



**PELABELAN *ELEGANT* PADA GRAF KIPAS,  
GRAF MATAHARI, DAN GRAF BUNGA MATAHARI**

**SKRIPSI**

Oleh  
Arie Kusuma Wijaya  
NIM 051810101114

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2010**



**PELABELAN *ELEGANT* PADA GRAF KIPAS,  
GRAF MATAHARI, DAN GRAF BUNGA MATAHARI**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh  
Arie Kusuma Wijaya  
NIM 051810101114

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2010**

## **PERSEMBAHAN**

Segala puji bagi Allah SWT, serta sholawat dan salam kepada junjungan Nabi Muhammad SAW. skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Endang Purwanti dan Ayahanda Sujitno, atas cinta, kasih sayang dan do'a yang tulus;
2. Kakak Christine Ratna Wijaya dan adik Krisna Wahyu Wijaya, untuk kasih sayang dan kebersamaan yang telah memberikan banyak pelajaran berharga;
3. Guru-guru TK, SD, SLTP, dan SMU, serta staf pengajar di Universitas Jember yang telah mendidik, memberikan ilmu, dan membimbing dengan penuh kesabaran;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

## **MOTTO**

Jika kamu berbuat baik (berarti) kamu berbuat baik bagi dirimu sendiri  
dan jika kamu berbuat jahat, maka (kejahatan) itu bagi dirimu sendiri,...  
( QS Al Isra' : 7 )



## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Arie Kusuma Wijaya

NIM : 051810101114

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul : “ Pelabelan *Elegant* pada Graf Kipas, Graf Matahari, dan Graf Bunga Matahari” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggungjawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Oktober 2010  
Yang menyatakan,

Arie Kusuma wijaya  
051810101114

**SKRIPSI**

**PELABELAN *ELEGANT* PADA GRAF KIPAS, GRAF MATAHARI DAN  
GRAF BUNGA MATAHARI**

Oleh

Arie Kusuma Wijaya  
051810101114

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si.

Dosen Pembimbing anggota : Bagus Juliyanto, S.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan *Elegant* pada Graf Kipas, Graf Matahari, dan Graf Bunga

Matahari telah diuji dan disahkan pada:

hari :

tanggal:

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,  
(Dosen Pembimbing Utama)

Sekretaris  
(Dosen Pembimbing Anggota)

Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si.  
NIP. 19740813 200003 2 004

Bagus Juliyanto, S.Si.  
NIP. 19800702 200312 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. I. Made Tirta, M.Sc, Ph.d.  
NIP. 19591220 198503 1 002

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP. 19661012 199303 1 001

Mengesahkan,  
Dekan

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D  
NIP. 19610108 198602 1 001

## RINGKASAN

**Pelabelan *Elegant* pada Graf Kipas, Graf Matahari, dan Graf Bunga Matahari;**  
Arie Kusuma Wijaya; 051810101114; 2010; 51 halaman; Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pelabelan *elegant* pada graf  $G$  dengan  $n$  titik dan  $m$  sisi adalah suatu pemetaan satu-satu (*injektif*) dari himpunan titik  $V(G)$  ke himpunan bilangan bulat tak negatif  $\{0,1,2,3,\dots,m\}$  sehingga setiap sisinya mendapat label penjumlahan dari label titik yang bersisian pada sisi tersebut dalam bilangan modulo  $(m+1)$  yang berbeda semua dan tak nol, yaitu:  $f(e)=f(uv)=[f(u)+f(v)] \bmod (m+1)$  dan  $f(e) \neq 0$ , dimana  $u$  dan  $v$  adalah titik yang bersisian pada sisi tersebut. Sebuah graf  $G$  dikatakan *elegant* jika dapat dilabeli menurut aturan pelabelan *elegant*. Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui apakah graf kipas, graf matahari, dan graf bunga matahari merupakan graf *elegant* atau bukan. Graf kipas  $F_n$  merupakan graf yang dibentuk dari graf lintasan  $P_n$  dan satu titik yang disebut titik pusat yang *adjacent* dengan semua titik pada graf lintasan  $P_n$ . Graf matahari  $S_n$  adalah graf yang dibentuk dari graf sikel  $C_n$  dengan penambahan sebuah titik *pendant* pada setiap titik pada sikelnya. Sedangkan graf bunga matahari  $SF_n$  merupakan graf yang dibentuk dari graf sikel  $C_n$  dan  $n$  buah titik  $x_i$  dengan  $i=1, 2, 3, \dots, n$  sedemikian hingga jika  $v_i$  adalah titik ke- $i$  dari  $C_n$  maka  $x_i$  *adjacent* dengan  $v_i$  dan  $v_{i+1}$  untuk setiap  $i=1, 2, 3, \dots, n$ .

