



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF TUNAS KELAPA**

SKRIPSI

Oleh

Mochamad Zaenal Abidin

NIM 090210101061

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF TUNAS KELAPA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Mochamad Zaenal Abidin

NIM 090210101061

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah SWT yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ibuku Lilik Susiati dan Bapakku Suyanto, Adikku Khofifah Octavia, Pakde, Paklek, Mbah Abah, yang senantiasa memberikan kasih sayang, dorongan, semangat, dan do'a yang selalu menemaniku dalam meraih cita-cita;
2. Bapak/Ibu guru dari TK, SD, SMP, dan SMA serta semua dosen yang tak pernah lelah dalam membagi ilmunya;
3. Teman-teman OCTAGON (Imam pi'i, Tutus, Siti Nurhayati, Wida Zannah Z., Nuruh Habibatul U., Rohmatullah, Novi Puji), angkatan 2009 reguler terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;
4. Teman seperjuangan penelitian Graf (Ayu, Hilmi, Wulan, Vinda, Ana, dan teman-teman penggiat graf lainnya) yang senantiasa memberi dorongan semangat disaat malas melanda dalam menyelesaikan skripsi ini;
5. Isnawati Lujeng Lestari sebagai penemu graf Tunas Kelapa;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTO

يٰۤاَيُّهَا الَّذِيْنَ ءَامَنُوْا اسْتَعِيْنُوْا بِالصَّبْرِ وَالصَّلٰوةِ اِنَّ اللّٰهَ مَعَ
الصّٰبِرِيْنَ ﴿١٥٣﴾

Artinya :”Hai orang-orang yang beriman, Jadikanlah sabar dan Shalatmu sebagai penolongmu, sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar”
(Al-Baqarah: 153)

If A equals success, then the formula is: $A=X+Y+Z$. X is work. Y is play. Z is keep your mouth shut.(Einstein)

Jika hidup ini adalah permainan, mainkan. Jika hidup ini adalah mimpi, wujudkan. Jadikan setiap momen dalam hidup kita berharga.(Mario Teguh)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mochamad Zaenal Abidin

NIM : 090210101061

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Nilai Ke-takteraturan Total Sisi dari Graf Tunas Kelapa adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 20 September 2013

Yang menyatakan,

Mochamad Zaenal Abidin

NIM. 090210101061

SKRIPSI

NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF TUNAS KELAPA

Oleh

Mochamad Zaenal Abidin

NIM 090210101061

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M. Sc

PERSETUJUAN

NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF TUNAS KELAPA

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Mochamad Zaenal Abidin
NIM : 090210101061
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun : 2009
Daerah Asal : Jember
Tempat, Tanggal Lahir : Jember, 11 Maret 1991

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tunas Kelapa telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 26 September 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP.19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP.19820529 200912 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd
NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF TUNAS KELAPA, Mochamad Zaenal Abidin, 090210101061, 2013, 85 Halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember

Pelabelan graf mulai banyak mendapat perhatian terutama terapannya dalam jaringan komputer dan keamanan database. Pelabelan pada suatu graf adalah sebarang pemetaan atau fungsi yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan (biasanya bilangan bulat positif). Ada beberapa jenis pelabelan graf, salah satunya yaitu pelabelan total iregular (*irregular total labeling*) yang diperkenalkan oleh Martin Baca, Stanislav Jendrol, Mirka Miller, dan Joseph Ryan pada tahun 2002. Pelabelan ini menyaratkan masing-masing bobot totalnya harus berbeda, namun dalam pemberian label (angka) titik dan sisinya boleh berulang. Pelabelan total iregular (*irregular total labeling*) sendiri terbagi menjadi dua, yaitu pelabelan total sisi iregular (*edge irregular total labeling*) dan pelabelan total titik iregular (*vertex irregular total labeling*).

