



**PERBANDINGAN METODE GAUSS-LEGENDRE DAN
LOBATTO PADA INTEGRASI NUMERIK**

SKRIPSI

Oleh
Miswandi
NIM 071810101070

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**



**PERBANDINGAN METODE GAUSS-LEGENDRE DAN
LOBATTO PADA INTEGRASI NUMERIK**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh
Miswandi
NIM 071810101070

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014

PERSEMBAHAN

Dengan ungkapan penuh rasa syukur kehadiran Allah SWT, sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Rosulullah SAW, Sang Revolusioner sejati yang telah merubah peradaban alam dari masa yang kelam menjadi masa digital yang benderang, maka skripsi ini kupersembahkan untuk:

1. Ibu tercinta, Suminah dan Bapak tersayang, Nasip Sohiro yang senantiasa mendoakan dan mendidik penulis mulai balita;
2. Adikku yang santun, penurut dan baik hati, Uun Masruro dan keluarga besarku semuanya tanpa terkecuali yang selalu memberikan motivasi dan semangat;
3. Bapak dan Ibu guru sejak sekolah dasar hingga perguruan tinggi yang telah mengajarkan ilmu pengetahuan dan pembinaan akhlak dengan penuh kesabaran;
4. KH. Muh. Balya Firjon Barlaman dan keluarga besar PONPES Assidiqi Putera Jember yang telah memberikan sentuhan rohani dan pengajian;
5. Ustadz Sukri Nur Salim dan Ustadz Rahmat serta keluarga besar Pesantren Hidayatullah Adh-Dhuha Jember yang telah memberikan arahan dan santapan qolbu;
6. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember yang telah membentuk karakter sains, jiwa kepemimpinan dan mental intelektual yang sangat luar biasa.

MOTTO

“ Cogito ergo sum ”

Aku berfikir maka aku ada

(Rene Descartes)

“ Al istiqomatu khoirun min alfi karomatin ”

Istikomah lebih baik dari seribu karomah

(Pepatah Arab)

“ Sluman slumun slamet ”

Pelan-pelan yang penting selamat dan mendapatkan hasil maksimal

(Pepatah Jawa)

¹⁾ Purcell, Edwin J. 1995. Kalkulus dan Geometri Analitis. Bandung: PT. Gelora Aksara Pratama.

²⁾ Hadits. 2011. Majlis Ta'lim. Sukabumi: Daruttaqwa Press.

³⁾ Asjukur, S. 2014. Sluman Slumun Slamet. Yogyakarta: Art Music Today.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Miswandi

NIM : 071810101070

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Perbandingan Metode Gauss-Legendre dan Lobatto pada Integrasi Numerik adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi lain manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggungjawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian prnyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapatkan sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 30 Juli 2014

Yang Menyatakan

Miswandi

NIM 071810101070

SKRIPSI

**PERBANDINGAN METODE GAUSS-LEGENDRE DAN LOBATTO PADA
INTEGRASI NUMERIK**

Oleh

Miswandi

NIM 071810101070

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si. M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Perbandingan Metode Gauss-Legendre dan Lobatto pada Integrasi Numerik* telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,
(Dosen Pembimbing Utama)

Sekretaris,
(Dosen Pembimbing Anggota)

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP. 196610121993031001

Kusbudiono, S.Si., M.Si.
NIP. 197704302005011001

Anggota I,

Anggota II,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.
NIP. 196908281998021001

Kiswara Agung Santoso S.Si., M.Kom
NIP. 197209071998031003

Mengesahkan,
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Perbandingan Metode Gauss-Legendre dan Lobatto pada Integrasi Numerik; Miswandi; 071810101070; 2014: 67 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Secara garis besar, integrasi numerik dibagi menjadi dua metode yaitu metode Newton-Cotes dan Gauss-Kuadratur. Metode Newton-Cotes merupakan metode yang menggunakan panjang pias sama pada interval integrasi. Metode ini terdiri atas beberapa macam antara lain: metode Trapezoid, Simpson dan Boole. Sedangkan metode Gauss-Kuadratur merupakan metode yang dapat menggunakan panjang pias sama maupun tidak sama pada interval integrasi. Metode ini meliputi Gauss-Legendre, Lobatto, Gauss-Laquere dan Gauss-Hermit.

Gauss Legendre merupakan aturan yang dapat mengintegalkan fungsi pada interval $[-1,1]$ dengan baik. Polinomial ortogonal yang digunakan pada metode ini disebut sebagai polinomial Legendre. Rumus Gauss-Kuadratur dapat dikembangkan menjadi rumus Gauss-Legendre. Pilihan populer yang lain untuk menyelesaikan masalah integrasi adalah aturan Lobatto, yang memiliki interval $[-1, +1]$. Aturan ini merupakan keluarga dari aturan Gauss-Kuadratur yang melibatkan evaluasi kedua titik ujung.

Penelitian ini dilakukan melalui lima langkah yaitu: pertama kajian Pustaka, kedua perumusan masalah, ketiga adalah penyelesaian integral secara analitik dan numerik dengan menggunakan metode Gauss-Legendre dan Lobatto, keempat merupakan pembuatan program menggunakan matlab, kelima adalah simulasi program dan keenam merupakan analisis hasil.

