



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -TITIK
ANTIMAGIC PADA GRAF BERARAH KAUTZ**

SKRIPSI

Oleh

Moch. Fathul Hilal

NIM 080210101060

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2012



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -TITIK
ANTIMAGIC PADA GRAF BERARAH KAUTZ**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Moch. Fathul Hilal

NIM 080210101060

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2012

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah SWT atas segala limpahan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya dan shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi kita, Muhammad SAW, yang menjadi penerang bagi umat manusia. Karya sederhana ini kupersembahkan kepada:

- 1. Kedua orang tuaku, Ayahanda Moh. Nazal dan Ibunda tercinta Sumiati yang selalu memberikan doa dan dukungan demi masa depan kami serta kakak dan adikku yang menjadi penyemangat dan penghibur dalam setiap perjalanan hidupku selama ini. Terima kasih atas segala yang telah kalian berikan selama ini kepadaku;*
- 2. Untuk mbak Sinta, mbak Ida, mbak Elmi dan mas Budi, Budhe Maslamah, dan seluruh keluarga besarku yang tidak dapat kusebutkan namanya satu persatu, yang tidak sedikit pengorbanan yang telah diberikan kepadaku serta selalu memberikan motivasi dan mendoakanku agar menjadi lebih baik;*
- 3. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D. dan Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. yang banyak memberikan ilmu dan pengalaman dalam menyikapi kehidupan ini;*
- 4. Teman-teman seperjuanganku (Graph Lover) : Devi, Riski (Atun), Tanti, Danar, Suhe, Kunti, Yunika, Rendra dan Bagus. Terima kasih telah berbagi banyak hal selama ini.*
- 5. Galuh Tyasing Swastika. Terima kasih telah memberikan banyak hal. Tak sedikitpun aku melupakan semua kebaikanmu. Semoga kesuksesan dapat menyertai kita;*
- 6. Seluruh mahasiswa pendidikan matematika angkatan 2008, takkan pernah kulupakan selama kita bersama. Terima kasih untuk kalian semua;*
- 7. Teman-teman dan guru-guruku di Man Jember 2 khususnya angkatan 2005 yang telah memberikan inspirasi dan motivasi;*
- 8. Tempatku menimba ilmu untuk menjadi lebih baik, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

MOTTO

"Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.
Maka apabila engkau telah selesai (dari sesuatu urusan),
tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain)".
(*Terjemahan : Q.S. Al-Insyirah : 6 - 7*)

"Senyum adalah kunci kebahagiaan,
cinta adalah pintunya,
kegembiraan adalah taman bunganya,
iman adalah cahayanya, dan keamanan adalah temboknya."
(*Dr. Aidh ibn Abdillah al-Qarni*)

"Jalan hidup seorang murid
adalah warisan dan estimasi dari sang guru."
(*Jiraiya-Naruto*)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Moch. Fathul Hilal

NIM : 080210101060

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah Kautz" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 30 Juli 2012

Yang menyatakan,

Moch. Fathul Hilal

NIM 080210101060

SKRIPSI

PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -TITIK ANTIMAGIC PADA GRAF BERARAH KAUTZ

Oleh

Moch. Fathul Hilal

NIM 080210101060

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

PERSETUJUAN

Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah Kautz

Skripsi

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh

Nama : Moch. Fathul Hilal
NIM : 080210101060
Jurusan/Program : Pendidikan MIPA/P. Matematika
Angkatan Tahun : 2008
Tempat dan Tanggal Lahir : Jember, 07 Agustus 1989

Disetujui oleh

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. Slamun, M.Comp. Sc., Ph.D. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP 19670420 199201 1 001 NIP 19680802 199303 1 004

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah Kautz" telah diuji dan disahkan pada:
hari, tanggal : Selasa, 14 Agustus 2012
tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd.

NIP. 19630616 198802 1 001

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamın, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.

NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum.