Permasalahan yang timbul yaitu bagaimana melabeli graf tunas kelapa dengan meminimumkan label terbesar yang digunakan untuk melabeli graf tunas kelapa baik tunggal maupun gabungannya. Bilangan bulat positif terbesar inilah yang disebut dengan nilai ketakteraturan total sisi (*total edge irregularity strength*) dan dilambangkan dengan $tes(G)$. Sehingga dari permasalahan tersebut akan diketahui berapa nilai tes dari graf tunas kelapa.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan teorema tentang nilai batas atas dan batas bawah dari tes , yaitu $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$, dimana $|E|$ adalah jumlah sisi dari suatu graf. Dari teorema tersebut didapat nilai batas bawah tes dari graf tunas kelapa, kemudian menentukan batas atas graf tunas kelapa dengan menerapkan metode pendeteksian pola dalam menentukan pola dan perumusan total sisi iregular pada graf tunas kelapa ($CR_{n,m}$). Jika hasil investigasi pelabelan ini dapat digunakan dan berpola, maka dapat dicari formulasi pelabelan total sisi iregular graf tunas

kelapa. Setelah didapat formulasi pelabelan total sisi irreguler pada graf tunas kelapa ($CR_{n,m}$) tunggal, kemudian dicari pola dan formulasi pada gabungan saling lepas graf tunas kelapa baik isomorfis maupun non-isomorfis dengan alur pola yang sama dengan graf tunas kelapa tunggal, sedangkan label titik dan sisi pada antara bagian pertama dan selanjutnya memiliki pola yang teratur, sampai pada akhirnya didapat nilai tes untuk $CR_{n,m}$ tunggal maupun gabungannya. Representasi gabungan graf tunas kelapa isomorfis dan non-isomorfis dapat digambarkan dengan bentuk berbeda antara bagian yang satu dengan yang lainnya dengan syarat untuk gabungan isomorfis setiap bagiannya memiliki matriks ketetanggaan yang sama dan untuk gabungan non-isomorfis setiap bagian memiliki himpunan titik dan sisi sesuai dengan himpunan titik dan sisi dari graf tunas kelapa. Hasil penelitian ini berupa teorema baru mengenai nilai ketakteraturan total sisi dari graf tunas kelapa. Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. Nilai ketakteraturan total sisi dari graf tunas kelapa tunggal adalah $tes(CR_{n,m}) = n$, untuk $n \geq 3$ dan $m = n - 1$;
2. Nilai ketakteraturan total sisi pada gabungan graf tunas kelapa isomorfis adalah $tes(sCR_{n,m}) = \left\lceil \frac{s(n+2m)+2}{3} \right\rceil$, untuk $s \geq 2$, $n \geq 3$, dan $m = n - 1$;
3. Nilai ketakteraturan total sisi pada gabungan graf tunas kelapa non-isomorfis adalah $tes(CR_{n,m} \cup \dots \cup CR_{r,s}) = \left\lceil \frac{(n+2m)+\dots+(r+2s)+2}{3} \right\rceil$, untuk $n \geq 3$, $r \geq 3$, $s = r - 1$, dan $m = n - 1$.

Dari kajian diatas ada batasan atara nilai n dan m yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 1.** Nilai ketakteraturan total sisi dari graf tunas kelapa tunggal adalah $tes(CR_{n,m}) = n$, untuk $n \geq 3$ dan $m \neq n - 1$,
2. **Masalah Terbuka 2.** Nilai ketakteraturan total sisi pada gabungan graf tunas kelapa adalah $tes(sCR_{n,m}) = \left\lceil \frac{s(n+2m)+2}{3} \right\rceil$, untuk $s \geq 2$, $n \geq 3$, dan $m \neq n - 1$.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Tunas Kelapa. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Dalam penyelesaian skripsi ini tentulah tidak terlepas dari bantuan dan bimbingan dari pihak-pihak terkait baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itulah pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen Pembimbing Akademik yang selama ini telah banyak membantu dalam penentuan studi selama di Universitas Jember;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari Allah SWT. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi

ini dapat bermanfaat untuk semua pihak yang nantinya akan membaca skripsi ini.

