



**PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL
PADA ALIRAN PANAS SEBUAH PLAT LOGAM
DENGAN METODE LIEBMANN**

SKRIPSI

Oleh

Titik Eko Wati

NIM 081810101006

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2013**



**PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL
PADA ALIRAN PANAS SEBUAH PLAT LOGAM
DENGAN METODE LIEBMANN**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Titik Eko Wati

NIM 081810101006

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Wardi dan Ibunda Almh. Surani yang telah melahirkan dan membesarkan saya dengan kasih sayang, perhatian dan pengorbanan yang tiada henti, serta doa yang tak pernah putus;
2. kakak tersayang Sri Wahyuningsih A.Md yang telah memberikan kasih sayang, perhatian dan do'a;
3. sahabat-sahabat saya Putri Pramitasari, Eka Farista, Tri Gunarso, Dayvis Suryadana, Lulus Novita Sari, Dewintha Melyasari S.Si, Arif Riyanto S.Si dan semua teman-teman saya yang telah memberi segala pengorbanan, dukungan, perhatian, dan doa;
4. Lukman Hariadi S.Si yang telah memberikan do'a, bantuan dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini;
5. guru-guru saya yang telah memberikan ilmu dan membimbing saya dengan penuh kesabaran;
6. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

“Barangsiapa bertakwa kepada Allah niscaya Dia akan mengadakan baginya jalan keluar”.¹

“Janganlah kamu sekalian berputus asa dari rahmat Allah. Sesungguhnya orang yang berputus asa dari rahmat Allah adalah golongan orang-orang kafir.”²



¹ Shofia, Abu. 2008. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Surabaya:Toko Buku Imam

² Shofia, Abu. 2008. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Surabaya:Toko Buku Imam

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Titik Eko Wati

NIM : 081810101006

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul ” Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Pada Aliran Panas Sebuah Plat Logam Dengan Metode Liebmann” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang telah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 31 Januari 2013

Yang menyatakan,

Titik Eko Wati
NIM 081810101006

SKRIPSI

**PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL
PADA ALIRAN PANAS SEBUAH PLAT LOGAM
DENGAN METODE LIEBMANN**

Oleh

Titik Eko Wati
NIM 081810101006

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kusbudiono, S.Si, M.Si

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul ” Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Pada Aliran Panas Sebuah Plat Logam Dengan Metode Liebmann” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Kusbudiono, S.Si, M.Si
NIP 197704302005011001

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP 196610121993031001

Penguji I,

Penguji II,

Agustina Pradjaningsih, S.Si, MSi
NIP 197108022000032009

Ahmad Kamsyakawuni, S.Si, M.Kom
NIP.197211291998021001

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
NIP 196101081986021001

RINGKASAN

Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Pada Aliran Panas Sebuah Plat Logam Dengan Metode Liebmann; Titik Eko Wati, 081810101006; 2013: 53 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Banyak kejadian dalam kehidupan sehari-hari yang melahirkan model matematika, namun model matematikanya mengandung laju perubahan, sehingga dalam situasi seperti ini dibutuhkan penyelesaian atau perhitungan matematika secara khusus. Perhitungan tersebut memerlukan persamaan diferensial, misalnya masalah aliran panas dapat diselesaikan menggunakan salah satu metode numerik yaitu metode Liebmann. Tujuan dari skripsi ini yaitu untuk menyelesaikan persamaan aliran panas plat logam dua dimensi pada saat *steady*. Pengertian *steady* adalah bila laju aliran panas suatu sistem tidak berubah dengan waktu, yaitu laju tersebut konstan, maka suhu di titik manapun tidak berubah.

Penelitian dilakukan dalam dua tahap. Pertama mendiskritisasi model aliran panas dalam keadaan *steady* dengan sumber panas dan tanpa sumber panas karena bentuk modelnya masih kontinu. Tujuan dari diskritisasi model adalah merubah bentuk persamaan kontinu menjadi bentuk diskrit agar dapat diselesaikan dengan metode numerik. Tahap kedua yaitu pembuatan program, simulasi dan visualisasi. Pembuatan program dalam skripsi ini menggunakan *software* Matlab 7.8.0. Simulasi dan visualisasi bertujuan untuk mengetahui parameter-parameter apa saja yang berpengaruh dalam menyelesaikan model aliran panas. Simulasi dan visualisasi yang dilakukan antara lain merubah nilai *error* dan laju panas. Nilai *error* yang digunakan 0,01% dengan laju panas sebesar $10000 \frac{W}{m}$ dan nilai *error* 0,001% dengan laju panas

sebesar $50000 \frac{W}{m}$. Pemilihan nilai *error* sebesar 0,01% dan 0,001% dikarenakan syarat untuk memperoleh hasil yang signifikan yaitu dengan nilai *error* sebesar $1\% < p < 5\%$ sedangkan untuk memperoleh hasil yang sangat signifikan nilai *error* harus kurang dari 1%.