NIP 19540712 198003 1 005

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah Kautz;
Moch. Fathul Hilal, 080210101060; 2012: 53 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pembimbing: (1) Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D.
(2) Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Pelabelan graf merupakan topik tersendiri dalam lingkup teori graf. Pelabelan graf berarah adalah suatu fungsi bijektif yang memetakan himpunan dari elemen-elemen dari graf berarah yaitu titik dan sisi berarah ke himpunan bilangan bulat positif. Bilangan bulat positif tersebut dinamakan dengan label. Graf berarah Kautz, $Ka(\Delta, k)$ merupakan graf berarah dengan derajat keluar Δ , diameter k dan ordo $\Delta^k + \Delta^{k-1}$. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui fungsi bijektif pelabelan total super (a, d) -titik antimagic pada graf berarah Kautz. Metode untuk menemukan pelabelan total super (a, d) -titik antimagic pada \overrightarrow{Ka} adalah melalui pendeteksian pola (*pattern recognition*). Untuk menentukan pola secara umum digunakan fungsi-fungsi dalam barisan aritmatika sehingga diperoleh fungsi bijektif untuk menentukan pelabelan pada \overrightarrow{Ka} . Fungsi bijektif yang didapat tersebut harus dibuktikan secara deduktif matematik untuk membuktikan kebenaran lemma dan teorema yang dihasilkan. Lemma dan teorema yang dihasilkan dalam penelitian ini tidak bersifat biimplikatif sehingga pembuktiannya hanya dilakukan satu arah.

Hasil penelitian ini berupa lemma maupun teorema sebagai berikut. **Lemma 4.3.1** *Ada pelabelan sisi berarah $(\frac{1}{2}\Delta^2(-n+1), \Delta^2)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan Δ genap untuk $k > 1$; **Lemma 4.3.2** *Ada pelabelan sisi berarah $(\frac{-\lambda}{2}(n-1), \lambda)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan $\lambda = \Delta(\Delta+1)$; **Teorema 4.3.1** *Ada pelabelan total super $(-\frac{\Delta^2}{2}(n-1) + n, \Delta^2 - 1)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan Δ genap untuk $k > 1$; **Teorema 4.3.2** *Ada****

pelabelan total super $(-\frac{\Delta^2}{2}(n-1)+1, \Delta^2+1)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan Δ genap untuk $k > 1$; **Teorema 4.3.3** Ada pelabelan total super $((-\frac{\lambda}{2}+1)(n+1)+(\lambda-1), \lambda-1)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan $\lambda = \Delta(\Delta+1)$; **Teorema 4.3.4** Ada pelabelan total super $(-\frac{\lambda}{2}(n+1)+(\lambda+1), \lambda+1)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan $\lambda = \Delta(\Delta+1)$; **Teorema 4.3.5** Tidak ada pelabelan total super $(a, 1+2\Delta^2)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz serta **Open Problem** adakah pelabelan total super (a, d) -titik antimagic pada graf berarah Kautz dengan derajat keluar Δ dan $n = \Delta^k + \Delta^{k-1}$ dengan d lain yang belum ditemukan; dan serta adakah pelabelan total super (a, d) -titik antimagic pada gabungan graf berarah Kautz dengan derajat keluar Δ dan $n = \Delta^k + \Delta^{k-1}$.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah Kautz". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah memberikan waktu, pikiran, perhatian dan dukungan dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga penulisan skripsi ini dapat bermanfaat dan memberikan motivasi kepada mahasiswa lain untuk melakukan penelitian sejenis.

