



**PERBANDINGAN METODE *KALMAN FILTER* DAN *ENSEMBLE KALMAN  
FILTER* DALAM MENGESTIMASI KONDUKSI PANAS PADA KEPING  
LOGAM DUA DIMENSI YANG DIBERI GANGGUAN**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Ifa Nur Fauziah**  
**NIM 091810101003**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2014**



**PERBANDINGAN METODE *KALMAN FILTER* DAN *ENSEMBLE KALMAN  
FILTER* DALAM MENGESTIMASI KONDUKSI PANAS PADA KEPING  
LOGAM DUA DIMENSI YANG DIBERI GANGGUAN**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh  
**Ifa Nur Fauziah**  
**NIM 091810101003**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2014**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda A.Fauzi dan Ibunda Hasiyati tercinta, yang telah mendoakan dan memberi kasih sayang serta pengorbanan untuk putri tercintanya;
2. Adik Ilham Nur Fauzi serta Rafiza Nur Fauziah, yang telah memberikan dukungan;
3. Andika Nur Ismawan, S.Sos yang telah memberikan semangat, do'a dan kasih sayang
4. Guru-guru TK Jauharul Ulum, SDN 1 Paowan, SMPN 1 Situbondo, SMAN 1 Situbondo yang telah memberikan ilmu dan bimbingan dengan penuh kesabaran;
5. Almamater Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

## MOTO

Bukanlah hidup kalau tidak ada masalah, bukanlah sukses kalau tidak melalui rintangan, bukanlah menang kalau tidak dengan pertarungan, bukanlah lulus kalau tidak ada ujian, dan bukanlah berhasil kalau tidak berusaha. \*)

Berhenti bertanya bagaimana cara mendapatkan apa yang kamu inginkan, karena jawaban yang kamu temukan hanyalah berusaha. Oleh karena itu berusahalah untuk mendapatkan apa yang kamu inginkan. \*\*)

---

\*) . motto. Terpopuler. [on line]  
<http://www.ulan-news.com/2012/07/kumpulan-motto-kehidupan-terpopuler-dan.html> [28 November 2013]

\*\*) ungkapan. Inspirasiku. [on line]  
<http://dp-media.blogspot.com/2013/02/contoh-motto-untuk-skripsi.html> [28 November 2013]

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Ifa Nur Fauziyah

NIM : 091810101003

menyatakan dengan ini sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul “Perbandingan Metode *Kalman Filter* Dan *Ensemble Kalman Filter* Dalam Mengestimasi Konduksi Panas Pada Keping Logam Dua Dimensi Yang Diberi Gangguan” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2014

Yang menyatakan,

Ifa Nur Fauziyah

NIM 091810101003

**SKRIPSI**

**PERBANDINGAN METODE *KALMAN FILTER* DAN *ENSEMBLE KALMAN  
FILTER* DALAM MENGESTIMASI KONDUKSI PANAS PADA KEPING  
LOGAM DUA DIMENSI YANG DIBERI GANGGUAN**

Oleh

Ifa Nur Fauziyah

NIM 091810101003

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si, M.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Perbandingan Metode *Kalman Filter* Dan *Ensemble Kalman Filter* Dalam Mengestimasi Konduksi Panas Pada Keping Logam Dua Dimensi Yang Diberi Gangguan” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember.

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.  
NIP 196908281998021001

Kusbudiono, S.Si, M.Si.  
NIP 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP 196610121993031001

Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc. Ph.D.  
NIP 195912201985031002

Mengesahkan  
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.  
NIP 196101081986021001

## RINGKASAN

**Perbandingan Metode *Kalman Filter* Dan *Ensemble Kalman Filter* Dalam Mengestimasi Konduksi Panas Pada Keping Logam Dua Dimensi Yang Diberi Gangguan;** Ifa Nur Fauziah; 091810101003; 2014; 60 halaman; Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember

*Kalman Filter* (KF) merupakan salah satu metode untuk mengestimasi suatu masalah menggunakan sistem keadaan dan model pengukuran. Algoritma yang dikembangkan dalam KF hanya dapat diimplementasikan pada model dinamik linier saja, yang kemudian dikembangkan suatu algoritma yang memodifikasi KF sehingga dapat diimplementasikan pada model dinamik nonlinier. Algoritma yang telah dikembangkan adalah *Extended Kalman Filter* (EKF) dan *Ensemble Kalman Filter* (EnKF). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui hasil perbandingan keakuratan metode KF dan EnKF dalam mengestimasi konduksi panas pada keping logam dua dimensi berbentuk persegi panjang yang diberi gangguan.