Jember, 20 September 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Aplikasi Graf	6
2.2 Konsep Dasar Graf	8
2.2.1 Graf	8
2.2.2 <i>Walks, Trail, Path, dan Cycle</i>	14
2.3 Jenis-Jenis Graf	15
2.4 Keisomorfisan Graf	18
2.5 Gabungan Graf	20
2.6 Graf Khusus	20
2.7 Graf Tunas Kelapa	26
2.8 Gabungan Graf Tunas Kelapa	27

2.9	Himpunan	29
2.10	Fungsi	30
2.11	Pelabelan Graf	31
2.11.1	Definisi Pelabelan Graf	33
2.11.2	Pelabelan Total Sisi Irregular	34
2.11.3	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Tunas Kelapa	35
2.11.4	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Khusus	39
3	METODE PENELITIAN	44
3.1	Objek Penelitian	44
3.2	Metode Penelitian	44
3.3	Definisi Operasional	45
3.3.1	Graf Tunas Kelapa ($CR_{n,m}$)	45
3.3.2	Gabungan Saling Lepas Graf Tunas Kelapa ($sCR_{n,m}$)	46
3.3.3	Pelabelan Total Sisi Irregular	46
3.4	Teknik Penelitian	47
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	50
4.1	Hasil Penelitian	50
4.1.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tunas Kelapa Tunggal	50
4.1.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tunas Kelapa Isomorfis	55
4.1.3	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tunas Kelapa Non-Isomorfis	63
4.2	Pembahasan	72
5	KESIMPULAN DAN SARAN	79
5.1	Kesimpulan	79
5.2	Saran	79
	DAFTAR PUSTAKA	80

DAFTAR GAMBAR

1.1	Graf tunas kelapa $CR_{5,4}$	4
2.1	Struktur molekul H_2O	6
2.2	Alur penyelesaian proyek	8
2.3	(a) Graf kosong N_5 , (b) Graf terhubung, dan (c) Graf tak terhubung	9
2.4	Contoh jembatan dan titik potong	10
2.5	Contoh (a) graf takberhingga dan (b) graf berhingga	11
2.6	Contoh subgraf	12
2.7	Contoh graf dengan (a) sisi loop dan (b) sisi ganda	12
2.8	Graf G dengan $\delta(G) = 0$ dan $\Delta(G) = 4$	13
2.9	Graf G	15
2.10	Contoh (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu . . .	16
2.11	Contoh (a) graf berarah, dan (b) graf tak berarah	17
2.12	Graf reguler	17
2.13	Contoh graf yang isomorfis	19
2.14	Contoh (a) gabungan non-isomorfis dan (b) gabungan isomorfis .	21
2.15	Contoh (a) graf pohon dan (b) bukan graf pohon	21
2.16	Contoh (a) graf bipartit dan (b) graf tripartit	23
2.17	Graf prisma (a) D_3 dan (b) D_4	23
2.18	Generalisasi graf Petersen ($P(6, 2)$)	23
2.19	Graf roda W_6	24
2.20	Graf jaring laba-laba Wb_3	25
2.21	Graf friendship F_4	25
2.22	Graf helm H_3	26
2.23	Graf E_4	26
2.24	Graf tunas kelapa $CR_{n,m}$	27
2.25	Contoh gabungan (a) non-isomorfis ($CR_{3,2} \cup CR_{5,4}$) dan (b) iso- morfis ($2CR_{5,4}$)	28
2.26	Graf $CR_{5,4}$	36

