



**PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS *DISCOVERY LEARNING* DAN PENGARUHNYA TERHADAP
KETERAMPILAN *CONJECTURING* MAHASISWA DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH *RESOLVING DOMINATION NUMBER***

TESIS

Oleh:

Syamsiyatul Kurniawati

NIM 180220101027

PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS JEMBER

2020



**PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS *DISCOVERY LEARNING* DAN PENGARUHNYA TERHADAP
KETERAMPILAN *CONJECTURING* MAHASISWA DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH *RESOLVING DOMINATION NUMBER***

TESIS

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S2)
dan Mencapai gelar Magister Pendidikan

Oleh:

**Syamsiyatul Kurniawati
NIM 180220101027**

**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020**

PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas segala rahmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini. Dengan mengucapkan rasa syukur, tesis ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda tercinta Nur Rohman (Alm.) dan ibunda tercinta Masrufah, terima kasih selama ini telah memberikan limpahan kasih sayang, kepercayaan dan doa yang selalu mengiringi setiap langkah yang dilewati.
2. Suamiku Dedy Hartanto, anakku Robinetta Ainun Mahya dan saudara-saudaraku Dewi Nur Rohmawati, Maulana Agus Salim, Umami Latifah A dan Maulana Arif Budiman terimakasih atas dukungan doa dan motivasi yang diberikan.
3. Keluarga besar sekolah Pelitahati atas segala dukungan dan kesempatan yang diberikan sehingga saya dapat menyelesaikan perkuliahan di Magister Pendidikan Matematika Universitas Jember
4. Para dosen pembimbing, dosen penguji, tim validator, tim CGANT, dan seluruh dosen FKIP Matematika dan FMIPA yang telah membimbing saya selama perkuliahan hingga selesainya tesis ini;
5. Rekan-rekan RG Combinatorics 2019 dan rekan-rekan MAGENTA 2018 yang selalu memberikan motivasi dan dukungan selama belajar di Magister Pendidikan Matematika Universitas Jember;
6. Sahabat dan semua pihak yang telah membantu terselesaikannya tesis ini;
7. Almater Program Studi Magister Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

إِنَّ اللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُرَوِّعَهُ مَا بِأَنفُسِهِمْ

“Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah suatu kaum, sampai mereka mau mengubah apa yang ada pada diri mereka sendiri”

(QS. Ar-Ra'd:11)¹

“Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama”

(Slamin)²

¹ Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. *Al-Quran* dan terjemahannya. Bandung: CV Penerbit J-ART

² <https://respository.unej.ac.id/> [diakses pada 20 Januari 2020 pukul 23.52 WIB]

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Syamsiyatul Kurniawati

NIM : 180220101027

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul “Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis *Discovery Learning* dan Pengaruhnya Terhadap Keterampilan *Conjecturing* Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah *Resolving Domination Number*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 15 Januari 2020

Yang Menyatakan,

Syamsiyatul Kurniawati

NIM 180220101027

HALAMAN PEMBIMBINGAN

TESIS

**PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERBASIS *DISCOVERY LEARNING* DAN PENGARUHNYA TERHADAP
KETERAMPILAN *CONJECTURING* MAHASISWA DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH *RESOLVING DOMINATION NUMBER***

Oleh:

Syamsiyatul Kurniawati
NIM 180220101027

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.

HALAMAN PENGAJUAN

**PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN
DISCOVERY LEARNING DAN PENGARUHNYA TERHADAP
KETERAMPILAN *CONJECTURING* MAHASISWA DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH *RESOLVING DOMINATION NUMBER***

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan syarat untuk menyelesaikan Program Magister Pendidikan Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Magister Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Syamsiyatul Kurniawati
NIM : 180220101027
Tempat, Tanggal Lahir : Mojokerto, 03 Agustus 1984
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika

Disetujui Oleh:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

PENGESAHAN

Tesis berjudul " Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika berbasis *Discovery Learning* dan Pengaruhnya Terhadap Keterampilan Berpikir *Conjecturing* Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah *Resolving Domination Number* " karya Syamsiyatul Kurniawati telah diuji dan disahkan pada:

Hari, tanggal :

Tempat : Gedung III Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Slamun, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota I,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP 19680802 199303 1 004

Anggota III,

Anggota II,

Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si.

NIP. 197407 19200012 1 001

Dr. Hobri, S.Pd ., M.Pd.

NIP. 19730506 199702 1 001

Dr. Susanto, M.Pd

NIP. 196306161988021001

Mengesahkan
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis Discovery Learning dan Pengaruhnya Terhadap Keterampilan *Conjecturing* Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah *Resolving Domination Number* pada Graf; Syamsiyatul Kurniawati, 180220101027; 2020; 146 halaman; Program Studi Magister Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Matematika sebagai salah satu ilmu pendidikan telah banyak berkembang dewasa ini. Matematika berfungsi mengembangkan kemampuan menghitung, mengukur, menemukan dan menggunakan rumus matematika yang dapat menunjang pemahaman konsep siswa kaitannya dalam kehidupan sehari-hari. Menurut Soejadi(1999), salah satu ilmu dasar yang sangat berperan penting dalam penguasaan sains dan teknologi adalah matematika, baik aspek terapannya maupun penalarannya. Hal ini berarti matematika perlu dipelajari oleh warga Indonesia, karena memberikan bekal penataan nalar dan pembentukan sikap dan mental. Matematika juga memberikan bekal bagi peserta didik untuk dapat menerapkan matematika di berbagai bidang kehidupan seperti bisnis, ekonomi, teknik dan lain-lain.

Model yang akan diterapkan adalah model pembelajaran *discovery learning*. Model *discovery learning* merupakan suatu model pembelajaran yang menitik beratkan pada aktifitas siswa dalam belajar. Jerome Bruner menyatakan bahwa siswa didorong untuk belajar dengan diri mereka sendiri. Tujuan dari penelitian ini yaitu mengembangkan perangkat pembelajaran matematika untuk meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa pada suatu kegiatan pembelajaran yang berbasis *discovery learning* dalam menyelesaikan masalah *resolving domination number*. Pada konsep *resolving dominating* di graf, mahasiswa diharapkan mampu membuat penemuan terkait *resolving domination number*.

Perangkat yang dikembangkan memenuhi kategori valid ditunjukkan dengan koefisien validitas rencana pembelajaran 3,645; LKM sebesar 3,583 dan *post-test* sebesar 3,67 dengan demikian perangkat dikatakan valid. Perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kategori praktis berdasarkan penilaian pengamatan aktivitas dosen, aktivitas dosen pada pertemuan pertama 3,55 dengan persentase 88,75% baik dan pada pertemuan kedua mencapai 3,82 dengan persentase 95,5% dengan kategori baik. Hal ini menunjukkan perangkat pembelajaran dapat dikatakan praktis karena persentase aktivitas dosen mencapai $\geq 80\%$.

Adapun hasil penelitian yang diperoleh pada kelas eksperimen 1 yaitu hasil sebesar 12% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 24%

mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 35% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 29% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*. Sedangkan pada kelas eksperimen 2 memperoleh hasil 11% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 21% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 37% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 31% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*. Sedangkan pada kelas kontrol sebagai berikut 22% berada pada kategori kurang *conjecturing*, 35% berada pada kategori cukup *conjecturing*, 30% berada pada kategori *conjecturing* dan 15% berada pada kategori sangat *conjecturing*. Hasil uji independen diperoleh varians nilai sig. (2-tailed) $7,32 \times 10^{-12} < 0.05$.

Perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kategori efektif berdasarkan persentase aktivitas mahasiswa, hasil penilaian pos-tes, dan hasil respon mahasiswa menunjukkan kategori baik, seperti uraian berikut ini. Persentase aktivitas mahasiswa pada pertemuan pertama mencapai 3,37 dengan persentase 84.25% dengan kategori baik dan pada pertemuan kedua mencapai 3,6 dengan persentase 90% dengan kategori baik. Dalam hal ini menunjukkan mahasiswa aktif mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model *discovery learning*. Hasil *post-test* pada kelas eksperimen yang telah diterapkan pembelajaran model *discovery learning* pada kelas eksperimen 1 memperoleh hasil 12% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 24% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 35% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 29% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*. Sedangkan pada kelas eksperimen 2 memperoleh hasil 11% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 21% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 37% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 31% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*.

Terkait dengan penelitian pengembangan perangkat pembelajaran, terdapat beberapa saran atau masukan sebagai berikut: Perangkat pembelajaran dengan menggunakan model *discovery learning* pada kajian *resolving domination number*, sebaiknya dikembangkan lebih lanjut untuk materi lain selain untuk membantu pemahaman konsep juga sebagai syarat memperkenalkan teknik penelitian pada tugas akhir nanti. Dan untuk mengetahui lebih lanjut baik atau tidaknya perangkat yang telah dikembangkan ini, maka disarankan pada peneliti untuk menguji cobakan perangkat pada mahasiswa tingkat berbeda atau pada universitas yang berbeda.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas segala rahmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul “Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis *Discovery Learning* dan Pengaruhnya Terhadap Keterampilan Berpikir *Conjecturing* Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah *Resolving Domination Number*”. Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan sarjana dua (S2) pada Program Studi Magister Pendidikan Matematika Jurusan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Program Studi Magister Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember, sekaligus selaku Dosen penguji tiga yang telah meluangkan waktu, pikiran, perhatian dan saran dalam penulisan tesis ini;
3. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II, yang selalu meluangkan waktu dan selalu siap setiap saat membantu, membimbing, memberi arahan, semangat serta dukungan kepada penulis dalam penyusunan tesis ini dengan penuh kesabaran;
4. Dosen penguji I, Penguji II, dan Penguji III yang telah memberikan saran serta membimbing saya dalam penyusunan tesis ini;
5. Bapak dan Ibu dosen Magister Pendidikan Matematika serta seluruh staf karyawan dan karyawan di lingkungan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Ibu dan saudara di Mojokerto yang telah memberikan kepercayaan serta terus memberikan semangat, motivasi, dan doa yang tiada putus;
7. Keluarga besar sekolah Pelita Hati, terimakasih atas kesempatan dan kepercayaan yang diberikan;

8. Rekan-rekan angkatan 2018, terimakasih atas dukungan, motivasi, doa serta bantuannya selama ini;
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam penyusunan tesis ini.

Semoga Tuhan Yang Maha Kuasa senantiasa membalas budi baik yang telah diberikan dalam membantu penyusunan tesis ini hingga selesai. Penulis sadar tentunya tesis ini masih belum sempurna, maka dari itu penulis juga menerima segala kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan tesis ini. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat.

Jember, 15 Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
TESIS	i
PERSEMBAHAN.....	ii
MOTTO	iii
PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN.....	v
HALAMAN PENGAJUAN.....	vi
PENGESAHAN.....	vii
RINGKASAN.....	viii
PRAKATA.....	x
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR GRAFIK.....	xviii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xix
BAB 1. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	6
1.5 Spesifikasi Produk.....	7
BAB 2. KAJIAN PUSTAKA.....	8
2.1 Model Pembelajaran Discovery Learning.....	8
2.1.1 Pengertian <i>Discovery Learning</i>	8
2.1.2 Tujuan <i>discovery learning</i>	10
2.1.3 Karakteristik dan Ciri <i>Discovery Learning</i>	11
2.1.4 Sintaks Penerapan <i>Discovery Learning</i> dalam Pekuliahan ...	11
2.1.5 Keunggulan dan Kelemahan Model <i>Discovery Learning</i>	14
2.2 Ketrampilan <i>Conjecturing</i>	15
2.2.1 Pengertian <i>Conjecturing</i>	15

2.2.2 Ciri dan indikator berfikir <i>conjecturing</i>	16
2.3 Perangkat yang dikembangkan	18
2.3.1 Lembar Kerja Mahasiswa.....	18
2.3.2 Tes Hasil Belajar	20
2.4 Kajian Resolving domination number pada Graf	21
2.4.1 <i>Domination Number</i>	22
2.4.2 <i>Metric Dimension</i>	22
2.4.3 <i>Resolving Domination Number</i>	23
2.5 Keterampilan <i>Conjecturing</i> dalam Kajian <i>Resolving Domination Number</i>	25
2.6 Penelitian Terdahulu	25
2.7 Hipotesis Kerja	28
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	29
3.1 Jenis Penelitian	29
3.2 Tempat, Subyek dan Waktu Penelitian.....	29
3.3 Definisi Operasional	30
3.4 Prosedur Penelitian	31
3.5 Penelitian Pengembangan	32
3.6 Penelitian Eksperimen	35
3.7 Teknik Pengumpulan Data.....	36
3.7.1 Teknik Non Test.....	37
3.7.2 Teknik Tes	38
3.8 Teknik Analisis Data	39
3.8.1 Teknik Pengolahan dan Analisis Data Intrumen Tes	40
3.8.2 Teknik Pengolahan dan Analisis Data.....	42
3.8.3 Teknik Pengolahan dan Analisis Data Hasil Non-tes	44
3.9 Monograf	47
BAB 4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	49
4.1. Proses Pengembangan Perangkat Pembelajaran	49
4.1.1. Tahap 1 : <i>Define</i> (Pendefinisian)	49
4.1.2. Tahap Perancangan (Design)	52
4.1.3. Tahap Pengembangan (<i>Develop</i>).....	55

4.1.4. Tahap Penyebaran (<i>Disseminate</i>)	60
4.2. Hasil Pengembangan Perangkat.....	60
4.2.1. Hasil Analisis Data Validasi	61
4.2.2 Hasil Uji Coba Perangkat Pembelajaran.....	68
4.3 Pengaruh Penerapan <i>Discovery learning</i>	73
4.3.1 Analisis Hasil Pre Tes	73
4.3.2 Analisis Hasil <i>Post-test</i>	88
4.3.3 Uji Hipotesis.....	102
4.3.4 Aktivitas <i>Discovery Learning</i>	104
4.4 Potret Fase.....	110
4.5 Monograf	128
4.6 Pembahasan	133
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	140
5.1 Kesimpulan	140
5.2 Saran	142
DAFTAR PUSTAKA	143

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2. 1 Tahapan <i>discovery learning</i>	13
Gambar 2. 2 Graf Lintasan (P_5).....	24
Gambar 2. 3 Graf Persahabatan F_2	24
Gambar 3. 1 Desain <i>Sequential Exploratory</i>	31
Gambar 3. 2 Bagan Rancangan Penelitian.....	32
Gambar 3. 3 Tampilan Program R secara online.	42
Gambar 4. 1 Peta Konsep <i>Resolving Domination Number</i>	51
Gambar 4. 2 Desain Awal Satuan Acara Perkuliahan (SAP).....	53
Gambar 4. 3 Desain Awal Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)	54
Gambar 4. 4 Desain Awal Monograf	55
Gambar 4. 5 Output Q-Q Plot hasil pre-test pada kelas kontrol	74
Gambar 4. 6 Uji Normalitas <i>Kolmogorv Smirnov</i> hasil pre-test pada kelas kontrol	75
Gambar 4. 7 Output Q-Q Plot hasil pre-test pada kelas eksperimen 1	75
Gambar 4. 8 Uji Normalitas <i>Kolmogorv Smirnov</i> hasil pre-test pada kelas eksperimen 1	75
Gambar 4. 9 Output Q-Q Plot hasil pre-test pada kelas eksperimen 2	76
Gambar 4. 10 Uji Normalitas <i>Kolmogorv Smirnov</i> hasil pre-test pada kelas eksperimen 2	76
Gambar 4. 11 Hasil uji homogenitas hasil pretes pada kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan eksperimen 2.....	76
Gambar 4. 12 Luaran Aova hasil pretest kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2	77
Gambar 4. 13 Rerata kelompok hasil pretest kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2	77
Gambar 4. 14 Plot Rerata hasil pretest per kelas	78
Gambar 4. 15 Output Q-Q Plot hasil <i>post-testt</i> kelas kontrol	89
Gambar 4. 16 Uji Normalitas Kolmogorv Spinov hasil <i>post-testt</i> pada kelas kontrol.....	89
Gambar 4. 17 Output Q-Q Plot hasil <i>post-test</i> kelas eksperimen 1	90
Gambar 4. 18 Uji Normalitas Kolmogorov-Spinov hasil <i>post-test</i> kelas eksperimen 1	90
Gambar 4. 19 Output Q-Q Plot hasil <i>post-test</i> kelas eksperimen 2	91
Gambar 4. 20 Uji Normalitas Kolmogorov-Spinov hasil <i>post-test</i> kelas eksperimen 1	91
Gambar 4. 21 Luaran Aova hasil <i>post-test</i> kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2	102

Gambar 4. 22 Rerata kelompok hasil <i>post-test</i> kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2	102
Gambar 4. 23 Plot Rerata hasil pretest per kelas	102
Gambar 4. 24 Temuan Sebelumnya	104
Gambar 4. 25 Riset 1	106
Gambar 4. 26 Riset 2	107
Gambar 4. 27 Riset 8 dan 9	107
Gambar 4. 28 Hasil Pekerjaan O1	111
Gambar 4. 29 Hasil Potret Fase O1	113
Gambar 4. 30 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 2	114
Gambar 4. 31 Potret fase O2	116
Gambar 4. 32 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 3	116
Gambar 4. 33 Potret fase O3	117
Gambar 4. 34 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 4	118
Gambar 4. 35 Potret fase O4	119
Gambar 4. 36 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 5	120
Gambar 4. 37 Potret fase O5	122
Gambar 4. 38 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 6	122
Gambar 4. 39 Potret fase O6	124
Gambar 4. 40 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 7	124
Gambar 4. 41 Potret fase M7	126
Gambar 4. 42 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 8	126
Gambar 4. 43 Potret fase M8	128
Gambar 4. 44 Kombinasi Potret fase mahasiswa 1-8	128
Gambar 4. 45 Monograf	129
Gambar 4. 46 Graf persahabatan (<i>friendship graph</i>) F_2	130
Gambar 4. 47 Notasi pada graf persahabatan F_2	130
Gambar 4. 48 Resolving domination pada line graf persahabatan $\gamma r F_2 = 2$	132

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2. 1 Prosedur model <i>discovery learning</i>	13
Tabel 2. 2 Indikator Proses <i>Conjecturing</i>	18
Tabel 2. 3 Penelitian Terdahulu Terkait <i>Discovery Learning</i>	26
Tabel 2. 4 Penelitian Terdahulu terkait Ketrampilan <i>Conjecturing</i>	27
Tabel 3. 1 Desain Penelitian (Sugiyono. 2017:118)	35
Tabel 3. 2 Indikator Keterampilan <i>Conjecturing</i>	36
Tabel 3. 3 Kriteria Validitas Instrumen.....	41
Tabel 3. 4 Kriteria koefisien korelasi reliabilitas instrumen	41
Tabel 3. 5 Kriteria Data Hasil Observasi Aktivitas Dosen	45
Tabel 3. 6 Skor Hasil Observasi Aktivitas Mahasiswa	47
Tabel 4. 1 Daftar Nama Validator.....	56
Tabel 4. 2 Hasil penilaian validator 1	56
Tabel 4. 3 Hasil penilaian validator 2	56
Tabel 4. 4 Jadwal Pelaksanaan Uji Coba	57
Tabel 4. 5 Rekapitulasi Validasi Rencana Pembelajaran.....	61
Tabel 4. 6 Revisi Rencana Pembelajaran.....	63
Tabel 4. 7 Hasil Rekapitulasi Validasi LKM	63
Tabel 4. 8 Revisi Lembar Kerja Mahasiswa (LKM).....	65
Tabel 4. 9 Hasil Rekapitulasi Validasi <i>post-test</i>	66
Tabel 4. 10 Revisi <i>Post-test</i>	67
Tabel 4. 11 Rekapitulasi Skor Hasil Observasi Ativitas Dosen Dalam Mengelola Kelas.....	68
Tabel 4. 12 Rekapitulasi Hasil Observasi Aktivitas Mahasiswa.....	70
Tabel 4. 13 Rekapitulasi Hasil Respon Mahasiswa terhadap Pembelajaran.....	71
Tabel 4. 14 Hasil uji independen hasil <i>post-test</i> pada kelas kontrol dan kelas eksperimen	103
Tabel 4. 15 Representation of $v \in VF_n$ respect to S	131

DAFTAR GRAFIK

	Halaman
Grafik 4. 1 Persentase Pretes dari Setiap Indikator.....	79
Grafik 4. 2 Persentase hasil pretes pada kelas kontrol.....	80
Grafik 4. 3 Rekapitulasi hasil pretes pada kelas kontrol.....	82
Grafik 4. 4 Persentase hasil pretes pada kelas eksperimen 1.....	83
Grafik 4. 5 Rekapitulasi hasil pretes pada kelas eksperimen 1.....	85
Grafik 4. 6 Persentase hasil pretes pada kelas eksperimen 2.....	86
Grafik 4. 7 Rekapitulasi hasil pretes pada kelas eksperimen 2.....	88
Grafik 4. 8 Hasil <i>Post-test</i> dari Setiap Indikator.....	92
Grafik 4. 9 Persentase hasil post -test dari kelas kontrol.....	93
Grafik 4. 10 Rekapitulasi Hasil <i>Post-test</i> dari Kelas Kontrol.....	95
Grafik 4. 11 Persentase Hasil <i>Post-test</i> dari Kelas Eksperimen 1.....	95
Grafik 4. 12 Rekapitulasi Hasil <i>Post-test</i> dari Kelas Eksperimen 1.....	98
Grafik 4. 13 Persentase Hasil <i>Post-test</i> dari Kelas Eksperimen 2.....	98
Grafik 4. 14 Rekapitulasi Hasil <i>Post-test</i> dari Kelas Eksperimen 2.....	101
Grafik 4. 15 Distribusi Aktivitas Mahasiswa Selama Penerapan Discovery Learning.....	108
Grafik 4. 16 Persentase Distribusi Aktivitas Discovery learning.....	109

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
LAMPIRAN A	
A.1 Matrik Penelitian	147
A.2 Kisi-Kisi Perangkat Pembelajaran.....	151
A.3 Silabus	153
A.4 Rencana Pembelajaran Semester (RPS)	155
A.5 Satuan Acara Perkuliahan (SAP).....	159
A.6 <i>Pre Test</i>	163
A.7 <i>Post-testt</i>	169
A.8 Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)	175
A.9 Lembar Observasi Aktivitas Mahasiswa	200
A.10 Lembar Obsevasi Kemampuan Pendidik dalam Mengelola Pembelajaran	201
A.11 Angket Respon Mahasiswa terhadap Kegiatan Pembelajaran	202
A.12 Pedoman Wawancara	205
LAMPIRAN B	
B.1 Format Validasi Rencana Pelaksanaan Perkuliahan (RPP)	207
B.2 Format Validasi <i>Pre-test</i> dan <i>Post –Test</i>	210
B.3 Format Validasi Lembar Kerja Mahasiswa (LKM).....	212
B.4 Format Validasi Pedoman Wawancara.....	214
LAMPIRAN C	
C.1 Hasil Validasi Rencana Pelaksanaan Perkuliahan (RPP)	216
C.2 Hasil Validasi <i>Pre-Test</i> dan <i>Post-test</i>	221
C.3 Hasil Validasi Lembar Kerja Mahasiswa (LKM).....	223
C.4 Hasil Validasi Pedoman Wawancara.....	225
LAMPIRAN D	
D.1 Hasil Pengerjaan Mahasiswa.....	226
D.2 Hasil Belajar Mahasiswa Kelas Kontrol.....	232
D.3 Hasil Belajar Mahasiswa Kelas Eksperimen 1	233
D.4 Hasil Belajar Mahasiswa Kelas Eksperimen2	234
LAMPIRAN E	
E.1 Dokumentasi Penelitian	235
E.2 Monograf.....	236

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pendidikan merupakan sumber daya manusia yang sepatutnya mendapat perhatian terus menerus dalam upaya peningkatan mutunya. Peningkatan mutu pendidikan berarti pula peningkatan kualitas sumber daya manusia. Untuk itu perlu dilakukan pembaruan dalam bidang pendidikan dari waktu ke waktu. Dalam upaya meningkatkan kecerdasan kehidupan bangsa, maka peningkatan mutu pendidikan suatu hal yang sangat penting di segala aspek kehidupan manusia.

Sejalan dengan itu UU Sisdiknas Republik Indonesia No.20/2003 bahkan dengan jelas menyatakan, bahwa Pendidikan adalah usaha sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar peserta didik secara aktif mengembangkan potensi dirinya untuk memiliki kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia, serta keterampilan yang diperlukan dirinya, masyarakat, bangsa dan negara. (Kemendikbud 2003).

Matematika sebagai salah satu ilmu pendidikan telah banyak berkembang dewasa ini. Matematika berfungsi mengembangkan kemampuan menghitung, mengukur, menemukan dan menggunakan rumus matematika yang dapat menunjang pemahaman konsep siswa kaitannya dalam kehidupan sehari-hari. Menurut Soejadi(1999), salah satu ilmu dasar yang sangat berperan penting dalam penguasaan sains dan teknologi adalah matematika, baik aspek terapannya maupun penalarannya. Hal ini berarti matematika perlu dikuasai oleh seluruh warga Indonesia, karena memberikan bekal penataan nalar dan pembentukan sikap dan mental. Matematika juga memberikan bekal bagi peserta didik untuk dapat menerapkan matematika di berbagai bidang kehidupan seperti bisnis, ekonomi, teknik dan lain-lain.

Pembaharuan-pembaharuan dibidang pendidikan merupakan salah satu upaya untuk meningkatkan kualitas pendidikan nasional. Salah satunya adalah pendidikan matematika yang memiliki peranan sangat penting untuk semua bidang ilmu terutama sains dan teknologi. Dalam konteks pendidikan matematika,

hasil belajar yang dimaksud tidak hanya pada aspek kemampuan untuk sukses di masyarakat dan tempat kerja 4C-P21 oleh para pendidik, pemimpin bisnis, akademisi, dan lembaga pemerintah. Ini adalah bagian dari gerakan internasional yang berkembang yang berfokus pada keterampilan yang dibutuhkan oleh mahasiswa untuk dikuasai dalam persiapan kesuksesan dalam masyarakat digital yang berubah dengan cepat. Banyak dari keterampilan ini juga terkait dengan pembelajaran yang lebih dalam, yang didasarkan pada keterampilan menguasai konsep seperti penalaran analitis, pemecahan masalah yang kompleks, dan kerja tim.

Penguasaan konsep materi sangat mempengaruhi ketercapaian hasil belajar mahasiswa. Suatu proses dikatakan berhasil apabila hasil belajar yang didapatkan meningkat atau mengalami perubahan setelah siswa melakukan aktivitas belajar. Pendapat ini didukung oleh Djamarah dan Zain (2006) yang mengatakan bahwa belajar pada hakikatnya adalah perubahan yang terjadi di dalam diri seseorang setelah berakhirnya melakukan aktivitas belajar.

Pada dasarnya tingkat keberhasilan belajar mengajar dipengaruhi banyak faktor diantaranya kemampuan guru, kemampuan dasar siswa, model pembelajaran, materi, sarana prasarana, motivasi, kreativitas, alat evaluasi serta lingkungan yang kesemuanya merupakan satu kesatuan yang paling berkaitan yang bekerja secara terpadu untuk tercapainya tujuan yang telah ditetapkan. Meskipun tujuan dirumuskan dengan baik, materi yang dipilih sudah tepat, jika model pembelajaran yang dipergunakan kurang memadai mungkin tujuan yang diharapkan tidak tercapai dengan baik. Jadi model pembelajaran merupakan salah satu komponen yang penting dan sangat menguntungkan dalam keberhasilan proses pendidikan.

Banyak usaha yang dapat dilakukan untuk memperbaiki kualitas pendidikan, diantaranya pembaharuan kurikulum, proses belajar mengajar, peningkatan kualitas guru, pengadaan buku pelajaran, sarana belajar mengajar, penyempurnaan sistem penilaian dan sebagainya. Dalam upaya peningkatan mutu pendidikan khususnya dalam meningkatkan hasil pendidikan satu diantaranya yang harus dikembangkan terletak pada proses belajar mengajar yang merupakan

kegiatan yang paling pokok dalam proses pendidikan. Dengan demikian berhasil tidaknya pencapaian tujuan pendidikan dipengaruhi keberhasilan proses belajar mengajar.

Sejumlah model pembelajaran telah diterapkan di universitas-universitas untuk mencapai tingkat keberhasilan dalam proses pendidikan. Namun, mengingat adanya variasi tujuan yang ingin dicapai, adanya lingkungan belajar yang berlainan, keadaan siswa yang berbeda, karakteristik materi yang berbeda, dan lain-lain, maka tidak dapat disusun suatu model yang baik untuk semua jenis kegiatan belajar mengajar.

Merancang pembelajaran yang mengaktifkan dan menarik peserta didik untuk meningkatkan keterampilan inovatif mahasiswa dalam pembelajaran yang tepat dan menggunakan media yang ada disekitar (lingkungan) kami menggunakan model pembelajaran *discovery learning*. Konsep pembelajaran pada model ini mahasiswa diberikan kewenangan untuk menyusun, dan melaksanakan program pembelajaran serta melakukan evaluasi pada program tersebut secara mandiri, sehingga mahasiswa tidak hanya memiliki keterampilan tetapi juga cara yang baik dalam pemecahan masalah. Salah satu model yang akan diterapkan adalah model pembelajaran *discovery learning*.

Selain itu pada matematika erat hubungannya dengan pemecahan masalah.. Pemecahan masalah dan *conjecturing* merupakan bagian penting dari kegiatan matematika. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) yaitu banyak peneliti telah menyarankan bahwa pemecahan masalah dan *conjecturing* adalah bagian penting dari kegiatan matematika. Sedangkan menurut NCTM (2000) pemecahan masalah merupakan salah satu bagian dari standar matematika sekolah. Lebih lanjut dijelaskan bahwaberpikir matematis dan keterampilan penalaran, termasuk membuat *conjectures* adalah penting karena berfungsi sebagai dasar untuk mengembangkan wawasan baru dan meningkatkan kajian lebih lanjut. Sedangkan menurut Sutarto, dkk (dkk Sutarto 2014) *conjecturing* berperan dalam pembelajaran matematika yaitu: (1) *conjecturing* sebagai jalan dalam menyelesaikan masalah (2)

conjecturing sebagai proses yang membantu siswa dalam memahami materi, dan (3) *conjecturing* sebagai proses yang melatih siswa dalam bernalar.

Hasil penelitian yang dilakukan oleh Sutarto (2016) menunjukkan bahwa sangat penting untuk mendiskripsikan proses *conjecturing* dalam pemecahan masalah generalisasi pola sehingga guru dapat memahami dengan benar proses *conjecturing* yang dilakukan oleh siswa. Selanjutnya guru dapat membantu siswa membuat, memperbaiki, dan mengeksplorasi *conjecture*.

Paradigma pembelajaran saat ini mempunyai ciri-ciri antara lain: guru aktif, mahasiswa pasif; pembelajaran berpusat kepada guru; guru mentransfer pengetahuan kepada mahasiswa; pemahaman mahasiswa cenderung bersifat instrumental; pembelajaran bersifat mekanistik; dan mahasiswa diam (secara fisik) dan penuh konsentrasi (mental) memperhatikan apa yang diajarkan guru. Hal tersebut akan berdampak terhadap perkuliahan pada jenjang pendidikan tinggi, antara lain kurangnya ketrampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Salah satu model pembelajaran yang dapat diterapkan dalam perkuliahan agar dapat meningkatkan ketrampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika yang diharapkan adalah model *discovery learning*. Alasan dipilihnya model *discovery learning* karena model pembelajaran ini dalam mengaplikasikannya dosen memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk belajar secara aktif serta mampu menemukan rumus-rumus ataupun konsep dari materi yang dipelajari, yang sebelumnya (Persada 2016; Azizah 2018).

Resolving domination number adalah pengembangan dari teori *dominating set* dan *metric dimension* yang memiliki syarat, yaitu mempunyai hasil irisan yang berbeda. Menurut Wardani (2017) *Dominating number* dinotasikan adalah kardinalitas minimum dari sebuah *dominating set* yang merupakan pengembangan dari penelitian-penelitian sebelumnya. *Dominating set* merupakan suatu konsep penentuan suatu titik pada graf dengan ketentuan titik sebagai *dominating set* bisa mengcover titik yang ada di sekitarnya dan *adjacent*. *Dominating number* merupakan kardinalitas minimum dari *dominating set* yang disimbolkan dengan $\gamma(G)$. *Metric dimension* merupakan kardinalitas minimum himpunan pemisah

(*resolving set*) pada G . Sedangkan *resolving domination number* adalah kardinalitas minimum dari *dominating number* dan *metric dimension*. Materi graf tentang *resolving domination number* ini diajarkan kepada mahasiswa, mengetahui bagaimana cara menyelesaikan masalah graf secara individual atau kelompok, dan sesuai dengan keterampilan berpikir yang diterapkan pada saat pembelajaran berlangsung. Materi *resolving domination number*.

