digunakan dalam perhitungan adalah nilai kuat tekan rerata beton seperti yang telah dijelaskan dalam bab 4.1.

- a. Mutu beton  $f_{cr}$  44.35MPa

$$f_{tl} = 0.7\sqrt{f_{cr}} = 0.7\sqrt{44.35} = 4.66 \text{ MPa}$$

- b. Mutu beton  $f_{cr}$  40.58MPa

$$f_{tl} = 0.7\sqrt{f_{cr}} = 0.7\sqrt{40.58} = 4.46 \text{ MPa}$$

- c. Mutu beton  $f_{cr}$  37.65 MPa

$$f_{tl} = 0.7\sqrt{f_{cr}} = 0.7\sqrt{37.65} = 4.30 \text{ MPa}$$

##### 2. Kapasitas balok terhadap geser

Kapasitas balok terhadap geser dihitung berdasarkan rumus SNI 2847:2013 pasal 11.2 tentang kuat geser beton. Faktor dimensi penampang dan mutu



beton digunakan dalam rumus tersebut untuk memperoleh kapasitas geser balok. Berikut ini adalah perhitungan kapasitas balok terhadap geser :

- a. Mutu beton fcr 44.35MPa

$$V_c = 0.17\sqrt{f_c'} \cdot b \cdot h = 0.17\sqrt{44.35} \times 60 \times 120 = 7991.50 \text{ N}$$

- b. Mutu beton fcr 40.58MPa

$$V_c = 0.17\sqrt{f_c'} \cdot b \cdot h = 0.17\sqrt{40.58} \times 60 \times 120 = 7643.88 \text{ N}$$

- c. Mutu beton fcr 37.65 MPa

$$V_c = 0.17\sqrt{f_c'} \cdot b \cdot h = 0.17\sqrt{37.65} \times 60 \times 120 = 7363.19 \text{ N}$$

### 3. Kapasitas balok terhadap aksial

Kapasitas balok terhadap aksial dihitung dengan cara mengalikan mutu beton rerata terhadap luasan penampang balok seperti yang dijelaskan dalam perhitungan kapasitas aksial balok berikut ini :

- a. Mutu beton fcr 44.35MPa

$$N_n = f_c' \cdot b \cdot h = 44.35 \times 60 \times 120 = 319320.59 \text{ N}$$

- b. Mutu beton fcr 40.58MPa

$$N_n = f_c' \cdot b \cdot h = 40.58 \times 60 \times 120 = 292144.37 \text{ N}$$

- c. Mutu beton fcr 37.65 MPa

$$N_n = f_c' \cdot b \cdot h = 37.65 \times 60 \times 120 = 271082.8 \text{ N}$$

Hasil perhitungan kapasitas balok dirangkum dalam Tabel G1 berikut :

Tabel G1. Hasil analisis kapasitas tegangan lentur, gaya geser, dan gaya normal

fc' (Mpa)	fi1 (Mpa)	Vn (N)	Nn (N)
46.33	4.76	8168.09	333588.11
44.35	4.66	7991.50	319320.59
40.58	4.46	7643.88	292144.37
37.65	4.30	7363.19	271082.8

**B. Kontrol Keruntuhan Pada Balok**

Kontrol keruntuhan berfungsi untuk memastikan bahwa selama proses pembebanan balok belum mengalami keruntuhan dan dikatakan dalam kondisi elastis secara teori.

Tabel G2. Kontrol keruntuhan tegangan lentur beton mutu 44.35 MPa

$M_{int}$ (Nmm)	$\sigma_{tl}$ (Mpa)	$f_{tl}$ (MPa)	CEK $\sigma_{tl} < f_{tl}$
-91768.54	0.64	4.66	OK!
-183537.07	1.27		OK!
-275305.61	1.91		OK!
-367074.15	2.55		OK!
-458842.69	3.19		OK!
-550611.22	3.82		OK!

Tabel G3. Kontrol keruntuhan geser beton mutu 44.35 MPa

D (N)	$V_n$ (N)	CEK $D < V_n$
-431.68	-7991.50	OK!
-863.37		OK!
-1295.05		OK!
-1726.74		OK!
-2158.42		OK!
-2590.11		OK!

Tabel G4. Kontrol keruntuhan aksial beton mutu 44.35 MPa

N (N)	Nn (N)	CEK $N < N_n$
-1558.40		OK!
-3116.81		OK!
-4675.21	-319320.59	OK!
-6233.62		OK!
-7792.02		OK!
-9350.43		OK!

Tabel G5. Kontrol keruntuhan tegangan lentur beton mutu 40.58 MPa

$M_{int}$ (Nmm)	$\sigma_{tl}$ (Mpa)	$f_{tl}$ (SNI)	CEK $\sigma_{tl} < f_{tl}$
-91768.54	0.64		OK!
-183537.07	1.27	4.46	OK!
-275305.61	1.91		OK!

Tabel G6. Kontrol keruntuhan geser beton mutu 40.58 MPa

D (N)	Vn (N)	CEK $D < V_n$
-431.68		OK!
-863.37	-7643.88	OK!
-1295.05		OK!

Tabel G7. Kontrol keruntuhan aksial beton mutu 40.58 MPa

N (N)	Nn (N)	CEK $N < N_n$
-1558.40		OK!
-3116.81	-292144.37	OK!
-4675.21		OK!

Tabel G8. Kontrol keruntuhan tegangan lentur beton mutu 37.65 MPa

$M_{int}$ (Nmm)	$\sigma_{tl}$ (Mpa)	$f_{tl}$ (SNI)	CEK $\sigma_{tl} < f_{tl}$
-91768.54	0.64		OK!
-183537.07	1.27	4.30	OK!
-275305.61	1.91		OK!

Tabel G9. Kontrol keruntuhan geser beton mutu 37.65 MPa

D (N)	$V_n$ (N)	CEK $D < V_n$
-431.68		OK!
-863.37	-7363.19	OK!
-1295.05		OK!

Tabel G10. Kontrol keruntuhan aksial beton mutu 37.65 MPa

N (N)	$N_n$ (N)	CEK $N < N_n$
-1558.40		OK!
-3116.81	-271082.80	OK!
-4675.21		OK!