Berdasarkan simulasi dan analisis hasil maka dapat disimpulkan bahwa *error* Absolut yang dihasilkan oleh Gauss-Legendre lebih kecil dibandingkan Lobatto sehingga solusi yang dihasilkan pada Gauss-Legendre lebih akurat dibandingkan dengan metode Lobatto selain itu juga diperoleh rumus ketelitian secara rekursif kedua metode untuk perhitungan fungsi polinomial yaitu ketelitian

metode Gauss-Legendre adalah $2N - 1$, sedangkan ketelitian pada metode Lobatto adalah $2N - 3$.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *Perbandingan Metode Gauss-Legendre dan Lobatto pada Integrasi Numerik*. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan karya tulis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya atas segala perhatian, bimbingan, bantuan dan petunjuk kepada:

1. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Utama dan Kusbudiono, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, petunjuk dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kosala Dwija Purnomo, S.Si., M.Si., dan Kiswara Agung Santoso, S.Si., M.Kom., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan masukan, saran dan kritik yang membangun dalam penulisan skripsi ini;
3. Sidia yang senantiasa hadir pada setiap inspirasi dan imajinasi dalam merampungkan penulisan skripsi ini;
4. Senpai Ir. Eddy Suhan (Kasubag. Pendidikan FTP) selaku pelatih UKM karate FKTI Unej dan keluarga besar Lembaga Karate Do Indonesia yang telah memberikan latihan seni beladiri dan ketahanan fisik;
5. Sahabat-sahabat Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia yang telah meluangkan segenap waktu untuk melakukan diskusi dalam rangka memperluas cakrawala pengetahuan;
6. Thofiqur Rohman, Wafi, Ubay Dillah, Wika, Ita, Kipling, Dedy, Dadang dan teman-teman Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember angkatan 2007;
7. Moch.Guffron, S.Pd dan keluarga besar SMP Mitra Jember yang selalu memberikan cambukan semangat.

Penulis mengakui bahwa tak ada gading yang tak retak, oleh karena itu penulis menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 30 Juli 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN.....	v
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
RINGKASAN	vii
PRAKATA.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan.....	2
1.5 Manfaat.....	2
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....	3
2.1 Metode Numerik	3
2.2 Error (Kesalahan).....	3
2.2.1 Jenis Kesalahan.....	4
2.2.2 Hubungan Nilai Eksak dan Nilai Aproksimasi.....	5
2.3 Integrasi Numerik.....	6
2.3.1 Metode Newton-Cotes	6
2.3.2 Polinomial Orthogonal.....	8

2.3.3 Persamaan Diferensial <i>Legendre</i>	11
2.3.4 Metode Gauss-Kuadratur	12
2.3.5 Hubungan Polinomial Legendre dan Gauss-Kuadratur	16
BAB 3. METODE PENELITIAN.....	18
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	20
4.1 Penyelesaian Integrasi Secara Analitik	20
4.1.1 Fungsi Aljabar.....	21
4.1.2 Fungsi Transenden	23
4.2 Penyelesaian Integrasi Secara Numerik	25
4.2.1 Metode Gauss-Legendre	25
4.2.2 Metode Lobatto	33
4.3 Perhitungan Nilai <i>Error</i> Absolut	39
4.4 Penggunaan Program dalam Perhitungan Integrasi.....	44
4.5 Simulasi Perbandingan Nilai <i>Error</i> Absolut pada Metode Gauss-Legendre dan Lobatto terhadap Hasil Analitik.....	44
4.6 Analisa Hasil Simulasi Perbandingan Nilai <i>Error</i> Absolut pada Metode Gauss-Legendre dan Lobatto terhadap Hasil Analitik	48
BAB 5. PENUTUP	
5.1 Kesimpulan.....	53
5.2 Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	55

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Titik Evaluasi Gauss-Legendre pada $N = 2$	17
Tabel 2.2 Titik Evaluasi Gauss-Legendre pada $N = 3$	17
Tabel 2.3 Titik Evaluasi Gauss-Legendre pada $N = 4$	17
Tabel 2.4 Titik Evaluasi Gauss-Legendre pada $N = 5$	17
Tabel 4.1 Keterangan Input Program	44
Tabel 4.2 Keterangan Penulisan Operator Fungsi	44
Tabel 4.3 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = 8x + 9$	49
Tabel 4.4 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^2$	49
Tabel 4.5 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = 2x^2 + 3$	49
Tabel 4.6 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^3$	49
Tabel 4.7 Hasil Analitik dan Numerik pada fungsi $f(x) = 3x^3 + 4x + 3$	49
Tabel 4.8 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^4$	50
Tabel 4.9 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^4 + 5x^3 - 10$	50
Tabel 4.10 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^5$	50
Tabel 4.11 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^8 + 13x^7 + 15x$	50
Tabel 4.12 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^9 + 9x^8 + 7$	51
Tabel 4.13 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = x^{10} + 2x + 5$	51
Tabel 4.14 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = 2x + \sin(x)$	51
Tabel 4.15 Hasil Analitik dan Numerik fungsi $f(x) = xe^{-3x^2}$	51

DAFTAR GAMBAR

2.1 Metode Trapezoid	7
2.2 Metode Simpson	8
2.3 Sebaran Titik Gauss-Legendre	13
2.4 Grafik Polinomial Legendre	16
3.1 Diagram Metode Penelitian	18
4.1 Tampilan Simulasi $N = 2$ untuk $f(x) = 8x + 9$	45
4.2 Tampilan Simulasi $N = 2$ untuk $f(x) = 2x^2 + 3$	45
4.3 Tampilan Simulasi $N = 2$ untuk $f(x) = 2x + \sin(x)$	46
4.4 Tampilan Simulasi $N = 3$ untuk $f(x) = 8x + 9$	46
4.5 Tampilan Simulasi $N = 3$ untuk $f(x) = 2x^2 + 3$	47
4.6 Tampilan Simulasi $N = 3$ untuk $f(x) = 2x + \sin(x)$	47

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN. Scripting Program..... 56