Berdasarkan uraian di atas, maka akan dilakukan pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dan pengaruhnya terhadap ketrampilan *conjecturing* mahasiswa. Permasalahan akan difokuskan pada *resolving domination number* pada graf. Oleh karena, penulis mengangkat judul “Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis *Discovery Learning* dan Pengaruhnya Terhadap Ketrampilan *Conjecturing* Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah *Resolving Domination Number*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka masalah yang akan di bahas dalam penelitian ini adalah:

- 1) bagaimana pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dalam kajian *resolving domination number* yang valid, efisien dan praktis?
- 2) bagaimana hasil pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* terhadap ketrampilan berpikir dalam kajian *resolving domination number* yang valid, efisien dan praktis?
- 3) adakah pengaruh penerapan perangkat pembelajaran yang dikembangkan terhadap ketrampilan *conjecturing* dalam menyelesaikan masalah dalam kajian *resolving domination number*?
- 4) Bagaimana potret fase ketrampilan *conjecturing* dalam kajian *resolving domination number*?
- 5) bagaimana monograf berbasis *Discovery Learning* dalam kajian *resolving domination number*?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan perumusan masalah yang telah diuraikan di atas, maka penelitian ini mempunyai tujuan sebagai berikut :

- 1) Menelaah proses pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dalam kajian *resolving domination number* yang valid, efisien dan praktis;
- 2) Menghasilkan pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* terhadap peningkatan ketrampilan *conjecturing* dalam kajian *resolving domination number* yang valid, efisien dan praktis;
- 3) Mengetahui pengaruh ketrampilan *conjecturing* mahasiswa akibat pengembangan perangkat yang dilakukan dalam kajian *resolving domination number*.
- 4) Mengetahui potret fase ketrampilan *conjecturing* dalam kajian *resolving domination number*;
- 5) Menghasilkan monograf berbasis *Discovery Learning* dalam kajian *resolving domination number*.

1.4 Manfaat Penelitian

Dari hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

- 1) Bagi Peneliti, dapat memperkaya wawasan dalam pembuatan perangkat pembelajaran di perguruan tinggi khususnya mata kuliah matematika diskrit
- 2) Bagi calon pendidik perguruan tinggi, sebagai informasi mengenai perangkat pembelajaran *discovery learning* seabadi media untuk menganalisis pengaruh model pembelajaran terhadap ketrampilan *conjecturing* peserta didik.
- 3) Bagi dosen, sebagai masukan dan acuan dalam meningkatkan dan mengembangkan ketrampilan dosen dalam kajian *resolving domination number* dengan menggunakan model *discovery learning* .
- 4) Bagi peneliti lain, senagai referensi dalam pengembangan penelitian dan bidang kajian sejenis.

1.5 Spesifikasi Produk

Spesifikasi produk yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah berupa perangkat pembelajaran meliputi Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) model pembelajaran *discovery learning*, Monograf dan Tes Hasil Belajar (THB) keterampilan *conjecturing* pada materi *resolving dominating number*. Spesifiknya untuk setiap perangkat adalah berikut berikut:

- 1) Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), yaitu suatu rencana pembelajaran yang di dalamnya terkandung komponen-komponen pembelajaran model *discovery learning* keterampilan *conjecturing* pada materi *resolving dominating number*. dengan dilengkapi langkah-langkah pemecahan masalah.
- 2) Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) yaitu berupa bahan ajar yang di dalamnya terdapat materi dan tugas-tugas yang telah dilengkapi dengan petunjuk serta langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah *resolving dominating number*. pada pembelajaran *discovery learning* untuk mengembangkan ketrampilan *conjecturing* mahasiswa.
- 3) Monograf *resolving dominating number*.. Monograf dalam penelitian merupakan buku yang berisi materi *resolving domination number* yang menyajikan munculnya *resolving dominating number*., hasil-hasil penelitian terdahulu yang berkaitan dengan *dominating number* dan *metric dimension*, dan hasil penelitian terbaru yang ditemukan oleh mahasiswa dan digeneralisasi peneliti serta aplikasi *resolving domination number*.
- 4) Tes Hasil Belajar (THB), yaitu berupa evaluasi hasil belajar pada materi *resolving dominating number*. pada graf yang berupa tes essay untuk mengetahui pengaruh ketrampilan *conjecturing* mahasiswa

BAB 2. KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model Pembelajaran Discovery Learning

2.1.1 Pengertian *Discovery Learning*

Model pembelajaran pada dasarnya merupakan bentuk pembelajaran yang tergambar dari awal sampai akhir yang disajikan secara khas oleh guru. Dengan kata lain, model pembelajaran merupakan bungkus atau bingkai dari penerapan suatu pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran. Model dan proses pembelajaran akan menjelaskan makna kegiatan-kegiatan yang dilakukan oleh pendidik selama pembelajaran berlangsung.

Pembelajaran yang disajikan oleh pengajar seandainya mampu membangkitkan semangat belajar mahasiswa dan rasa ingin tau mahasiswa. Mahasiswa ikut aktif dalam pembelajaran sehingga mahasiswa tidak merasa jenuh dan bosan karena mahasiswa berperan aktif pelaku dalam pembelajaran bukan sebagai pendengar. Pemilihan model pembelajaran hendaknya dapat membantu mahasiswa untuk mengoptimalkan potensi yang mereka miliki. Pengajar juga aktif memfasilitasi dan membimbing mahasiswa dalam proses pembelajaran sehingga pembelajaran yang terjadi bersifat student center. Salah satu bentuk pembelajaran student center adalah *discovery learning*. Penggunaan *discovery learning* diharapkan mampu meningkatkan keterampilan inovatif dan mampu meningkatkan hasil belajar mahasiswa.

Pembelajaran *discovery learning* berusaha menciptakan situasi belajar yang melibatkan peserta didik belajar secara aktif dan mandiri dalam menemukan suatu konsep atau teori, pemahaman, dan pemecahan masalah. Proses penemuan tersebut membutuhkan guru/dosen sebagai fasilitator dan pembimbing. Banyaknya bantuan yang diberikan guru tidak mempengaruhi peserta didik untuk melakukan penemuan sendiri.

Model *discovery learning* merupakan suatu model pembelajaran yang menitik beratkan pada aktifitas siswa dalam belajar. Jerome Bruner menyatakan bahwa siswa didorong untuk belajar dengan diri mereka sendiri. Siswa belajar

melalui aktif dengan konsep-konsep dan prinsip-prinsip dan guru mendorong siswa untuk mempunyai pengalaman-pengalaman tersebut untuk menemukan prinsip-prinsip bagi diri mereka sendiri. (Slavin 1994: 46). Dalam proses pembelajaran dengan model ini, guru hanya bertindak sebagai pembimbing dan fasilitator yang mengarahkan siswa untuk menemukan konsep, dalil, prosedur, dan sebagainya.

Sedangkan menurut Bruner “Model *Discovery Learning* didefinisikan sebagai proses pembelajaran yang terjadi bila pelajar tidak disajikan dalam bentuk akhirnya, tetapi diharapkan mengorganisasi sendiri”.

Sund yang dikutip oleh Azizah (2018:11) mengungkapkan hal yang sama, *discovery* adalah proses mental siswa hingga mampu mengasimilasikan suatu konsep atau prinsip. Proses mental tersebut antara lain: mengamati, mencerna, mengerti, menggolong-golongkan, membuat dugaan, menjelaskan, mengukur, membuat simpulan dan sebagainya. Pada pembelajaran penemuan (*discovery*), isi dari apa yang harus dipelajari tidak disajikan oleh guru, tetapi ditemukan oleh mahasiswa selama bekerja (mengamati, mencerna, mengerti, menggolong-golongkan, membuat dugaan, menjelaskan, mengukur, membuat simpulan dan sebagainya) melalui situasi masalah yang diatur oleh guru.

Model pembelajaran *discovery learning* merupakan suatu model untuk mengembangkan cara belajar siswa aktif dengan menemukan sendiri, menyelidiki sendiri, maka hasil yang diperoleh akan tahan lama dalam ingatan, tidak akan mudah dilupakan siswa. Dengan belajar penemuan, anak juga bisa belajar berfikir analisis dan mencoba memecahkan sendiri problem yang dihadapi.. “*Discovery Learning is an inquiry-based approach in which students are given a question to answer, a problem to solve, or a set of observations to explain, and then work in a largely self-directed manner to complete their assigned task and draw appropriate inferences from the outcomes, discovering the desired factual and conceptual knowledge in the process*” Prince et al (2006).

Model pembelajaran *discovery learning* menurut Wilcox (Hosnan 2014), dalam pembelajaran dengan penemuan siswa didorong untuk belajar sebagian besar melalui keterlibatan aktif mereka sendiri dengan konsep-konsep dan prinsip-

prinsip, dan guru mendorong siswa untuk memiliki pengalaman dan melakukan percobaan yang memungkinkan mereka menemukan prinsip-prinsip untuk diri mereka sendiri.

Model penemuan terbimbing menempatkan guru sebagai fasilitator. Guru membimbing siswa dimana ia diperlukan. Dalam model ini, siswa didorong untuk berpikir sendiri, menganalisis sendiri sehingga dapat ”menemukan” prinsip umum berdasarkan bahan atau data yang telah disediakan guru (PPG dalam Riensuciati , 2013).

Dari pengertian yang telah dijabarkan tersebut dapat disimpulkan bahwa *discovery learning* merupakan model pembelajaran yang mengarahkan siswa untuk menemukan secara mandiri pemahaman yang harus dicapai dengan bimbingan dan pengawasan guru.

2.1.2 Tujuan *discovery learning*

Tujuan model *discovery learning* sebagai model belajar mengajar menurut (Azhar dalam Nisbah, 2013: 34) yaitu: (1) kemampuan berfikir agar lebih tanggap, cermat dan melatih daya nalar (kritis, analisis dan logis); (2) membina dan mengembangkan perilaku ingin lebih tahu; (3) mengembangkan aspek kognitif, afektif dan psikomotorik; (4) mengembangkan perilaku, keterampilan kepercayaan murid dalam memutuskan sesuatu secara tepat dan obyektif.

Bell mengemukakan beberapa tujuan spesifik dari pembelajaran dengan penemuan, yakni sebagai berikut:

- 1) Dalam penemuan siswa memiliki kesempatan untuk terlibat secara aktif dalam pembelajaran. Kenyataan menunjukkan bahwa partisipasi siswa dalam pembelajaran meningkat ketika penemuan digunakan;
- 2) Melalui pembelajaran dengan penemuan, siswa belajar menemukan pola dalam situasi konkrit maupun abstrak, juga siswa banyak meramalkan (*extrapolate*) informasi tambahan yang diberikan;
- 3) Siswa juga belajar merumuskan strategi tanya jawab yang tidak rancu dan menggunakan tanya jawab untuk memperoleh informasi yang bermanfaat dalam menemukan;

- 4) Pembelajaran dengan penemuan membantu siswa membentuk cara kerja bersama yang efektif, saling membagi informasi, serta mendengar dan menggunakan ide-ide orang lain.
- 5) Terdapat beberapa fakta yang menunjukkan bahwa keterampilan keterampilan, konsep-konsep dan prinsip-prinsip yang dipelajari melalui penemuan lebih bermakna.
- 6) Keterampilan yang dipelajari dalam situasi belajar penemuan dalam beberapa kasus, lebih mudah ditransfer untuk aktifitas baru dan diaplikasikan dalam situasi belajar yang baru. (Riensuciati 2013)

2.1.3 Karakteristik dan Ciri *Discovery Learning*

Pembelajaran ini memiliki karakter yang dapat ditemukan ketika pembelajaran berlangsung, berikut tiga karakter tersebut:

- 1) Peran guru sebagai pembimbing
- 2) Peserta didik belajar secara aktif sebagai seorang ilmuwan
- 3) Bahan ajar disajikan dalam bentuk informasi dan peserta didik melakukan kegiatan menghimpun, membandingkan, mengkategorikan, menganalisis, serta membuat kesimpulan.

Model *discovery learning* memiliki ciri tersendiri sehingga dapat ditemukan perbedaan dengan model pembelajaran lainnya, berikut tiga ciri utama belajar dengan model pembelajaran *discovery learning* atau penemuan yaitu:

- 1) Mengeksplorasi dan memecahkan masalah untuk menciptakan, menggabungkan dan menggeneralisasi pengetahuan
- 2) Berpusat pada peserta didik
- 3) Kegiatan untuk menggabungkan pengetahuan baru dan pengetahuan yang sudah ada (Herdi, 2010: 65).

2.1.4 Sintaks Penerapan *Discovery Learning* dalam Perkuliahan

Muhibbin Syah (2004:244) mengemukakan bahwa terdapat enam prosedur yang harus dilaksanakan dalam kegiatan belajar untuk mengaplikasikan *discovery learning*, yaitu:

1) *Stimulation* (stimulasi/pemberian rangsang)

Pada tahap ini mahasiswa dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan kebingungannya tanpa pemberian generalisasi untuk menimbulkan keinginan mahasiswa untuk menyelidiki sendiri. Tahap ini berfungsi untuk menyediakan kondisi interaksi belajar yang dapat mengembangkan dan membantu mahasiswa dalam mengeksplorasi bahan. Pengajar harus menguasai teknik-teknik dalam memberi stimulus kepada mahasiswa agar tujuan mengaktifkan mahasiswa untuk mengeksplorasi dapat tercapai.

2) *Problem statement* (pernyataan/identifikasi masalah)

Pada tahap ini pengajar memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin agenda-agenda masalah yang relevan dengan bahan pelajaran untuk kemudian dijadikan hipotesis salah satunya

3) *Data collection* (pengumpulan data)

Pada tahap ini mahasiswa diberi kesempatan untuk mengumpulkan berbagai informasi yang relevan dengan membaca literatur, mengamati objek, wawancara dengan narasumber (aktif bertanya), melakukan ujicoba, dan sebagainya.

4) *Data processing* (pengolahan data)

Pada tahap ini mahasiswa mengolah data dan informasi yang diperoleh. Data tersebut diolah, diacak, diklasifikasikan, ditabulasi, dan dihitung dengan cara tertentu. Dari proses tersebut mahasiswa akan mendapatkan pengetahuan baru tentang alternatif/penyelesaian yang perlu mendapat pembuktian secara logis.

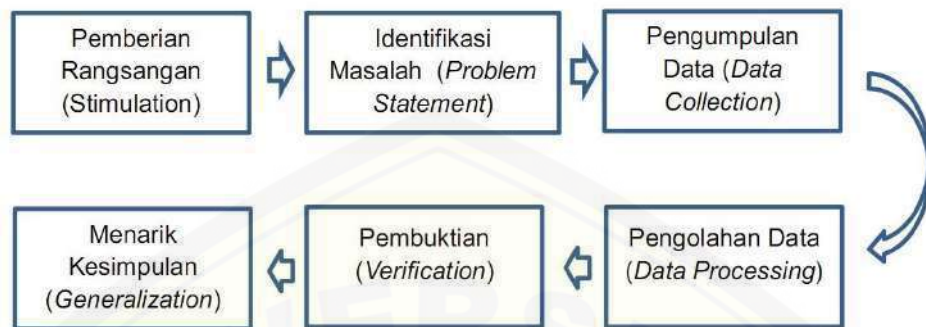
5) *Verification* (pembuktian)

Mahasiswa melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya rumus atau konsep yang ditemukan dengan hasil pengolahan data.

6) *Generalization* (menarik kesimpulan)

Tahap ini adalah proses menarik kesimpulan yang dapat dijadikan prinsip umum dan berlaku untuk semua kejadian atau masalah yang sama, dengan memperhatikan hasil verifikasi.

Tahapan-tahapan *discovery learning* dapat dilihat pada gambar 2.1. Tahapan *discovery learning* berikut ini:



Gambar 2. 1 Tahapan *discovery learning*

Begitu juga pendapat, Sutman et.al juga mengemukakan bahwa dalam implementasi pembelajaran *discovery learning* terdapat enam prosedur yang harus dilakukan, seperti dijelaskan pada Tabel 2.1 di bawah ini.

Tabel 2. 1 Prosedur model *discovery learning*

Tahap	Perilaku pengajar	Indikator
Tahap I Pemberian rangsangan	Pengajar menginformasikan tujuan pembelajaran, mendeskripsikan kebutuhan logistik penting dan memotivasi peserta didik untuk terlibat dalam kegiatan pemecahan masalah <i>Resolving domination number</i> .	Memperhatikan pengajar.
Tahap II Identifikasi masalah	pengajar memberikan contoh permasalahan <i>Resolving domination number</i> di kehidupan nyata.	1. Dapat memahami fungsi generalisasi pola <i>Resolving domination number</i> 2. Dapat menemukan contoh pola yang ada disekitar.
Tahap III Pengumpulan data	Pengajar membimbing peserta didik dalam pengumpulan data	1. Dapat menemukan pola <i>Resolving domination number</i> 2. Menemukan pola <i>Resolving domination number</i> lebih dari satu 3. Dapat menggeneralisasi pola <i>Resolving domination number</i>
Tahap IV	pengajar menjadi fasilitator	Menemukan konsep pola yang di

Tahap	Perilaku pengajar	Indikator
Pengolahan data	dan membimbing jalannya pengolahan data	dapat baik itu rumus ke-n beserta generalisasi pola <i>Resolving domination number</i> dan rumus fungsi.
Tahap V Pembuktian	Pengajar memfasilitasi peserta didik untuk membuktikan hasil temuan	Dapat membuktikan konsep yang didapat dari sebuah pola <i>Resolving domination number</i>
Tahap VI Kesimpulan	pengajar membantu menyimpulkan	Menyimpulkan hasil penemuan

Dikembangkan dari sumber: Sutman et.al (2008:7)

2.1.5 Keunggulan dan Kelemahan Model *Discovery Learning*

Memperhatikan model *discovery learning* Penemuan Terbimbing tersebut diatas dapat disampaikan kelebihan dan kekurangan yang dimilikinya. Kelebihan dari model penemuan terbimbing adalah sebagai berikut:

- a) Siswa dapat berpartisipasi aktif dalam pembelajaran yang disajikan.
- b) Menumbuhkan sekaligus menanamkan perilaku inquiry (mencari-temukan).
- c) Mendukung kemampuan *problem solving* siswa.
- d) Memberikan wahana interaksi antar siswa, maupun siswa dengan guru, dengan demikian siswa juga terlatih untuk menggunakan bahasa Indonesia yang baik dan benar.
- e) Materi yang dipelajari dapat mencapai tingkat kemampuan yang tinggi dan lebih lama membekas karena siswa dilibatkan dalam proses menemukannya.
- f) Siswa belajar bagaimana belajar (*learn how to learn*).
- g) Belajar menghargai diri sendiri.
- h) Memotivasi diri dan lebih mudah untuk mentransfer.
- i) Pengetahuan bertahan lama dan mudah diingat.
- j) Hasil belajar *discovery* mempunyai efek transfer yang lebih baik dari pada hasil lainnya
- k) Meningkatkan penalaran siswa dan kemampuan untuk berpikir bebas.
- l) Melatih keterampilan-keterampilan kognitif siswa untuk menemukan dan memecahkan masalah tanpa pertolongan orang lain (Marzano 1992).

Sementara itu kelemahannya adalah sebagai berikut :

- a) Untuk materi tertentu, waktu yang tersita lebih lama.
- b) Tidak semua siswa dapat mengikuti pelajaran dengan cara ini, di lapangan, beberapa siswa masih terbiasa dan mudah mengerti dengan model ceramah.
- c) Tidak semua topik cocok disampaikan dengan model ini. Walaupun pada umumnya topik-topik yang berhubungan dengan prinsip dapat dikembangkan dengan model *discovery learning*.

2.2 Ketrampilan *Conjecturing*

2.2.1 Pengertian *Conjecturing*

Conjecturing berasal dari kata *conjecture*. *Conjecture* merupakan suatu pernyataan yang dihasilkan dari proses penalaran tapi kebenarannya belum dapat dipastikan. Menurut Stacey *et al* (2010) *conjecture* adalah pernyataan yang masuk akal, tapi kebenarannya belum dapat dipastikan, dengan kata lain, belum diyakini kebenarannya namun tidak memiliki contoh penyangkal. Canada & Castro (2005) menyatakan bahwa *conjecture* adalah pernyataan berdasarkan fakta empiris, yang belum divalidasi. Cañadas *et al* (2007) menyatakan bahwa proses *conjecturing* menggunakan berbagai jenis penalaran.

Menurut Noton (Julan Hernadi, 2011) Proses abstraksi dan generalisasi dalam matematika sering melibatkan ide-ide yang awalnya bersifat hipotetik atau dugaan yang disebut konjektur. Konjektur muncul dari intuisi setelah menyadari adanya hubungan-hubungan yang bersifat matematik selama proses abstraksi dan generalisasi berlangsung. Konjektur-konjektur dapat dikonstruksi berdasarkan objek-objek yang diamati atau masalah yang diberikan serta bantuan dari basis pengetahuan yang relevan yang telah dimiliki sebelumnya. Objek-objek bisa memberikan informasi yang kompleks dan memunculkan dugaan tentang berbagai hal seperti kuantitas, variable atau hubungan-hubungan seperti hubungan antar kuantitas, variabel atau antar keduanya.

Menurut (Kadir dkk, 2008:2) *conjecture* adalah “suatu pernyataan yang belum dapat dibuktikan secara matematis, namun memiliki bukti-bukti empiris dalam bentuk kasus-kasus dan contoh”. *Conjecture* dapat berupa dugaan terhadap suatu permasalahan. Kemampuan konjektur adalah kemampuan untuk membuat

pernyataan matematika yang bernilai benar tetapi belum dibuktikan kebenarannya secara formal (umum), hanya bersifat tidak formal dengan contoh atau gambar. Diantara indikator kompetensi konjektur berupa indikator-indikator pada kemampuan observasi, investigasi, eksplorasi, dan inkuiri.

Salah satu penalaran yang digunakan dalam proses *conjecturing* adalah penalaran induktif. Penalaran induktif adalah proses melihat keteraturan yang dimulai dari contoh-contoh tertentu dan menghasilkan generalisasi. Menurut Pólya (1967) bahwa penalaran induktif adalah metode menemukan sifat dari fenomena dan menemukan keteraturan dengan cara yang logis. Canada & Castro (2005) menyatakan bahwa penalaran induktif dalam pendidikan matematika adalah proses penalaran yang dimulai dengan kasus-kasus tertentu dan menghasilkan generalisasi. Penalaran induktif mengacu pada pendeteksian keteraturan dan ketidakteraturan dalam rangka membentuk aturan dan membuat generalisasi (Klauer & Phye, 2008).

Proses *conjecturing* melalui penalaran induktif adalah proses menghasilkan conjecture melalui tahapan penalaran induksi. Menurut Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) bahwa *conjecturing* dalam menyelesaikan masalah dapat dilakukan dengan *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit. Lebih lanjut dikatakan bahwa *conjecturing* melalui penalaran induktif dapat dibuat berdasarkan pengamatan dari bilangan berhingga kasus diskrit, dimana pola yang diamati konsisten.

2.2.2 Ciri dan indikator berfikir *conjecturing*

Konjektur umumnya mempunyai ciri-ciri tertentu. Norton (Hernadi, 2011) memberikan gambaran tentang konjektur dan ciri-cirinya dengan menyatakan “*conjectures are ideas formed by a person (the learner) in experience which satisfy the following properties: the idea is conscious (though not necessarily explicitly stated), uncertain and the conjecturer is concerned about its validity*”.

Menurut Junizon Ciri penting dalam ketrampilan *conjecturing* adalah kesadaran dan ketidaktentuan. Kesadaran berarti ide-ide yang dibangun diketahui dan dimengerti. Ketidaktentuan berarti ide-ide yang dibangun masih memuat hal-

hal yang bisa keliru. Akibatnya konjektur belum memiliki kebenaran yang pasti. Kebenaran atau kesalahan suatu konjektur perlu dibuktikan melalui proses penalaran menggunakan aturan-aturan logis atau menggunakan contoh penyangkal. Konjektur yang telah terbukti kebenarannya menjadi pernyataan yang valid dan menjadi teorema.

Ciri dari berfikir *conjecturing* adalah: (1) Dapat mengidentifikasi fakta dan kesimpulan; (2) Dapat membuat kalimat pernyataan yang dipradugakan benar, berbentuk kalimatlogika, implikasi, biimplikasi, negasi ataupun berkuantor; (3) Dapat memeriksa dan menguji pernyataan berdasarkan observasi, investigasi, eksplorasi, eksperimen dan inkuiri.

Menurut Cañadas & Castro (2005) dalam Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid, & Yevdokimov (2007) menyatakan bahwa tujuh tahapan kategorisasi untuk menggambarkan *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit: mengamati kasus, mengorganisir kasus, mencari dan memprediksi pola, merumuskan conjecture, memvalidasi conjecture tersebut, generalisasi conjecture tersebut, dan membenarkan generalisasi. Tahapan *Conjecturing* tersebut merupakan tahapan penalaran induksi yang dikemukakan oleh Cañadas & Castro (2005) dan dijadikan salah satu tipe *conjecturing*.

Penjelasan tujuh tahapan kategorisasi untuk menggambarkan *conjecturing* tipe induksi empiris dari sejumlah berhingga kasus diskrit atau *conjecturing* melalui penalaran induktif. Ketika ***mengamati kasus*** titik awal kasus tertentu adalah pengalaman dengan kasus-kasus tertentu dari masalah yang diajukan. ***Mengorganisir kasus*** melibatkan penggunaan strategi untuk melakukan sistematisasi dan memfasilitasi pekerjaan dengan kasus- kasus tertentu. Strategi yang paling umum digunakan adalah organisasi kasus-kasus tertentu dengan daftar data atau tabel. ***Mencari dan memprediksi pola*** ketika seseorang mengamati pengulangan dan situasi yang biasa yang bersifat gambaran bahwa pola mungkin berlaku untuk kasus berikutnya yang tidak diketahui dengan pasti. ***Merumuskan conjecture***, berarti membuat pernyataan tentang semua kemungkinan kasus yang terjadi, berdasarkan fakta-fakta empiris, tetapi dengan unsur keraguan. ***Memvalidasi conjecture***, ketika siswa merumuskan *conjecture*

dengan keraguan, mereka yakin tentang kebenaran *conjecture* mereka untuk kasus-kasus tertentu tetapi tidak untuk yang lain. **Generalisasi conjecture**, hal ini terkait dengan perubahan pada pernyataan yang diyakini. Melihat contoh tambahan tidak cukup untuk membenarkan generalisasi, membenarkan generalisasi *conjecture* mencakup pemberian alasan yang menjelaskan *conjecture* tersebut, mungkin dengan maksud meyakinkan orang lain bahwa generalisasinya benar. Jika diperlukan, orang bisa membuat bukti matematis sebagai justifikasi yang menjamin kebenaran *conjecture* tersebut. Tahapan dan indikator dari berfikir *conjecturing* dapat dilihat pada tabel 2.2.

Tabel 2. 2 Indikator Proses *Conjecturing*

Tahapan Proses <i>Conjecturing</i>	Indikator
Mengamati Kasus	Aktivitas awal yang dilakukan terhadap kasus-kasus tertentu dari masalah yang diajukan;
Mengorganisir Kasus	Aktivitas yang melibatkan penggunaan strategi untuk mengatur objek secara sistematis dan memudahkan pekerjaan pada kasus-kasus tertentu;
Mencari dan Memprediksi pola	Aktivitas ketika mengamati situasi yang berulang dan teratur, dan membayangkan bahwa pola mungkin berlaku untuk kasus-kasus yang tidak diketahui berikutnya;
Merumuskan Konjektur	Aktivitas membuat pernyataan berdasar fakta empiris, tetapi dengan unsur keraguan;
Memvalidasi Konjektur	Aktivitas untuk membenarkan konjektur yang dihasilkan berdasar kasus tertentu tetapi tidak secara umum;
Menggeneralisasi Konjektur	Aktivitas tentang perubahan keyakinan terkait dengan konjektur yang dihasilkan, bahwa konjektur tersebut berlaku secara umum;
Membenarkan generalisasi	Aktivitas yang dilakukan untuk meyakinkan orang lain, bahwa konjektur yang dihasilkan adalah benar.

2.3 Perangkat yang dikembangkan

2.3.1 Lembar Kerja Mahasiswa

Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) merupakan salah satu wujud bahan ajar dalam bentuk cetak yang dapat mengakomodasi aktivitas mahasiswa agar menstimulus keaktifan mahasiswa, baik keaktifan fisik maupun mental. LKM juga merupakan salah satu sumber belajar yang digunakan peserta belajar dalam

suatu pembelajaran. Selain itu, LKM bertujuan untuk membantu pendidik dalam menyampaikan informasi (pengetahuan, sikap, kinerja) yang sulit disampaikan secara lisan (Depdiknas 2006).

Pada dasarnya LKMM merupakan bahan ajar yang merupakan unsur yang sederhana dibanding modul. Lembar kerja memiliki enam komponen penting yaitu: (1) petunjuk belajar berisi langkah-langkah bagi guru untuk menyampaikan materi dan langkah bagi siswa untuk memahami materi secara mandiri; (2) kompetensi yang akan dicapai oleh siswa yang berisi kompetensi dasar dan indikator pencapaian yang harus dicapai oleh peserta didik; (3) informasi tambahan berisi informasi yang dapat melengkapi bahan ajar yang akan membantu peserta didik mempermudah menguasai suatu materi; (4) latihan berisi tugas yang diberikan kepada peserta didik untuk melatih setelah mempelajari materi; (5) LKM juga berisi langkah procedural yang dilakukan siswa untuk mengukur kompetensi yang telah dikuasai setelah proses pembelajaran (Prastowo 2012).

Komponen –komponen LKM meliputi: (a) materi LKM sesuai dengan RPP; (b) masalah sesuai indikator dan tujuan pembelajaran; (c) masalah dirumuskan dengan singkat dan jelas; (d) tuntutan LKM sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik; (e) tuntutan LKM sesuai dengan langkah-langkah *discovery learning* dengan memperhatikan beban kognitif peserta didik; (f) pengorganisasiannya sistematis; (g) cakupan materi yang memadai; (h) peranannya mendorong siswa untuk menemukan dengan cara mereka sendiri konsep yang dipelajari; (i) bahasa yang digunakan sudah baku dan tepat; (j) masalah tidak mengandung makna ganda; (k) kalimat pada masalah menggunakan bahasa yang mudah dipahami.

LKM yang akan dikembangkan pada penelitian ini adalah LKM berbasis penemuan terbimbing (*discovery learning*). LKM ini diharapkan mampu menuntun mahasiswa untuk terlibat aktif dalam melakukan penemuan-penemuan terhadap konsep dari materi yang akan dipelajari. Dosen berperan sebagai orang yang mengarahkan dan membimbing mahasiswa dalam melakukan penemuan-penemuan. Dengan demikian, aktivitas

perkuliahan mahasiswa dapat meningkat. Harapannya dengan pengembangan lembar kerja mahasiswa (LKM) ini dapat mengubah proses pembelajaran yang semula berpusat pada guru menjadi berpusat pada mahasiswa. Selain itu, LKM didesain semenarik mungkin dan dikemas menggunakan bahasa yang mudah dimengerti sehingga mampu memunculkan rasa ingin tahu mahasiswa dalam melakukan.

2.3.2 Tes Hasil Belajar

Tes merupakan alat ukur untuk proses pengumpulan data di mana dalam memberikan respon atas pertanyaan dalam instrumen, peserta didorong untuk menunjukkan kemampuan maksimalnya. Peserta diharuskan mengeluarkan kemampuan semaksimal mungkin agar data yang diperoleh dari hasil jawaban peserta didik benar-benar menunjukkan kemampuannya. Tes hasil belajar juga merupakan tes penguasaan, karena tes ini berfungsi mengukur penguasaan peserta didik terhadap materi yang diajarkan oleh guru atau dipelajari oleh peserta didik. Tes diujikan setelah peserta didik memperoleh sejumlah materi sebelumnya dan pengujian dilakukan untuk mengetahui penguasaan peserta didik atas materi tersebut (Purwanto 2009). Oleh karena itu, tes hasil belajar yang baik harus mampu mengukur kemampuan peserta didik dalam memahami materi-materi yang diajarkan evaluasi tes hasil belajar tersebut akan mengukur nilai dan efektifitas dari bagian tertentu dalam pendidikan (Kelly 2006).

Menurut Zainul dan Nasoetion (1997: 28-31) Tes hasil belajar adalah salah satu alat ukur yang paling banyak digunakan untuk menemukan keberhasilan seseorang dalam suatu proses belajar mengajar atau untuk menentukan keberhasilan suatu program pendidikan. Dasar-dasar penyusunan tes hasil belajar adalah sebagai berikut: (1) harus dapat mengukur apa yang dipelajari dalam proses belajar mengajar sesuai dengan tujuan instruksional yang tercantum di dalam kurikulum yang berlaku; (2) tes hasil belajar disusun sedemikian sehingga benar-benar mewakili bahan yang telah dipelajari; (3) hendaknya disesuaikan dengan aspek-aspek tingkat belajar yang diharapkan; (4) tes hasil belajar disusun

sesuai dengan tujuan penggunaan tes itu sendiri, karena tes dapat disusun sesuai dengan kebutuhan.

Tes hasil belajar berisi soal-soal yang digunakan untuk mengukur ketrampilan *conjecturing* mahasiswa tentang suatu materi yang sudah dipelajari oleh mahasiswa. Dan untuk mengukur Hasil Belajar siswa, menurut Norman E Gronland dalam bukunya mengenai penyusunan tes prestasi atau hasil belajar siswa yang dikutip Khaerudin (2015) merumuskan prinsip dasar dalam pengukuran hasil belajar sebagai berikut :

- a) Tes hasil belajar harus mengukur hasil belajar yang telah dibatasi secara jelas sesuai dengan tujuan instruksional.
- b) Tes hasil belajar harus mengukur satuan sample yang representative dari hasil belajar dari materi yang dicukupi oleh program instruksi atau pengajaran.
- c) Tes hasil belajar harus berisi item-item dengan tipe yang paling cocok guna mengukur hasil belajar yang diinginkan.
- d) Tes hasil belajar harus dirancang agar cocok dengan tujuan penggunaan hasilnya.
- e) Tes hasil belajar harus dibuat seriable mungkin dan kemudian harus ditafsirkan dengan hati-hati.
- f) Tes hasil belajar harus digunakan untuk meningkatkan belajar para siswa.

