



# **PELABELAN TOTAL SUPER $(a,d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF GUNUNG**

**SKRIPSI**

Oleh:

Alfin Fajriatin

NIM: 070210101006

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



# **PELABELAN TOTAL SUPER $(a,d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF GUNUNG**

## **SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

Alfin Fajriatin

NIM: 070210101006

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**

## PERSEMBAHAN

*Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk ciptaan-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam setiap detik perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:*

- 1. Ayahanda Achmad Bahri dan Ibunda tercinta Iswani, Adikku tersayang Alfian dan Alfian yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Bapak Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
- 3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 4. Teman seperjuanganku, Ella, ira, Yuni, Fitriana E.C., Fitriana, Kunti, Devi dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;*
- 5. Sahabatku Ella, Diana, Antin, Rezki, Carina, Anggi, Niken dan Rizki yang telah meluangkan waktu selama kurang lebih empat tahun bersama baik dalam suka dan duka masa-masa perkuliahan;*
- 6. Teman-temanku FKIP Matematika : (Mb Riris, Mb Ony, Mas Birul, Laras, Puguh, Noval, Farid, Warga MSC, dan Teman-Teman angkatan 2007) yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang manis;*
- 7. Sahabatku Dinar dan teman-teman IPA 6 SMASA'04, yang senantiasa menjadi sumber inspirasi dan penyemangatku untuk terus berprestasi;*
- 8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

## MOTO

"Orang-orang yang berhenti belajar akan menjadi pemilik  
masa lalu,  
Orang-orang yang masih terus belajar, akan menjadi  
pemilik masa depan."

"Jika kita menginginkan yang luar biasa,  
janganlah hanya bersedia melakukan yang biasa-biasa."

"Tanamkanlah kebajikan walau bukan di tempatnya  
karena kebajikan tak akan hilang di mana pun ia ditanam,  
Walau sampai kapan pun kebajikan,  
Tak ada yang menuainya selain penanamnya"

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Alfin Fajriatin

NIM : 070210101006

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada Graf Gunung adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 15 Juli 2011

Yang menyatakan,

Alfin Fajriatin

NIM. 070210101006

# SKRIPSI

## PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA *GRAF GUNUNG*

Oleh:

Alfin Fajriatin

NIM. 070210101006

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.

Dosen Pembimbing II : Dr. Hobri, S.Pd, M.Pd.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada Graf Gunung* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Jum'at

tanggal : 15 Juli 2011

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

### Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Dr. Hobri, S.Pd, M.Pd  
NIP.197305061997021001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005

## RINGKASAN

**Pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung;** Alfin Fajriatin, 070210101006; 2011: 140 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic (SEATL). Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada sebuah graf  $G = (V, E)$  adalah pelabelan titik dengan bilangan bulat  $1, 2, 3, \dots, p$  dan pelabelan sisi dengan bilangan bulat  $f(E) = \{p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + q\}$  dari sebuah graf  $G$  dimana  $p$  adalah banyaknya titik dan  $q$  adalah banyaknya sisi pada graf  $G$ . Graf Gunung adalah suatu graf baru yang belum memiliki famili graf dan belum memiliki pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic. Graf Gunung dinotasikan  $M_{2n}$  adalah sebuah graf dengan himpunan *vertex*,  $|V| = \{x_i, y_j; 1 \leq i \leq 2n \text{ dan } 1 \leq j \leq 6n + 2, n \in \mathbb{N}\}$  dan himpunan *edge*,  $|E| = \{x_i y_{3i-2}, x_i y_{3i+3}$  untuk  $i$  ganjil,  $x_i y_{3i-3}, x_i y_{3i+2}$  untuk  $i$  genap,  $x_i y_{3i-1}, x_i y_{3i}, x_i y_{3i+1}$  untuk  $i$  sebarang,  $1 \leq i \leq 2n$  dan  $y_j y_{j+1}, 1 \leq j \leq 6n + 1\}$ . Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui fungsi bijektif pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan lema yang telah ada tentang nilai batas  $d$  dan lema untuk pelabelan graf saat  $d = 1$ , kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf  $M_{2n}$  dan  $mM_{2n}$  dan metode pendeteksian pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung. Hasil penelitian ini berupa lema dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung  $M_{2n}$  dan  $mM_{2n}$ . Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:



1. **Teorema 4.5.1** *Ada pelabelan total super  $(24n + 6, 0)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung tunggal  $M_{2n}$  jika  $n \geq 1$ .*
2. **Teorema 4.5.2** *Ada pelabelan total super  $(8n + 6, 2)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung tunggal  $M_{2n}$  jika  $n \geq 1$ .*
3. **Teorema 4.5.3** *Ada pelabelan total super  $(16n + 6, 1)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung tunggal  $M_{2n}$  jika  $n \geq 1$ .*
4. **Teorema 4.6.1** *Ada pelabelan total super  $(24mn + \frac{(9m+3)}{2}, 0)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Gunung  $mM_{2n}$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$ .*
5. **Teorema 4.6.2** *Ada pelabelan total super  $(8mn + \frac{7m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Gunung  $mM_{2n}$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$ .*
6. **Teorema 4.6.3** *Ada pelabelan total super  $(16mn + 4m + 2, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Gunung  $mM_{2n}$  jika  $m \geq 2$  dan  $n \geq 1$ .*
7. **Lema 4.5.1** *Ada pelabelan titik  $(3, 1)$ -sisi antimagic pada Graf Gunung tunggal  $M_{2n}$  untuk  $n \geq 1$ .*
8. **Lema 4.6.1** *Ada pelabelan titik  $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Gunung  $mM_{2n}$  untuk  $d = \{0, 2\}$  jika  $m \geq 3$  adalah ganjil dan  $n \geq 1$ .*

## PRAKATA

Segala puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic pada Graf Gunung " ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, 15 Juli 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i	
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii	
HALAMAN MOTO	iii	
HALAMAN PERNYATAAN	iv	
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v	
HALAMAN PENGESAHAN	vi	
RINGKASAN	vii	
PRAKATA	ix	
DAFTAR ISI	xii	
DAFTAR GAMBAR	xv	
DAFTAR TABEL	xvi	
DAFTAR LAMPIRAN	xvii	
DAFTAR LAMBANG	xviii	
<b>1</b>		
	<b>PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1	Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2	Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3	Batasan Masalah . . . . .	4
1.4	Tujuan Penelitian . . . . .	4
1.5	Manfaat Penelitian . . . . .	5

<b>2</b>	<b>TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>6</b>
2.1	Terminologi Dasar Graf . . . . .	6
2.2	Aplikasi Graf . . . . .	17
2.3	Graf Khusus . . . . .	20
2.4	Graf Gunung . . . . .	25
2.5	Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika . . . . .	25
2.6	Aksioma, Lema, Teorema, Akibat, Dugaan dan Masalah Terbuka	28
2.7	Pelabelan Graf . . . . .	29
	2.7.1 Definisi Pelabelan Graf . . . . .	29
	2.7.2 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	30
2.8	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif . . . . .	32
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>36</b>
3.1	Metode Penelitian . . . . .	36
3.2	Definisi Operasional . . . . .	36
	3.2.1 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .	36
	3.2.2 Graf Gunung . . . . .	37
	3.2.3 Gabungan Saling Lepas Graf Gunung . . . . .	37
3.3	Teknik Penelitian . . . . .	37
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>41</b>
4.1	Batas Atas $d$ pada Pelabelan Total Super $(a,d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Gunung . . . . .	41
4.2	Batas Atas $d$ pada Pelabelan Total Super $(a,d)$ -Sisi Antimagic pada Gabungan Graf Gunung . . . . .	42
4.3	Pelabelan Total Super $(a,d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Gunung . .	43

4.3.1	Pelabelan Titik (a,1)-Sisi Antimagic pada <i>Mountain Graph</i> Tunggal . . . . .	44
4.4	Pelabelan Total Super (a,d)-sisi Antimagic pada Gabungan Graf Gunung ( $mM_{2n}$ ) . . . . .	56
4.5	Hasil dan Pembahasan . . . . .	113
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>117</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	117
5.2	Saran . . . . .	118
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>119</b>

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Model graf representasi jembatan Königsberg . . . . .	2
2.1	Graf $G_1$ dan $G_2$ . . . . .	7
2.2	Graf $G_3$ . . . . .	8
2.3	Graf $G_4$ . . . . .	9
2.4	Graf $G_{5a}$ dan $G_{5b}$ . . . . .	9
2.5	Graf terpotong . . . . .	10
2.6	Graf $G_6$ dan $G_7$ . . . . .	11
2.7	$G_1$ isomorfik dengan $G_2$ , tetapi tidak isomorfik dengan $G_3$ . . . . .	11
2.8	Graf $G_8, G_9$ dan $G_{10}$ . . . . .	12
2.9	Graf $G_{11}$ dan $G_{12}$ . . . . .	13
2.10	Graf $G_{13}$ dan $G_{14}$ . . . . .	14
2.11	Graf $G_{15}$ dan $G_{16}$ . . . . .	14
2.12	Graf $G_{17}, G_{18}$ dan $G_{19}$ . . . . .	15
2.13	Graf tak berarah . . . . .	16
2.14	Gabungan graf $G_1$ dan $G_2$ . . . . .	17
2.15	Hasil pewarnaan dengan metode 4-warna . . . . .	18
2.16	Representasi peta ke dalam bentuk graf . . . . .	19
2.17	Gambar 3 Sirkuit Hamilton . . . . .	20
2.18	Graf lengkap $K_4$ . . . . .	21