Untuk memperoleh hasil estimasi dan mengetahui metode yang lebih baik, dilakukan beberapa langkah, yaitu diskritisasi dengan metode beda hingga maju dan beda hingga pusat, dan dilanjutkan dengan penambahan *noise* pada model konduksi panas berdimensi dua. Setelah itu mengimplementasikan algoritma KF dan EnKF. Langkah berikutnya adalah analisis hasil simulasi. Hasil yang akan dianalisis adalah hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam dua dimensi. Analisis yang dilakukan adalah membandingkan nilai norm kovariansi *error* dari metode KF dan EnKF. Pada EnKF dilakukan juga perbandingan terhadap jumlah ensemble yang berbeda yaitu 50, 100, 500, dan 1000. Hasil terbaik dari EnKF dibandingkan dengan hasil dari KF.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode KF dan EnKF secara umum mampu mengestimasi konduksi panas dengan yang gangguan. Hal ini ditunjukkan dengan terjadinya kenaikan suhu pada posisi dimana gangguan diberikan. Untuk EnKF, hasil terbaik yaitu menggunakan jumlah ensemble 1000. Jumlah ensemble



dibawah 1000 menghasilkan norm kovariansi *error* yang lebih besar. Metode KF, menghasilkan norm kovariansi error yang lebih besar dari hasil estimasi metode EnKF. Dengan demikian metode EnKF lebih akurat dibandingkan dengan metode KF dalam mengestimasi konduksi panas pada keping logam dua dimensi yang diberi gangguan.

## PRAKATA

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Perbandingan Metode *Kalman Filter* (KF) dan *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) Konduksi Panas pada Keping Logam Dua Dimensi Berbentuk Persegi Panjang Yang Diberi Gangguan”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis telah banyak mendapat bantuan dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Utama dan Kusbudiono S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota, yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penyusunan skripsi ini;
2. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., dan Prof. I Made Tirta, M.Sc, Ph.D., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan kritik yang membangun dalam penulisan skripsi ini;
3. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik;
4. Bapak dan Ibu serta keluarga di rumah yang telah memberikan doa dan semangat;
5. Andika Nur Ismawan, S.Sos yang telah memberikan semangat, do'a dan kasih sayang serta menemani dalam keadaan suka maupun duka;
6. Sahabat A FIRE LIFE (Aan, Fendy, Rizka, Ervin, Lutfi, Ifa, Fathur dan Elna) yang selalu memberikan semangat dan motivasi;
7. Angkatan matematika 2009 dan teman-teman kost yang selalu berbagi keceriaan bersama;
8. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, Januari 2014

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	2
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	2
<b>1.4 Tujuan Penelitian</b> .....	2
<b>1.5 Manfaat Penelitian</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	4
<b>2.1 Hasil Model pada Satu Dimensi</b> .....	4
<b>2.2 Model Konduksi Panas pada Keping Logam</b> .....	5
<b>2.3 Metode Beda Hingga</b> .....	6
<b>2.4 Penambahan Faktor Stokastik</b> .....	9
<b>2.5 Metode <i>Kalman Filter</i></b> .....	10
<b>2.6 Metode <i>Ensemble Kalman Filter</i></b> .....	12
<b>2.7 Norm Kovariansi <i>Error</i></b> .....	15

<b>BAB 3. METODE PENELITIAN.....</b>	<b>17</b>
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>21</b>
<b>4.1 Diskritisasi Model Konduksi Panas Berdimensi Dua...</b>	<b>21</b>
<b>4.2 Penambahan <i>Noise</i>.....</b>	<b>24</b>
<b>4.3 Implementasi Model Konduksi Panas Berdimensi Dua         pada Metode KF dan EnKF .....</b>	<b>24</b>
<b>4.4 Simulasi dan Hasil Pembahasan.....</b>	<b>26</b>
4.4.1 Estimasi dengan Metode EnKF.....	26
4.4.2 Estimasi dengan Metode KF .....	31
4.4.3 Hasil Perbandingan Metode KF dan EnKF.....	33
<b>BAB 5. PENUTUP.....</b>	<b>35</b>
<b>5.1 Kesimpulan.....</b>	<b>35</b>
<b>5.2 Saran .....</b>	<b>35</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>36</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>37</b>

## DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Algoritma <i>Kalman Filter</i> . .....	12
2.2 Algoritma <i>Ensemble Kalman Filter</i> . .....	14
4.1 Hasil Estimasi Metode EnKF. ....	31
4.2 Rata-rata norm kovariansi <i>error</i> . ....	33

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Keping Logam Berbentuk Persegi Panjang .....	6
3.1 Skema Metode Penelitian.....	17
4.1 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=50.....	27
4.2 Norm kovariansi <i>error</i> penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=50.....	27
4.3 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=100.....	28
4.4 Norm kovariansi <i>error</i> penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=100.....	28
4. 5 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=500.....	29
4.6 Norm kovariansi <i>error</i> penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=500.....	29
4. 7 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=1000.....	30
4.8 Norm kovariansi <i>error</i> penyebaran panas pada keping logam menggunakan EnKF, Ne=1000.....	30
4. 9 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam menggunakan metode KF.....	32
4.10 Norm kovariansi <i>error</i> penyebaran panas pada keping logam menggunakan KF.....	30
4.11 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam setiap perubahan waktu menggunakan EnKF, Ne=1000.....	34
4.12 Hasil estimasi penyebaran panas pada keping logam setiap perubahan waktu menggunakan KF.....	34

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Skrip Program Metode KF.....	37
B. Skrip Program Metode EnKF.....	41