2.4 Kajian Resolving domination number pada Graf

Matematika diskrit adalah cabang matematika yang mengkaji model-model fenomena dalam kehidupan sehari-hari dengan domain yang tidak berkesinambungan. Domain matematika diskrit biasanya berupa bilangan bulat atau bilangan rasional namun bukan merupakan bilangan real atau imajiner. Dalam matematika diskrit terdapat kajian yang paling banyak aplikasinya yaitu *Graph theory* (Dafik 2015).

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang dapat diterapkan pada permasalahan di dunia nyata. Beberapa aplikasi dari teori graf terdapat pada bidang sains, komputasi, dan robotika. Secara umum graf adalah

pasangan himpunan (V,E) dimana V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertex* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul dpada graf tersebut. Himpunan titik $V = \{ v_1, v_2, v_3, \dots, v_n \}$ dan himpunan sisi $E = \{ e_1, e_2, e_3, \dots, e_n \}$ atau $E = \{ (v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), \dots, (v_{n-1}, v_n), \}$ dimana $E = (v_i, v_j)$ yang artinya sisi yang menghubungkan simpul v_i dan v_j .

2.4.1 Domination Number

Studi matematika tentang *dominating set* dimulai pada tahun 1960an, dan sejak saat itu, *dominating set* digunakan untuk banyak aplikasi yang berbeda, diantaranya untuk memodelkan keterkaitan pada jaringan komunikasi komputer, teori jejaring sosial, dan masalah serupa lainnya. Penelitian terkait *dominating set* berkembang cukup pesat (Roifah 2018).

Menurut Foucoud (2016) Dominating set merupakan suatu konsep penentuan suatu titik sebagai *dominating set* yang bisa mengcover titik yang ada disekitarnya dan bertetangga (*adjacent*). Dominating set merupakan subset $D \subseteq V$ dari titik di G sedemikian hingga untuk semua titik $v \in D$ atau sebuah tetangga u dari v ada di D . *Dominating number* (Nomor dominasi) adalah kardinalitas minimum dari sebuah *dominating set* dan dinotasikan dengan $\gamma(G)$. Banyaknya titik pada graf merupakan batas atas dari *dominating number* (Santoso 2015). Nilai dari *dominating number* selalu $\gamma(G) \subseteq V(G)$. Ketika paling sedikit satu titik yang dibutuhkan untuk himpunan dominasi digraf, maka $1 \leq \gamma(G) \leq n$ untuk setiap graf yang berordo n .

2.4.2 Metric Dimension

Salah satu konsep ilmu dalam teori graf yang dapat menyelesaikan permasalahan adalah dimensi metrik. Pada tahun 1975, konsep dimensi metrik muncul dari himpunan pembeda dengan istilah locating set yang diperkenalkan oleh Slater. Slater mendefinisikan himpunan pembeda W sebagai himpunan dari *vertex* pada suatu graf G sedemikian sehingga untuk setiap vertex di G menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap vertex di W . Dimensi metrik adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda.

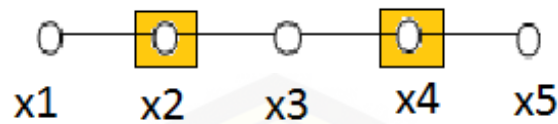
Konsep dimensi metrik telah diterapkan oleh beberapa peneliti seperti Slater, Khuller (1996) dan Chartrand (2000). Slater mengaitkan permasalahan dimensi metrik dengan masalah jaringan. Kemudian Khuller menjelaskan aplikasi permasalahan dimensi metrik graf pada bidang sains, komputasi dan robotika. Para peneliti telah menemukan dimensi metrik pada kelas-kelas graf tertentu. Pada tahun 2000 Chartrand menunjukkan bahwa graf G yang mempunyai dimensi metrik 1 adalah graf lintasan P_n dan berdimensi metrik $n - 1$ jika graf tersebut adalah graf lengkap K_n . Pada tahun 2009, Caceres et al. Menunjukkan dimensi metrik graf fan F_n adalah $\lfloor 2n+2 \rfloor$ untuk $n \neq 1; 2; 3; 6$. Pada tahun 2009, Caceres et al meneliti dimensi metrik pada graf tak hingga. Graf tak hingga G mempunyai dimensi metrik paling sedikit 2 jika $G \neq P_1$. (Rahmadi, D. Kusmayadi 2014).

Dimensi metrik (*metric dimension*) adalah kardinalitas minimum himpunan pembeda (*resolving set*) pada G . Untuk *vertices* u dan v dalam graf terhubung G , jarak $d(u,v)$ adalah panjang dari lintasan terpendek antara u dan v pada G . Untuk himpunan terurut $W = (W_1, W_2, \dots, W_k)$ dari *vertices* dalam graf terhubung G dan *vertex* r pada G adalah vektor- k (pasangan k -tuple), $r(v/W) = (d(v, W_1), d(v, W_2), \dots, d(v, W_k))$ menunjukkan representasi dari v pada W . Himpunan W dinamakan himpunan pembeda (*resolving set*) G jika *vertices* G mempunyai representasi berbeda. Himpunan *resolving* dengan kardinalitas minimum disebut himpunan *resolving* minimum dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik dari G yang dinotasikan dengan $dim(G)$ (Harary 1976).

2.4.3 Resolving Domination Number

Meskipun belum banyak penelitian mengenai *resolving dominating number*., namun sebenarnya hal ini bukanlah hal yang baru. karena *resolving dominating number*. merupakan penggabungan dari kajian *dominating number* dan *metric dimension*. *Resolving domination number* yang dinotasikan dengan $\gamma_r(G)$, adalah kardinalitas minimum dari sebuah *dominating number* dengan memiliki kondisi *metric dimension*.

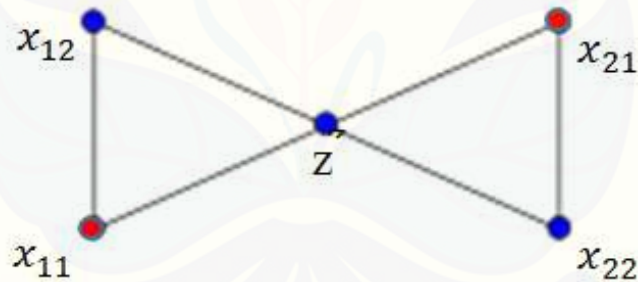
Untuk mehami tetang $\gamma_r(G)$, diberikan contoh *Resolving domination number* pada graf lintasan P_5 (gambar 2.2) dibawah ini.



Gambar 2. 2 Graf Lintasan (P_5)

Dari gambar 2.2 dengan himpunan *vertex* $V(S_5) = \{x_i; 1 \leq i \leq 5\}$ dan himpunan sisi (*edge*) $E(S_5) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 4\}$. Kardinalitas *vertex* dan *edge* dari S_5 adalah $|V(S_5)| = 5$ dan $|E(S_5)| = 4$. Dapat kita lihat *resolving domination number* $S(S_5) = \{x_2, x_4\}$ dan kardinalitas $|S(S_5)| = 2$.

Jika kita bandingkan dengan kardinalitasnya maka dapat disimpulkan bahwa Dom_{Dim} graf P_5 adalah $\frac{n}{2}$ (pembulatan ke atas). Selain itu penentuan Dom_{Dim} dapat kita lihat pada graf persahabatan F_2 berikut.



Gambar 2. 3 Graf Persahabatan F_2

Graf Persahabatan (*Friendship Graph*) dinotasikan dengan F_n dimana $n \geq 2$ adalah graf yang didapat dengan cara menghapus $\frac{n}{2}$ sisi pada bagian siklus graf roda. Graf sahabat hanya bisa didapatkan dari graf roda dengan n genap, banyak titik graf persahabatan adalah $2n + 1$ sedangkan banyaknya sisinya adalah $3n$. Dapat kita lihat *resolving domination number* $S(F_2) = \{x_{11}, x_{21}\}$ dan kardinalitas $|S(F_2)| = 2$.

2.5 Keterampilan *Conjecturing* dalam Kajian *Resolving Domination Number*

Dalam menentukan graf khusus yang sederhana, penempatan variable-variabel (x, y, z atau variable yang lain) harus tepat, selain itu penempatan *vertex* (titik) juga harus sesuai. Hal ini berlaku pada semua titik baik yang berjalan ataupun tidak. Jika graf tersebut dapat diekspan dengan benar, langkah berikutnya adalah menentukan kardinalitas dari graf yang sudah ditemukan. Dalam menentukan kardinalitas ini, mahasiswa membutuhkan kejelian dalam menentukan *Vertex* (V) dan *Edge* (E), sehingga muncul suatu rumus dari $|V|$ dan $|E|$. Untuk menentukan hal tersebut, mahasiswa dengan mudah mengerjakan, baik individual maupun kelompok.

Selanjutnya, menentukan *Resolving domination number* dari graf sederhana tersebut, dengan beberapa eksperimen sehingga ditentukan titik mana yang menjadi lokasi dominatornya dan memenuhi dimensi metrik. Pada saat menentukan *Dominator* dan dimensi metrik, mahasiswa membutuhkan waktu lebih lama, daripada menentukan kardinalitas sebelumnya, karena dalam menentukan dominator dan dimensi metrik butuh percobaan-percobaan yang harus dilakukan untuk membuktikan bahwa dominator tersebut benar dan dimensi metrik memiliki representasi yang berbeda. Jika graf n genap dan graf n ganjil sudah ditentukan dominatornya dan resolvingnya, langkah berikutnya adalah menarik kesimpulan untuk menentukan rumus *Resolving domination number*. Sedangkan, untuk penentuan letak dominator suatu graf dan dimensi metrik, akan ada proses tabulasi yang akhirnya muncul suatu tabel titik-titik dominator dan dimensi metrik dari n genap maupun n ganjil, yang pada akhirnya muncul suatu generalisasi serta rumus dari *Resolving domination number*.

2.6 Penelitian Terdahulu

Beberapa penelitian yang telah mengkaji tentang *discovery learning* telah banyak diteliti secara luas. Tetapi tidak ada penelitian yang sama persis seperti yang akan dilakukan oleh peneliti. Tabel berikut akan menunjukkan perbedaan penelitian yang terdahulu dengan kebaruan penelitian yang akan dilakukan oleh peneliti.

Tabel 2. 3 Penelitian Terdahulu Terkait *Discovery Learning*

No	Aspek Pembeda	Penelitian Terdahulu			Kebaharuan penelitian
		Trawikhi, A. (2019)	Sabrila, A (2018)	Azizah, S (2018)	Syamsiyatul K.
1	Judul	Pengembangan Perangkat Pembelajaran dengan <i>Discovery Learning</i> Berbasis <i>Lesson Study For Learning Community</i> dan Pengaruhnya Terhadap kemampuan pemecahan Masalah siswa	Efektifitas Model Pembelajaran <i>Discovery Learning</i> Untuk Meningkatkan Keterampilan Berfikir Kreatif Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Pemodelan Matematika Bilangan 2-Koneksi Pelangi Berdasarkan <i>conjecturing</i>	Efektivitas penerapan <i>Discovery Learning</i> Dalam Meningkatkan Keterampilan Berpikir Inovatif Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Open Ended Generalisasi pola	Pengembangan Perangkat Pembelajaran <i>Discovery Learning</i> Dan Pengaruhnya Terhadap Keterampilan Berpikir <i>Conjecturing</i> Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah <i>Resolving domination number</i>
2	Variabel Penelitian	Model <i>discovery learning</i> , kemampuan pemecahan masalah siswa	Model <i>discovery learning</i> , Keterampilan <i>conjecturing</i>	Model <i>discovery learning</i> , keterampilan berfikir Inovatif	Model <i>discovery learning</i> , keterampilan <i>conjecturing</i>
3	Subjek Penelitian	MTS Negeri 1 Lumajang kelas VIII	Mahasiswa Pendidikan Matematika, Universitas Jember	Mahasiswa Pendidikan Matematika, Universitas Jember	Mahasiswa Pendidikan Matematika, Universitas Jember
4	Pelajaran / Materi	Sistem Persamaan Dua Variabel	Koneksi Pelangi pada graf	Soal Open Ended	<i>Resolving Domination Number</i>
5	Metode Penelitian	<i>mixed methods</i>	<i>mixed methods</i>	<i>Research dan Development</i>	<i>mixed methods</i>
6	Hasil Penelitian	perangkat pembelajaran yang dikembangkan berpengaruh terhadap kemampuan pemecahan masalah pada siswa. Hasil perangkat	Perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kriteria praktis dan efektif hasil peerapan model <i>discovery learning</i> berupa graf	Perangkat Pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kriteria praktis dan efektif. Hasil penerapan perangkat pembelajaran Berpikir Inovatif	Nantinya penelitian akan menghasilkan perangkat pembelajaran yang dikembangkan dapat memenuhi kriteria praktis dan efektif. Kemudian

No	Aspek Pembeda	Penelitian Terdahulu			Kebaharuan penelitian
		Trawikhi, A. (2019)	Sabrila, A (2018)	Azizah, S (2018)	Syamsiyatul K.
		pembelajaran yang telah dikembangkan telah memenuhi kriteria valid, praktis dan efektif	dengan 2-koneksi pelangi dimana mahasiswa tersebut dimasukkan dalam sebuah graf.	Mahasiswa terdapat 4 mahasiswa pada tahap sedang dan 16 mahasiswa tahap tinggi, sedangkan kelas eksperimen terdapat 4 mahasiswa tahap sedang dan 18 mahasiswa tahap tinggi	penerapan model <i>discovery learning</i> nantinya didapatkan sebuah hasil temuan mahasiswa berupa graf dengan <i>dominating metric dimension number</i> , dimana temuan dari mahasiswa tersebut akan dimasukkan dalam sebuah monograf

Selain penelitian berkaitan dengan model pembelajaran *discovery learning*, beberapa penelitian berkaitan dengan ketrampilan *conjecturing* adalah sebagai berikut:

Tabel 2. 4 Penelitian Terdahulu terkait Ketrampilan *Conjecturing*

No	Aspek Pembeda	Penelitian Terdahulu		
		Wardani (2019)	Sutarto (2015)	Ni'mah (2017)
1	Judul	Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis <i>discovery learning</i> dan Pengaruhnya terhadap Keterampilan <i>Conjecturing</i> Mahasiswa dalam Kajian Local Antimagic Vertex Dynamic Coloring	<i>Conjecturing</i> Dalam Pemecahan Masalah Generalisasi Pola	<i>Conjecturing and Generalization Process on The Structural Development</i>
2	Variabel Penelitian	Model <i>discovery learning</i> ., Keterampilan <i>Conjecturing</i> Mahasiswa	Keterampilan <i>Conjecturing</i> Siswa , Generalisasi Pola	Keterampilan <i>Conjecturing</i> Siswa

No	Aspek Pembeda	Penelitian Terdahulu		
		Wardani (2019)	<i>Sutarto</i> (2015)	Ni'mah (2017)
3	Subjek Penelitian	Mahasiswa Pendidikan Matematika, Universitas Jember	6 siswa kelas VIII SMP Negeri 5 Malang,	siswa kelas VIII SMP 1 Pace
4	Pelajaran / Materi	<i>Local antimagic vertex dynamic coloring</i>	Pola dan Deret	Pola dan Deret
5	Metode Penelitian	<i>Mixed Method</i>	Penelitian kuantitatif	Penelitian kuantitatif
6	Hasil Penelitian	Perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kriteria praktis dan efektif. Hasil penerapan model RBL didapatkan sebuah hasil temuan mahasiswa berupa graf dengan local antimagic vertex dynamic coloring, dimana temuan dari mahasiswa tersebut dimasukkan dalam sebuah monograf	tidak semua tahapan proses <i>conjecturing</i> dilakukan oleh siswa; proses <i>conjecturing</i> terjadi secara <i>linear</i> dan <i>zigzag</i> ;dan memahami masalah merupakan titik awal untuk pemecahan masalah generalisasi pola.	Tidak dapat membuat dugaan atau generalisasi pola sebanyak 18 %, dapat membuat dugaan atau generalisasi pola sebanyak 6,7%, dan dapat memenuhi <i>conjecturing pattern</i> sebanyak 33,3

2.7 Hipotesis Kerja

Berdasarkan kajian teori yang telah diuraikan di atas dapat disusun suatu dugaan sementara (hipotesis awal) bahwa “Penerapan *discovery learning* memberikan pengaruh terhadap keterampilan *conjecturing* mahasiswa pada materi *resolving domination number*”.

BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kombinasi (*mixed method*) tipe *concurrent embedded* yaitu metode yang mengkombinasikan penggunaan metode penelitian kuantitatif dan kualitatif secara simultan/bersama-sama, tetapi bobot metodenya berbeda (Sugiyono, 2016). Penelitian ini lebih ditekankan pada metode penelitian kualitatif sebagai metode primer, dan metode kuantitatif sebagai metode sekunder. Penelitian kuantitatif dalam penelitian, sebagai data penunjang untuk menganalisis kemampuan kreativitas siswa.

Desain penelitian yang digunakan pada penelitian kuantitatif yaitu eksperimental semu (*quasi experimental research*) Budiyono (2003) menyatakan bahwa tujuan penelitian eksperimental semu adalah untuk memperoleh informasi yang merupakan perkiraan bagi informasi yang diperoleh dengan eksperimen yang sebenarnya dalam keadaan yang tidak memungkinkan untuk mengontrol dan atau memanipulasi semua variabel yang relevan. Sedangkan untuk penelitian kualitatif, pendekatan yang digunakan adalah *grounded theory* sehingga memungkinkan peneliti menggali lebih dalam masalah yang diteliti. Penggalian lebih dalam dilakukan pada subjek penelitian kelas eksperimen.

Adapun produk yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah berupa perangkat pembelajaran meliputi: Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), Lembar Kerja Mahasiswa (LKM), monograf dan *post-test* mencakup *post-test* keterampilan *conjecturing* pada materi *resolving dominating number*. Produk akhir hasil pengembangan ini akan dievaluasi sesuai dengan kriteria kualitas produk yang telah ditetapkan.

3.2 Tempat, Subyek dan Waktu Penelitian

Penentuan daerah penelitian menggunakan metode *purposive area* yaitu menentukan dengan sengaja daerah yang akan digunakan penelitian. Dalam penelitian ini, peneliti adalah tempat dimana kegiatan penelitian dilaksanakan di Universitas Jember dengan pertimbangan sebagai berikut: (1) Adanya kesediaan

dari pihak universitas jember; (2) Penyebaran kemampuan mahasiswa bersifat heterogen; dan (3) Keterampilan berpikir inovatif masih belum diketahui pada dua kelas perkuliahan yang digunakan ada dua dengan pertimbangan satu kelas digunakan sebagai kelas kontrol dan kelas lain sebagai kelas eksperimen. Penelitian dilaksanakan pada tahun ajaran 2019/2020 tepatnya di semester Gasal..

3.3 Definisi Operasional

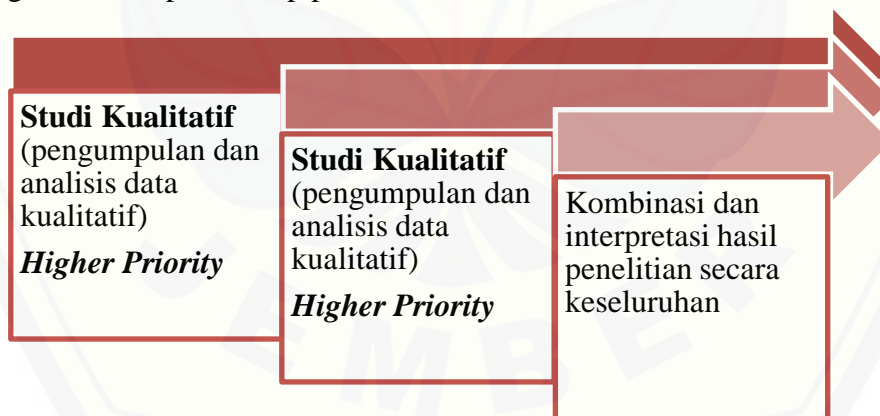
Untuk menghindari terjadinya perbedaan penafsiran terhadap istilah dalam penelitian ini, yaitu:

- 1) Perangkat pembelajaran adalah pelengkapan kegiatan pembelajaran yang disusun secara sistematis yang digunakan oleh mahasiswa maupun dosen dalam proses pembelajaran. Yang meliputi:
 - a. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) adalah system yang memiliki komponen tertentu yang saling berhubungan berupa apa yang harus dilakukan, apa yang dipelajari, bagaimana mempelajarinya dan memiliki kompetensi dasar yang harus dicapai;
 - b. Lembar Kerja Mahasiswa adalah bahan ajar yang berupa kumpulan soal atau proyek yang bertujuan membantu mahasiswa untuk dapat memahami suatu pembelajaran tertentu dengan mudah.
- 2) Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel bebas dan variabel terikat, yaitu:
 - a. Variabel Bebas (*Independent Variable*)
Variabel bebas adalah variabel yang mempengaruhi, yang menyebabkan timbulnya atau berubahnya variabel terikat. Variabel bebas yang digunakan dalam penelitian ini adalah Keterampilan berpikir *Conjecturing* mahasiswa
 - b. Variabel Terikat (*Dependent Variable*)
Variabel terikat adalah variabel yang dipengaruhi karena adanya variabel bebas. Variabel terikat yang digunakan dalam penelitian ini adalah Model Pembelajaran *discovery learning* dan hasil belajar.

3.4 Prosedur Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah mixed method (metode campuran) yaitu menggabungkan metode penelitian kuantitatif dan kualitatif. Metode model kombinasi model *sequential* yaitu suatu prosedur penelitian dimana peneliti mengembangkan hasil penelitian dari suatu metode dengan metode yang lain. Metode ini dikatakan *sequential*, karena penggunaan metode dikombinasi secara berurutan. Bila urutan pertama menggunakan metode kuantitatif, dan urutan kedua menggunakan metode kualitatif, maka metode tersebut dinamakan kombinasi model *sequential explanatory* dan bila urutan pertama menggunakan metode kualitatif dan urutan kedua menggunakan kuantitatif, maka metode tersebut dinamakan metode penelitian kombinasi model *sequential exploratory*.

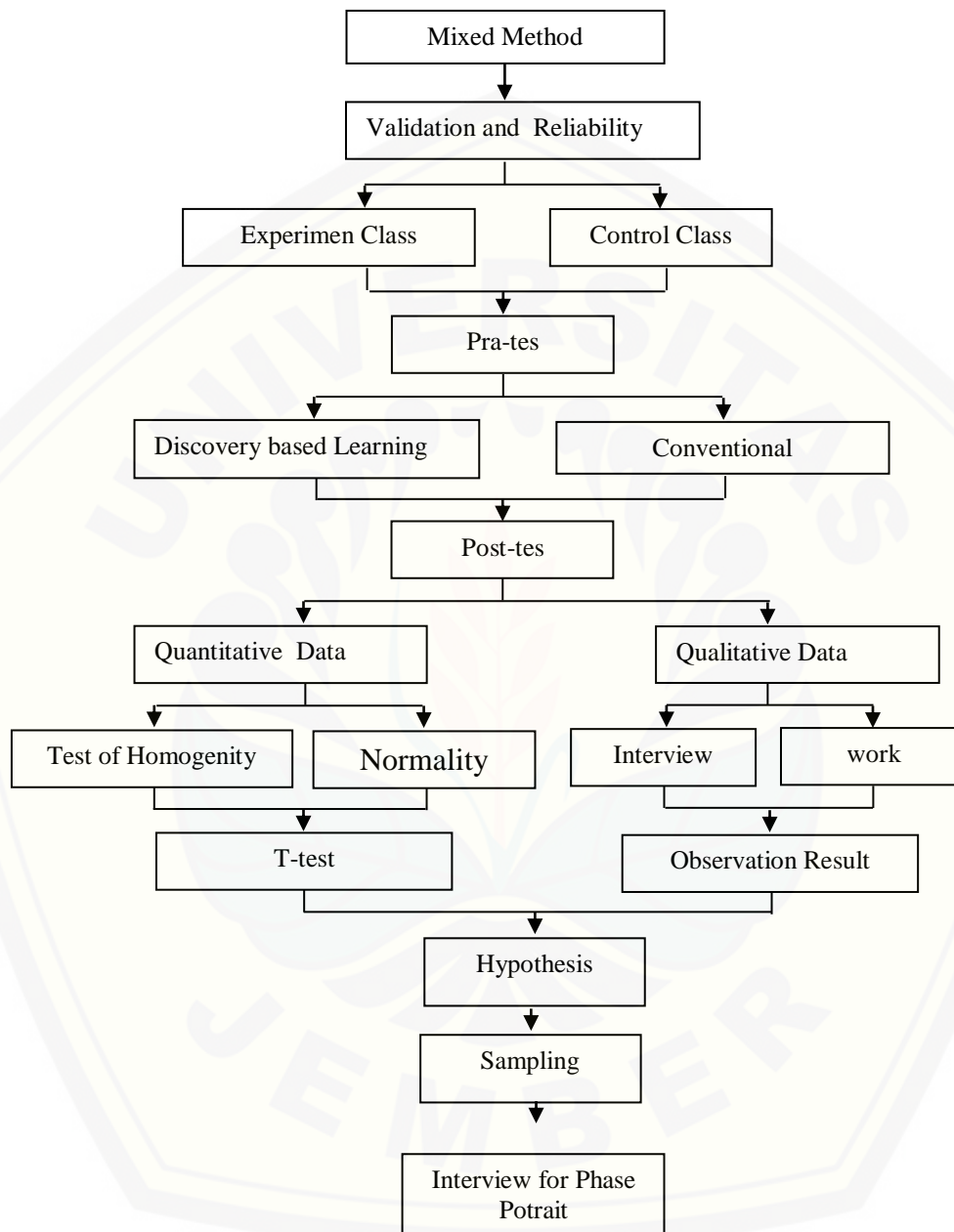
Penelitian ini akan menggunakan model *sequential exploratory design*. Dalam model ini, penelitian dilakukan dengan pengumpulan data dan analisis data kualitatif pada tahap pertama, dan diikuti dengan pengumpulan dan analisis data kuantitatif pada tahap kedua, guna memperkuat hasil penelitian kualitatif yang dilakukan pada tahap pertama.



Gambar 3. 1 Desain *Sequential Exploratory* (Creswell dan Clark, 2007)

Pada penelitian ini, prosedur penelitian yang dilakukan terdiri tiga tahap sesuai yaitu: studi pendahuluan (penelitian kualitatif), analisis kemampuan *conjecturing* (penelitian kuantitatif), dan analisis implementasi penerapan

discovery learning (penelitian kualitatif). Penjelasan prosedur penelitian digambarkan pada sebuah bagan sebagai berikut:



Gambar 3. 2 Bagan Rancangan Penelitian

3.5 Penelitian Pengembangan

Penelitian pengembangan adalah penelitian yang dilakukan untuk mengembangkan atau menghasilkan sesuatu dalam bidang tertentu. Menurut Hobri (2010:1) penelitian pengembangan berorientasi pada

pengembangan produk dimana proses pengembangannya dideskripsikan seteliti mungkin dan produk akhirnya dievaluasi.

Pada penelitian pengembangan perangkat pembelajaran pada penelitian kali ini menggunakan model pengembangan Thiagarajan, Semmel & Semmel (4-D). Model pengembangan ini (Hobri, 2010:12) terdiri dari empat tahap yang dikenal dengan model 4-D (*Four D Model*). Keempat tahap tersebut adalah tahap pendefinisian (*define*), tahap perancangan (*design*), tahap pengembangan (*develop*), tahap penyebaran (*disseminate*).

1) Tahap pendefinisian (*define*),

Menurut Hobri (2010:12) Tahap pendefinisian adalah studi pendahuluan tujuannya untuk menyusun rancangan awal dan menetapkan hal-hal yang dibutuhkan dalam pembelajaran dengan menganalisis batasan dan tujuan dari suatu materi yang akan disampaikan. Ada lima langkah pada tahapan ini yaitu:

- a. Analisis awal-akhir bertujuan untuk memunculkan dan menetapkan masalah yang ada dalam kegiatan pembelajaran. Tahap ini peneliti melakukan telaah kurikulum serta teori yang sesuai dengan tuntutan jaman sehingga diperoleh deskripsi pembelajaran yang dianggap sesuai dengan berbagai tuntutan yang ada. Berdasarkan analisis tersebut maka peneliti memilih kajian *resolving dominating number*. dengan menggunakan model pembelajaran *discovery learning* untuk mengetahui pengaruh perangkat pembelajaran terhadap keterampilan *conjecturing* mahasiswa.
- b. Analisis mahasiswa bertujuan untuk melakukan telaah pada karakteristik mahasiswa misalnya kemampuan mahasiswa, usia dan motivasi terhadap materi yang telah dipilih. Dengan tujuan peneliti memiliki pertimbangan terkait dengan kemampuan, pengalaman dan ciri dari mahasiswa secara individu maupun kelompok. Berdasarkan hasil analisis mahasiswa maka perangkat pembelajaran yang dikembangkan berbasis *discovery learning*. Dalam penelitian ini subyek yang diujicoba adalah mahasiswa S1

Pendidikan Matematika, Universitas Jember yang menempuh mata kuliah pemodelan.

- c. Analisis konsep melakukan penyusunan terkait dengan sistematika konsep-konsep tentang materi yang akan dipelajari oleh mahasiswa berdasarkan analisis awal-akhir yang telah dibuat.
- d. Analisis tugas yaitu mengidentifikasi keterampilan utama yang dibutuhkan dalam kegiatan pembelajaran untuk memahami suatu konsep namun tetap sesuai dengan kurikulum yang berlaku.
- e. Spesifikasi tujuan pembelajaran untuk menentukan atau merumuskan tujuan pembelajaran yang akan dicapai oleh mahasiswa. Rumusan tujuan pembelajaran diperoleh dari analisis tugas dan analisis konsep.

2) Tahap perancangan (*design*)

Pada tahap ini dilakukan perancangan perangkat pembelajaran dengan materi *resolving dominating number.*, yang berbasis *discovery learning* guna mengetahui pengaruhnya terhadap keterampilan *conjecturing*. Tahap perancangan (Hobri, 2010) terdapat empat langkah yaitu :

- a. Penyusunan *post-test* sebagai acuan dasar yang dalam penelitian ini berupa *post-post-test* pada materi *resolving dominating number.*
- b. Pemilihan media merupakan langkah yang dilakukan untuk menentukan media yang tepat dengan materi yang telah dipilih.
- c. Pemilihan format adalah langkah berkaitan dengan pemilihan media yang bertujuan merancang isi, pemilihan strategi pembelajaran dan sumber belajar sebagai pendukung kegiatan pembelajaran.
- d. Perancangan awal adalah seluruh rancangan perangkat pembelajaran harus dikerjakan sebelum diujicoba. Adapun perangkat pembelajaran berupa rencana pembelajaran semester (RPS), LKM dan *post post-test*. Hasil rancangan pembelajaran yang ditulis pada tahap ini sebagai draf awal.

3) Tahap pengembangan (*develop*)

Tahap pengembangan bertujuan menghasilkan produk pengembangan yang dilakukan melalui dua langkah, yakni: (1) penilaian ahli (*expert appraisal*) yang diikuti dengan revisi, (2) uji coba pengembangan (*developmental post-*

testing). Produk tersebut menjadi bentuk akhir perangkat pembelajaran yang telah melalui revisi berdasar masukan dari para ahli dan data hasil uji coba

4) Tahap penyebaran (*disseminate*)

Tahap ini menerapkan penggunaan perangkat pembelajaran yang sudah dikembangkan pada skala yang lebih besar misal dikelas yang belum dilakukan uji coba atau di universitas lain oleh dosen yang lain. Hal tersebut bertujuan mengetahui keefektifan perangkat yang telah dikembangkan dalam kegiatan pembelajaran serta mendapatkan masukan, koreksi, saran, penilaian untuk menyempurnakan perangkat pembelajaran yang sudah dikembangkan.

3.6 Penelitian Eksperimen

Penelitian eksperimen digunakan untuk menganalisis pengaruh perangkat pembelajaran berbasis *discovery learning* terhadap keterampilan *conjecturing*. Desain penelitian eksperimen menggunakan dua kelas yaitu kelas eksperimen dan kelas kontrol. Kelas eksperimen adalah kelas menggunakan perangkatan pembelajaran yang sudah dikembangkan yaitu perangkat pembelajaran yang berbasis riset. Kelas kontrol merupakan kelas yang menggunakan model pembelajaran konvensional. Pada penelitian eksperimen ini akan membandingkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa kelas eksperimen dengan kelas kontrol.

Kedua kelas tersebut diberi *pra*-tes untuk mengetahui kemampuan awal dari mahasiswa dikelas tersebut. Kemudian pada kegiatan pembelajaran di kelas eksperimen diberikan perlakuan berupa perangkat pembelajaran yang berbasis riset dan kelas kontrol kegiatan pembelajaran menggunakan pembelajaran konvensional. Pada akhir dari pembelajaran dilakukan *post*-tes untuk mengetahui pengaruh dari perlakuan yang telah diberikan. Desain penelitian menggunakan *Non equivalent Control Group Design* dengan skema seperti pada table 3.1

Tabel 3. 1 Desain Penelitian (Sugiyono. 2017:118)

Kelas eksperimen 1	R ₁	X	R ₂
Kelas eksperimen 2	R ₁	X	R ₂
Kelas kontrol	R ₃	-	R ₄

Keterangan :

R₁, R₃ : Pre-test

R₂, R₄ : *Post-test*

X : Perlakuan pada kelas eksperimen berupa perangkat pembelajaran *discovery learning*

3.7 Teknik Pengumpulan Data

Menurut Arikunto (2006) Teknik pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang dipergunakan dalam penelitian. Pengumpulan data yang dimaksud untuk memperoleh data yang relevan dan akurat yang dapat digunakan dengan tepat sesuai dengan tujuan penelitian.