Jember, Juli 2012

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Pengertian dan Terminologi	5
2.2 Aplikasi Graf Berarah	10
2.3 Graf Berarah Kautz	13
2.3.1 Definisi Graf Berarah Kautz	13
2.3.2 Spesifikasi Aljabar pada Graf Berarah Kautz	13
2.3.3 Metode Ekspansi pada Graf Berarah Kautz	14
2.4 Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah	17
2.4.1 Fungsi Bijektif	17

2.4.2	Barisan Aritmetika	18
2.4.3	Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic Graf Berarah	20
2.4.4	Perhitungan Dasar	21
3	METODE PENELITIAN	24
3.1	Metode Penelitian	24
3.2	Definisi Operasional	24
3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic	24
3.2.2	Graf Berarah Kautz	25
3.3	Teknik Penelitian	25
3.4	Observasi	27
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	28
4.1	Jumlah Titik dan Sisi Berarah pada Graf Berarah Kautz	28
4.2	Batas atas d pada Graf Berarah Kautz	29
4.3	Pelabelan Total Super (a, d) -titik Antimagic pada Graf Berarah Kautz	33
5	KESIMPULAN	50
5.1	Kesimpulan	50
5.2	Saran	51
	DAFTAR PUSTAKA	52
	Lampiran	54

DAFTAR GAMBAR

1.1	Ilustrasi jembatan Königsberg (http://en.wikipedia.org)	1
1.2	Graf pada jembatan Königsberg (http://en.wikipedia.org)	2
2.1	Graf berarah G	6
2.2	Graf berarah teratur dan yang tidak teratur	7
2.3	Graf berarah yang terhubung kuat dan yang tidak	8
2.4	Graf berarah dan tiga subgraf berarahnya	9
2.5	Jaring-jaring makanan (http://www.tutorvista.com)	11
2.6	Graf berarah dari jaring-jaring makanan	11
2.7	Simulasi <i>follower</i> pada twitter	12
2.8	Graf berarah dari Simulasi <i>follower</i> pada twitter	12
2.9	Ekspansi graf berarah dasar dengan graf berarah garis	15
2.10	Graf berarah dengan graf berarah garisnya	16
2.11	Fungsi injektif	17
2.12	Fungsi surjektif	17
2.13	Fungsi into	18
2.14	Fungsi bijektif	18
2.15	Label sisi berarah pada Graf berarah	21
3.1	Rancangan Penelitian	26
3.2	Hasil observasi awal pada graf berarah Kautz	27
4.1	Bobot titik minimal	31
4.2	Bobot titik maksimal	31
4.3	Pelabelan sisi berarah $(-10,4)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	36
4.4	Pelabelan total super $(-10,3)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	40
4.5	Pelabelan total super $(-21,5)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	42
4.6	Pelabelan sisi berarah $(-33,6)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	44

4.7	Pelabelan sisi berarah $(-66,12)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	44
4.8	Pelabelan total super $(-35,19)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	46
4.9	Pelabelan total super $(-32,7)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	48

DAFTAR TABEL

3.1	Pelabelan total super $(-14, 7)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	27
4.1	Pelabelan sisi berarah $(-10, 4)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	36
4.2	Pelabelan total super $(-10, 3)$ -titik antimagic pada graf berarah Kautz	40

DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN	54
FORMULIR PENGAJUAN JUDUL DAN PEMBIMBINGAN SKRIPSI . . .	55
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI	56

DAFTAR LAMBANG

G	graf berarah
H	subgraf
$(V(G), A(G))$	Himpunan pasangan titik dan sisi berarah pada G
$(u, v) = uv$	Sisi berarah dari G
$V(G)$	Himpunan titik pada G
$\delta(u, v)$	Jarak dari titik u ke titik v
$SVATL$	<i>Super Vertex Antimagic Total Labeling</i> atau pelabelan total super (a, d) -titik antimagic
Δ	Derajat keluar dari graf berarah Kautz
d	Nilai beda barisan bobot titik pada $SVATL$
k	Diameter pada graf berarah
$Ka(\Delta, k)$	Graf berarah Kautz dengan derajat keluar Δ dan diameter k
a	Bobot titik terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot titik pada $SVATL$
\overrightarrow{Ka}	Lambang untuk pelabelan graf berarah Kautz
w_{α_p}	Fungsi bijektif bobot titik dari pelabelan sisi berarah α_p
W_{α_p}	Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total α_p