



**PENERAPAN METODE *MESHLESS LOCAL* PETROV-GALERKIN
UNTUK SIMULASI PROFIL ALIRAN LIMBAH DI SUNGAI**

SKRIPSI

Oleh

**Maya Ayu Puspitasari
NIM 101810101049**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**



**PENERAPAN METODE *MESHLESS LOCAL* PETROV-GALERKIN UNTUK
SIMULASI PROFIL ALIRAN LIMBAH DI SUNGAI**

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir matematika dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Maya Ayu Puspitasari
NIM 101810101049**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibu dan Bapak tersayang yang tidak pernah lelah memberikan doa, dukungan, serta nasehat yang tak kurang-kurang;
2. alm. Mbah kung dan mbah uti yang telah turut membesarkan saya sejak saya masih kecil;
3. keluarga besar alm. Mbah kung yang selalu memberi dukungan dan doa kepada saya;
4. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi yang telah mendidik, memberikan ilmu, dan membimbing saya dengan penuh kesabaran;
5. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMAN 1 Genteng, SMPN 1 Genteng, SD Muhammadiyah 06 Genteng, TK Aisyiyah Bustanul Athfal 2 Genteng.

MOTTO

The world started with 0, is progressing with 0, but doesn't want to be 0

(Akumar)

“Jika lautan menjadi tinta dan pepohonan menjadi kalam untuk mencatat ilmu-Nya,
maka tidaklah cukup meskipun ditambah dengan tujuh kali banyaknya.”

(KH. Habib Adnan)*)

*) Agustian, A.G. 2001. *ESQ Emotional Spiritual Quotient*. Jakarta : Penerbit Arga

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Maya Ayu Puspitasari

NIM : 101810101049

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Penerapan Metode *Meshlees Local* Petrov Galerkin untuk Simulasi Profil Aliran Limbah di Sungai” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya hasil jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Oktober 2014

Yang menyatakan

Maya Ayu Puspitasari

NIM 101810101049

SKRIPSI

PENERAPAN METODE *MESHLESS LOCAL* PETROV-GALERKIN UNTUK SIMULASI PROFIL ALIRAN LIMBAH DI SUNGAI

Oleh

Maya Ayu Puspitasari

NIM 101810101049

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Penerapan Metode *Meshless Local* Petrov Galerkin untuk Simulasi Profil Aliran Limbah di Sungai” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Kusbudiono, S.Si., M.Si.

NIP. 196610121993031001

NIP. 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Kiswara Agung Santoso, S.Si., M.Kom.

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

NIP. 197209071998031003

NIP. 198408012008012006

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.

NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Penerapan Metode *Meshless Local Petrov Galerkin* untuk Simulasi Profil Aliran Limbah di Sungai; Maya Ayu Puspitasari, 101810101049; 2014; 48 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Persamaan dispersi yang dikembangkan oleh G.I Taylor merupakan model yang dapat digunakan untuk menghitung konsentrasi limbah yang diangkut oleh aliran air sungai. Konsentrasi limbah yang diteliti pada penelitian ini hanya pada panjang sungai. Sehingga persamaan dispersi yang digunakan adalah persamaan dispersi satu dimensi. Hal ini disebabkan karena limbah cair yang diteliti larut ke dalam air sehingga konsentrasi limbah sepanjang lebar sungai diasumsikan sama. Untuk parameter limbah yang digunakan pada penelitian ini adalah konsentrasi BOD. Pada penelitian sebelumnya, persamaan ini digunakan untuk menghitung konsentrasi limbah menggunakan metode beda hingga.

Metode *Meshless Local Petrov-Galerkin* (MLPG) merupakan metode tanpa pias. Tujuan utama dari metode ini adalah untuk menghilangkan *mesh* atau untuk mengurangi kesulitan dalam membuat *grid* dengan menggunakan titik sebagai penggantinya. Keunggulan dari metode ini adalah dalam proses diskritisasi daerah penyelesaian (domain). Pada metode-metode numerik yang telah ada, untuk melakukan interpolasi ataupun penghitungan integral, dibutuhkan *mesh* (pias) pada domain yang akan diselesaikan. Sehingga untuk domain yang bentuknya kompleks, diskontinu atau mempunyai *boundary* (batas domain) yang bergerak merupakan permasalahan yang sulit diselesaikan.