Pengumpulan data pada penelitian yaitu memilih kelas sampel yang digunakan sebagai subjek penelitian berupa kelas eksperimen dan kelas kontrol. Pra-tes dilakukan pada awal pembelajaran dan post-tes dilakukan pada akhir pembelajaran. Kedua tes tersebut digunakan untuk mengukur keterampilan *conjecturing* mahasiswa.

Adapun kompetensi yang dicapai siswa yang meliputi aspek: mengamati kasus, mengorganisir kasus, mencari dan memprediksi pola, merumuskan konjektur, memvalidasi konjektur, menggeneralisasi konjektur, dan membenarkan generalisasi pola. Indikator keterampilan *conjecturing* dalam penelitian ini disajikan pada tabel 3.2 berikut :

Tabel 3. 2 Indikator Keterampilan *Conjecturing*

No	Indikator	Sub Indikator
1	Mengamati Kasus	➤ Menggambar ➤ Menamai
2	Mengorganisir Kasus	➤ Memberi label ➤ Memperkirakan
3	Mencari dan memprediksi pola	➤ Menggali ➤ Mempolakan
4	Merumuskan konjektur	➤ Menentukan ➤ Mengklasifikasikan

No	Indikator	Sub Indikator
5	Memvalidasi konjektur	➤ Menguji
6	Menggeneralisasikan konjektur	➤ Menentukan
7	Membenarkan konjektur	➤ Membenarkan ➤ Membandingkan

3.7.1 Teknik Non Test

Pengumpulan data melalui teknik non tes yang digunakan ditempuh dengan beberapa cara berikut:

1) Observasi

Metode observasi umumnya ditujukan untuk jenis penelitian yang berusaha memberikan gambaran mengenai peristiwa apa yang terjadi dilapangan. Sedangkan menurut Yatim Riyanto (2010:96), observasi merupakan metode pengumpulan data yang menggunakan pengamatan terhadap objek penelitian. metode observasi menurut jenisnya terdiri dari dua bentuk, yaitu: a) Pengamatan langsung, yaitu mengadakan pengamatan secara langsung tanpa alat terhadap gejala-gejala subjek yang diselidiki baik pengamatan itu dilakukan didalam situasi buatan yang khusus diadakan, dan penulis yang berperan aktif mengamati objek penelitian; b) Pengamatan tidak langsung, yaitu mengadakan pengamatan terhadap gejala-gejala subjek yang diselidiki dengan perantara alat yang pelaksanaannya dapat berlangsung didalam situasi yang sebenarnya maupun didalam situasi buatan, dan penulis tidak terlibat langsung dengan proses pengamatan dilapangan, melainkan melalui bantuan pihak ketiga. Dari penjelasan diatas maka jenis observasi yang digunakan sebagai pengumpul data dalam penelitian ini adalah pengamatan langsung. Hal yang diamati dalam penelitian ini adalah kegiatan siswa selama proses pembelajaran maupun proses penyelesaian tugas, yang meliputi bertanya, responding, keaktifan dan kerjasama.

2) Wawancara

Wawamcara merupakan teknik pengumpulan data utama dalam penelitian kualitatif. Khususnya wawancara mendalam (dept interview). (Budiyono 2003). Dalam penelitian ini menggunakan wawancara bebas tepimpin yaitu

mawawancara menggunakan *interview guide* atau pedoman wawancara yang dapat berupa daftar pertanyaan, tetapi tidak berupa kalimat-kalimat yang permanen (mengikat). Melakukan wawancara kepada subjek penelitian untuk mendukung hasil tes mahasiswa. Wawancara dilakukan melalui percakapan antara peneliti dengan subjek penelitian dengan direkam menggunakan media audio-visual sehingga bisa didengar dan bisa dilihat hasil wawancara berulang-ulang untuk keperluan analisis data. Wawancara dilakukan untuk menggali informasi lebih dalam mengenai keterampilan berpikir inovatif mahasiswa. Wawancara dilakukan segera setelah mahasiswa menyelesaikan tes agar siswa tidak lupa mengenai apa yang mereka lakukan serta pikirkan pada saat mengerjakan tes. Pertanyaan yang diajukan pada saat wawancara didasarkan pada pedoman wawancara yang telah dibuat, namun boleh dikembangkan sesuai dengan keadaan atau situasi pada saat wawancara. Sehingga peneliti mengetahui profil (gambaran) keterampilan *conjecturing* mahasiswa program studi Matematika Fakultas Keguruan Universitas Jember dalam menyelesaikan masalah berkaitan *resolving dominating number*.

3) Metode Dokumentasi

Metode dokumentasi adalah cara pengumpulan data dengan melihatnya dalam dokumen-dokumen yang telah ada (Budiyono 2003). dalam penelitian ini metode dokumentasi digunakan untuk mengumpulkan data tentang hasil belajar mahasiswa.

3.7.2 Teknik Tes

Pengumpulan data melalui teknik tes dilakukan dengan memberikan instrumen tes yang terdiri dari seperangkat pertanyaan/soal untuk memperoleh data mengenai kemampuan siswa terutama pada aspek kognitif. Pengumpulan data melalui teknik tes dapat dilakukan sebelum atau sesudah perlakuan, bahkan dapat dilakukan saat studi pendahuluan sebelum penelitian dimulai. teknik tes yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) Data pra-tes

Data pra-tes diperoleh melalui tes yang dilaksanakan sebelum perlakuan diberikan. Materi yang di teskan pada saat pra-tes adalah materi yang akan diteliti selama penelitian. Dengan mengetahui bagaimana kemampuan awal mahasiswa sebelum penelitian, peneliti memiliki acuan untuk menentukan kemampuan akhir atau peningkatan kemampuan seperti apa yang diharapkan di akhir penelitian sehingga memudahkan peneliti untuk menyusun rancangan penelitian.

b) Data post-tes

Data post-tes di peroleh melalui tes yang diselenggarakan setelah perlakuan diberikan pada akhir penelitian. Data post-tes digunakan untuk mengetahui gambaran mengenai kemampuan akhir/pencapaian kemampuan siswa pada materi tertentu. Tes yang diberikan pada saat post-tes dapat serupa atau sama persis dengan tes yang diberikan pada saat pra-tes.

3.8 Teknik Analisis Data

Analisis data kuantitatif terbagi menjadi dua yaitu analisis data awal dan analisis data akhir. Analisis data awal (diambil dari hasil kemampuan representasi matematis awal dengan tujuan untuk mengetahui kesamaan rata-rata dari kelas eksperimen dan kontrol) menggunakan uji normalitas, uji homogenitas, dan uji kesamaan dua rata-rata. Sedangkan analisis data akhir (dilakukan setelah pembelajaran menggunakan *discovery learning*) menggunakan uji ketuntasan dan uji beda rata-rata.

Analisis data kualitatif mengikuti konsep Miles dan Huberman (2007) di mana aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus-menerus pada setiap tahapan penelitian sampai tuntas, dan datanya sampai jenuh. Teknik analisis ini menggunakan tiga langkah utama yaitu *data reduction* (reduksi data), *data display* (penyajian data), dan *conclusions* (kesimpulan).

3.8.1 Teknik Pengolahan dan Analisis Data Instrumen Tes

Data yang diperoleh dari instrumen tes masih berupa data mentah yang penggunaannya masih sangat terbatas. Data mentah tersebut dapat memberikan informasi yang diperlukan guna menjawab rumusan masalah dan menyelesaikan masalah dalam penelitian.

a) Validasi instrumen

Sebuah tes dikatakan valid apabila tes tersebut mengukur apa yang hendak diukur. Dengan kata lain, validitas suatu instrumen merupakan tingkat ketepatan suatu instrumen untuk mengukur sesuatu yang harus diukur.

Lembar validasi digunakan untuk menguji kevalidan angket, soal tes berpikir kritis, dan pedoman wawancara. Instrumen pada penelitian ini divalidasi oleh dua dosen pendidikan matematika dengan tujuan agar instrumen yang digunakan bias memberikan informasi yang sangat jelas dan akurat.

Langkah-langkah untuk menentukan tingkat kevalidan instrumen (Hobri 2010) sebagai berikut.

1. Menghitung rata-rata dari semua validator untuk setiap aspek penilaian dengan rumus sebagai berikut.

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^n v_{ij}}{n}$$

Keterangan:

I_i = rata-rata nilai aspek ke- i ;

V_{ij} = data nilai dari validator ke- j terhadap indikator ke- i ;

j = validator 1,2,3;

i = indikator 1,2,...,n;

n = banyaknya indikator

2. Menghitung nilai rata-rata total untuk semua aspek dengan cara menjumlahkan semua I_i dan dibagi dengan banyaknya aspek. Secara matematika dapat dituliskan sebagai berikut.

$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^k I_i}{k}$$

Keterangan:

V_a = nilai rata-rata total untuk semua aspek;

I_i = rata-rata nilai aspek ke- i ;

i = aspek yang dinilai: 1, 2, ..., k ;

k = banyaknya aspek;

- Menentukan tingkat kevalidan instrumen dengan merujuk pada nilai V_a yang disajikan dalam Tabel 3.3 berikut.

Tabel 3. 3 Kriteria Validitas Instrumen

Nilai V_a	Tingkat Kevalidan
$1 \leq V_a < 2$	Tidak Valid
$1 \leq V_a < 2$	Kurang Valid
$1 \leq V_a < 2$	Cukup Valid
$1 \leq V_a < 2$	Valid
$V_a = 5$	Sangat Valid

Pada penelitian ini, instrumen dapat digunakan jika nilai V_a berada pada $4 \leq V_a \leq 5$.

b) Reliabilitas

Reliabilitas suatu instrumen adalah kekonsistenan instrumen tersebut bila diberikan pada subjek yang sama meskipun oleh orang yang berbeda, waktu yang berbeda, atau tempat yang berbeda, maka akan memberikan hasil yang sama atau relatif sama (tidak berbeda secara signifikan). Tinggi rendahnya derajat reliabilitas suatu instrumen di tentukan oleh nilai koefisien korelasi antara butir soal atau item pernyataan dan pertanyaan dalam instrumen tersebut yang di notasikan dengan r . Tolak ukur untuk menginterpretasikan derajat reliabilitas instrumen di tentukan berdasarkan kriteria menurut Guilford (dalam Kurniasih dan Sani, 2015) berikut.

Tabel 3. 4 Kriteria koefisien korelasi reliabilitas instrumen

Koefisien Korelasi	Korelasi	Interpretasi Reliabilitas
$0,90 \leq r \leq 1,00$	Sangat tinggi	Sangat tetap / sangat baik
$0,70 \leq r < 0,90$	Tinggi	Tetap / baik
$0,40 \leq r < 0,70$	Sedang	Cukup tetap / cukup baik
$0,20 \leq r < 0,40$	Rendah	Tidak tetap / buruk
$r < 0,20$	Sangat rendah	Sangat tidak tetap / sangat buruk

3.8.2 Teknik Pengolahan dan Analisis Data

Teknik statistik yang digunakan untuk menganalisis data sampel dan hasilnya diberlakukan untuk populasi. Teknik statistik dimaksudkan untuk menguji hipotesis penelitian. Sebelum menguji hipotesis penelitian, dilakukan uji normalitas dan uji homogenitas. Jika data dalam penelitian ini berdistribusi normal dan homogen maka menggunakan teknik analisis data yang berupa uji t-tes. Akan tetapi jika data tidak terdistribusi normal atau tidak homogen maka menggunakan uji non parametrik. Analisis data menggunakan program R yang bisa di akses secara online di <http://statslab-rshiny.fmipa.unej.ac.id/RDoc/GenStat/>.



Gambar 3. 3 Tampilan Program R secara online.

Uji Prasyarat Analisis adalah sebagai berikut:

a) Uji normalitas

Uji normalitas merupakan salah satu uji prasyarat untuk memenuhi asumsi kenormalan dalam analisis data statistik parametrik. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah sebaran data berdistribusi normal atau tidak. Data dikatakan berdistribusi normal jika data memusat pada nilai rata-rata dan

median sehingga kurvanya menyerupai lonceng yang simetris. Dengan profit data semacam ini, maka data tersebut dianggap bisa mewakili populasi.

b) Uji homogenitas

Homogenitas data mempunyai makna, bahwa data memiliki varians atau keragaman nilai yang sama secara statistik. Uji homogenitas merupakan salah satu uji prasyarat analisis data statistik parametrik pada teknik komparasional (membandingkan). Uji homogenitas dilakukan untuk mengetahui apakah varians data dari sampel yang dianalisis homogen atau tidak.

c) *Anova (Analysis of Variance)*

Analisis varians (analysis of variance, ANOVA) adalah suatu metode analisis statistika yang termasuk ke dalam cabang statistika inferensi. Dalam literatur Indonesia metode ini dikenal dengan berbagai nama lain, seperti analisis ragam, sidik ragam, dan analisis variansi. Ia merupakan pengembangan dari masalah Behrens-Fisher, sehingga uji-F juga dipakai dalam pengambilan keputusan. Analisis varians pertama kali diperkenalkan oleh Sir Ronald Fisher, bapak statistika modern. Dalam praktik, analisis varians dapat merupakan uji hipotesis (lebih sering dipakai) maupun pendugaan (estimation, khususnya di bidang genetika terapan).

Secara umum, analisis varians menguji dua varians (atau ragam) berdasarkan hipotesis nol bahwa kedua varians itu sama. Varians pertama adalah varians antarcontoh (among samples) dan varians kedua adalah varians di dalam masing-masing contoh (within samples). Dengan ide semacam ini, analisis varians dengan dua contoh akan memberikan hasil yang sama dengan uji-t untuk dua rerata (mean).

Fungsi dari ANOVA adalah untuk menguji apakah terdapat perbedaan signifikan antara rata-rata beberapa kelompok (lebih dari dua), melalui ukuran penyebaran (variansi) dari masing-masing kelompok populasi tersebut. Analisis Variansi didasarkan atas beberapa anggapan mengenai sifat data sebagai berikut:

- Populasi-populasi yang akan diuji berdistribusi normal
- Variansi dari populasi-populasi tersebut adalah sama

➤ Sampel tidak berhubungan satu dengan yang lainnya (saling bebas)

Hipotesis yang digunakan dalam metode ini adalah sebagai berikut, dari k populasi:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

H_1 : paling sedikit dua diantara rata-rata tersebut tidak sama

Tabel 3. 5 Tabel ANOVA

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat	Derajat Kebebasan	Rataan Kuadrat	F (Hitung)
Perlakuan	JK_p	$k - 1$	$RK_p = \frac{JK_p}{k - 1}$	F $(hitung) = \frac{RK_p}{RK_g}$
Galat	JK_g	$N - k$	$RK_g = \frac{JK_g}{N - k}$	
Total	JK_T	$N - 1$		

Untuk menguji hipotesis penelitian yang dirumuskan, digunakan ANOVA dengan taraf signifikansi 5% atau 0,05.

H_0 = Rata-rata kemampuan *conjecturing* mahasiswa yang menggunakan model pembelajaran *discovery learning* lebih rendah dari atau sama dengan rata-rata kemampuan *conjecturing* mahasiswa yang tidak menggunakan model pembelajaran *discovery learning*.

H_1 = Rata-rata kemampuan *conjecturing* mahasiswa yang menggunakan model pembelajaran *discovery learning* lebih tinggi dari rata-rata kemampuan *conjecturing* mahasiswa yang tidak menggunakan model pembelajaran *discovery learning*.

Keterangan :

- Jika $p_{value} < 0,05$ maka H_0 ditolak dan H_1 diterima
- Jika $p_{value} \geq 0,05$ maka H_0 diterima dan H_1 ditolak

3.8.3 Teknik Pengolahan dan Analisis Data Hasil Non-tes

Data yang diperoleh dari instrumen nontes berupa data kualitatif yang diolah dengan cara di kuantifikasi dan dianalisis secara deskriptif. Data ini diperoleh dari data aktivitas dosen, data aktivitas mahasiswa, wawancara dan

angket respon mahasiswa. Berikut adalah cara yang digunakan untuk mengolah dan menganalisis data instrumen non tes.

1. Analisis data kepraktisan perangkat

Data kepraktisan perangkat merupakan data yang menggambarkan keterlaksanaan perangkat pada saat kegiatan pembelajaran. Data ini diperoleh dari data aktivitas dosen yang diamati melalui lembar observasi. Data yang dihasilkan dari observasi aktivitas dosen dianalisis menggunakan beberapa langkah sebagai berikut (Cahyanti 2016).

- Menjumlahkan skor dari semua pertemuan
- Menghitung persentase skor rata-rata dengan menggunakan rumus:

Skor rata – rata

$$= \frac{\text{Skor Total Observer}}{\text{Skor Maksimal yg diperoleh dari observasi}} \times 100\%$$

- Membuat kesimpulan dari hasil analisis observasi aktivitas dosen. Kesimpulan analisis data disesuaikan dengan kriteria presentase rata-rata hasil observasi sehingga dapat disajikan pada Tabel 3.5.

Tabel 3. 6 Kriteria Data Hasil Observasi Aktivitas Dosen

Skor	Kesimpulan
$90\% \leq \text{Skor Rata-rata} \leq 100\%$	Sangat baik
$80\% \leq \text{Skor Rata-rata} < 90\%$	baik
$70\% \leq \text{Skor Rata-rata} < 80\%$	Cukup
$40\% \leq \text{Skor Rata-rata} < 70\%$	Kurang
$0\% \leq \text{Skor Rata-rata} < 40\%$	Sangat Kurang

2. Analisis data Keefektifan Perangkat

Tiga indikator yang digunakan dalam mengukur keefektifan perangkat yaitu hasil aktivitas riset, aktivitas mahasiswa dan respon mahasiswa.

- Analisis Data Hasil Belajar

Data yang diperoleh akan dianalisis dan digunakan sebagai acuan untuk menilai tercapai tidaknya pengembangan perangkat pembelajaran yang

efektif serta untuk merevisi perangkat *post-test* jika terdapat hal yang perlu diperbaiki. Jenis tes yang digunakan adalah jenis tes keterampilan *conjecturing* mahasiswa sesuai dengan indikator yang telah ditetapkan pada definisi operasional. Interval skor penentuan siswa penguasaan siswa ditetapkan sebagai berikut (Hobri 2010).

- a) Skor $90 \leq TPS \leq 100$ dikategorikan sangat tinggi
- b) Skor $75 \leq TPS < 90$ dikategorikan tinggi
- c) Skor $60 \leq TPS < 75$ dikategorikan sedang
- d) Skor $40 \leq TPS < 60$ dikategorikan cukup
- e) Skor $0 \leq TPS < 40$ dikategorikan rendah

Keterangan : TPS = Tingkat Penguasaan Siswa

Adapun langkah-langkah untuk menganalisis hasil belajar sebagai berikut:

- 1) Melakukan rekapitulasi skor masing-masing mahasiswa
 - 2) Menentukan kategori ketuntasan belajar mahasiswa, diambil nilai ketuntasan minimum yaitu 80
 - 3) Menghitung banyaknya mahasiswa yang telah tuntas
 - 4) Menentukan ketuntasan klasikal
 - a) Jika $\geq 75\%$ dari jumlah mahasiswa keseluruhan telah tuntas, maka dikategorikan telah tuntas secara klasikal.
 - b) Jika $< 75\%$ dari jumlah siswa keseluruhan telah tuntas, maka dikategorikan tidak tuntas secara klasikal.
- Analisis Data Hasil Observasi Aktivitas Mahasiswa

Hasil observasi berupa aktivitas mahasiswa selama kegiatan pembelajaran. Menurut Cahyanti (2016) keaktifan mahasiswa dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$Ps = \frac{As}{N} \times 100\%$$

Keterangan :

Ps = presentase keaktifan skor rata-rata hasil observasi

As = jumlah skor yang diperoleh observer

N = jumlah skor maksimal

Skor aktivitas mahasiswa terdiri dari skor 1 sampai dengan 4 yang terbagi menjadi empat interval. Adapun kriteria skor dalam Tabel 3.6 sebagai berikut :

Tabel 3. 7 Skor Hasil Observasi Aktivitas Mahasiswa

Skor	Kesimpulan
$1 \leq P_s \leq 1,4$	Tidak Aktif
$1,5 \leq P_s \leq 2,4$	Kurang Aktif
$2,5 \leq P_s \leq 3,4$	Aktif
$3,5 \leq P_s \leq 4$	Sangat Aktif

3. Analisis data Wawancara

Data hasil wawancara diolah dan dianalisis secara deskriptif. Temuan-temuan hasil wawancara diuraikan secara sistematis guna menjawab permasalahan dalam penelitian. Analisis data angket dapat dilakukan dengan cara menentukan persentase jawaban responden untuk masing-masing item pernyataan atau pertanyaan dalam angket yang selanjutnya dianalisis secara deskriptif kemudian dianalisis secara kuantitatif.

3.9 Monograf

Monograf adalah suatu tulisan ilmiah dalam bentuk buku yang substansi pembahasannya hanya pada satu topik atau hal dalam suatu bidang ilmu kompetensi penulis (Sutikno 2017). Monograf berisi kumpulan paper atau hasil penelitian dalam sebuah topik khusus dan ditulis oleh para ahli di bidangnya. Monograf bukan sekedar berisi makalah-makalah yang sifatnya teoritis tetapi harus bersumber dari penelitian yang bermula dari data empiris. Sangat diperlukan oleh para perumus yang mengutamakan bukti (*evidence*) (Kumorotomo 2017).

Penelitian ini akan menghasilkan sebuah monograf *resolving domination number*. Monograf dalam penelitian merupakan buku yang berisi materi *resolving domination number* yang menyajikan munculnya *resolving domination number*, hasil-hasil penelitian terdahulu yang berkaitan dengan *dominating number*

dan *metric dimension*, dan hasil penelitian terbaru yang ditemukan oleh mahasiswa dan digeneralisasi peneliti serta aplikasi *resolving domination number*.



BAB 4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini akan di uraikan tentang proses dan hasil penerapan pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dalam meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa pada materi *resolving domination number* serta pengembangan monograf-nya.

4.1. Proses Pengembangan Perangkat Pembelajaran

Untuk mencapai tujuan yang telah ditentukan serta proses pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dalam meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa pada materi *resolving domination number* mengacu, pada model pengembangan perangkat *Four-D Model* disarankan oleh Sivasailam Thiagarajan, , Dorothy S. Semmel, dan Melvyn I. Semmel (1974) yang telah dimodifikasi seperti yang telah diuraikan pada Bab III . Model ini terdiri dari 4 tahap pengembangan yaitu Define, Design, Develop, dan Disseminate atau diadaptasikan menjadi model 4-D, yaitu pendefinisian, perancangan, pengembangan, dan penyebaran. Adapun proses pengembangan perangkat yang dilakukan adalah tahapan validasi yang dilakukan oleh ahlinya dan uji keefektifan perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan.

4.1.1. Tahap 1 : *Define* (Pendefinisian)

Tahap *define* merupakan tahapan awal yang bertujuan untuk menetapkan dan mendefinisikan syarat-syarat pembelajaran. Tahap *define* ini mencakup lima langkah pokok, yaitu analisis awal-akhir (*front-end analysis*), analisis mahasiswa (*learner analysis*), analisis konsep (*concept analysis*), analisis tugas (*task analysis*), dan perumusan tujuan pembelajaran (*specifying instructional objectives*). Dengan uraian sebagai berikut :

a. Analisis awal-akhir (*front-end analysis*)

Analisis awal yang dilakukan pada tahap *define* untuk mendapatkan gambaran fakta, harapan dan alternatif penyelesaian masalah dasar, yang memudahkan dalam penentuan atau pemilihan bahan ajar yang dikembangkan.

Berdasarkan hasil analisis awal didapatkan, mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memahami konsep *resolving domination number* hal tersebut dikarenakan beberapa hal, salah satunya adalah konsep tersebut tergolong materi baru dan belum mahasiswa dapatkan pada perkuliahan sebelumnya. dalam kehidupan sehari-hari, konsep *resolving domination number* sangat penting dan menjadi salah satu alasan dipilihnya materi tersebut sebagai permasalahan dasar dalam pengembangan perangkat. Dalam menyelesaikan permasalahan *resolving domination number* mahasiswa dituntut harus aktif dan kreatif.

Resolving domination number sebenarnya bukan merupakan materi yang baru, namun hal tersebut menjadi salah satu permasalahan dasar dalam pengembangan perangkat ini karena materi tersebut merupakan penggabungan dua kondisi pada graf yaitu *dominating set* dan *metric dimension* yang belum adasebelumnya sehingga dapat dikatakan masih tergolong baru sehingga dapat dijadikan salah satu topik atau referensi dalam penyelesaian tugas akhir (skripsi). Model pembelajaran yang nantinya digunakan untuk melatih keterampilan *conjecturing* mahasiswa adalah *discovery learning* yang menuntut mahasiswa dapat menemukan *resolving domination number* dari graf baru .

b. Analisis mahasiswa (*learner analysis*)

Analisis mahasiswa bertujuan untuk melakukan telaah tentang karakteristik mahasiswa yang sesuai dengan desain pengembangan perangkat pembelajaran seperti kemampuan mahasiswa, usia dan motivasi terhadap materi yang telah dipilih. Tujuannya agar peneliti memiliki pertimbangan terkait dengan kemampuan, pengalaman dan ciri dari mahasiswa secara individu maupun kelompok. Pada penelitian ini analisis mahasiswa dilakukan pada mahasiswa FKIP S1 Pendidikan Matematika semester 3. Kegiatan pembelajaran berpusat pada proses keterampilan *conjecturing* mahasiswa saat menemukan *resolving domination number* dari graf baru. Mahasiswa harus aktif dalam kegiatan pembelajaran misalnya bekerja sama dengan kelompok, berdiskusi, maupun tanya jawab.

c. Analisis konsep (*concept analysis*)

Analisis konsep bertujuan menentukan isi dari materi yang akan disampaikan. Berdasarkan kegiatan analisis awal-akhir yang telah disampaikan sebelumnya maka hasil analisis konsep mengenai *resolving domination number* sebagai berikut



:

Gambar 4. 1 Peta Konsep *Resolving Domination Number*

d. Analisis tugas dan spesifikasi tujuan pembelajaran

Analisis ini bertujuan mengidentifikasi keterampilan atau tugas utama yang diperlukan mahasiswa dalam pembelajaran namun tetap sesuai dengan kurikulum yang ada. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan sebelumnya permasalahan dasar yang digunakan pada pengembangan perangkat yaitu *resolving domination number*. Maka tugas atau kemampuan akhir yang harus dicapai mahasiswa adalah mengembangkan *resolving domination number* dari suatu graf. Berdasar kemampuan akhir yang harus dicapai mahasiswa maka disusun indikator hasil belajar sebagai berikut :

1. Mahasiswa berperan aktif dalam kegiatan pembelajaran dan bekerja sama dalam memahami konsep *resolving domination number*.
2. Mahasiswa dapat menentukan kardinalitas suatu graf
3. Mahasiswa dapat menentukan bobot sisi dan bobot titik suatu graf
4. Mahasiswa dapat menentukan $\gamma_r(G)$ dari suatu graf
5. Mahasiswa dapat menggeneralisasikan fungsi *resolving domination number* dari suatu graf

4.1.2. Tahap Perancangan (Design)

Pada tahap *design* dilakukan empat kegiatan, yaitu: *constructing criterion-referenced test*, *media selection*, *format selection*, *initial design*. 1 kegiatan perancangan perangkat pembelajaran dengan materi *resolving domination number*, yang berbasis *discovery learning* guna mengetahui pengaruhnya terhadap keterampilan *conjecturing*. Hasilnya dapat dilihat masing-masing fase sebagai berikut :

a. Penyusunan tes

Tes atau instrumen penilaian yang akan diberikan pada mahasiswa telah disusun sesuai dengan indikator pembelajaran yang sudah ditetapkan sebelumnya. Tes yang digunakan adalah tes berbentuk uraian untuk menentukan *resolving domination number*.

b. Pemilihan media

Proses untuk pemilihan media yang sesuai dengan pembelajaran *discovery learning* meliputi analisis mahasiswa, analisis konsep dan analisis tugas. Adapun media yang digunakan dalam penelitian ini yaitu media presentasi berupa program *overleaf* yang disajikan melalui monitor, *post-test* dan lembar kerja mahasiswa yang di dalamnya terdapat indikator-indikator keterampilan *conjecturing*. Tujuan dari lembar kerja mahasiswa tersebut yaitu untuk memahami konsep *resolving domination number* dan menemukan *resolving domination number* pada graf baru. Pada pengembangan lembar kerja mahasiswa dan *post-test* serta media yang digunakan yaitu *microsoft word 2010*.

c. Pemilihan format

Adapun penyusunan format yang digunakan dalam pengembangan perangkat pembelajaran yaitu pemilihan format untuk mendesain isi, pemilihan strategi pembelajaran, dan sumber belajar yang digunakan. Dalam pemilihan format untuk pengembangan perangkat juga akan mempertimbangkan hasil analisis materi, analisis tugas, dan analisis mahasiswa. Pada penelitian ini *discovery learning* pada materi *resolving domination number* dipilih sebagai format pembelajaran, sebab penelitian ini bertujuan mengembangkan perangkat

pembelajaran *discovery learning* untuk menganalisis keterampilan *conjecturing* mahasiswa.

d. Desain awal

Desain awal merupakan seluruh rancangan perangkat pembelajaran harus dikerjakan sebelum diujicoba. Adapun perangkat pembelajaran berupa rencana pembelajaran semester, LKM dan *post-test*. Hasil rancangan pembelajaran yang ditulis pada tahap ini sebagai draf awal (draf I).

1. Rencana Pembelajaran

Rencana pembelajaran semester untuk perkuliahan di dalamnya terdapat satuan acara perkuliahan (SAP) untuk materi *resolving domination number*. Satuan acara perkuliahan dibuat berdasarkan model *discovery learning* untuk tiga pertemuan dengan alokasi waktu masing-masing pertemuan 2x50 menit. Pada pertemuan terakhir diadakan *post-test* untuk materi *resolving domination number*.

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan
 Prodi : Pendidikan Matematika
 Mata Kuliah :
 Semester :
 SKS :
 Dosen Pengampu :
 Bahan Kajian : *Resolving Domination Number*
 Kemampuan Akhir : Setelah akhir pembelajaran diharapkan mahasiswa mampu memahami dan mengembangkan *dominating metric dimension number* dari suatu graf
 Sub Bahan Kajian : Kardinalitas, *dominating set*, *metric dimension*, *resolving domination number*
 Sumber Pembelajaran : Buku dan Jurnal Penelitian terkait
 Media Pembelajaran : LKM
 Pendekatan/metode : Penemuan berbasis riset
 Skenario Pembelajaran :
 > Pertemuan ke- : 1 (2 x 50)

No	Kegiatan	Estimasi Waktu
1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahabahan pembelajaran, LKM	5
2	Kegiatan Pendahuluan (1) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan, (2) Memberikan motivasi kepada mahasiswa	15
3	Kegiatan Inti (1) Menjelaskan secara singkat mengenai <i>Domination</i>	<i>Stimulation</i>

No	Kegiatan	Estimasi Waktu
	<i>number dan metric dimension</i>	
(3)	Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan	
(4)	Mahasiswa diberi Lembar Kerja Mahasiswa	<i>Problem Statement</i>
(5)	Mengarahkan mahasiswa agar mengamati dan mengidentifikasi masalah-masalah yang diberikan pada LKM	
(6)	Membimbing mahasiswa untuk melakukan eksplorasi dalam menemukan berbagai alternative solusi permasalahan pada LKM	<i>Data Collection</i>
(7)	Melakukan pemantauan untuk memastikan proses pengerjaan menyelesaikan permasalahan sesuai dengan petunjuk di LKM	<i>Data processing</i>
(8)	Meminta setiap mahasiswa memeriksa hasil pengerjaan dan memeriksa rumus umum mengenai generalisasi pola yang diperoleh	<i>Verification</i>
(9)	Meminta mahasiswa untuk menuliskan rumus tiap <i>Dominating metric dimension number</i> .	<i>Generalization</i>
4	Penutup (1) Memberi penguatan akhir tentang materi yang dibahas (2) Menginformasikan materi pada pertemuan selanjutnya	5

Gambar 4. 2 Desain Awal Satuan Acara Perkuliahan (SAP)

Berdasarkan satuan acara perkuliahan (SAP) yang telah dibuat pada pertemuan I akan membahas tentang kardinalitas dari graf dan konsep dasar dari suatu graf. Pertemuan kedua akan membahas tentang konsep dasar dari *resolving domination number*. Pada proses memahami konsep

resolving domination number mahasiswa akan menemukan sendiri karakteristik dan batasan minimum yang digunakan pada saat mewarnai suatu graf. Kemudian pada pertemuan keempat mahasiswa akan menentukan fungsi bilangan kromatik dari suatu graf yang telah ditemukan *resolving domination number* -nya.

2. Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)

LKM dibuat sesuai dengan indikator keterampilan *conjecturing* yang akan dicapai oleh mahasiswa. LKM dibagi menjadi tiga bagian yaitu LKM 1 yang berisi tentang kardinalitas pada suatu graf, LKM 2 berisi tentang pemahaman dan penemuan *resolving domination number* dan LKM 3 berisi tentang fungsi *resolving domination number* $\gamma_r(G)$. Selain itu LKM ini berfungsi untuk meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa. Desain dari LKM berisi kotak kosong, tabel kosong atau titik yang disediakan untuk memudahkan mahasiswa menuangkan ide yang dimilikinya.