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif aksiomatik yaitu pemaparan definisi dalam pelabelan *elegant* yang digunakan untuk menyelidiki apakah graf kipas, graf matahari, dan graf bunga matahari memungkinkan untuk dilabeli dengan aturan pelabelan *elegant*. Selanjutnya jika graf-graf tersebut memungkinkan untuk dilabeli dengan aturan pelabelan *elegant*, maka akan dilanjutkan dengan metode *Trial and Error*. Metode *Trial and Error* yaitu mencoba kemungkinan yang ada dalam melabeli titik pada graf kipas, graf



matahari dan graf bunga matahari dengan aturan pelabelan *elegant*. Selanjutnya jika ditemukan label yang memenuhi aturan pelabelan *elegant*, maka dilanjutkan dengan metode pendeteksian pola, dimana metode ini digunakan untuk merumuskan pola pelabelannya.

Diperoleh kesimpulan bahwa graf kipas  $F_n$  untuk setiap  $n$ , graf matahari  $S_n$  untuk  $n$  ganjil, graf matahari  $S_4$ ,  $S_6$ , dan  $S_8$ , serta graf bunga matahari  $SF_4$ ,  $SF_5$ , dan  $SF_9$  merupakan graf *elegant*. Sedangkan graf bunga matahari  $SF_n$  untuk  $n = 0$  dan  $2 \pmod{4}$  bukan merupakan graf *elegant*.



## PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat, taufik, dan hidayahNya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan *Elegant* pada Graf Kipas  $F_n$ , Graf Matahari  $S_n$ , dan Graf Bunga Matahari  $SF_n$ . Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.
2. Ibu Kristiana Wijaya S.Si, M.Si dan Bapak Bagus Juliyanto, S.Si selaku Dosen Pembimbing, Bapak Prof. Drs. I. Made Tirta, M.Sc Ph.D dan Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc selaku Dosen Penguji yang telah meluangkan banyak waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
3. Bapak Firdaus Ubaidillah S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah banyak memberikan nasehat dan bimbingan;
4. Rian Firdaus, atas waktu, semangat, dan dukungannya;
5. segenap keluarga besar "PALAPA", Reza, Anik, Rahayu, atas persaudaraan selama ini, teman-teman "Photoshop", "Jeng Puput" dan Math'05, Aulia, Niken, atas bantuan, semangat, dan kerjasamanya, serta rekan-rekan WAROENKNET Jember, atas kebersamaan yang telah banyak memberikan pelajaran;
6. semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang telah memberikan banyak bantuan dan motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Oktober 2010

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	2
<b>1.3 Tujuan</b> .....	2
<b>1.4 Manfaat</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	4
<b>2.1 Terminologi Dasar Graf</b> .....	4
<b>2.2 Klasifikasi Graf</b> .....	6
<b>2.3 Fungsi</b> .....	9
<b>2.4 Aritmatika Modulo</b> .....	9
<b>2.5 Pelabelan <i>Elegant</i></b> .....	10
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	12
<b>3.1 Rancangan Penelitian</b> .....	12

3.1.1 Penotasian Titik dan Sisi .....	12
3.1.2 Indikator Penelitian .....	14
<b>3.2 Langkah-langkah Penelitian .....</b>	<b>15</b>
<b>BAB 4. PEMBAHASAN .....</b>	<b>18</b>
<b>4.1 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Kipas <math>F_n</math> .....</b>	<b>18</b>
<b>4.2 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Matahari <math>S_n</math> .....</b>	<b>32</b>
4.2.1 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Matahari $S_n$ dengan $n$ ganjil ...	32
4.2.1 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Matahari $S_n$ dengan $n$ genap ...	40
<b>4.3 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Bunga Matahari <math>SF_n</math>.....</b>	<b>42</b>
4.2.1 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Bunga Matahari $SF_n$ dengan $n = 2$ dan $3 \pmod{4}$ .....	42
4.2.2 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Bunga Matahari $SF_n$ dengan $n = 0 \pmod{4}$ .....	45
4.2.3 Pelabelan <i>Elegant</i> pada Graf Bunga Matahari $SF_n$ dengan $n = 1 \pmod{4}$ .....	46
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>50</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>51</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>52</b>