2.27	Gambar (a) $CR_{7,6}$ dan (b) $CR_{8,7}$	37
2.28	Graf $CR_{9,8}$	38
3.1	Graf tunas kelapa $CR_{n,m}$	45
3.2	Graf tunas kelapa $3CR_{5,4}$	46
3.3	Pelabelan graf tunas kelapa $3CR_{4,3}$	48
3.4	Diagram Alir penelitian	49
4.1	Pelabelan <i>tes</i> pada $CR_{11,10}$	54
4.2	Gabungan isomorfis graf tunas kelapa $4CR_{7,6}$	62
4.3	Gabungan non-isomorfis $CR_{3,2} \cup CR_{5,4} \cup CR_{9,8}$	70
4.4	Gabungan non-isomorfis $CR_{3,2} \cup CR_{6,5}$	71
4.5	Alur pelabelan <i>tes</i> ($CR_{5,4}$) berdasarkan pelabelan titik (3,1)-sisi <i>antimagic</i> $CR_{5,4}$	74
4.6	Pelabelan lain dengan label maksimal yang terkecil	75
4.7	Label maksimal $CR_{3,2} = 3$, $CR_{5,4} = 5$, dan $CR_{7,6} = 7$	76

DAFTAR TABEL

2.1	Langkah-langkah pembuatan suatu barang	7
2.2	Beberapa daftar rangkuman hasil penelitian <i>total edge irregularity strength</i> yang dipublikasikan	39

DAFTAR LAMBANG

G	$=$	Graf G
$G(V,E)$	$=$	Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
$ E $	$=$	Banyak sisi pada suatu graf
$E(G)$	$=$	Himpunan sisi pada graf G
$V(G)$	$=$	Himpunan titik pada graf G
v_n	$=$	Titik ke n pada suatu graf
e_n	$=$	Sisi ke n pada suatu graf
ω_t	$=$	Bobot (<i>weight</i>)
$\lambda(u)$	$=$	Label sebuah titik u pada suatu graf
$\lambda(v)$	$=$	Label sebuah titik v pada suatu graf
$\lambda(uv)$	$=$	Label sebuah sisi uv pada suatu graf
CR	$=$	Singkatan dari tunas kelapa (<i>coconut sprout</i>)
$CR_{n,m}$	$=$	Graf tunas kelapa dengan n titik pada <i>cycle</i> dan m titik pada tunas
$sCR_{n,m}$	$=$	Lambang untuk gabungan sebanyak s graf tunas kelapa isomorfis
x_i	$=$	Titik ke- i pada bagian kelapa $CR_{n,m}$
y_i	$=$	Titik ke- i pada bagian tunas $CR_{n,m}$
z	$=$	Titik pada bagian akar graf tunas kelapa ($CR_{n,m}$)
x_i^s	$=$	Titik ke- i dalam komponen ke- s pada bagian kelapa graf $sCR_{n,m}$
y_i^s	$=$	Titik ke- i dalam komponen ke- s pada bagian tunas graf $sCR_{n,m}$
z^s	$=$	Titik dalam komponen ke- s pada bagian akar graf $sCR_{n,m}$
$tes(G)$	$=$	Nilai ketakteraturan total sisi dari graf G
$ N(v) $	$=$	Banyaknya titik dari himpunan himpunan titik ($N(v)$)
$deg(v)$	$=$	Banyaknya sisi yang terhubung dengan titik v
$\Delta(G)$	$=$	Derajat maksimum dari suatu graf G
$\delta(G)$	$=$	Derajat minimum dari suatu graf G
$\lceil x \rceil$	$=$	Bilangan bulat terkecil yang lebih dari atau sama dengan x
$\lfloor x \rfloor$	$=$	Bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x
Δ	$=$	Derajat tertinggi suatu titik pada graf
δ	$=$	Derajat terendah suatu titik pada graf
$x_n x_1$	$=$	Sisi yang menghubungkan titik x_n dengan x_1 pada $CR_{n,m}$
$x_i x_{i+1}$	$=$	Sisi yang menghubungkan titik x_i dengan x_{i+1} pada $CR_{n,m}$

- $y_j y_{j+1}$ = Sisi yang menghubungkan titik y_j dengan y_{j+1} pada $CR_{n,m}$
 $x_n y_j$ = Sisi yang menghubungkan titik x_n dengan y_j pada $CR_{n,m}$
 $x_n z$ = Sisi yang menghubungkan titik x_n dengan z pada $CR_{n,m}$