Gambar 4. 3 Desain Awal Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)

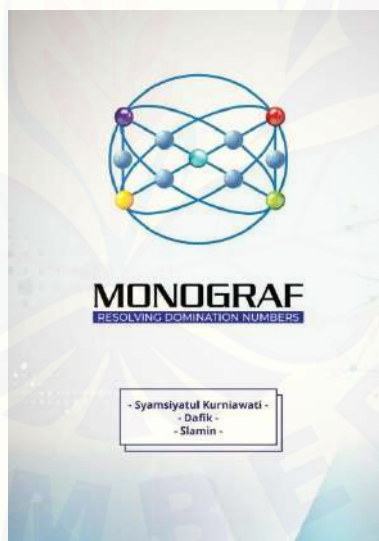
3. *Post-test*

Post-test yang dilakukan untuk memperoleh gambaran tentang kemampuan yang dicapai setelah berakhirnya penyampaian materi yang telah diajarkan menggunakan model *discovery learning*. Hasil *post-test* ini dibandingkan dengan hasil pre test yang telah dilakukan sehingga akan diketahui seberapa jauh efek atau pengaruh dari pengajaran yang telah

dilakukan, disamping sekaligus dapat diketahui bagian-bagian mana dari bahan pengajaran yang masih belum dipahami oleh sebagian besar siswa. *Post-test* ini terdiri dari 6 langkah riset yang akan dikerjakan setiap mahasiswa. Sebelum diuji coba pada mahasiswa, *post-test* terlebih dahulu divalidasi oleh validator untuk menentukan kelayakan instrumen.

4. Monograf

Monograf dalam penelitian ini mempunyai substansi yang pembahasannya tentang konsep *resolving domination number* pada monograf ini bersisi rumusan masalah yang mengandung nilai kebaruan, metodologi pemecahan masalah, dukungan data atau teori mutakhir yang lengkap dan jelas, serta ada kesimpulan dan daftar pustaka. Bagian awal monograf berisi definisi tentang *resolving domination number* kemudian pada bagian isi terdapat beberapa hasil penemuan sebelumnya. Pada monograf juga berisi hasil temuan mahasiswa yang menjadi subjek penelitian.



Gambar 4. 4 Desain Awal Monograf

4.1.3. Tahap Pengembangan (*Develop*)

Dalam tahap pengembangan (*develop*) mempunyai tujuan menghasilkan produk pengembangan perangkat pembelajaran yang sudah direvisi. Pada tahap ini dilakukan melalui dua langkah, yakni: (1) penilaian ahli (*expert appraisal*) yang diikuti dengan revisi, (2) uji coba pengembangan (*developmental testing*). Produk tersebut menjadi bentuk akhir perangkat pembelajaran yang telah melalui revisi

berdasar masukan dari para ahli dan data hasil uji coba. Hasil kegiatan tahap ini sebagai berikut :

a. Penilaian ahli

Pada penelitian ini penilaian ahli dilakukan dengan melakukan validasi oleh dua orang validator yang digunakan sebagai dasar melakukan revisi dan menyempurnakan perangkat pembelajaran yang telah dibuat. Penilaian mengacu pada indikator penilaian pada lembar validasi. 2 Validator adalah ahli dalam bidang pembelajaran dan penyusunan lembar kerja mahasiswa serta dosen ahli dalam bidang graf. Validator yang telah melakukan validasi terhadap media pembelajaran yang sudah dikembangkan dapat dilihat pada tabel 4.1.

Tabel 4. 1 Daftar Nama Validator

No	Nama	Bidang / Ahli
1	Robiatul Adawiyah, S.Pd., M.Si.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ pembelajaran dan ▪ penyusunan LKM
2	Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si	<ul style="list-style-type: none"> ▪ teori graf

Secara umum hasil penilaian validator didapatkan penilaian sebagai berikut :

Tabel 4. 2 Hasil penilaian validator 1

No	Lembar Validasi	Keterangan
1	Satuan acara perkuliahan (SAP)	dapat digunakan dengan sedikit revisi
2	Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)	dapat digunakan dengan sedikit revisi
3	Pre-Tes dan <i>post-testt</i>	dapat digunakan dengan sedikit revisi

Tabel 4. 3 Hasil penilaian validator 2

No	Lembar Validasi	Keterangan
1	Satuan acara perkuliahan (SAP)	dapat digunakan dengan sedikit revisi
2	Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)	dapat digunakan dengan sedikit revisi
3	Pre-Tes dan <i>post-testt</i>	dapat digunakan dengan sedikit revisi

Revisi validator digunakan sebagai bahan pertimbangan untuk perbaikan perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan sehingga perangkat pembelajaran yang dihasilkan layak untuk digunakan dalam kegiatan belajar dan mengajar.

b. Uji coba

Setelah perangkat pembelajaran divalidasi oleh validator dan direvisi oleh peneliti maka tahapan selanjutnya adalah dilakukan uji coba pada subjek penelitian. Adapun subjek penelitian ini yaitu mahasiswa S1 Pendidikan Matematika semester 3 yang menempuh mata kuliah kombinatorik kelas A dan kelas B masing-masing 41 mahasiswa. Kegiatan pembelajaran akan dilakukan sebanyak 2 kali pertemuan dan 1 kali pertemuan untuk melakukan *post-test*. Kegiatan pembelajaran pada kelas A sebagai kelas eksperimen akan menggunakan model pembelajaran *discovery learning*. Pada saat proses pembelajaran ditemani oleh observer tujuannya mengamati aktivitas dosen dan aktivitas mahasiswa. Hasil uji coba lapangan akan digunakan untuk menilai kepraktisan dan keefektifan perangkat pembelajaran. Hasil uji coba lapangan nantinya akan menjadi dasar apakah perangkat pembelajaran masih perlu direvisi untuk kemudian akan diuji cobakan lagi atau perangkat pembelajaran sudah final. Adapun jadwal pelaksanaan uji coba lapangan sebagai berikut :

Tabel 4. 4 Jadwal Pelaksanaan Uji Coba

Pertemuan ke-	Waktu	Materi
1	Senin, 14 Oktober 2019	Pre-test, Kardinalitas dan konsep dasar resolving domination number
2	Senin, 21 Oktober 2019	Menentukan resolving domination number pada graph
3	Senin, 28 Oktober 2019	<i>Post-test</i>

Peneliti yang bertindak sebagai dosen bersama dengan observer lain saat penerapan perangkat pembelajaran di kelas, melaksanakan uji coba dan untuk menilai kegiatan pembelajaran. Observer akan memberikan penilaian

melalui lembar observasi aktivitas dosen dan aktivitas mahasiswa yang sudah disertai dengan indikator-indikator yang akan diamati.

Hasil pengamatan pengelolaan kelas yang dilakukan selama kegiatan pembelajaran didapatkan hasil bahwa kegiatan belajar dengan model *discovery learning* berjalan dengan cukup baik dan lancar. Mahasiswa dibagi dalam beberapa kelompok dimana satu kelompok terdiri dari 3-4 mahasiswa. Pertemuan pertama dilakukan uji coba, yaitu pemberian pre-tes pada kelas control dan kelas eksperimen, kemudian dilanjutkan dengan mengamati dan mengerjakan LKM sesuai dengan petunjuk yang ada. Kegiatan mengerjakan LKM hanya dilakukan oleh kelas A yang digunakan sebagai kelas eksperimen. Namun untuk kelas B akan dilakukan pembelajaran dengan materi yang sama namun dengan model konvensional, karena kelas B merupakan kelas Kontrol. Pada akhir kegiatan pembelajaran kedua kelas tersebut akan dilakukan *post-test* untuk mengukur kemampuan akhir mahasiswa.

Pertemuan pertama dilakukan pada Rabu, 14 oktober 2019 dilakukan pengamatan terhadap kepraktisan perangkat pembelajaran yang meliputi aktivitas dosen dan aktivitas mahasiswa. Peneliti yang juga bertindak sebagai dosen menerapkan pembelajaran dengan model *discovery learning*. Kegiatan pembelajaran dibuka dengan doa kemudian peneliti menyampaikan tujuan pembelajaran untuk pertemuan pertama yaitu mahasiswa dapat menentukan kardinalitas dari suatu graf dan memberikan motivasi pada mahasiswa. Pada saat mahasiswa mengerjakan LKM maka aktivitas mahasiswa akan terlihat misalnya mahasiswa melakukan tanya jawab dan diskusi dalam menyelesaikan permasalahan yang telah disediakan. Dalam LKM terdapat beberapa riset yang menuntun mahasiswa untuk menemukan kardinalitas dan *resolving domination number* dari suatu graf.

Peneliti membagi mahasiswa menjadi beberapa kelompok yang terdiri dari 3-4 mahasiswa, setelah itu diberikan instruksi untuk mencari informasi tentang bagaimana cara menentukan kardinalitas suatu graf sederhana, kemudian peneliti meminta salah satu mahasiswa untuk menyampaikan hasil

temuannya di depan kelas dan memberikan pembenaran serta koreksi terkait materi yang dipelajari serta menunjukkan hasil penelitian terdahulu pada mahasiswa. Langkah selanjutnya adalah mahasiswa mencoba memahami sendiri kardinalitas suatu graf melalui permasalahan yang diberikan. Mahasiswa tidak mengalami banyak kesulitan karna kardinalitas telah dipelajari pada mata kuliah teori graf. Kemudian mahasiswa mulai menyelesaikan permasalahan utama yaitu *resolving domination number*. pada awalnya mahasiswa mengalami kesulitan untuk memahami konsep *resolving domination number* sebab mahasiswa mempelajari konsep tersebut secara terpisah yaitu *dominating set* dan *metric dimension*. Mahasiswa mencoba memahami secara mandiri materi tersebut dengan cara menyelesaikan riset yang ada dalam LKM. Setelah menyelesaikan permasalahan yang diberikan maka dosen bersama mahasiswa melakukan diskusi sekaligus pembahasan. Pada pertemuan pertama ini mahasiswa hanya menyelesaikan masalah sampai riset 4. Masing-masing kelompok melakukan presentasi jawabannya di depan kelas, kelompok lain diperbolehkan untuk bertanya, menyanggah atau memberikan jawaban yang berbeda jika mahasiswa mengalami kesulitan maka dosen akan membantu kelompok tersebut.

Kegiatan pembelajaran kedua dilaksanakan Jumat, 21 Oktober 2019. Tidak ada perbedaan yang signifikan dengan pertemuan pertama hanya saja pertemuan kedua dan ketiga membahas tentang fungsi *resolving domination number*. Mahasiswa mencoba memahami secara mandiri materi tersebut dengan cara menyelesaikan riset yang ada dalam LKM.

Pertemuan ketiga pada Senin, 28 Oktober 2019 kegiatan pembelajaran yang di lakukan yaitu *post-test* dikelas kontrol maupun dikelas eksperimen untuk mengukur kemampuan akhir mahasiswa. Soal *post-test* berupa uraian yang menuntut mahasiswa untuk menemukan *resolving domination number* dari suatu graf namun harus berbeda satu dengan yang lainnya.

Setelah menerapkan pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning*, mahasiswa diminta mengisi angket respon mahasiswa terhadap

perangkat pembelajaran dan proses kegiatan pembelajaran. Dari pelaksanaan uji coba maka akan diperoleh data aktivitas dosen, aktivitas mahasiswa, *post-test*, dan angket respon mahasiswa yang selanjutnya akan dilakukan analisis. Hasil analisis digunakan sebagai bahan pertimbangan untuk merevisi perangkat pembelajaran tersebut menjadi draft akhir yang siap digunakan.

4.1.4. Tahap Penyebaran (*Disseminate*)

Pada tahapan ini menerapkan penggunaan perangkat pembelajaran yang sudah dikembangkan pada skala yang lebih besar misal dikelas yang belum dilakukan uji coba atau di universitas lain oleh dosen yang lain. Hal tersebut bertujuan mengetahui keefektifan perangkat yang telah dikembangkan dalam kegiatan pembelajaran serta mendapatkan masukan, koreksi, saran, penilaian untuk menyempurnakan perangkat pembelajaran yang sudah dikembangkan. Tahap penyebaran pada penelitian ini yaitu mengemas perangkat pembelajaran sedemikian rupa agar menarik untuk nantinya siap disebar dan dipakai oleh dosen dan mahasiswa dari berbagai universitas. Tahap penyebaran pada penelitian ini sebagai berikut :

- a) memberikan perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan pada lembaga tempat uji coba perangkat;
- b) menyerahkan pada Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Jember,
- c) menyerahkan pada perpustakaan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember,
- d) menyerahkan pada perpustakaan Universitas Jember.
- e) mempublikasikan perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan melalui *e-learning* Universitas Jember.

4.2. Hasil Pengembangan Perangkat

Perangkat pembelajaran yang dihasilkan pada penelitian ini yaitu RPS, lembar kerja mahasiswa (LKM), dan *post-test* pada kajian *resolving domination*

number. Pengembangan perangkat pada penelitian ini mengacu pada pengembangan perangkat model four-D.

4.2.1. Hasil Analisis Data Validasi

Validasi dilakukan oleh dua orang validator yang telah memenuhi kualifikasi yang telah ditentukan. Proses validasi dilakukan dengan menyerahkan perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan, instrumen penilaian dan lembar validasi kepada validator. Hasil validasi perangkat pembelajaran dibagi menjadi tiga yaitu hasil validasi rencana pembelajaran yang di dalamnya terdapat SAP, LKM dan *post-test*.

a. Hasil Validasi rencana pembelajaran

Teknik validasi rencana pembelajaran yang dilakukan pada penelitian ini yaitu menggunakan pertanyaan berskala likert 1-4 dengan menggunakan pertanyaan berskala. Validator diminta untuk memberi skor antara 1-4 sesuai dengan karakteristik pada kolom penilaian sesuai dengan penilaian validator. Hasil rekapitulasi validasi rencana pembelajaran dari para validator pada tabel 4.5.

Tabel 4. 5 Rekapitulasi Validasi Rencana Pembelajaran

No	Aspek yang dinilai		Validator		Rata-rata	Presentase
			1	2		
I.	Perumusan tujuan pembelajaran					
	1.	Kejelasan kompetensi akhir yang diharapkan	3	4	3,5	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek I</i>				3,5	
	<i>Skor rata-rata aspek I</i>				3,5	87,5%
II	Isi SAP					
	1.	Sistematika penyusunan SAP	4	3	3,5	
	2.	Kesesuaian urutan kegiatan pembelajaran dengan model discovery learning	3	4	3,5	
	3.	Kejelasan tahap-tahap kegiatan pembelajaran dari pendahuluan, inti dan penutup	3	3	3	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek II</i>				10	
	<i>Skor rata-rata aspek II</i>				3,33	83%

No	Aspek yang dinilai	Validator		Rata-rata	Presentase	
		1	2			
III	Bahasa dan tulisan					
	1.	Menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa yang baku (EYD)	4	4	4	
	2.	Bahasa yang digunakan bersifat komunikatif dan mudah dipahami	4	4	4	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek III</i>				8	
	<i>Skor rata-rata aspek III</i>				4	100%
IV	Waktu					
	1.	Kesesuaian alokasi waktu yang digunakan	3	4	3,5	
	2.	Rincian waktu untuk setiap tahap pembelajaran	4	4	4	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek IV</i>				7,5	
	<i>Skor rata-rata aspek IV</i>				3,75	93,75%
<i>Skor Total Keseluruhan Aspek</i>				14,58	364,15%	
<i>Skor Rata-rata Keseluruhan Aspek</i>				3,645	91,0375%	

Berdasarkan hasil rekapitulasi hasil validasi terhadap rencana pembelajaran yang ditunjukkan pada tabel 4.5 diuraikan sebagai berikut: (1) Aspek perumusan tujuan pembelajaran yang diharapkan setelah kegiatan pembelajaran mendapatkan skor rata-rata sebesar 3.5 dan persentase sebesar 87,4%; (2) Aspek isi dari rencana pembelajaran mendapatkan skor rata-rata sebesar 3,33 dan persentase sebesar 83%; (3) Aspek bahasan dan tulisan dalam rencana pembelajaran mendapatkan skor rata-rata sebesar 4 dan persentase sebesar 100%; dan (4) Aspek isi dari rencana pembelajaran mendapatkan skor rata-rata sebesar 3,75 dan persentase sebesar 93,75%.

Berdasarkan keempat aspek tersebut maka diperoleh rata-rata keseluruhan skor validasi rencana pembelajaran sebesar 3,645 dan presentase rata-rata keseluruhan validasi yaitu 91,0375%. Berdasarkan kriteria kevalidan jika skor validasi berada pada rentang $3 \leq V_r < 4$ maka rencana pembelajaran yang dikembangkan oleh peneliti memenuhi kriteria valid.

Adapun catatan yang diberikan oleh validator mengenai rencana pembelajaran yang telah dikembangkan antara lain: (a) tata tulis harus menggunakan bahasa Indonesia yang baik dan benar agar mudah dipahami mahasiswa; dan (b) materi yang diberikan harus lebih detail dan lengkap.

Berikut tabel 4.6 merupakan hasil revisi rencana pembelajaran berdasarkan saran/masukan validator:

Tabel 4. 6 Revisi Rencana Pembelajaran

No	Komponen yang direvisi	Sebelum Revisi	Sesudah Revisi																								
1	Judul	<p>SATUAN ACARA PERKULIAHAN (SAP)</p> <p>Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan</p> <p>Prodi : Pendidikan Matematika</p> <p>Mata Kuliah : Pemodelan</p> <p>Semester : Ganjil</p> <p>Dosen Pengampu : Prof. Drs. Dik, M. Sc., Ph.D</p> <p>Bahan Kajian : <i>Resolving Domination Number</i></p> <p>Kemampuan Akhir : Memahami dan mengembangkan <i>resolving domination number</i> dari suatu graf</p> <p>Sub Bahan Kajian : Kardinalitas, <i>dominating set</i>, <i>metric dimension</i>, <i>resolving domination number</i></p>	<p>SATUAN ACARA PERKULIAHAN (SAP)</p> <p>Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan</p> <p>Prodi : Pendidikan Matematika</p> <p>Mata Kuliah Kode : Matematika Diskrit/KPM1412</p> <p>Semester : Ganjil</p> <p>Dosen Pengampu : Prof. Drs. Dik, M. Sc., Ph.D</p> <p>Bahan Kajian : <i>Resolving Domination Number</i></p> <p>Kemampuan Akhir : Setelah akhir pembelajaran diharapkan mahasiswa mampu memahami dan mengembangkan <i>resolving domination number</i> dari suatu graf</p> <p>Sub Bahan Kajian : Kardinalitas, <i>dominating set</i>, <i>metric dimension</i>, <i>resolving domination number</i></p> <p>Sumber Pembelajaran : Buku dan Jurnal Penelitian terkait</p> <p>Media Pembelajaran : LKM</p> <p>Pendekatan/metode : <i>Discovery Learning</i></p>																								
2	Kegiatan Pembelajaran	<table border="1"> <thead> <tr> <th>No</th> <th>Kegiatan</th> <th>Estimasi Waktu</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan-bahan pembelajaran, LKM</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Kegiatan Pendahuluan (1) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan, (2) Memberikan motivasi kepada mahasiswa</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Kegiatan Inti (1) Menjelaskan secara singkat mengenai <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i> (3) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan</td> <td><i>Simulation</i></td> </tr> </tbody> </table>	No	Kegiatan	Estimasi Waktu	1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan-bahan pembelajaran, LKM	5	2	Kegiatan Pendahuluan (1) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan, (2) Memberikan motivasi kepada mahasiswa	15	3	Kegiatan Inti (1) Menjelaskan secara singkat mengenai <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i> (3) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan	<i>Simulation</i>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>No</th> <th>Kegiatan</th> <th>Estimasi Waktu</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan pembelajaran, LKM</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Kegiatan Pendahuluan (1) Membuka dengan salam dan doa (2) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan yaitu mengetahui konsep dasar graf (kardinalitas) (3) Memberikan motivasi kepada mahasiswa dengan memberikan contoh-contoh penerapan graf dalam kehidupan</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Kegiatan Inti Simulation (1) Mahasiswa mencari informasi sebanyak-banyaknya menggunakan media yang ada (smartphone, laptop/ buku) mengenai kardinalitas pada graf sederhana, <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i> (2) Mahasiswa menjelaskan teman, dan dosen membantu untuk menyimpulkan penjelasan. (3) Dosen menjelaskan secara singkat mengenai <i>Resolving domination number</i> (4) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan</td> <td>15'</td> </tr> </tbody> </table>	No	Kegiatan	Estimasi Waktu	1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan pembelajaran, LKM	5	2	Kegiatan Pendahuluan (1) Membuka dengan salam dan doa (2) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan yaitu mengetahui konsep dasar graf (kardinalitas) (3) Memberikan motivasi kepada mahasiswa dengan memberikan contoh-contoh penerapan graf dalam kehidupan	15	3	Kegiatan Inti Simulation (1) Mahasiswa mencari informasi sebanyak-banyaknya menggunakan media yang ada (smartphone, laptop/ buku) mengenai kardinalitas pada graf sederhana, <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i> (2) Mahasiswa menjelaskan teman, dan dosen membantu untuk menyimpulkan penjelasan. (3) Dosen menjelaskan secara singkat mengenai <i>Resolving domination number</i> (4) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan	15'
No	Kegiatan	Estimasi Waktu																									
1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan-bahan pembelajaran, LKM	5																									
2	Kegiatan Pendahuluan (1) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan, (2) Memberikan motivasi kepada mahasiswa	15																									
3	Kegiatan Inti (1) Menjelaskan secara singkat mengenai <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i> (3) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan	<i>Simulation</i>																									
No	Kegiatan	Estimasi Waktu																									
1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan pembelajaran, LKM	5																									
2	Kegiatan Pendahuluan (1) Membuka dengan salam dan doa (2) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan yaitu mengetahui konsep dasar graf (kardinalitas) (3) Memberikan motivasi kepada mahasiswa dengan memberikan contoh-contoh penerapan graf dalam kehidupan	15																									
3	Kegiatan Inti Simulation (1) Mahasiswa mencari informasi sebanyak-banyaknya menggunakan media yang ada (smartphone, laptop/ buku) mengenai kardinalitas pada graf sederhana, <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i> (2) Mahasiswa menjelaskan teman, dan dosen membantu untuk menyimpulkan penjelasan. (3) Dosen menjelaskan secara singkat mengenai <i>Resolving domination number</i> (4) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan	15'																									

b. Hasil Validasi LKM

Teknik validasi LKM yang dilakukan pada penelitian ini yaitu menggunakan pertanyaan berskala likert 1-4 dengan menggunakan pertanyaan berskala. Validator diminta untuk memberi skor antara 1-4 sesuai dengan karakteristik pada kolom penilaian sesuai dengan penilaian validator. Hasil rekapitulasi validasi LKM dari para validator pada tabel 4.7 :

Tabel 4. 7 Hasil Rekapitulasi Validasi LKM

No	Aspek yang dinilai	Validator		Rata-rata	Presentase
		1	2		

No	Aspek yang dinilai		Validator		Rata-rata	Presentase
			1	2		
I.	Format					
	1.	LKM memiliki petunjuk pengerjaan yang jelas	3	4	3,5	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek I</i>				3,5	
	<i>Skor rata-rata aspek I</i>				3,5	87,5%
II	Bahasa					
	a)	Soal dirumuskan dengan bahasa yang sederhana dan tidak menimbulkan penafsiran ganda	4	3	3,5	
	b)	Menggunakan istilah-istilah yang mudah dipahami	4	3	3,5	
	c)	Dirumuskan dengan mengikuti kaedah Bahasa Indonesia yang baku (EYD)	3	3	3	
	d)	Bahasa yang digunakan komunikatif	4	4	4	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek II</i>				14	
	<i>Skor rata-rata aspek II</i>				3,5	87,5%
III	Isi					
	1.	LKM disajikan secara sistematis	4	4	4	
	2.	Kebenaran konsep / materi	4	4	4	
	3.	Masalah yang diangkat sesuai kognisi mahasiswa	4	4	4	
	4.	Setiap kegiatan mempunyai tujuan yang jelas	3	4	3,5	
	5.	Kegiatan yang disajikan untuk menganalisis keterampilan <i>conjecturing</i> mahasiswa *	3	4	3,5	
	6.	Penyajian LKM menarik	3	4	3,5	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek III</i>				22,5	
	<i>Skor rata-rata aspek III</i>				3,75	93,75%
<i>Jumlah total skor rata-rata seluruh aspek</i>				10,75	268,5%	
<i>Skor total rata-rata seluruh aspek</i>				3,583	89,5%	

Berdasarkan hasil rekapitulasi hasil validasi terhadap LKM yang ditunjukkan pada tabel 4.7 diuraikan sebagai berikut : (1) Aspek format 1 dari petunjuk pengerjaan dalam LKM mendapatkan skor rata-rata sebesar 3.5 dan

persentase sebesar 87,5%; (2) Aspek format 2 bahasa dan tulisan dalam LKM mendapatkan skor rata-rata sebesar 3,5 dan persentase sebesar 87,5%; dan (3) Aspek isi dari LKM mendapatkan skor rata-rata sebesar 3,75 dan persentase sebesar 93,75%.

Berdasarkan keempat aspek tersebut maka diperoleh rata-rata keseluruhan skor validasi LKM sebesar 3,5833 dan presentase rata-rata keseluruhan validasi yaitu 89,5%. Dengan menggunakan kriteria kevalidan jika skor validasi berada pada rentang $3 \leq V_r < 4$ maka rencana pembelajaran yang dikembangkan oleh peneliti memenuhi kriteria valid.

Adapun catatan yang diberikan oleh validator mengenai rencana pembelajaran yang telah dikembangkan antara lain: (a) Saran Validator 1: “LKM sebaiknya menggunakan gunakan graf umum (*well-known*) dan lebih bervariasi”; dan (b) Validator 2 memberikan saran, “Sebaiknya berikan nama dari setiap langkah-langkah pengerjaan”.

Berikut tabel 4.8. merupakan hasil LKM berdasarkan saran/masukan validator :

Tabel 4. 8 Revisi Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)

No	Komponen yang direvisi	Sebelum Revisi	Setelah Revisi
1	Langkah <i>conjecturing</i>		
2	Cara membuktikan dugaan		

c. Hasil Validasi *post-test*

Begitu juga dengan teknik validasi *post-test* yang dilakukan pada penelitian ini yaitu menggunakan pertanyaan berskala likert 1-4 dengan menggunakan pertanyaan berskala. Validator diminta untuk memberi skor antara 1-4 sesuai dengan karakteristik pada kolom penilaian sesuai dengan penilaian validator. Hasil rekapitulasi validasi *post-test* dari para validator pada tabel 4.9 :

Tabel 4. 9 Hasil Rekapitulasi Validasi *post-test*

No.	Aspek yang dinilai		Validator		Rata - rata	Presentase
			1	2		
I.	Format					
	1.	Kejelasan Petunjuk mengerjakan pada <i>post-test</i>	4	3	3.5	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek I</i>				3.5	
	<i>Skor rata-rata aspek I</i>				3.5	87.5%
II	Bahasa					
	1.	Kesesuaian soal tes dengan materi <i>Resolving domination number</i>	3	4	3.5	
	2.	Tingkat kesulitan soal tes sesuai dengan kemampuan kognitif mahasiswa	4	3	3.5	
	3.	Alokasi waktu sesuai dengan jumlah soal dan tingkat kesulitan soal	4	3	3.5	
	4.	Permasalahan pada soal tes mampu mengukur/menganalisis keterampilan <i>conjecturing</i> mahasiswa	3	4	3.5	
	<i>Jumlah skor rata-rata aspek II</i>				14	
<i>Skor rata-rata aspek II</i>				3.5	87.5%	
III	Isi					
	1.	Soal dirumuskan dengan bahasa yang sederhana dan tidak menimbulkan penafsiran ganda	3	4	3.5	



No.	Aspek yang dinilai		Validator		Rata - rata	Presentase
			1	2		
2.	Dirumuskan dengan mengikuti kaedah Bahasa Indonesia yang benar (EYD)		4	4	4	
Jumlah skor rata-rata aspek III					7,5	
Skor rata-rata aspek III					3,75	93,75%
Jumlah total skor rata-rata seluruh aspek					11	268.75%
Skor total rata-rata seluruh aspek					3,67	89,583%

Berdasarkan hasil rekapitulasi hasil validasi terhadap *post-test* yang ditunjukkan pada tabel 4.9 diuraikan sebagai berikut: (1) Aspek format dari *Post-test* mendapatkan skor rata-rata sebesar 3,5 dan persentase sebesar 87,5%; (2) Aspek bahasan dan tulisan dalam *Post-test* mendapatkan skor rata-rata sebesar 3.5 dan persentase sebesar 87,5%; dan (3) Aspek isi dari LKM mendapatkan skor rata-rata sebesar 3,75 dan persentase sebesar 93,75%.

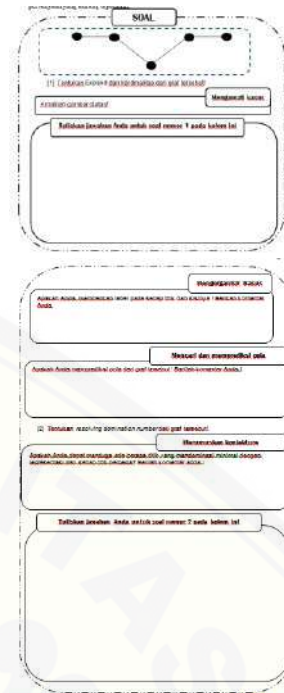
Berdasarkan keempat aspek tersebut maka diperoleh rata-rata keseluruhan skor validasi *post-test* sebesar 3,67 dan presentase rata-rata keseluruhan validasi yaitu 89,583%. Berdasarkan kriteria kevalidan jika skor validasi berada pada rentang $3 \leq V_r < 4$ maka *post-test* yang dikembangkan oleh peneliti memenuhi kriteria valid.

Berikut tabel 4.10. merupakan *post-test* pembelajaran berdasarkan saran/masukan validator :

Tabel 4. 10 Revisi *Post-test*

No	Komponen yang direvisi	Sebelum Revisi	Sesudah Revisi
1	Alokasi Waktu		

2 Instruksi disesuaikan dengan indikator ketrampilan *conjecturing*



4.2.2 Hasil Uji Coba Perangkat Pembelajaran

a. Uji Kepraktisan

Kepraktisan perangkat pembelajaran diketahui melalui analisis aktivitas mahasiswa dan aktivitas dosen pada saat mengelola kegiatan pembelajaran dikelas. Pada penelitian ini pengamatan dilakukan oleh tiga orang observer sesuai dengan kriteria dari kualitas perangkat pembelajaran dalam bab 3 maka perangkat pembelajaran dikatakan praktis apabila tingkat pencapaian kemampuan dosen dalam kegiatan pembelajaran berdasarkan aktivitas dosen mencapai ≥ 3 .

Observasi aktivitas dosen dilakukan sebanyak 3 kali pertemuan. Skor hasil yang diberikan oleh observer kemudian direkap dan dianalisis. Adapun rekapitulasi skor hasil observasi aktivitas dosen dalam mengelola kelas ditunjukkan pada tabel 4.11 :

Tabel 4. 11 Rekapitulasi Skor Hasil Observasi Ativitas Dosen Dalam Mengelola Kelas

Tahap	Indikator	Skor Pertemuan Ke-		Rata-rata	Rata-rata %
		1	2		
Awal	Kegiatan awal pembelajaran	3,25	3,75	3,5	87,5%

Tahap	Indikator	Skor Pertemuan Ke-		Rata-rata	Rata-rata %
		1	2		
Inti	Kegiatan inti pembelajaran	3,6	3,7	3,65	91,25%
Akhir	Kegiatan akhir pembelajaran	3,8	4	3,9	97,5%
Rata-rata Skor Tiap Pertemuan		3,55	3,82		
Persentase Skor Tiap Pertemuan		88,75%	95,5%		
Rata-rata Kseluruhan Skor				3,58	
Persentase keseluruhan rata-rata Skor				89,58%	

Nilai indikator yang ada pada lembar observasi menurut tabel 4.11 menunjukkan bahwa nilai indikator dari setiap pertemuan rata-rata keseluruhan skor hasil observasi dosen yaitu 3,58 dan presentase rata-rata sebesar 89,58% yang artinya memenuhi kriteria baik .

b. Uji Keefektifan

Untuk mengukur keefektifan perangkat digunakan tiga hal yaitu: hasil aktivitas riset, hasil observasi aktivitas mahasiswa dan respon mahasiswa terhadap pembelajaran. Data dan analisis keefektifan perangkat dapat dilihat pada gambaran berikut.

Pada penelitian ini dosen melakukan pengelolaan pembelajaran dengan baik hal tersebut dapat dilihat dari suasana kelas dimana mahasiswa bersikap aktif dalam diskusi, cara dosen memberikan penjelasan serta membimbing mahasiswa yang membutuhkan bantuan dalam belajar. Faktor eksternal yang juga mempengaruhi hasil belajar yaitu mahasiswa kurang memahami cara mencari dan memprediksi pola, dan kesulitan dalam membuat fungsi secara umum. Selain faktor yang telah disampaikan, perbedaan kemampuan mahasiswa dalam menyerap informasi yang diberikan juga mempengaruhi hasil *post-test*.