Dari hasil simulasi dan visualisasi yang telah dibuat dapat diketahui banyaknya iterasi yang dilakukan untuk memperoleh keadaan setimbang. Penyelesaian aliran panas pada saat *steady* menggunakan metode Liebmann dengan syarat awal nol dan syarat batas pada sekeliling plat dengan nilai $T(0, y) = 10^\circ\text{C}$, $T(L, y) = 150^\circ\text{C}$, $T(x, 0) = 50^\circ\text{C}$, $T(x, K) = 100^\circ\text{C}$, pada aliran panas yang mengandung sumber panas pada plat logam besi dengan nilai *error* 0,01% dan laju panas $10000 \frac{W}{m}$ diperoleh nilai setimbang pada iterasi ke-814, sedangkan dengan nilai *error* 0,001% dan laju panas $50000 \frac{W}{m}$ pada iterasi ke-996. Pada plat logam tembaga dengan nilai *error* 0,01% dan laju panas $10000 \frac{W}{m}$ diperoleh nilai setimbang yaitu pada iterasi ke-836, sedangkan dengan nilai *error* 0,001% dan laju panas $50000 \frac{W}{m}$ pada iterasi ke-1007 dan pada plat logam aluminium dengan nilai *error* 0,01% dan laju panas $10000 \frac{W}{m}$ diperoleh nilai setimbang pada iterasi ke-827, sedangkan dengan nilai *error* 0,001% dan laju panas $50000 \frac{W}{m}$ pada iterasi ke-1001. Sedangkan pada plat logam dalam keadaan *steady* tanpa sumber panas didalamnya dengan nilai *error* 0,01% diperoleh nilai setimbang pada iterasi ke-858, sedangkan dengan nilai *error* 0,001% pada iterasi ke-1051.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Pada Aliran Panas Sebuah Plat Logam Dengan Metode Liebmann”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kusbudiono, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing Utama dan Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si. dan Ahmad Kamsyakawuni, S.Si, M.Kom, selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini;
3. teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika, khususnya angkatan 2008 yang telah memberi bantuan dan dukungan kepada penulis;
4. teman-teman kos Kalimantan X No.23B, wintha, luluz, nila, fitri, vira, dan yuvi yang telah menemani, membantu dan memberi dukungan dalam mengerjakan skripsi ini;
5. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 31 Januari 2013