Penerapan metode *Meshless Local Petrov Galerkin* ini diawali dengan pembentukan persamaan ke dalam *local weak*, yaitu persamaan integral yang akan

digunakan untuk mendefinisikan domain. Titik-titik di dalam domain yang akan diinterpolasikan didekati menggunakan *Moving Least Square* (MLS). Selanjutnya, persamaan hasil MSL disubstitusikan ke dalam *local weak* yang telah dibentuk. Matriks yang terbentuk selanjutnya didiskritisasi terhadap waktu menggunakan deret Taylor.

Hasil simulasi yang diperoleh adalah konsentrasi limbah di titik terdekat sumber lebih tinggi dari konsentrasi limbah yang jauh dari sumber. Semakin menjauhi titik sumber, nilainya semakin kecil, tetapi seiring dengan berjalannya waktu, konsentrasi limbah di sepanjang titik terus meningkat. Kecepatan sungai memiliki pengaruh untuk memperkecil nilai konsentrasi limbah. Semakin cepat aliran sungai, konsentrasi limbah di setiap akan semakin kecil daripada sungai yang memiliki kecepatan aliran rendah. Selanjutnya, laju transportasi limbah berbanding lurus dengan besar kecilnya konsentrasi limbah dalam sungai. Nilai laju transportasi limbah yang tinggi menyebabkan nilai konsentrasi limbah di sungai juga tinggi. Kecepatan limbah ketika memasuki sungai memberikan pengaruh yang lebih besar dalam menaikkan konsentrasi BOD daripada kecepatan aliran sungai.

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini tepat pada waktunya. Tugas akhir yang berjudul “Simulasi Profil Aliran Limbah di Sungai dengan Metode *Meshless Local Petrov Galerkin*” ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Kusbudiono, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kiswara Agung Santoso, S.Si, M.Kom. dan Ika Hesti Agustin, S.Si, M.Si., selaku dosen penguji atas saran-saran yang diberikan;
3. seluruh staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
4. seluruh keluarga dirumah, Ibu Ririn Islamiyati, Bapak Saswito, Adik Aldhy Rachmad Dwi Setiyawan, serta Adik Muhammad Raditya Akbar yang selalu memberikan doa dan menjadi motivasi;
5. keluarga besar Alm. Mbah Kung dan Mbah Uti yang selalu mendukung dan mendoakan;
6. Moch. Haritsah yang telah meluangkan waktu untuk memberi semangat serta dukungan, terima kasih untuk selalu ada saat dibutuhkan;

7. teman-teman seperjuangan MATHGIC 10 (Titis, Tutut, Hadi, Wanda, Yogma, Dhimas, Surur, dll) beserta kakak dan adik angkatan Jurusan Matematika yang selalu memberi semangat;
8. sahabat-sahabat GJ (Erin dan Cephi) yang selalu memberi keceriaan dalam keadaan suka dan duka;
9. Fian, Wisnu, Nenek, Icham, Joko, Argo dan semua keluarga besar Jleb-jleben Group yang tidak pernah berhenti saling menyemangati, terima kasih untuk dukungan tanpa syaratnya;
10. Nindya Saputri, sahabat pena seperjuangan yang menjadi motivasi saya untuk terus berjuang;
11. keluarga besar LPMM ALPHA (Mas Budi, Laily, Tifani, Ina, Yudis, dll) yang selalu memberi semangat dan keceriaan;
12. keluarga besar PPMI Kota Jember (Basit, Sadam, Mas Yuda, dll), terima kasih telah membagi ilmu yang tidak bisa saya dapatkan di bangku kuliah;
13. keluarga besar kosan Muslimah yang sudah begitu hangat menerima saya menjadi bagian keluarga selama saya berada di Jember;
14. serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu;