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf $G$ dengan tujuh titik dan tujuh sisi .....	4
2.2 Graf regular berderajat 2.....	5
2.3 Graf $g$ dengan <i>loop</i> dan sisi ganda.....	5
2.4 (a) Graf terhubung, (b) Graf tak terhubung .....	6
2.5 Graf lintasan $P_3$ dan $P_6$ .....	7
2.6 Graf sikel $C_6$ .....	7
2.7 Graf Kipas $F_5$ .....	8
2.8 Graf matahari $S_3$ .....	8
2.9 Graf bunga matahari $SF_4$ .....	9
2.10 Pada graf $G$ dengan 4 titik dan 5 sisi .....	11
2.11 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf $G$ dengan 4 titik dan 5 sisi.....	11
3.1 Penotasian titik dan sisi pada graf kipas $F_5$ .....	13
3.2 Penotasian titik dan sisi pada graf matahari $S_3$ .....	13
3.3 Penotasian titik dan sisi pada graf bunga matahari $SF_4$ .....	14
3.4 <i>Flow chart</i> untuk melabeli graf $G$ dengan $n$ titik dan $m$ sisi dengan aturan pelabelan <i>elegant</i> .....	17
4.1 (a) Graf kipas $F_3$ , (b) Graf kipas $F_5$ , dan (c) Graf kipas $F_7$ .....	18
4.2 (a) Graf kipas $F_4$ , dan (b) Graf kipas $F_8$ .....	22
4.3 (a) Graf kipas $F_2$ , (b) Graf kipas $F_6$ , (c) Graf kipas $F_{10}$ .....	27
4.4 (a) Graf matahari $S_3$ , (b) Graf matahari $S_5$ , (c) Graf matahari $S_7$ .....	34
4.5 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf matahari $S_4$ .....	44
4.6 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf matahari $S_6$ .....	45
4.7 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf matahari $S_8$ .....	45
4.8 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf bunga matahari $SF_4$ .....	50
4.9 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf bunga matahari $SF_5$ .....	52
4.10 Pelabelan <i>elegant</i> pada graf bunga matahari $SF_9$ .....	52

## DAFTAR TABEL

	Halaman
3.1 Jumlah Titik dan Sisi pada Graf Kipas, Graf Matahari, dan Graf Bunga Matahari .....	14
3.2 Label Titik pada Graf Kipas, Graf Matahari, dan Graf Bunga Matahari ..	15
3.3 Label Sisi pada Graf Kipas, Graf Matahari, dan Graf Bunga Matahari ....	16
4.1 Pola Label Titik pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	19
4.2 Pola label Sisi pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	19
4.3 Pola Label Titik pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 0 \pmod{4}$ .....	22
4.4 Pola Label Titik $v_i$ pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 0 \pmod{4}$ .....	23
4.5 Pola Label Sisi pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 0 \pmod{4}$ .....	24
4.6 Pola Label Titik pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 2 \pmod{4}$ .....	28
4.7 Pola Label Titik $v_i$ pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 2 \pmod{4}$ .....	28
4.8 Pola Label Sisi pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 2 \pmod{4}$ .....	29
4.9 Pola Label Sisi $a_i$ pada Graf Kipas $F_n$ , untuk $n \equiv 2 \pmod{4}$ .....	29
4.10 Pola Label Titik pada Graf Matahari Kipas $S_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	35
4.11 Pola Label Titik $w_i$ pada Graf Matahari Kipas $S_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	35
4.12 Pola Label Sisi pada Graf Matahari Kipas $S_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	36
4.13 Pola Label Sisi $a_i$ pada Graf Matahari Kipas $S_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	36
4.14 Pola Label Sisi $e_i$ pada Graf Matahari Kipas $S_n$ , untuk $n$ Ganjil .....	37