Penulis

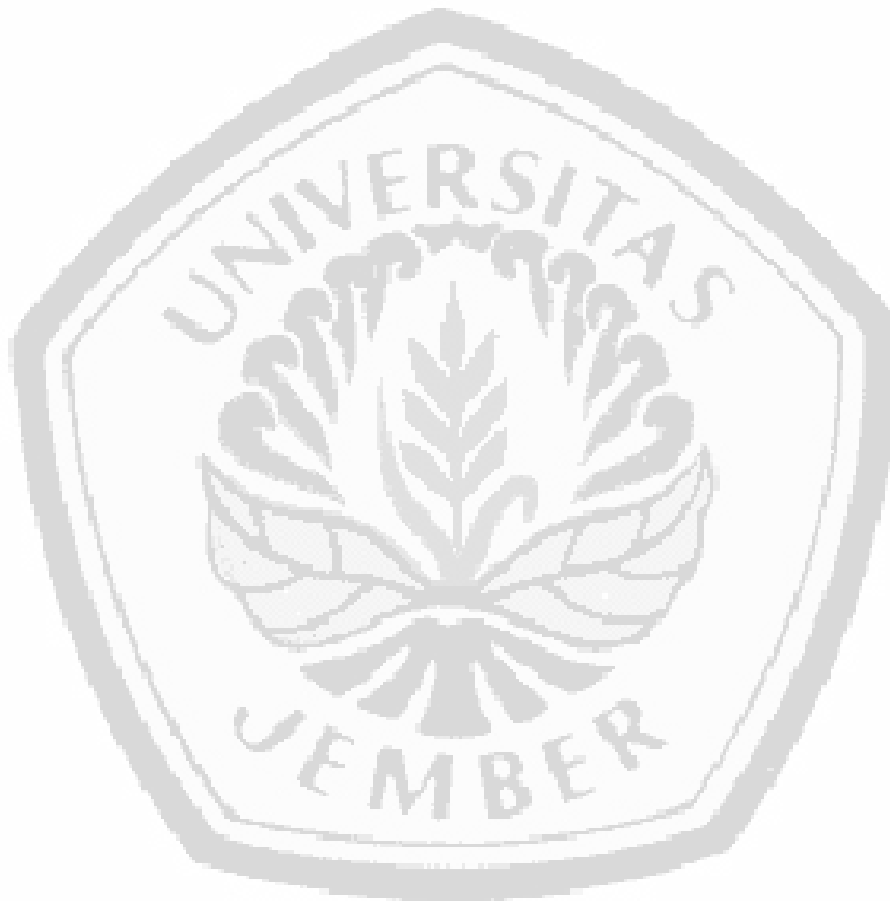
DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
HALAMAN RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Logam	4
2.1.1 Pengertian dan Kegunaan Logam	4
2.1.2 Konduktivitas Termal Logam	4
2.2 Energi	5
2.1.1 Pengertian Energi	5
2.1.2 Perpindahan Energi Panas	5

2.3 Persamaan Differensial Parsial	9
2.4 Metode Numerik	9
2.5 Deret Taylor	9
2.6 Metode Beda Hingga.....	10
2.6.1 Turunan Pertama	10
2.6.2 Turunan Kedua	11
2.6.3 Turunan Terhadap Variabel Lain.....	11
2.7 Metode Liebmann	12
BAB 3. METODE PENELITIAN	14
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	19
4.1 Kajian Pustaka Model Aliran Panas Pada Plat	19
4.2 Identifikasi Parameter.....	19
4.3 Diskritisasi Model	20
4.3.1 Diskritisasi Model Dengan Sumber Panas	20
4.3.2 Diskritisasi Model Tanpa Sumber Panas	22
4.4 Tampilan Program.....	23
4.5 Simulasi dan Visualisasi Program	24
4.6 Analisis Hasil Simulasi	50
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	52
5.1 Kesimpulan	52
5.2 Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	54
LAMPIRAN	55

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Konduktivitas Termal Logam	5
Tabel 4.1 Ringkasan Iterasi Untuk Memperoleh Keadaan Setimbang	49



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Penurunan Persamaan Konduksi panas.....	6
Gambar 2.2 Perkiraan Garis Singgung Suatu Fungsi	10
Gambar 4.1 Tampilan GUI Program Aliran Panas Plat Logam	23
Gambar 4.2 Grafik Aliran Panas Pada Besi dengan Sumber Panas $10000 \frac{W}{m}$ dan Nilai <i>error</i> 0,01%	26
Gambar 4.3 Grafik Aliran Panas Pada Besi dengan Sumber Panas $50000 \frac{W}{m}$ dan Nilai <i>error</i> 0,001%	30
Gambar 4.4 Grafik Aliran Panas Pada Tembaga dengan Sumber Panas $10000 \frac{W}{m}$ dan Nilai <i>error</i> 0,01%	33
Gambar 4.5 Grafik Aliran Panas Pada Tembaga dengan Sumber Panas $50000 \frac{W}{m}$ dan Nilai <i>error</i> 0,001%	37
Gambar 4.6 Grafik Aliran Panas Pada Aluminium dengan Sumber Panas $10000 \frac{W}{m}$ dan Nilai <i>error</i> 0,01%	40
Gambar 4.7 Grafik Aliran Panas Pada Aluminium dengan Sumber Panas $50000 \frac{W}{m}$ dan Nilai <i>error</i> 0,001%	43
Gambar 4.8 Grafik Aliran Panas Logam Tanpa Sumber Panas dengan Nilai <i>error</i> 0,01%	46
Gambar 4.9 Grafik Aliran Panas Logam Tanpa Sumber Panas dengan Nilai <i>error</i> 0,001%	49