1) Hasil observasi aktivitas mahasiswa

Data pengamatan aktivitas mahasiswa dalam mengikuti pembelajaran dianalisis sesuai yang dinyatakan pada bab 3. Berdasarkan data analisis aktivitas mahasiswa, hasilnya ditampilkan pada tabel 4.12 :

Tabel 4. 12 Rekapitulasi Hasil Observasi Aktivitas Mahasiswa

Tahap	Indikator	Skor Pertemuan Ke-		Rata-rata	Rata-rata %
		1	2		
Awal	Kegiatan awal pembelajaran	3,4	3,6	3,5	87,5%
Inti	Kegiatan inti pembelajaran	3,2	3,7	3,45	86,25%
Akhir	Kegiatan akhir pembelajaran	3,5	3,5	3,5	87,5%
Rata-rata Skor Tiap Pertemuan		3,37	3,6		
Persentase Skor Tiap Pertemuan		84,25%	90%		
Jumlah keseluruhan rata-rata Skor				10,45	261.25%
Persentase keseluruhan rata-rata Skor				3,483	87,083%

Penilaian aktivitas mahasiswa dilakukan pada sepuluh kelompok mahasiswa yang terdiri atas 3-4 mahasiswa. Berdasarkan tabel diatas maka diperoleh bahwa persentase aktivitas mahasiswa pada pertemuan pertama 84,25% ; dan pertemuan kedua mencapai 90%. Maka berdasarkan kriterian keaktifan mahasiswa skor rata-rata memenuhi keriteria baik.

2) Hasil respon mahasiswa terhadap pembelajaran

Data hasil respon mahasiswa terhadap pembelajaran akan diambil melalui lembar angket respon mahasiswa diisi oleh 41 mahasiswa. Adapun hasil rekapitulasi respon mahasiswa terhadap pembelajaran ditunjukkan pada tabel 4.13.

Tabel 4. 13 Rekapitulasi Hasil Respon Mahasiswa terhadap Pembelajaran

No	Aspek yang dinilai	Jumlah Jawaban		Persentase Jawaban	
		Ya	Tidak	Ya	Tidak
1	Apakah Anda merasa senang terhadap komponen pembelajaran berikut ini?				
	Materi Pembelajaran	35	6	85,4%	14,6%
	Lembar Kerja Mahasiswa	41		100%	
	Suasana Pembelajaran	38	3	93,6%	6,4%
	Cara Dosen Mengajar	37	4	90,2%	9,8%
2	Apakah komponen pembelajaran berikut baru?				
	Materi Pembelajaran	41		100%	
	Lembar Kerja Mahasiswa	40	1	97,6%	2,4%
	Suasana Pembelajaran	36	5	87,8%	12,2%
	Cara Dosen Mengajar	37	4	90,2%	9,8%
3	Apakah Anda berminat mengikuti pembelajaran ini?	39	2	95%	5%
4	Apakah Anda dapat memahami dengan jelas bahasa yang digunakan pada :				
	Lembar Kerja Mahasiswa	34	7	82,9%	17,1%
	Lembar soal <i>post-test</i>	35	6	85,4%	14,6%
5	Apakah Anda dapat mengerti maksud setiap soal/masalah yang disajikan pada:				
	Lembar Kerja Mahasiswa	35	6	85,4%	14,6%
	Lembar soal <i>post-test</i>	34	7	82,9%	17,1%
6	Apakah Anda tertarik dengan penampilan (tulisan, gambar, dan letak gambar) pada :				
	Lembar Kerja Mahasiswa	39	2	95,1%	4,9%
	Lembar soal <i>post-test</i>	37	4	90,2%	9,8%
7	Apakah Anda senang berdiskusi dengan anggota kelompok untuk menyelesaikan masalah dengan saling bertukar hasil jawaban?	38	3	92,7%	7,3%
Rata-rata		37,25	5,8	90,9%	9,1%

Berdasarkan hasil analisis tiap item pertanyaan yang ada pada angket respon mahasiswa pada tabel 4.13 jawaban positif terendah ada pada

pertanyaan ke lima poin ke 4 yaitu sebesar 82,9 %. Pernyataan dengan skor terendah tersebut terkait dengan pertanyaan pada LKM . Hal ini disebabkan oleh mahasiswa baru pertama kali mengerjakan soal dengan permasalahan *resolving domination number*.

Secara keseluruhan, persentase rata-rata setiap pertanyaan adalah 90,9% menjawab “iya” dan 9,1% menjawab “tidak”. Hal tersebut menandakan bahwa rata-rata mahasiswa menyukai perangkat pembelajaran yang digunakan. Sehingga sesuai kriteria yang telah ditetapkan, maka perangkat pembelajaran efektif dan dapat digunakan. Berdasarkan data secara keseluruhan maka dapat dianalisis prosuk perangkat pembelajaran yang dikembangkan telah valid dengan beberapa revisi, kemudian, data yang diambil pada saat uji coba produk menunjukkan prosuk kriteria praktis dan efektif.

Berdasarkan data diatas, maka dapat di analisis produk perangkat pembelajaran yang dikembangkan telah valid dengan berbagai revisi. Kemudian, data yang diambil pada saat uji coba produk menunjukkan produk praktis dan efektif. Jadi produk pengembangan pada penelitian ini telah memenuhi 3 kriteria yaitu valid, praktis dan efektif.

Hasil validasi dari para ahli secara umum terhadap perangkat pembelajaran adalah baik serta dapat digunakan dengan beberapa revisi, karena sudah memenuhi kriteria kevalidan,. Selain itu juga perangkat pembelajaran dapat dikatakan layak digunakan oleh dosen dan mahasiswa pada pembelajaran di tingkat S1 pendidikan matematika.

Setelah memenuhi kriteria kevalidan dan dinyatakan baik, maka perangkat pembelajaran telah siap untuk di ujicobakan kepada mahasiswa. Pada kegiatan uji coba lapangan menggunakan metode *discovery learning* untuk mengukur ketrampilan *conjecturing* mahasiswa. Materi yang digunakan dalam penelitian ini adalah menentukan *resolving domination number* pada graf.

Dalam penelitian ini pre-test diberikan kepada mahasiswa baik pada dua kelas eksperimen maupun satu kelas kontrol. Kemudian untuk kelas

kontrol menggunakan pembelajaran konvensional (ceramah) sedangkan untuk dua kelas eksperimen digunakan pembelajaran yang berbeda yaitu *discovery learning*. Setelah pembelajaran pada ketiga kelas selesai, maka diberikan post-tes kepada masing-masing mahasiswa untuk kemudian hasil test dari post-tes di analisa.

Dari 3 kelas yang digunakan yaitu dua kelas eksperimen dan satu kelas kontrol, akan di bandingkan bagaimana pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dan pengaruhnya terhadap ketrampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah *resolving domination number* yaitu pada: kelas eksperimen 1 dengan kelas kontrol, kelas eksperimen 2 dengan kelas kontrol, dan yang terakhir adalah kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2. Selanjutnya peneliti juga melakukan wawancara dengan mengambil sampel dari masing-masing kelas dengan kriteria sangat tinggi, tinggi, sedang dan kurang agar peneliti memperoleh data yang lebih valid dan akurat. Peneliti juga melakukan dokumentasi pada saat penelitian dengan bantuan dari orang lain.

4.3 Pengaruh Penerapan *Discovery learning*

Tujuan utama dalam penelitian ini adalah untuk melihat keterampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menentukan *resolving domination number* pada graf dari dua kelas yang berbeda, yaitu di dua kelas eksperimen dan satu kontrol menggunakan perlakuan yang berbeda. Untuk itu dilakukan setelah menguji validitas dan reliabilitas instrumen. Setelah itu, kelas eksperimen dan kontrol diberi tes awal untuk mengetahui keterampilan *conjecturing* mereka. Gambaran hasil analisis dapat dilihat pada paparan berikut:

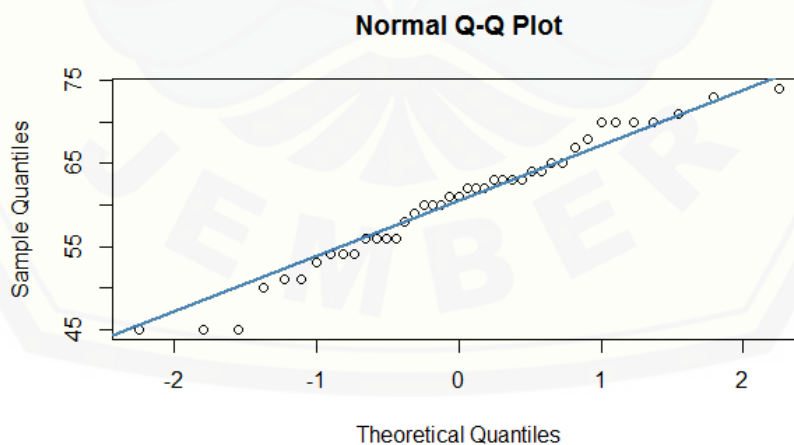
4.3.1 Analisis Hasil Pre Tes

a) Uji Normalitas

Uji normalitas dilakukan pada hasil pre-test pada kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan eksperimen 2. Uji Normalitas dilakukan dengan tujuan untuk menilai sebaran data pada sebuah kelompok data atau variabel, apakah sebaran data tersebut berdistribusi normal ataukah tidak. Uji Normalitas

berguna untuk menentukan data yang telah dikumpulkan berdistribusi normal atau diambil dari populasi normal. Metode klasik dalam pengujian normalitas suatu data tidak begitu rumit. Berdasarkan pengalaman empiris beberapa pakar statistik, data yang banyaknya lebih dari 30 angka ($n > 30$), maka sudah dapat diasumsikan berdistribusi normal. Biasa dikatakan sebagai sampel besar.

Hasil perhitungan uji normalitas pre-test keterampilan *conjecturing* masing-masing kelas adalah sebagai berikut. Untuk kelas kontrol pada tabel Q-Q Plot menunjukkan data hasil *post-test* menyebar di sepanjang garis diagonal, sehingga data dapat dikatakan berdistribusi normal seperti pada gambar 4.3.1.1 Namun untuk memastikan apakah benar data tersebut berdistribusi normal perlu di cek lebih lanjut dengan Uji Kolmogorov Spirnov menggunakan program *R*, kemudian dibandingkan apakah antara Kolmogorov hitung dan Kolmogorov tabel. Apabila p-value pada uji Kolmogorov Hitung > 0.05 , maka keputusannya adalah data berdistribusi normal. Dari hasil perhitungan menggunakan uji Kolmogorv Spinov terlihat bahwa p-value = 0.8804 dan lebih dari 0.05 maka data tersebut berdistribusi normal.



Gambar 4. 5 Output Q-Q Plot hasil pre-test pada kelas kontrol


```

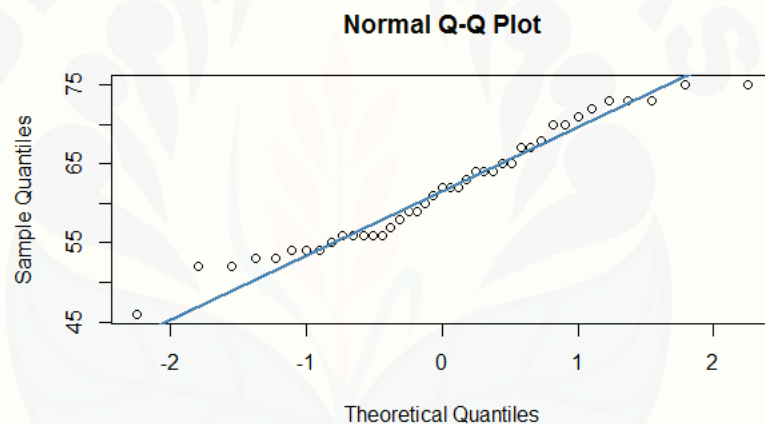
One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: kelas_kontrol$PRE.TEST
D = 0.091755, p-value = 0.8804
alternative hypothesis: two-sided

```

Gambar 4. 6 Uji Normalitas *Kolmogorv Smirnov* hasil pre-test pada kelas kontrol

Hasil perhitungan uji normalitas pre-test keterampilan *conjecturing* untuk kelas eksperimen 1 pada tabel Q-Q Plot menunjukkan data hasil *post-test* menyebar di sepanjang garis diagonal, sehingga data dapat dikatakan berdistribusi normal seperti pada gambar 4.7. Dari hasil perhitungan menggunakan uji Kolmogorv Spinov terlihat bahwa $p\text{-value} = 0.5834$ dan lebih dari 0.05 maka data tersebut berdistribusi normal.



Gambar 4. 7 Output Q-Q Plot hasil pre-test pada kelas eksperimen 1

```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

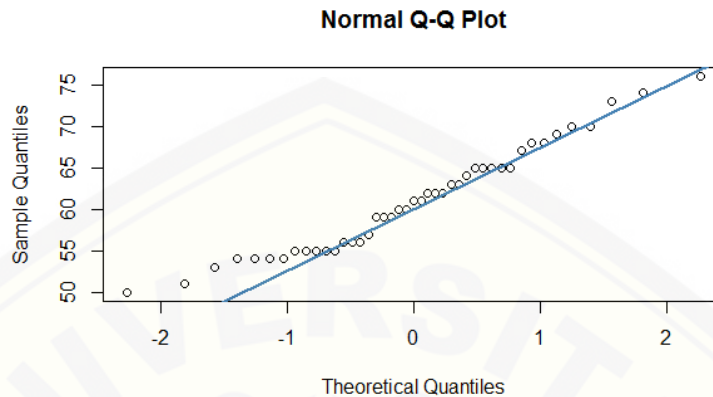
data: kelas_e1$PRE.TEST
D = 0.12121, p-value = 0.5834
alternative hypothesis: two-sided

```

Gambar 4. 8 Uji Normalitas *Kolmogorv Smirnov* hasil pre-test pada kelas eksperimen 1

Hasil perhitungan uji normalitas *post-test* keterampilan *conjecturing* untuk kelas eksperimen 2 pada tabel Q-Q Plot menunjukkan data hasil *post-test* menyebar di sepanjang garis diagonal, sehingga data dapat dikatakan berdistribusi normal seperti pada gambar 4.9. Dari hasil perhitungan

menggunakan uji Kolmogorv Spinov terlihat bahwa $p\text{-value} = 0.454$ dan lebih dari 0.05 maka data tersebut berdistribusi normal.



Gambar 4. 9 Output Q-Q Plot hasil pre-test pada kelas eksperimen 2

```

one-sample kolmogorov-smirnov test
data: kelas_e2$PRE.TEST
D = 0.13076, p-value = 0.454
alternative hypothesis: two-sided

```

Gambar 4. 10 Uji Normalitas *Kolmogorv Smirnov* hasil pre-test pada kelas eksperimen 2

b) Uji Homogenitas

Pada gambar 4.11 diperoleh nilai signifikansi senilai 0.9479 . Karena signifikansi lebih dari 0.05 maka dapat disimpulkan bahwa pretes dari kelas kontrol dan kelas eksperimen mempunyai varian yang sama. Sehingga tidak perlu dilakukan uji lanjutan.

```

Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
  Df F value Pr(>F)
group 2  0.0536 0.9479
    122

```

Gambar 4. 11 Hasil uji homogenitas hasil pretes pada kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan eksperimen 2

c) Uji Beda

Uji beda yang dilakukan pada penelitian ini menggunakan Anova. *Anova (analysis of variance)* adalah sebuah analisis statistik yang menguji

perbedaan rerata antar grup. Merupakan prosedur uji statistik yang mirip dengan t test. Namun kelebihan dari *Anova* adalah dapat menguji perbedaan lebih dari dua kelompok.

Uji beda dari skor pre-test keterampilan *conjecturing* mahasiswa antara kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa dengan menggunakan Anova dari kelas antara kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2 tidak ada perbedaan yang signifikan pada hasil pretest dan dapat dilihat tersaji pada gambar . pada tabel tersebut menunjukkan

Luaran Anova

```

UJI-F (ANAVA 1 arah), X(G): Kelas Y: Nilai Data= impor
              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
datasetInput()[, input$var.g2]  2      67   33.40    0.537  0.586
Residuals                    122   7586   62.18

```

Gambar 4. 12 Luaran Aova hasil pretest kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2

Rerata Kelompok

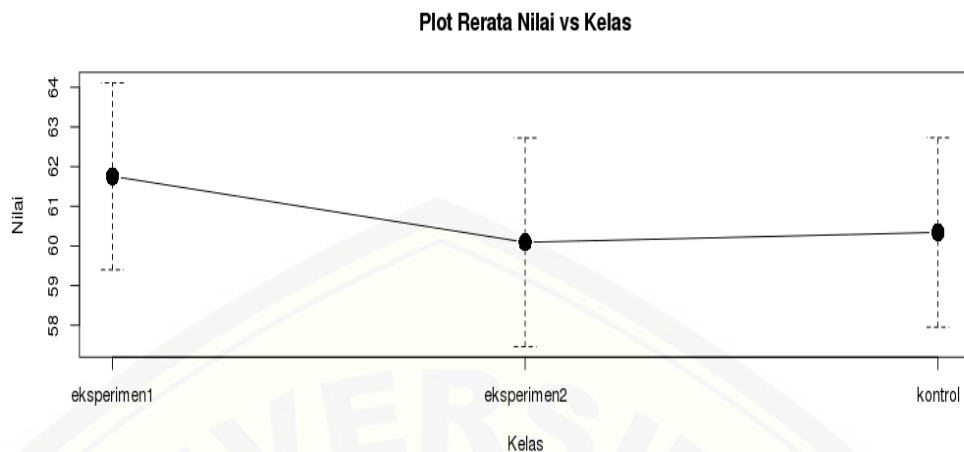
Mean dan standar deviasi perkelompok

```

Mean dan Sd Grup; Data= impor Respon= Nilai Grup= Kelas
      mean      sd data:n
eksperimen1 61.75610 7.462508    41
eksperimen2 60.09302 8.549057    43
kontrol     60.34146 7.565083    41

```

Gambar 4. 13 Rerata kelompok hasil pretest kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2



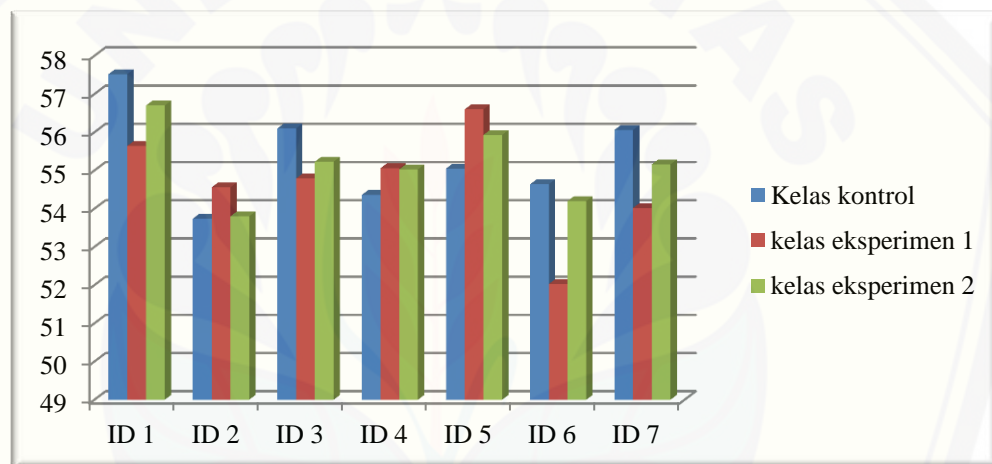
Gambar 4. 14 Plot Rerata hasil pretest per kelas

Berdasarkan gambar 4.13 skor rata-rata di kelas kontrol adalah 60.34 sementara di kelas eksperimen1 adalah 61.76 dan kelas eksperimen 2 adalah 60.09.

d) Hasil Pre Tes

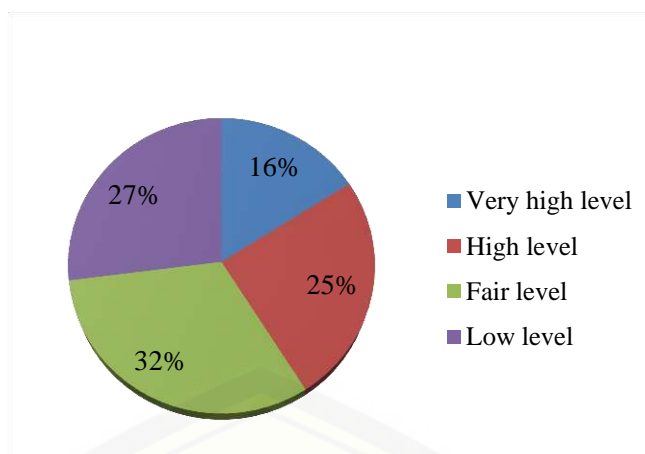
Hasil penelitian adalah pre-tes dan post-tes pada kelas kontrol dan kelas eksperimen yang berjumlah 125 mahasiswa. Pretes digunakan untuk mengetahui keterampilan *conjecturing* awal mahasiswa dalam permasalahan *resolving domination number*. Soal pretes berisi permasalahan *resolving domination number* dan terdiri dari 7 indikator keterampilan *conjecturing*. Sedangkan pos tes terdiri dari 5 soal untuk mengukur keterampilan *conjecturing* mahasiswa setelah pembelajaran menggunakan model *discovery learning* melalui LKM. Berdasarkan hasil pretes dari kelas kontrol dan kelas eksperimen memiliki varians yang sama. Dari 125 mahasiswa yang mengikuti pretes pada kelas kontrol di peroleh persentase setiap indikator yaitu 57.52% dari indikator mengamati kasus (ID1), 53.74% dari indikator mengorganisir kasus (ID2), 56,10% dari indikator mencari dan memprediksi pola (ID3), 54.36% dari indikator merumuskan konjektur (ID5), 55.05% dari indikator memvalidasi konjektur (ID5), 54.64% dari indikator menggeneralisasikan pola (ID6), 56.06% dari indikator membenarkan konjektur (ID 7). Sedangkan hasil analisis perindikator pada kelas eksperimen 1 yaitu: 55.64% dari indikator mengamati kasus (ID1), 54.56% dari indikator mengorganisir kasus

(ID2), 54,79% dari indikator mencari dan memprediksi pola (ID3), 55,06% dari indikator merumuskan konjektur (ID5), 56,6% dari indikator memvalidasi konjektur (ID5), 52,03% dari indikator menggeneralisasikan pola (ID6), 54,02% dari indikator membenarkan konjektur (ID 7). Dan untuk kelas eksperimen 2 yaitu: 56,7% dari indikator mengamati kasus (ID1), 53,8% dari indikator mengorganisir kasus (ID2), 55,23% dari indikator mencari dan memprediksi pola (ID3), 55,03% dari indikator merumuskan konjektur (ID5), 65,93% dari indikator memvalidasi konjektur (ID5), 54,2% dari indikator menggeneralisasikan pola (ID6), 55,16% dari indikator membenarkan konjektur (ID 7) yang dapat dilihat pada grafik



Grafik 4. 1 Persentase Pretes dari Setiap Indikator

Hasil analisis pretes secara keseluruhan menunjukkan kemampuan *conjecturing* mahasiswa dikategorikan menjadi 4 yaitu kurang *conjecturing*, cukup *conjecturing*, *conjecturing* dan sangat *conjecturing*. Berdasarkan hasil analisis maka diperoleh persentase dari kelas kontrol sebagai berikut 27% berada pada kategori kurang *conjecturing*, 32% berada pada kategori cukup *conjecturing*, 25% berada pada kategori *conjecturing* dan 14% berada pada kategori sangat *conjecturing*. Persentase tersebut digambarkan pada grafik 4.2.



Grafik 4. 2 Persentase hasil pretes pada kelas kontrol

Selanjutnya dari 4 kriteria yang digambarkan pada grafik 2, kemudian diuraikan ke dalam setiap indikator maka hasil pre tes pada kelas kontrol dapat dilihat pada grafik 4.2. Pada indikator 1 (ID1) yang membuat indikator mengamati terdiri dari dua sub indikator yaitu menggambar (1A) dan memberi nama(1B). Untuk sub indikator 1A terdapat 9 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 12 mahasiswa ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan 10 mahasiswa lainnya rendah dalam menggambar graf. Sedangkan pada sub indikator 1B terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Untuk indikator 2 (ID2) yang membuat indikator mengorganisir kasus yang terdiri dari dua sub indikator yaitu memberi label (2A) dan memperkirakan (2B). Untuk sub indikator 2A terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memberi label pada graf. Sedangkan 19 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 2B terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan. Sedangkan 20 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah.

Indikator 3 (ID 3) yang membuat indikator mencari dan memprediksi pola terdiri dari dua sub indikator yaitu menggali (3A) dan mempolakan (3B). Untuk sub indikator 3A terdapat 8 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dalam memperkirakan label pewarnaan. Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 3B terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam menentukan pola bobot titik pada graf. Sedangkan 24 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Indikator 4 (ID 4) yang membuat indikator merumuskan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu menentukan (4A) dan mengklasifikasikan (4B). Untuk sub indikator 4A terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 9 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 25 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menentukan bilangan kromatik. Sub indikator 4B terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 24 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam mengklasifikasikan pola bilangan kromatik.

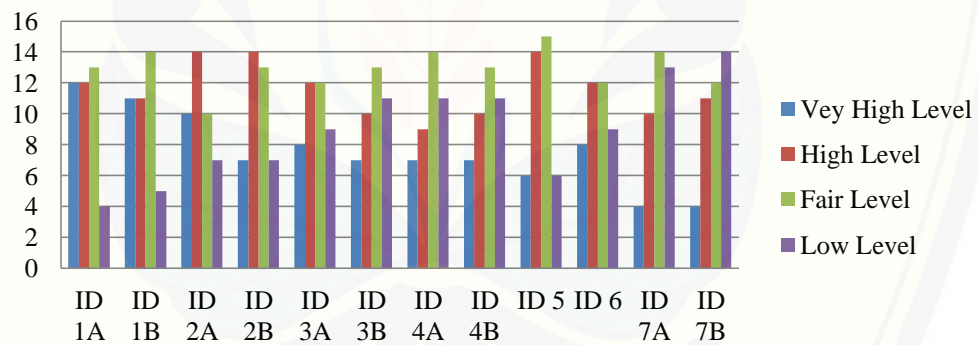
Pada indikator 5 (ID 5) yang membuat indikator memvalidasi konjektur terdapat 6 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam memvalidasi konjektur.

Pada indikator 6 (ID 6) yang membuat indikator menggeneralisasikan konjektur terdapat 8 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi.

Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggeneralisasikan konjektur.

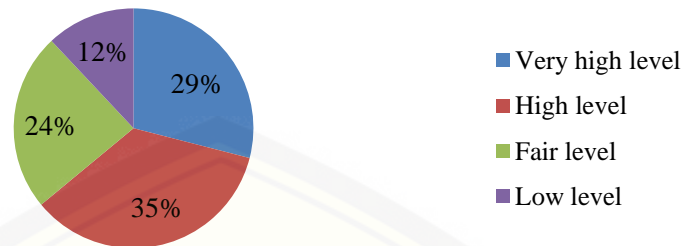
Indikator 7 (LV 7) yang membuat indikator membenarkan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu membenarkan (7A) dan membandingkan (7B). Untuk sub indikator 7A terdapat 4 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 27 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membenarkan konjektur yang telah dibuatnya. Sub indikator 7B terdapat 4 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 26 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membandingkan.

Rekapitulasi hasil pretes pada kelas kontrol



Grafik 4. 3 Rekapitulasi hasil pretes pada kelas kontrol

Sedangkan pada kelas eksperimen sebagai berikut 29% berada pada kategori *conjecturing* sangat tinggi, 35% berada pada kategori *conjecturing* tinggi, 23% berada pada kategori cukup *conjecturing* dan 14% berada pada kategori kurang *conjecturing*.

Persentase hasil pretes pada kelas eksperimen 1

Grafik 4. 4 Persentase hasil pretes pada kelas eksperimen 1

Untuk kelas eksperimen hasil pre tes dapat dilihat pada grafik 4.4. Pada indikator 1 (ID1) yang membuat indikator mengamati terdiri dari dua sub indikator yaitu menggambar (1A) dan memberi nama(1B). Untuk sub indikator 1A terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 8 mahasiswa ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan 4 mahasiswa lainnya rendah dalam menggambar graf. Sedangkan pada sub indikator 1B terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 12 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Untuk indikator 2 (ID2) yang membuat indikator mengorganisir kasus yang terdiri dari dua sub indikator yaitu memberi label (2A) dan memperkirakan (2B). Untuk sub indikator 2A terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 13 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memberi label pada graf. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 2B terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah.

Indikator 3 (ID 3) yang membuat indikator mencari dan memprediksi pola terdiri dari dua sub indikator yaitu menggali (3A) dan mempolakan (3B). Untuk sub indikator 3A terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dalam memperkirakan label pewarnaan. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 3B terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam menentukan pola bobot titik pada graf. Sedangkan 17 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Indikator 4 (ID 4) yang membuat indikator merumuskan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu menentukan (4A) dan mengklasifikasikan (4B). Untuk sub indikator 4A terdapat 9 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menentukan bilangan kromatik. Sub indikator 4B terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 20 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam mengklasifikasikan pola bilangan kromatik.

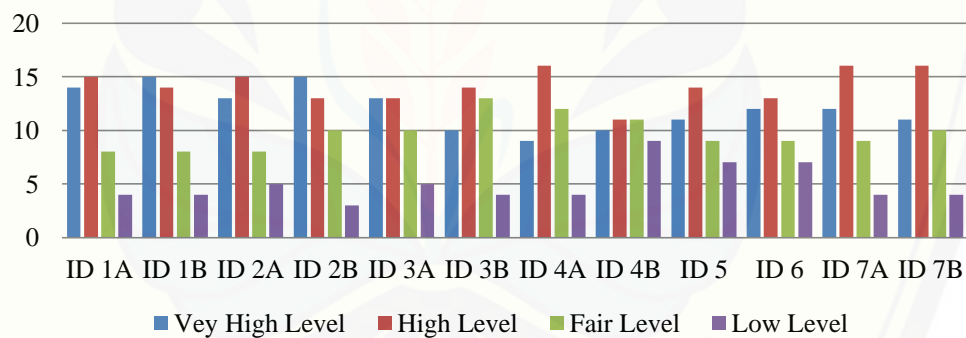
Pada indikator 5 (ID 5) yang membuat indikator memvalidasi konjektur terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam memvalidasi konjektur.

Pada indikator 6 (ID 6) yang membuat indikator menggeneralisasikan konjektur terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi.

Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggeneralisasikan konjektur.

Indikator 7 (LV 7) yang membuat indikator membenarkan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu membenarkan (7A) dan membandingkan (7B). Untuk sub indikator 7A terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membenarkan konjektur yang telah dibuatnya. Sub indikator 7B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 14 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membandingkan.

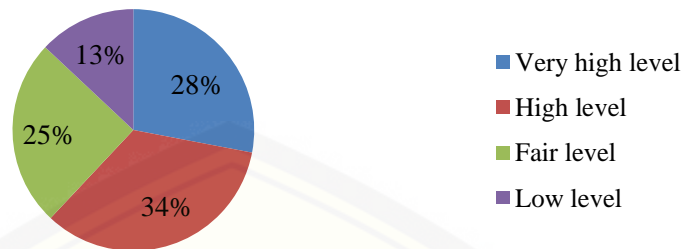
Rekapitulasi hasil pretes pada kelas eksperimen 1



Grafik 4. 5 Rekapitulasi hasil pretes pada kelas eksperimen 1

Sedangkan pada kelas eksperimen 2 sebagai berikut: 28% berada pada kategori *conjecturing* sangat tinggi, 34% berada pada kategori *conjecturing* tinggi, 25% berada pada kategori cukup *conjecturing* dan 13% berada pada kategori kurang *conjecturing*.

Persentase hasil pretes pada kelas eksperimen 2



Grafik 4. 6 Persentase hasil pretes pada kelas eksperimen 2

Untuk kelas eksperimen2 hasil pre tes dapat dilihat pada grafik 4.6. Pada indikator 1 (ID1) yang membuat indikator mengamati terdiri dari dua sub indikator yaitu menggambar (1A) dan memberi nama(1B). Untuk sub indikator 1A terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 11 mahasiswa ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan 5 mahasiswa lainnya rendah dalam menggambar graf. Sedangkan pada sub indikator 1B terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 13 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Untuk indikator 2 (ID2) yang membuat indikator mengorganisir kasus yang terdiri dari dua sub indikator yaitu memberi label (2A) dan memperkirakan (2B). Untuk sub indikator 2A terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memberi label pada graf. Sedangkan 14 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 2B terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 13 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah.

Indikator 3 (ID 3) yang membuat indikator mencari dan memprediksi pola terdiri dari dua sub indikator yaitu menggali (3A) dan mempolakan (3B). Untuk sub indikator 3A terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dalam memperkirakan label pewarnaan. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 3B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 13 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam menentukan pola bobot titik pada graf. Sedangkan 19 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Indikator 4 (ID 4) yang membuat indikator merumuskan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu menentukan (4A) dan mengklasifikasikan (4B). Untuk sub indikator 4A terdapat 9 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 19 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menentukan bilangan kromatik. Sub indikator 4B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 22 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam mengklasifikasikan pola bilangan kromatik.

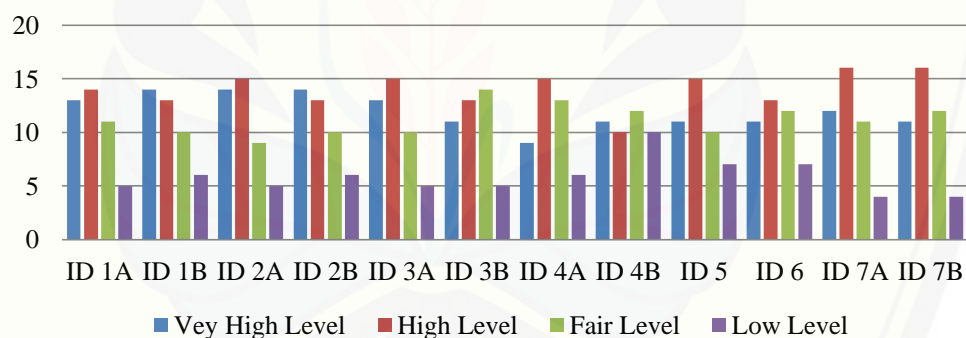
Pada indikator 5 (ID 5) yang membuat indikator memvalidasi konjektur terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 17 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam memvalidasi konjektur.