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Oktober 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Fenomena Fluida	4
2.2 Limbah Cair Domestik	6
2.3 Parameter Air Limbah	6
2.4 Persamaan Diferensial Parsial	7

2.5 Persamaan Difusi	8
2.5.1 Hukum Fick Mengenai Difusi	9
2.5.2 Difusi Teradveksi	11
2.5.3 Dispersi dalam Aliran Geser.....	11
2.6 Syarat Awal dan Syarat Batas	12
2.6.1 Syarat Batas Dirichlet.....	13
2.6.2 Syarat Batas Von Neumann.....	13
2.6.3 Syarat Batas Robin	14
2.7 Deret Taylor	14
2.8 Kuadratur Gauss	15
2.9 Metode <i>Meshless Local Petrov Galerkin</i>	16
2.10 Aproksimasi <i>Moving Least Square (MLS)</i>	20
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Data Penelitian	23
3.2 Langkah-langkah Penelitian	23
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	26
4.1 Identifikasi Parameter	26
4.2 Penerapan Metode <i>Meshless Local Petrov Galerkin</i>	27
4.3 Pendekatan <i>Moving Least Square</i>	28
4.4 Diskritisasi Persamaan Terhadap Waktu	31
4.5 Langkah-langkah Pembuatan Program	32
4.6 Simulasi	33
4.6.1 Profil Pengangkutan Limbah dan Konsentrasi BOD Secara Umum	33
4.6.2 Simulasi dengan Variasi Kecepatan Aliran Sungai	37
4.6.3 Simulasi dengan Variasi Nilai Laju Transportasi Limbah	39
4.6.4 Simulasi dengan Variasi Nilai Awal Konsentrasi BOD.....	42

BAB 5. KESIMPULAN	45
DAFTAR PUSTAKA	47
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 <i>Sampling Point</i> dan <i>Weight</i> untuk Kuadratur <i>Gauss</i> 1 Dimensi.....	16
Tabel 2.2 Basis Polinomial	20
Tabel 4.1 Konsentrasi BOD saat $t = 0,5$ detik dan $t = 1$ detik.....	37
Tabel 4.2 Konsentrasi BOD saat $v = 0,3$ m/s, $v = 0,5$ m/s, $v = 0,8$ m/s....	39
Tabel 4.3 Konsentrasi BOD saat $S = 0,3$ mgr/s dan $S = 0,5$ mgr/s.....	41

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Aliran Air Menabrak Kaki Jembatan	4
Gambar 2.2 Dinamika Aliran Sungai.....	5
Gambar 2.3 Volume Kontrol dalam Angkutan Limbah.....	10
Gambar 2.4 Integral $\int f(x) dx$ dihampiri dengan Kuadratur <i>Gauss</i>	16
Gambar 2.5 (a) <i>Mesh</i> Metode Beda Hingga.....	17
Gambar 2.5 (b) <i>Mesh</i> Metode Elemen Hingga dengan Elemen Segitiga	17
Gambar 2.6 Titik-titik Interpolasi Metode MLPG	17
Gambar 2.7 Skema Subdomain Ω_{te}^I dan Batasnya $\partial\Omega_{te}^I$	18
Gambar 2.8 Subdomain Ω_{te}^I yang Beririsan dengan Batas Γ	19
Gambar 3.1 Skema Metode Penelitian.....	25
Gambar 4.1 Profil Konsentrasi BOD 6 ppm di Sungai Sepanjang x	34
Gambar 4.2 Profil Konsentrasi BOD 3 ppm di Sungai Sepanjang x	36
Gambar 4.3 Profil Konsentrasi BOD dengan Kecepatan $v = 0,5 m$	38
Gambar 4.4 Profil Konsentrasi BOD dengan Kecepatan $v = 0,8 m$	38
Gambar 4.5 Profil Konsentrasi BOD $S = 0,3 mgr/s$	40
Gambar 4.6 Profil Konsentrasi BOD $S = 0,5 mgr/s$	41
Gambar 4.7 Profil Konsentrasi BOD dengan Nilai Awal 5,5 ppm	43