2.19	Graf ladder $L_5$ . . . . .	21
2.20	Graf lingkaran $C_6$ . . . . .	22
2.21	Graf wheel $W_5$ . . . . .	22
2.22	Graf Teratur . . . . .	23
2.23	$K_4$ adalah graf planar . . . . .	23
2.24	$K_5$ bukan graf planar . . . . .	24
2.25	Graf bipartit ( $a$ ) dan graf bipartit lengkap $K_{3,3}$ . . . . .	24
2.26	Graf Petersen dan graf Generalized Petersen . . . . .	25
2.27	Graf Gunung . . . . .	25
2.28	Graf Gunung $M_{2n}$ dengan $n = 2$ , $M_4$ . . . . .	26
2.29	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . . . .	27
2.30	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total . . . . .	30
3.1	Graf Gunung $M_{2n}$ dengan $n = 2$ , $M_4$ . . . . .	37
3.2	<i>Graf Gunung diskonektif</i> , $2M_4$ . . . . .	38
3.3	Rancang Penelitian 1 . . . . .	39
3.4	Rancang Penelitian 2 . . . . .	40
4.1	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada $M_4$ . . . . .	47
4.2	SEATL graf $M_4$ dengan $d = 0$ . . . . .	50
4.3	SEATL graf $M_{2n}$ dengan $d = 2$ . . . . .	55
4.4	Pelabelan total super (38, 1)-sisi antimagic ( <i>SEATL</i> ), $M_4$ . . . . .	56
4.5	Pelabelan titik (6, 1)-sisi antimagic pada Graf Gunung, $3M_4$ . . . . .	66
4.6	Pelabelan total super(159, 0)-sisi antimagic pada <i>Graf Gunung diskonektif</i> , $3M_4$ . . . . .	85

4.7	Pelabelan total super(61, 2)-sisi antimagic pada <i>Graf Gunung diskonektif</i> , $3M_4$ . . . . .	105
4.8	Pelabelan total super(74, 1)-sisi antimagic pada <i>Graf Gunung diskonektif</i> , $2M_4$ . . . . .	113



## DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan dari pelabelan total super $(a, d)$ -edge-antimagic pada graf disconnected. . . . .	32
-----	---	----

## DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN . . . . .	121
FORMULIR PENGAJUAN JUDUL DAN PEMBIMBINGAN SKRIPSI . . .	122
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI . . . . .	123

## DAFTAR LAMBANG

$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$V(G)$	= Himpunan titik pada graf $G$ dan disebut sebagai <i>order</i>
$E(G)$	= Himpunan sisi pada graf $G$ dan disebut sebagai <i>size</i>
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super $(a,d)$ -sisi antimagic
$d$	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
$a$	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$M_{2n}$	= Lambang <i>mountain graph</i>
$mM_{2n}$	= Lambang gabungan $m$ <i>mountain graph</i>
$x_i$	= Titik puncak <i>mountain graph</i>
$y_j$	= Titik bawah <i>mountain graph</i>
$k$	= Komponen ke- $k$ dari gabungan <i>mountain graph</i>
$x_i^k$	= Titik puncak pada komponen ke- $k$ dari gabungan <i>mountain graph</i>
$y_j^k$	= Titik bawah pada komponen ke- $k$ dari gabungan <i>mountain graph</i>
$\alpha_p(x_i)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian puncak graf $M_{2n}$
$\alpha_p(y_j)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian bawah graf $M_{2n}$
$w_{\alpha_p}$	= Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha_p$
$\alpha_p(y_j^k y_{j+1}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $y_j^k y_{j+1}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i-1}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i-1}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i+1}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i+1}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i-2}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i-2}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i+3}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i+3}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i+2}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i+2}^k$
$\alpha_p(x_i^k y_{3i-3}^k)$	= Fungsi bijektif label sisi $x_i^k y_{3i-3}^k$
$W_{\alpha_p}$	= Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total $\alpha_p$