Pada indikator 6 (ID 6) yang membuat indikator menggeneralisasikan konjektur terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 13 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi.

Sedangkan 19 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggeneralisasikan konjektur.

Indikator 7 (LV 7) yang membuat indikator membenarkan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu membenarkan (7A) dan membandingkan (7B). Untuk sub indikator 7A terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 16 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membenarkan konjektur yang telah dibuatnya. Sub indikator 7B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 16 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membandingkan.

Rekapitulasi hasil pretes pada kelas eksperimen



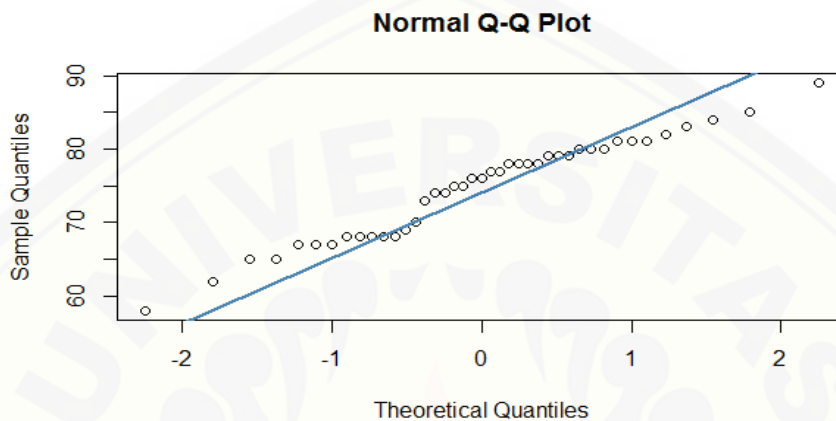
Grafik 4. 7 Rekapitulasi hasil pretes pada kelas eksperimen 2

4.3.2 Analisis Hasil *Post-test*

a) Uji Normalitas

Hasil perhitungan uji normalitas *post-test* keterampilan *conjecturing* masing-masing kelas adalah sebagai berikut. Untuk kelas kontrol pada tabel Q-Q Plot menunjukkan data hasil *post-test* menyebar di sepanjang garis diagonal, sehingga data dapat dikatakan berdistribusi normal seperti pada gambar 4.3.1. Namun untuk memastikan apakah benar data tersebut berdistribusi normal perlu di cek lebih lanjut dengan Uji Kolmogorov Spirnov menggunakan program *R*, kemudian dibandingkan apakah antara

Kolmogorov hitung dan Kolmogorov tabel. Apabila p-value pada uji Kolmogorov Hitung > 0.05 , maka keputusannya adalah data berdistribusi normal. Dari hasil perhitungan menggunakan uji Kolmogorv Spinov terlihat bahwa p-value = 0.8804 dan lebih dari 0.05 maka data tersebut berdistribusi normal.

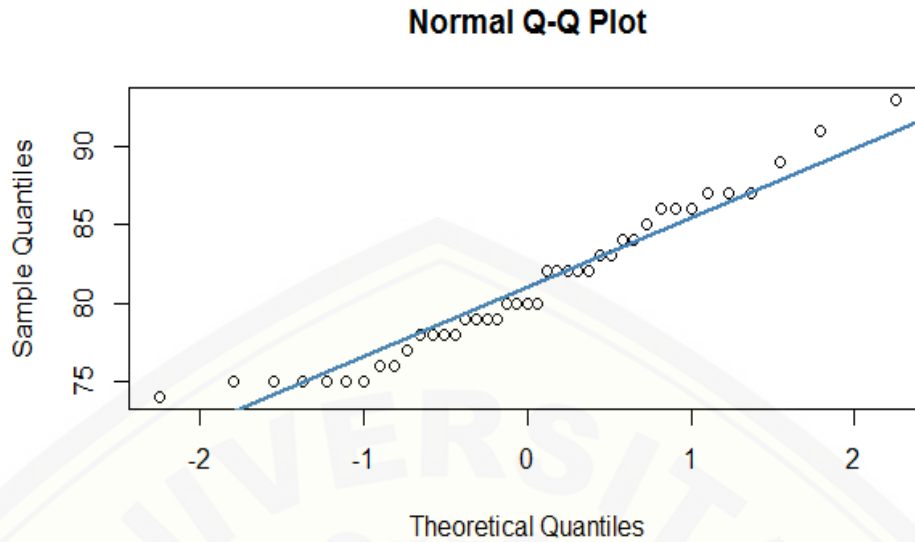


Gambar 4. 15 Output Q-Q Plot hasil *post-testt* kelas kontrol

```
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: kelas_kontrol$POST.TEST
D = 0.125, p-value = 0.5435
alternative hypothesis: two-sided
```

Gambar 4. 16 Uji Normalitas Kolmogorv Spinov hasil *post-testt* pada kelas kontrol

Sedangkan untuk kelas eksperimen 1 pada tabel Q-Q Plot juga menunjukkan data hasil *post-testt* menyebar di sepanjang garis diagonal seperti pada kelas kontrol, sehingga data dapat dikatakan berdistribusi normal seperti pada gambar 4.17. dan perlu di cek lebih lanjut dengan Uji Kolmogorov Spinov menggunakan program R, kemudian dibandingkan apakah antara Kolmogorov hitung dan Kolmogorov tabel. Dari hasil perhitungan menggunakan uji Kolmogorv Spinov terlihat bahwa p-value = 0.5864 dan lebih dari 0.05 maka data tersebut berdistribusi normal seperti pada gambar 4.18.



Gambar 4. 17 Output Q-Q Plot hasil *post-test* kelas eksperimen 1

```

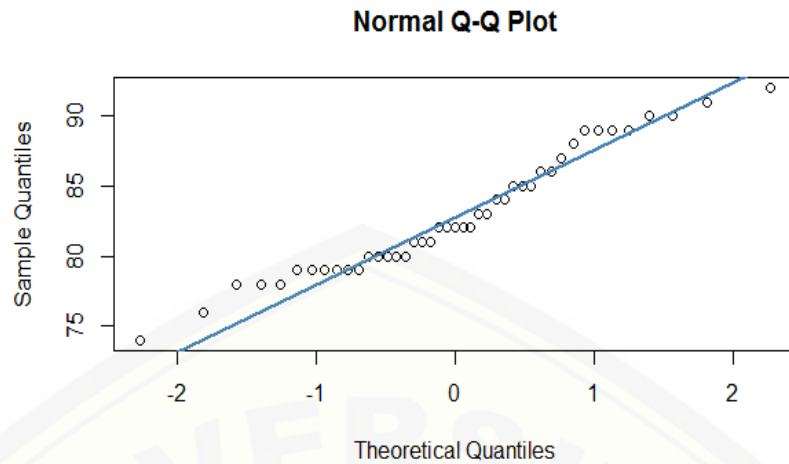
one-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: kelas_e1$POST.TEST
D = 0.12093, p-value = 0.5864
alternative hypothesis: two-sided

```

Gambar 4. 18 Uji Normalitas Kolmogorov-Spinov hasil *post-test* kelas eksperimen 1

Sedangkan untuk kelas eksperimen 2 pada tabel Q-Q Plot juga menunjukkan data hasil *post-test* menyebar di sepanjang garis diagonal seperti pada kelas kontrol, sehingga data dapat dikatakan berdistribusi normal seperti pada gambar 4.17. dan perlu di cek lebih lanjut dengan Uji Kolmogorov Spirnov menggunakan program *R*, kemudian dibandingkan apakah antara Kolmogorov hitung dan Kolmogorov tabel. Dari hasil perhitungan menggunakan uji Kolmogorv Spinov terlihat bahwa p-value = 0.3565 dan lebih dari 0.05 maka data tersebut berdistribusi normal seperti pada gambar 4.20.



Gambar 4. 19 Output Q-Q Plot hasil *post-test* kelas eksperimen 2

```

one-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: kelas_e2$POST.TEST
D = 0.14137, p-value = 0.3565
alternative hypothesis: two-sided

```

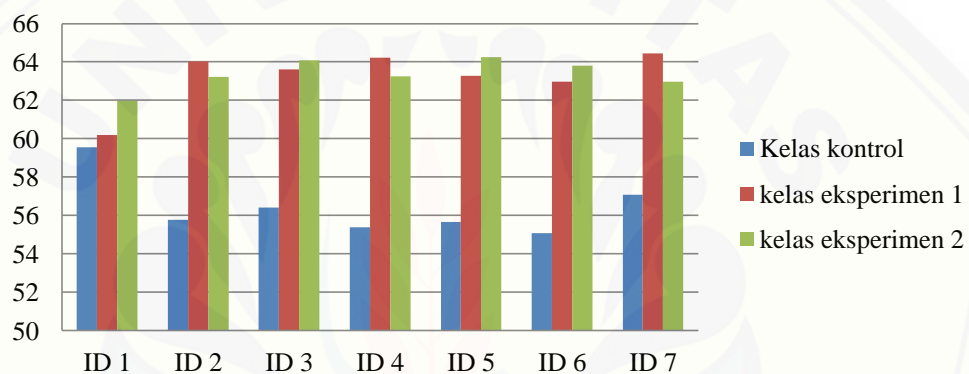
Gambar 4. 20 Uji Normalitas Kolmogorov-Spinov hasil *post-test* kelas eksperimen 1

b) Hasil *Post-test*

Langkah yang dilakukan setelah melakukan pretes dan diberi perlakuan yang berbeda maka dilakukan post-tes guna mengetahui kemampuan akhir mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran. *Post-test* terdiri dari 5 soal *resolving domination number* yang terdapat 7 indikator keterampilan *conjecturing*. Dari 125 mahasiswa yang mengikuti *post-test* pada kelas kontrol di peroleh persentase setiap indikator yaitu 59,54% dari indikator mengamati kasus (ID1), 55,78% dari indikator mengorganisir kasus (ID2), 56,4% dari indikator mencari dan memprediksi pola (ID3), 55,38% dari indikator merumuskan konjektur (ID4), 55,67% dari indikator memvalidasi konjektur (ID5), 55,08% dari indikator menggeneralisasikan pola (ID6), 57,09% dari indikator membenarkan konjektur (ID7). Untuk hasil analisis perindikator pada kelas eksperimen 1 yaitu 60,2% dari indikator mengamati kasus (ID1), 64,02% dari indikator mengorganisir kasus (ID2), 63,6% dari indikator mencari dan memprediksi pola (ID3), 64,23% dari indikator merumuskan konjektur (ID4), 63,28% dari indikator memvalidasi konjektur

(ID5), 62,97% dari indikator menggeneralisasikan pola (ID6), 64,45% dari indikator membenarkan konjektur (ID7). Sedangkan hasil analisis perindikator pada kelas eksperimen 2 yaitu 61,98% dari indikator mengamati kasus (ID1), 63,21% dari indikator mengorganisir kasus (ID2), 64,08% dari indikator mencari dan memprediksi pola (ID3), 63,25% dari indikator merumuskan konjektur (ID4), 64,24% dari indikator memvalidasi konjektur (ID5), 63,8% dari indikator menggeneralisasikan pola (ID6), 62,97% dari indikator membenarkan konjektur (ID7).

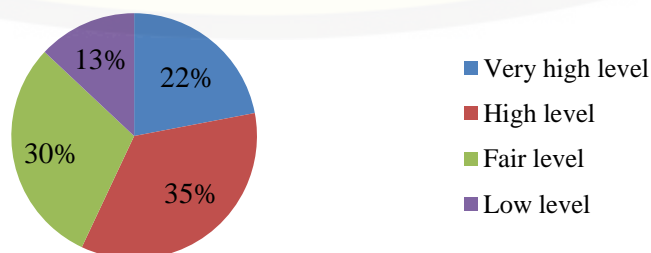
Hasil post-tes dari setiap indikator



Grafik 4. 8 Hasil *Post-test* dari Setiap Indikator

Berdasarkan hasil analisis *post-test* mahasiswa maka diperoleh persentase dari kelas kontrol sebagai berikut 22% berada pada kategori kurang *conjecturing* , 35% berada pada kategori cukup *conjecturing*, 30% berada pada kategori *conjecturing* dan 15% berada pada kategori sangat *conjecturing*.

Persentase Hasil post-test dari kelas kontrol



Grafik 4. 9 Persentase hasil post -test dari kelas kontrol

Jika grafik 4.9 diuraikan ke dalam setiap indikator maka hasil pre tes pada kelas kontrol dapat dilihat pada grafik 3. Pada indikator 1 (ID 1) yang membuat indikator mengamati terdiri dari dua sub indikator yaitu menggambar (1A) dan menamai (1B). Untuk sub indikator 1A terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 17 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggambar graf. Sub indikator 1B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 19 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Pada indikator 2 (ID 2) yang membuat indikator mengorganisir kasus yang terdiri dari dua sub indikator yaitu memberi label (2A) dan memperkirakan (2B). Untuk sub indikator 2A terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memberi label pada graf. Sedangkan 17 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 2B terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan. Sedangkan 20 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah.

Indikator 3 (LV 3) yang membuat indikator mencari dan memprediksi pola terdiri dari dua sub indikator yaitu menggali (3A) dan mempolakan (3B). Untuk sub indikator 3A terdapat 8 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dalam memperkirakan label pewarnaan. Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 3B terdapat 7 mahasiswa yang

memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam menentukan pola bobot titik pada graf. Sedangkan 24 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Indikator 4 (LV 4) yang membuat indikator merumuskan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu menentukan (4A) dan mengklasifikasikan (4B). Untuk sub indikator 4A terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 9 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 25 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menentukan *resolving diminution number*. Sub indikator 4B terdapat 7 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 24 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam mengklasifikasikan pola *resolving diminution number*.

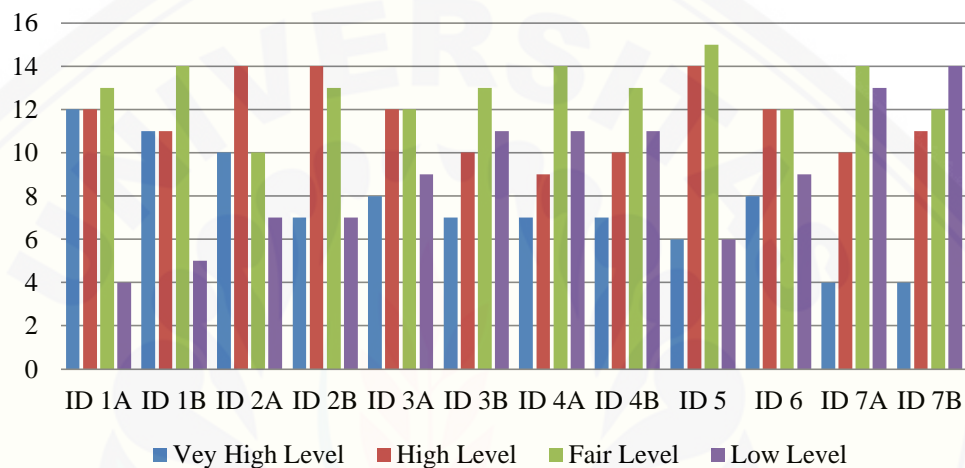
Pada indikator 5 (LV 5) yang membuat indikator memvalidasi konjektur terdapat 6 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam memvalidasi konjektur.

Pada indikator 6 (LV 6) yang membuat indikator menggeneralisasikan konjektur terdapat 8 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 21 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggeneralisasikan konjektur.

Indikator 7 (LV 7) yang membuat indikator membenarkan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu membenarkan (7A) dan membandingkan (7B). Untuk sub indikator 7A terdapat 4 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 27 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam

membenarkan konjektur yang telah dibuatnya. Sub indikator 7B terdapat 4 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 26 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membandingkan.

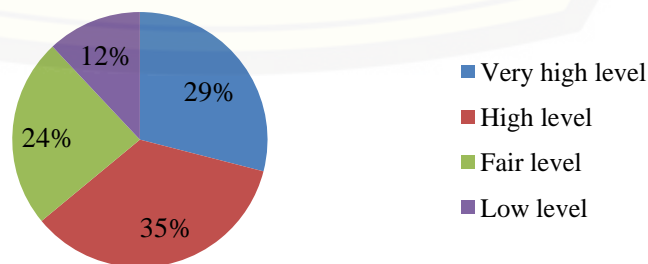
Hasil Post-test dari Kelas Kontrol



Grafik 4. 10 Rekapitulasi Hasil *Post-test* dari Kelas Kontrol

Berdasar grafik 4.10 pada kelas eksperimen sebagai berikut 29% berada pada kategori *conjecturing* sangat tinggi , 35% berada pada kategori *conjecturing* tinggi, 24% berada pada kategori *conjecturing* cukup dan 27% berada pada kategori *conjecturing* rendah.

Persentase Hasil Post-test dari Kelas Eksperimen 1



Grafik 4. 11 Persentase Hasil *Post-test* dari Kelas Eksperimen 1

Jika grafik 9 diuraikan ke dalam setiap indikator maka hasil pre tes pada kelas kontrol dapat dilihat pada grafik 3. Pada indikator 1 (ID1) yang membuat indikator mengamati terdiri dari dua sub indikator yaitu menggambar (1A) dan menamai (1B). Untuk sub indikator 1A terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 12 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggambar graf. Sub indikator 1B terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 12 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Pada indikator 2 (ID2) yang membuat indikator mengorganisir kasus yang terdiri dari dua sub indikator yaitu memberi label (2A) dan memperkirakan (2B). Untuk sub indikator 2A terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 13 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memberi label pada graf. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 2B terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah.

Indikator 3 (ID 3) yang membuat indikator mencari dan memprediksi pola terdiri dari dua sub indikator yaitu menggali (3A) dan mempolakan (3B). Untuk sub indikator 3A terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan *resolving domination number*. Sedangkan 17 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 3B terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa

memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam menentukan pola *resolving domination number* pada graf. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam *resolving domination number*.

Indikator 4 (ID4) yang membuat indikator merumuskan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu menentukan (4A) dan mengklasifikasikan (4B). Untuk sub indikator 4A terdapat 9 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menentukan *resolving domination number*. Sub indikator 4B terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 20 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam mengklasifikasikan pola *resolving domination number*.

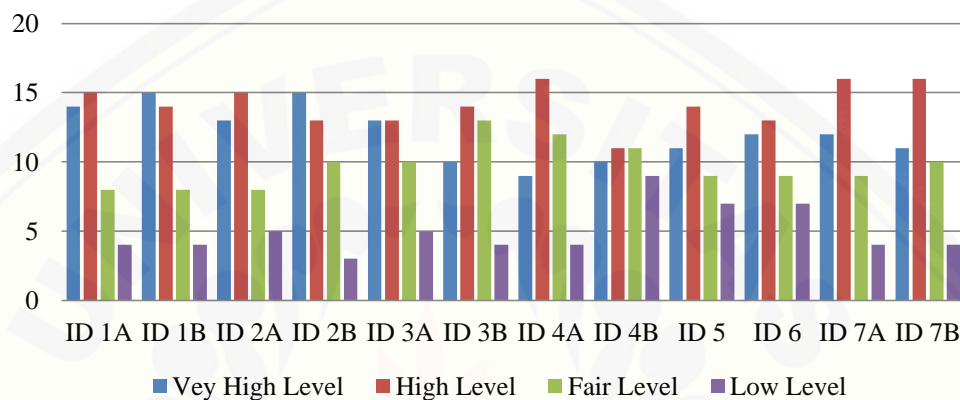
Pada indikator 5 (ID 5) yang membuat indikator memvalidasi konjektur terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 12 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam memvalidasi konjektur.

Pada indikator 6 (ID6) yang membuat indikator menggeneralisasikan konjektur terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 10 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 16 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggeneralisasikan konjektur.

Indikator 7 (ID7) yang membuat indikator membenarkan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu membenarkan (7A) dan membandingkan (7B). Untuk sub indikator 7A terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam

membenarkan konjektur yang telah dibuatnya. Sub indikator 7B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 11 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 24 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membandingkan.

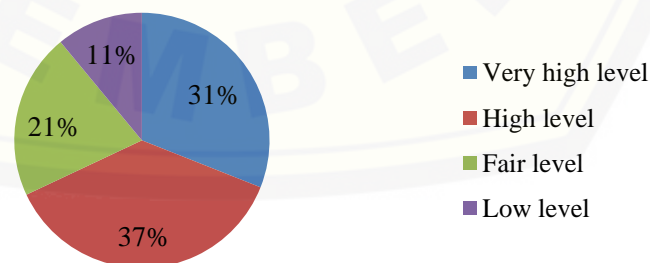
Rekapitulasi Hasil Post-test dari Kelas Eksperimen 1



Grafik 4. 12 Rekapitulasi Hasil *Post-test* dari Kelas Eksperimen 1

Berdasar grafik 4.12 pada kelas eksperimen sebagai berikut 31% berada pada kategori *conjecturing* sangat tinggi, 37% berada pada kategori *conjecturing* tinggi, 21% berada pada kategori *conjecturing* cukup dan 11% berada pada kategori *conjecturing* rendah.

Persentase Hasil Post-test dari Kelas Eksperimen 2



Grafik 4. 13 Persentase Hasil *Post-test* dari Kelas Eksperimen 2

Jika grafik 4.13 diuraikan ke dalam setiap indikator maka hasil *post-test* pada kelas eksperimen 2 dapat dilihat pada grafik 12. Pada indikator 1 (ID1)

yang membuat indikator mengamati terdiri dari dua sub indikator yaitu menggambar (1A) dan menamai (1B). Untuk sub indikator 1A terdapat 16 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 12 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggambar graf. Sub indikator 1B terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 16 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 12 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menamai graf yang diberikan.

Pada indikator 2 (ID2) yang membuat indikator mengorganisir kasus yang terdiri dari dua sub indikator yaitu memberi label (2A) dan memperkirakan (2B). Untuk sub indikator 2A terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 16 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memberi label pada graf. Sedangkan 12 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 2B terdapat 15 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan. Sedangkan 13 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah.

Indikator 3 (ID 3) yang membuat indikator mencari dan memprediksi pola terdiri dari dua sub indikator yaitu menggali (3A) dan mempolakan (3B). Untuk sub indikator 3A terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam memperkirakan *resolving domination number*. Sedangkan 14 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah. Sub indikator 3B terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 16 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi dalam menentukan pola *resolving domination number* pada graf. Sedangkan 14 mahasiswa lainnya ada dalam

kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam *resolving domination number*.

Indikator 4 (ID4) yang membuat indikator merumuskan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu menentukan (4A) dan mengklasifikasikan (4B). Untuk sub indikator 4A terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 17 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menentukan *resolving domination number*. Sub indikator 4B terdapat 10 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 14 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 19 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam mengklasifikasikan pola *resolving domination number*.

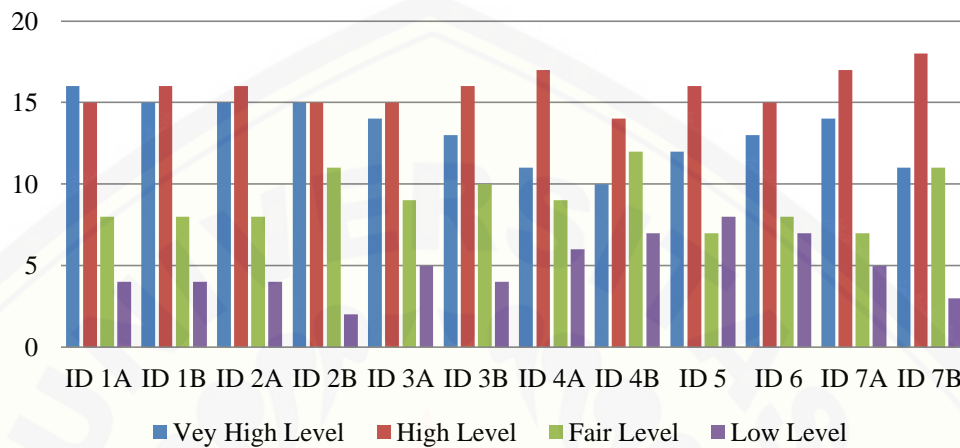
Pada indikator 5 (ID 5) yang membuat indikator memvalidasi konjektur terdapat 12 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 16 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam memvalidasi konjektur.

Pada indikator 6 (ID6) yang membuat indikator menggeneralisasikan konjektur terdapat 13 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 15 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam menggeneralisasikan konjektur.

Indikator 7 (ID7) yang membuat indikator membenarkan konjektur terdiri dari dua sub indikator yaitu membenarkan (7A) dan membandingkan (7B). Untuk sub indikator 7A terdapat 14 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 17 mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 15 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membenarkan konjektur yang telah dibuatnya. Sub indikator 7B terdapat 11 mahasiswa yang memiliki keterampilan *conjecturing* sangat tinggi dan 18

mahasiswa memiliki keterampilan *conjecturing* tinggi. Sedangkan 14 mahasiswa lainnya ada dalam kategori keterampilan *conjecturing* cukup dan rendah dalam membandingkan.

Rekapitulasi Hasil Post-test dari Kelas Eksperimen 2



Grafik 4. 14 Rekapitulasi Hasil *Post-test* dari Kelas Eksperimen 2

Berdasar hasil persentase dari setiap indikator pada kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2 menunjukkan bahwa terjadi peningkatan persentase nilai yang tinggi pada kelas eksperimen. Kelas eksperimen memiliki peningkatan persentase nilai dari pre tes ke pos tes lebih tinggi dibanding kelas kontrol. Presentase peningkatan nilai pada kelas eksperimen 1 dengan indikator 1 yaitu 10%; indikator 2 yaitu 11,66%; indikator 3 yaitu 11,39%; indikator 4 yaitu 13,61%; indikator 5 yaitu 10%; indikator 6 yaitu 12,22%; dan indikator 7 yaitu 11,66%. Untuk . Presentase peningkatan nilai pada kelas eksperimen 2 dengan indikator 1 yaitu 10%; indikator 2 yaitu 11,66%; indikator 3 yaitu 11,39%; indikator 4 yaitu 13,61%; indikator 5 yaitu 10%; indikator 6 yaitu 12,22%; dan indikator 7 yaitu 11,66%. Sedangkan pada kelas kontrol peningkatan persentase yang diperoleh lebih rendah dibandingkan dengan kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2 dengan gambaran pada indikator 1 yaitu 5,52%, indikator 2 yaitu 7,56%; indikator 3 yaitu 7,85%; indikator 4 yaitu 6,1%; indikator 5 yaitu 6,93% %; indikator 6 yaitu 6,39%; dan indikator 7 yaitu 9,88%.

4.3.3 Uji Hipotesis

Uji beda dari skor *post-test* keterampilan *conjecturing* mahasiswa antara kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa dengan menggunakan Anova dari kelas antara kelas kontrol, kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2 ada perbedaan yang signifikan pada hasil pretest dan dapat dilihat tersaji pada gambar 4.21 pada tabel tersebut menunjukkan

Luaran Anova

```

UJI-F (ANAVA 1 arah), X(G): Kelas Y: Nilai Data= impor
              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
datasetInput( [, input$var.g2]  2    1578    789.1   31.87 7.32e-12 ***
Residuals      122    3020    24.8
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Gambar 4. 21 Luaran Anova hasil *post-test* kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2

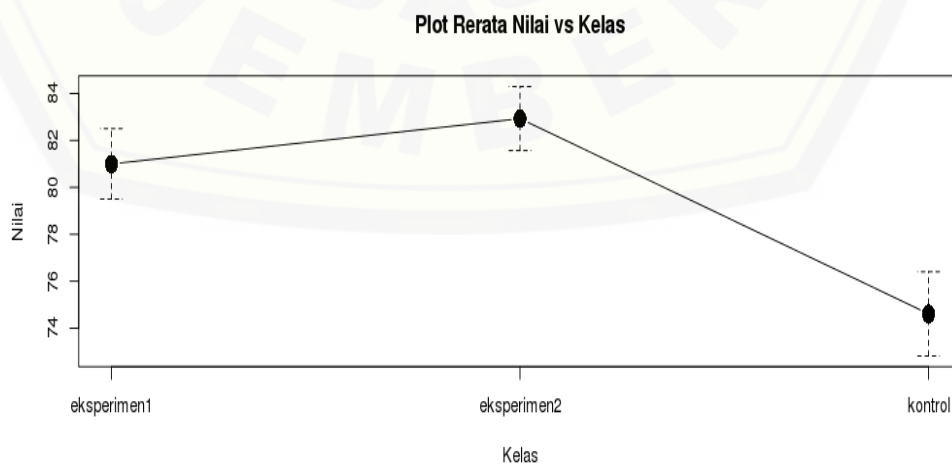
Rerata Kelompok
Mean dan standar deviasi perkelompok

```

Mean dan Sd Grup; Data= impor Respon= Nilai Grup= Kelas
              mean      sd data:n
eksperimen1 81.00000 4.759202    41
eksperimen2 82.93023 4.426088    43
kontrol      74.60976 5.682772    41

```

Gambar 4. 22 Rerata kelompok hasil *post-test* kelas kontrol, eksperimen 1 dan eksperimen 2



Gambar 4. 23 Plot Rerata hasil pretest per kelas

Berdasarkan gambar 4.22 skor rata-rata di kelas kontrol adalah 74.61 sementara di kelas eksperimen1 adalah 82.00 dan kelas eksperimen 2 adalah 82.93. Sedangkan untuk melihat signifikansi dari ketiga kelas dapat dilihat pada gambar 4.23, yaitu menunjukkan bahwa pada kelas kontrol memiliki perbedaan yang signifikan dengan kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2 ditunjukkan dengan tidak adanya tumpang tindih (*overlap*). Sedangkan pada kelas eksperimen 1 dan kelas eksperimen 2 ada perbedaan namun tidak signifikan.

Dengan kriteria pengujian terima H_0 jika nilai signifikansi atau nilai probabilitas > 0.05 maka H_0 diterima dan H_1 jika nilai signifikansi atau nilai probabilitas < 0.05 , maka H_0 ditolak.

Hipotesis:

H_0 : tidak ada pengaruh *discovery learning* terhadap keterampilan *conjecturing* mahasiswa

H_1 : ada pengaruh *discovery learning* terhadap keterampilan *conjecturing* mahasiswa

Berdasarkan gambar 4.21 diketahui bahwa p-value $< 0,05$ maka H_0 ditolak, artinya bahwa ada pengaruh *discovery learning* terhadap keterampilan *conjecturing* mahasiswa

Dari output diatas dapat diambil keputusan untuk tolak hipotesis nul karena nilai F hitung (F value) lebih besar dari F tabel atau dapat dilihat dari nilai probability-nya yang lebih kecil dari 0,05. Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada tingkat signifikansi 95% terdapat perbedaan rata-rata daya serap.

Pada akhir pembelajaran dilakukan *post-test* guna mengetahui kemampuan akhir mahasiswa setelah diterapkan pembelajara pada kelas masing-masing. *Post-test* yang digunakan pada penelitian ini berupa tes akhir riset. Hasil analisis menunjukkan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara kelas kontrol dan kelas eksperimen. Jika dibandingkan dengan model lain, *discovery learning* dalam penelitian ini memperoleh rata-rata nilai yang lebih tinggi dibanding model konvensional yang diterapkan di kelas kontrol. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil rata-rata yang dihasilkan pada *post-test* menunjukkan bahwa nilai *post-test* dikelas eksperimen lebih tinggi dibanding kelas kontrol. Kelas eksperimen 1 sebesar

81,02, kelas eksperimen 2 sebesar 82,93, sedangkan kelas kontrol memiliki rata-rata 74.68.

4.3.4 Aktivitas *Discovery Learning*

Pengembangan perangkat berbasis *discovery learning* yang bertujuan untuk menganalisis keterampilan *conjecturing* mahasiswa maka dalam LKM yang dikembangkan telah memuat aktivitas riset dan indikator keterampilan *conjecturing*. Aktivitas *discovery learning* dan indikator keterampilan *conjecturing* ada dalam setiap langkah penyelesaian dalam LKM yang dikembangkan oleh peneliti guna melatih mahasiswa untuk keterampilan *conjecturing* mahasiswa. Adapun aktivitas yang dilakukan pada penelitian ini yaitu pemberian rangsang, identifikasi masalah, pengumpulan data, pengolahan data, pembuktian serta menulis laporan hasil riset.

Percobaan II

Tuliskan kardinalitas graf yang meliputi pelabelan titik, sisi, jumlah titik, dan jumlah sisi dari graf di bawah ini !

x_1
 x_2

y_1
 y_2

BK3P1

$V = \{ \dots \dots \dots \}$
 $|V| = \dots \dots \dots$
 $E = \{ \dots \dots \dots \}$
 $|E| = \dots \dots \dots$

Buatlah graf khusus kemudian carilah vertex dan edge dari graf yang telah ditemukan!

Gambar 4. 24 Temuan Sebelumnya

Aktivitas *discovery learning* yang pertama yaitu pemberian rangsangan, pengajar menginformasikan tujuan pembelajaran, mendeskripsikan kebutuhan logistik penting dan memotivasi peserta didik untuk terlibat dalam kegiatan pemecahan masalah. Dilanjutkan dengan identifikasi masalah . Pada aktivitas ini mahasiswa akan dikenalkan dan diperlihatkan terkait temuan sebelumnya. Sebab

sebelum menyelesaikan suatu permasalahan sebaiknya mahasiswa terlebih dahulu dikenalkan pada masalah yang akan menjadi topik riset. Adapun masalah yang diambil pada penelitian ini yaitu *resolving domination number*. Masalah yang dipilih dalam penelitian ini bersumber dari jurnal penelitian yang ditulis oleh Adawiyah R, dkk yang berjudul *Related Wheel Graphs and Its Locating Edge* dan Dafik dkk yang berjudul *On the Locating Edge Domination Number of Comb Product of Graphs*. Tujuan dari penelitian ini yaitu mahasiswa nantinya dapat menemukan *resolving domination number* pada graf baru. Pada aktivitas ini mahasiswa juga diharapkan mampu mengembangkan strategi untuk memecahkan permasalahan. Adapun aktivitas memahami masalah dan mengembangkan strategi pemecahan masalah tersaji pada gambar 4.5. Setelah menunjukkan hasil penelitian terdahulu maka pada gambar 4.5 juga terdapat masalah yang harus diselesaikan oleh mahasiswa dan aktivitas mahasiswa berikutnya yaitu mengidentifikasi masalah.

Berikutnya mahasiswa akan mengumpulkan data yang nantinya membantu mahasiswa dalam menganalisis pola bilangan kromatik. Mahasiswa mengumpulkan data untuk menemukan *resolving domination number* dari suatu graf dengan cara mengikuti seluruh petunjuk yang ada di LKM. Data pertama yang harus dikumpulkan oleh mahasiswa ada pada riset 1 yaitu kardinalitas dari graf. Pada riset 1 juga memuat indikator keterampilan *conjecturing* mengamati kasus, pada riset ini mahasiswa dilatih untuk menentukan kardinalitas dari graf Friendship. Mahasiswa diminta untuk mencari banyak titik dan banyak sisi pada graf lintasan kemudian menamai setiap titik yang ada pada graf dan terakhir mahasiswa diminta untuk mencari fungsi label sisi dan label titik dari suatu graf. Kegiatan ini bertujuan menunjukkan pada mahasiswa bahwa notasi yang diberikan pada graf akan mempengaruhi dalam penulisan himpunan titik dan himpunan sisinya.

> Gambar P.1 adalah graf friendship F_2
 > Pelabelan titik dan sisi pada graf tersebut:

$$V = \{z\} \cup \{u_{ij} ; 1 \leq i \leq n ; 1 \leq j \leq 2\}$$

$$E = \{zu_{i1}, zu_{i2} ; 1 \leq i \leq n\} \cup \{u_{i1}u_{i2} ; 1 \leq i \leq n\}$$

> Maka fungsi label titik dan sisi pada graf tersebut :
 $V = \{z\} \cup \{u_{ij} ; 1 \leq i \leq n, \text{ sehingga } |V| = 2n + 1$
 $\{u_{ij} ; 1 \leq j \leq 2\}$ sehingga $|E| = 3n$

$$E = \{zu_{i1}, zu_{i2} ; 1 \leq i \leq n\} \cup \{u_{i1}u_{i2} ; 1 \leq i \leq n\}$$

Gambar 4. 25 Riset 1

Pengumpulan data yang kedua termuat pada riset 2. Adapun indikator keterampilan *conjecturing* pada riset ini yaitu mengamati dan mengorganisir kasus. Aktivitas yang dilakukan mahasiswa pada riset 2 yaitu mahasiswa mulai dilatih untuk menentukan resolving domination number, namun sebelumnya mahasiswa harus menentukan kardinalitas dari graf friendship. Untuk mempermudah mahasiswa dalam mencari *resolving domination number* , pada LKM mahasiswa dapat menggunakan tabel penjumlahan. Penggunaan tabel penjumlahan merupakan salah satu strategi untuk mempermudah mahasiswa dalam menemukan *resolving domination number*. Setelah menemukan *resolving domination number*., mahasiswa mengecek apakah *resolving domination number* yang ditemukannya telah memenuhi syarat atau belum. Kegiatan pada riset 2 bertujuan menunjukkan pada mahasiswa bahwa label pewarnaan sisi berpengaruh pada bobot titik suatu graf. Adapun data yang nantinya akan diperoleh mahasiswa yaitu *resolving domination number* untuk $n \geq 2$. Hasil pekerjaan mahasiswa dapat dilihat pada gambar 4.7.

Daftarlah *resolving domination number* dari graf Friendship $\gamma_r(F_n)$ sebanyak banyaknya dari graf friendship untuk $n \geq 2$, kemudian tuliskan pada tabel

Penyelesaian

F_n untuk $n = \dots$	$\gamma_r(F_n)$	F_n untuk $n = \dots$	$\gamma_r(F_n)$
F_2	2	F_{11}	11
F_3	3	F_{12}	12
F_4	4	F_{13}	13
F_5	5	F_{14}	14
F_6	6	F_{15}	15
F_7	7	F_{16}	16
F_8	8	F_{17}	17
F_9	9	F_{18}	18
F_{10}	10	F_{19}	19


Gambar 4. 26 Riset 2

Pada tahap data yang dikumpulkan mahasiswa akan digunakan untuk menemukan fungsi umum bilangan kromatik *resolving domination number* γ_r dari graf friendship. Riset 4 juga memuat indikator keterampilan *conjecturing* mencari dan memprediksi pola. Riset ini akan melatih mahasiswa untuk menemukan pola pada bilangan kromatik pada bila graf tersebut di ekspan. Mahasiswa diminta mendaftar bilangan kromatik sebanyak-banyaknya dari graf lintasan untuk memudahkan mahasiswa dalam menemukan pola.

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Ayo mencoba!

Amatilah gambar P.5 graf Cycle, C_4



Gambar P.5

Petunjuk Pengerjaan

- Berilah simbol disetiap titik pada graf
- Tentukan nilai kardinalitas yang meliputi pelabelan titik, sisi, jumlah titik dan sisi
- Tentukan himpunan *dominating metric dimensions*

Penyelesaian:

Gambar 4. 27 Riset 8 dan 9

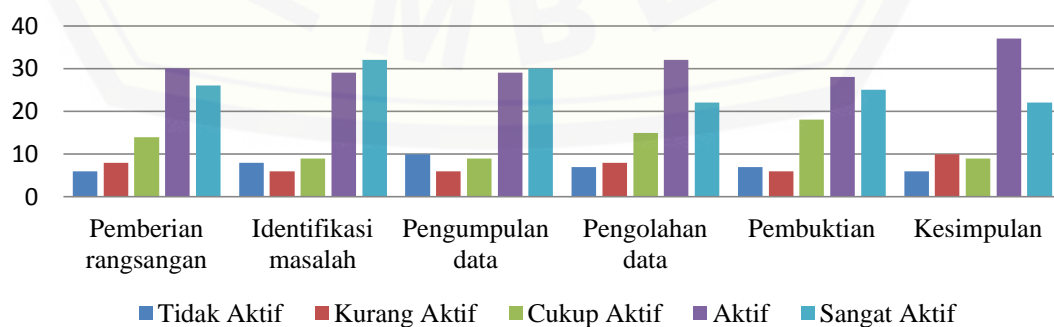
Aktivitas discovery learning terakhir yang harus dilakukan oleh mahasiswa yaitu menemukan *resolving domination number* dari suatu graf namun harus berbeda dengan hasil penelitian terdahulu. Hasil temuan mahasiswa dipresentasikan di depan kelas dan ke dalam monograf.

Berikutnya mahasiswa diminta menuliskan kesimpulan dan aktivitas riset yang dilakukan pada tahapan ini yaitu menuliskan hasil pekerjaan mahasiswa, tersaji pada gambar 4.14. Namun untuk laporan hasil temuan mahasiswa dirangkum dalam monograf.

Aktivitas *discovery learning* dan indikator keterampilan *conjecturing* yang telah dimuat pada LKM bertujuan melatih keterampilan *conjecturing* mahasiswa dan sekaligus menjadi langkah-langkah penelitian dalam kajian *resolving domination number*. Sedangkan tugas akhir yang diberikan pada LKM bertujuan untuk menemukan temuan baru dalam kajian *resolving domination number*. Semua temuan mahasiswa akan dirangkum dalam monograf.

Berdasarkan hasil observasi terhadap aktivitas mahasiswa dalam menyelesaikan *resolving domination number* melalui penerapan pembelajaran berbasis penelitian bahwa ada dampak yang signifikan dari implementasi pembelajaran berbasis penelitian dalam meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa dalam memecahkan masalah *resolving domination number*. Hal ini sejalan dengan (Suntusia, 2019) penelitian tersebut menemukan bahwa ada pengaruh yang signifikan dari implementasi pembelajaran berbasis penelitian terhadap prestasi mahasiswa.

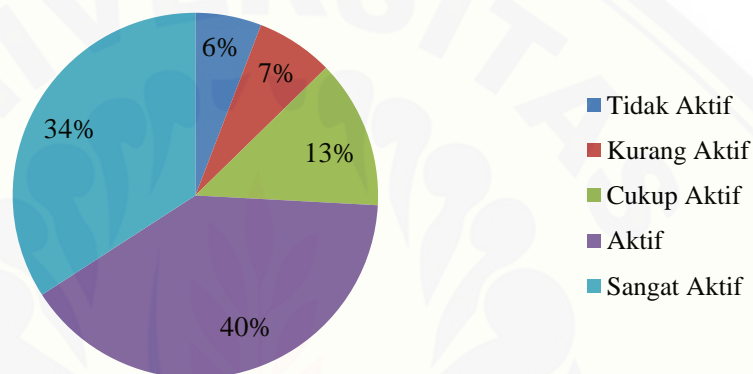
Distribusi Aktivitas Mahasiswa Selama Penerapan Discovery Learning



Grafik 4. 15 Distribusi Aktivitas Mahasiswa Selama Penerapan Discovery Learning

Aktivitas mahasiswa menunjukkan hasil yang positif. Distribusi kegiatan mahasiswa selama pelaksanaan pembelajaran berbasis penelitian di kelas eksperimen menunjukkan 8.7% siswa sangat tidak aktif, 8.7% siswa tidak aktif, 14.7% siswa cukup aktif, 36% siswa aktif, 31% siswa aktif sangat aktif. Fakta menunjukkan linearitas penelitian ini dengan penelitian lain tentang implementasi atau pembelajaran berbasis penelitian (Schunk, 2012).

**Distribusi Aktivitas Mahasiswa Selama Penerapan
Discovery Learning**



Grafik 4. 16 Persentase Distribusi Aktivitas Discovery learning

Berdasarkan grafik 4.12 itu mengungkapkan bahwa mahasiswa menjadi kompeten dalam mendapatkan *resolving domination number* seminimal mungkin. Kompetensi ini berkembang selama implementasi pembelajaran berbasis penelitian. Hal ini menunjukkan *discovery learning* dapat digunakan sebagai model alternatif untuk memiliki keterampilan *conjecturing* yang baik dari mahasiswa sedemikian rupa sehingga mahasiswa dapat menyumbang kebaruan pengetahuan selama proses kelas. Ini juga bertemu dengan penelitian yang dilakukan oleh (Anggraini, 2019) menyatakan bahwa *discovery leaning* dapat meningkatkan keterampilan penelitian mahasiswa. Akhirnya kami merekomendasikan penggunaan pembelajaran berbasis penelitian di setiap mata pelajaran lanjutan.

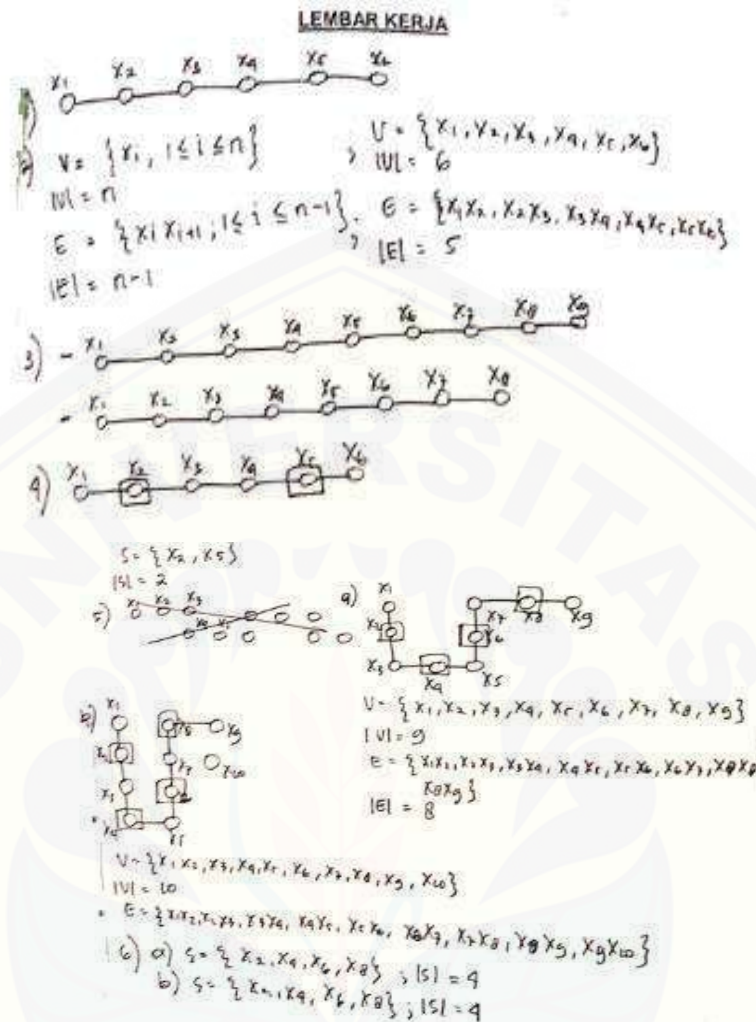
4.4 Potret Fase

Potret fase merupakan gambaran dari alur berfikir mahasiswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam penelitian ini, potret fase mahasiswa didasarkan pada ketrampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan *resolving domination number* pada suatu graf yang berbasis *discovery learning*. Analisis lembar kerja ini dilakukan untuk mengetahui proses penyelesaian lembar kerja mahasiswa sehingga menghasilkan sebuah penyelesaian akhir, untuk menguatkan penyelesaian lembar kerja ini, hasil lembar kerja dikaitkan dengan data wawancara dan observasi. Dari data yang dideskripsikan berdasarkan pada langkah-langkah model *discovery learning*, proses penaksiran mahasiswa dalam pemecahan masalah di mulai dengan langkah-langkah tindakan yaitu pemberian rangsang (*stimulation*), identifikasi masalah (*problem statement*), pengolahan data (*data processing*), *generalization* (menarik kesimpulan) kemudian mahasiswa menginternalisasi tindakan menjadi prosa dengan menemukan, memprediksi pola dan menemukan fungsi dari graf khusus yang ditemukan.

Setelah mahasiswa menyelesaikan *post-test*, peneliti mengelompokkan hasil pekerjaan mahasiswa ke dalam 4 kategori yaitu keterampilan *conjecturing* rendah, sedang, tinggi dan sangat tinggi. Berdasarkan hasil pekerjaan mahasiswa tersebut untuk mengetahui alur berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan tersebut maka peneliti melakukan wawancara terhadap hasil pekerjaan mahasiswa.

a) Mahasiswa 1 (O1) dengan keterampilan sangat *conjecturing*

Hasil pekerjaan yang pertama yaitu pekerjaan mahasiswa 1 (O1) dengan keterampilan sangat *conjecturing*. O1 dapat menentukan kardinalitas dan menemukan *resolving domination number* pada graf hingga dapat menyelesaikan *post-test* yang diberikan. Hasil pekerjaan O1 tersaji pada gambar 4.15.



Gambar 4. 28 Hasil Pekerjaan O1

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O1 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O1 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai. Berikut hasil pekerjaan dan petikan hasil wawancara dengan O1 :

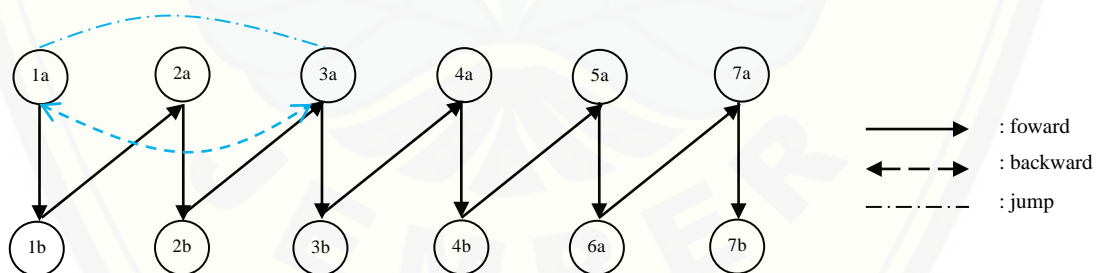
- Peneliti : Apa yang Anda paham setelah membaca permasalahan ini?
- Mahasiswa 1 : Pada saat mengerjakan pre-test awal saya tidak terlalu memahami bagaaimana untuk mengerjakannya. Namun, dengan berlatih menggunakan LKM yang diberikan jadi lebih mudah dalam menentukan *resolving domination*

number dari suatu graf

- Peneliti : Apakah Anda menemukan jawabannya?
- Mahasiswa 1 : Iya bu.
- Peneliti : Bagaimana kamu menemukannya? Dapatkah Anda menjelaskan langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?
- Mahasiswa 1 : Pada saya memperkirakan terlebih dahulu dulu bu, kira-kira dimana saja saya bisa meletakkan titik yang mendominasi yang paling minimum dengan memiliki jarak yang berbeda di setiap titiknya. Setelah mendapatkan gambar dari graf gambarannya, saya baru mencari kardinalitas dari graf terlebih dahulu kemudian Saya memberi label graf sesuai dengan definisi dari *resolving domination number* . Lalu saya mengecek kembali apakah titik yang saya temukan sudah memenuhi syarat bahwa jumlah titik tersebut sudah paling minimal dan mempunyai jarak yang berbeda dengan cara membuat tabel.
- Peneliti : Untuk mempermudah Anda dalam menyelesaikan permasalahan ini, Apa saja cara yang Anda gunakan?
- Mahasiswa 1 : Saya membuat berbagai kemungkinan untuk menemukan titik mendominasi yang minimal dan membuat tabel untuk menguji apakah pekerjaan saya sudah memenuhi syarat *resolving domination number* atau belum.
- Peneliti : Dalam mengerjakan permasalahan ini, apakah Anda mengalami kesulitan ?
- Mahasiswa 1 : Iya bu
- Peneliti : Kesulitan apa yang Anda alami?
- Mahasiswa 1 : Membuat fungsinya bu, karna menemukan polanya harus teliti dan sabar menurut saya.

Petikan wawancara diatas wawancara digunakan untuk mengeksplor langkah pemikiran O1 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai. O1 berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan serta mampu menggambar graf, memberikan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number* , mengekspan graf hingga menentukan fungsi umum bilangan kromatik *resolving domination number* dari graf tersebut. Selain itu O1 juga bisa menyebutkan bahwa masalah yang dicari adalah *resolving domination number* . O1 membuat berbagai kemungkinan untuk memastikan titik yang telah ditemukannya sudah minimal dan membuat tabel untuk menguji syarat *metric dimension* telah dipenuhi atau belum.

Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.16 menunjukkan bahwa O1 mengerjakan masalah *resolving domination number* tidak memulainya dari sub indikator menggambar namun ia mulai dari memperkirakan oleh sebab itu O1 melakukan loncatan dari sub indikator 1a ke 3a. Kemudian O1 kembali ke sub indikator 1a untuk menggambar graf dan menentukan kardinalitasnya. Setelah itu mahasiswa menyelesaikan masalah dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang ada.

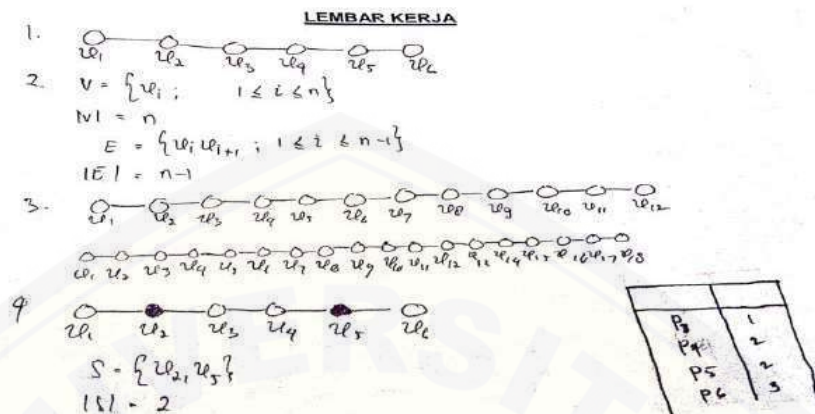


Gambar 4. 29 Hasil Potret Fase O1

b) Mahasiswa 2 (O2) dengan keterampilan *conjecturing*

Hasil pekerjaan yang kedua yaitu pekerjaan mahasiswa 2 (O2) dengan keterampilan *conjecturing* (sedang). O2 dapat menemukan warna minimum yang digunakan untuk mewarnai titik pada graf dan semua definisi *resolving domination number* terpenuhi serta dapat mengekspan graf namun tidak

dapat menemukan *resolving domination number* –nya setelah di ekspan. Hasil pekerjaan mahasiswa 2 disajikan pada gambar 4.17 :



Gambar 4. 30 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 2

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O2 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O2 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai. Berikut hasil pekerjaan dan petikan hasil wawancara dengan O2 :

Berikut hasil wawancara dengan mahasiswa 2 :

Peneliti : Apa yang Anda pahami setelah membaca permasalahan ini?

Mahasiswa 2 : Paham bu, saya harus menentukan bobot titik yang mendominasi dari suatu graf yang mempunyai jarak yang berbeda.

Peneliti : Apakah kamu menemukannya?

Mahasiswa 2 : Ya saya temukan bu, tapi saya belum yakin apakah pekerjaan yang sudah saya benar atau salah

Peneliti : Bagaimana kamu mengeceknya? Dapatkah Anda menjelaskan langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 2 : Pertama saya gambar grafnya dulu bu terus saya beri nama titik-titik pada grafnya. Setelah itu saya mencoba untuk menentukan titik yang mendominasi pada graf sedemikian hingga titiknya minimal. Lalu saya mengecek

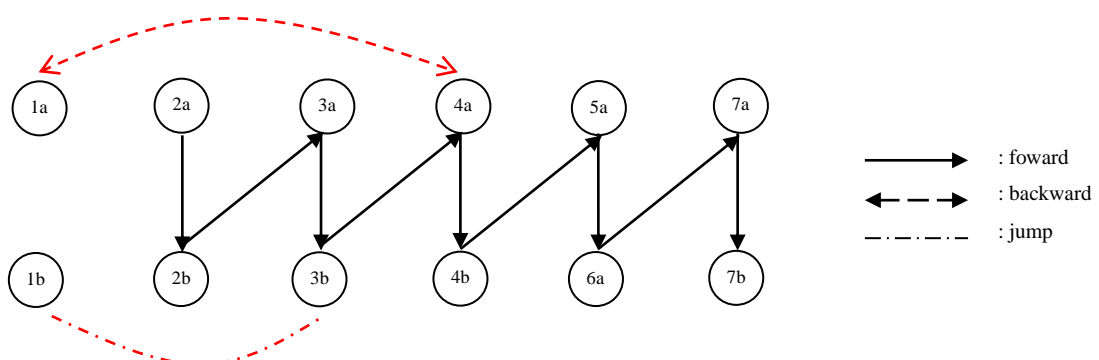
apakah bobot titik yang saya temukan sudah memenuhi syarat atau belum. Baru setelah itu saya cari kardinalitasnya bu.

Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 2 : Saya mengalami kesulitan saat menentukan bentuk umum titik yang mendominasi dengan jarak yang berbeda jika graf tersebut di ekspan.

Dari wawaancara diatas dapat dilihat bahwa O2 berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. O2 mampu menggambar graf, memberikan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number* , mengekspan graf namun O2 tidak bisa menentukan fungsi umum bilangan kromatik *resolving domination number* dari graf tersebut. Selain itu O2 juga dapat menyebutkan bahwa masalah yang dicari adalah *resolving domination number* dari suatu graf walaupun tidak secara langsung menyebutkan *resolving domination number* . O2 membuat membuat tabel yang berisi titik yang mendominasi dari graf lintasan yang berhasil O2 temukan.

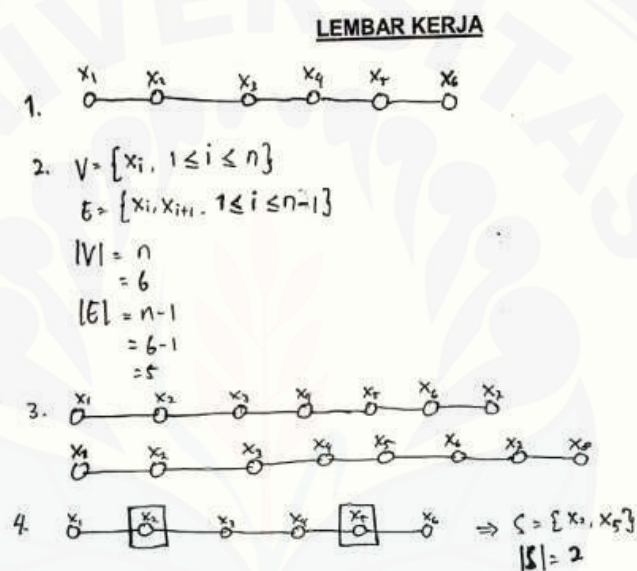
Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.18 menunjukkan bahwa O2 mengerjakan masalah *resolving domination number* tidak memulainya dari sub indikator menggambar namun ia mulai dari menggambar graf dan menamainya kemudian langsung memperkirakan label pewarnaan sisi tanpa menentukan kardinalitas terlebih dahulu oleh sebab itu O2 melakukan loncatan dari sub indikator 1b ke 3b. Kemudian O2 kembali ke sub indikator 1b untuk menentukan kardinalitas graf. Setelah itu mahasiswa menyelesaikan masalah dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang ada.



Gambar 4. 31 Potret fase O2

c) Mahasiswa 3 (O3) dengan keterampilan cukup *conjecturing*

Hasil pekerjaan yang ketiga yaitu pekerjaan mahasiswa 3 (O3) dengan keterampilan cukup *conjecturing*. O3 dapat menemukan titik minimum yang mendominasi pada graf dan semua definisi *resolving domination number* terpenuhi serta O3 dapat menyelesaikan *post-test* yang diberikan. Gambar hasil pekerjaan O3 tersaji pada gambar 4.19.



Gambar 4. 32 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 3

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O3 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O 3 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai.

Berikut hasil wawancara dengan mahasiswa 3:

Peneliti : Apa yang Anda pahami setelah membaca permasalahan ini?

Mahasiswa 3 : menentukan resolving domination number ya bu?

Peneliti : Betul, Apakah kamu menemukannya?

Mahasiswa 3 : Ya saya temukan bu, tapi saya gak bisa baagaimana cara ekspannya

Peneliti : Apakah langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

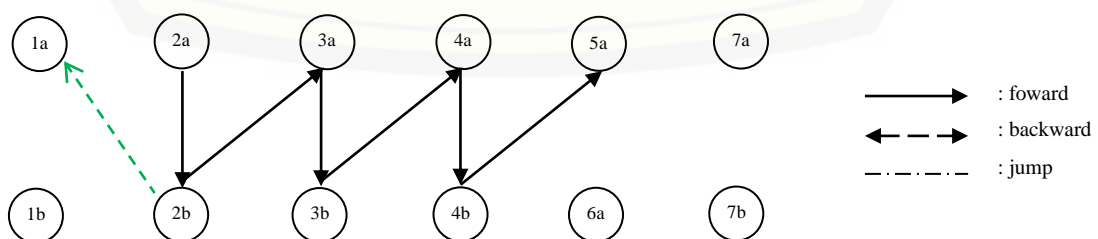
Mahasiswa 3 : Saya cari kardinalitasnya dulu bu. Terus agar lebih mudah saya gambar lagi grafnya untuk saya tentukan titik mana yang bisa mendominasi titik lainnya pada graf yang paling minimal.

Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 3 : Saya mengalami keesulitan saat menemukan ekspanya bu. Saya gak tau gimana caranya.

Mahasiswa 3 (O3) berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. M3 mampu menggambar graf, memberikan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number* namun tidak bisa mengekspan graf dan menentukan karena kesulitan bagaimana cara mengekspannya Selain itu O3 juga bisa menyebutkan bahwa masalah yang dicari adalah *resolving domination number*.

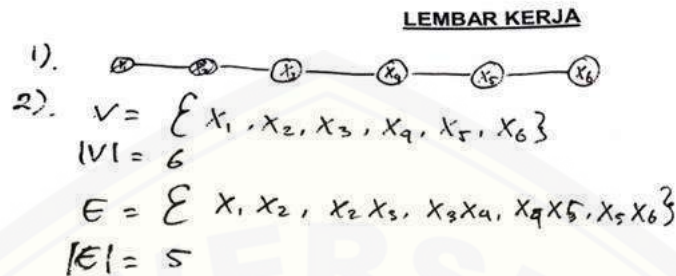
Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.20 menunjukkan bahwa O3 mengerjakan masalah *resolving domination number* mulainya dari sub indikator menggambar, menamai grafnya dan menentukan kardinalitasnya kemudian O3 menggambar kembali untuk mempermudah dalam memperkirakan label pewarnaan sisi oleh sebab itu O3 dari sub indikator 2b kembali ke sub indikator 1a. Setelah itu mahasiswa menyelesaikan masalah dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang ada.



Gambar 4. 33 Potret fase O3

d) Mahasiswa 4 (O 4) dengan keterampilan kurang *conjecturing*

Hasil pekerjaan yang keempat yaitu pekerjaan mahasiswa 4 (O 4) dengan keterampilan kurang *conjecturing*. O4 dapat menggambar graf dan menentukan kardinalitasnya. Hasil pekerjaan O4 tersaji pada gambar 4.21.



Gambar 4. 34 Hasil Pekerjaan O 4

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O4 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O4 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai.

Berikut hasil wawancara dengan mahasiswa 4 :

Peneliti : Apa yang Anda pahami setelah membaca permasalahan ini?

Mahasiswa 4 : oh, yang diminta untuk mencari titik-titik yang di graf itu ya bu?

Peneliti : Apakah kamu menemukannya?

Mahasiswa 4 : Tidak bu

Peneliti : Langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 4 : Saya menggambar grafnya kemudian saya namai setiap titiknya. Terakhir saya cari kardinalitasnya, tapi itupun saya tidak dapat menemukannya

Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?

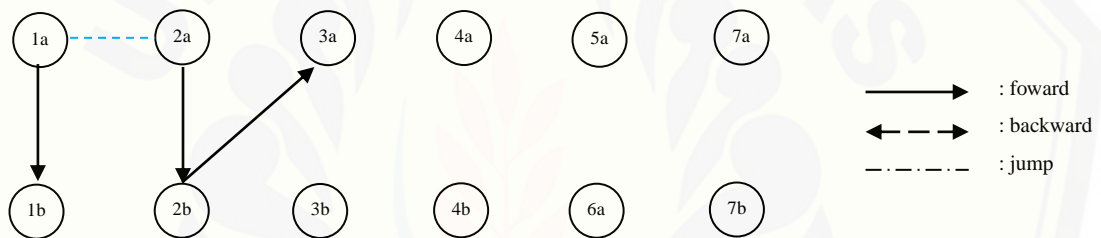
Mahasiswa 4 : Iya bu

Peneliti : Kesulitan apa yang Anda alami?

Mahasiswa 4 : Saya kebingungan meletakkan semua angka itu. Saya tidak bisa memahaminya.

Mahasiswa 4 (O4) tidak berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. O4 mampu menggambar graf saja. Mahasiswa kesulitan dalam meletakkan titik yang mendominasi, hal tersebut disebabkan karena O4 tidak memahami definisi *resolving domination number*.

Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.22 menunjukkan bahwa O4 mengerjakan masalah *resolving domination number* mulainya dari sub indikator menggambar, menamai grafnya dan menentukan kardinalitasnya artinya O4 menyelesaikan masalah dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang ada.

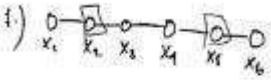


Gambar 4. 35 Potret fase O4

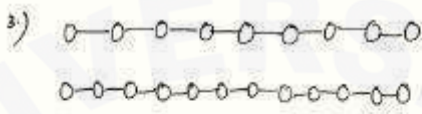
e) Mahasiswa 5 (O5) dengan keterampilan sangat *conjecturing*

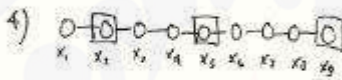
Hasil pekerjaan yang kelima yaitu pekerjaan mahasiswa 5 (O5) dengan keterampilan sangat *conjecturing*. M5 dapat menggambar graf, menentukan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number*, mengekspan graf kemudian menentukan bilangan kromatiknya serta menentukan fungsi umum bilangan kromatik *resolving domination number* pada graf lintasan. Warna yang digunakan untuk mewarnai titik pada graf juga minimum dan semua definisi *resolving domination number* terpenuhi serta O5 dapat menyelesaikan *post-test* yang diberikan hingga membuat fungsi bilangan kromatik. Gambar hasil pekerjaan mahasiswa disajikan pada gambar 4.23.

LEMBAR KERJA

1) 

2) $V = \{x_i / 1 \leq i \leq n\} \rightarrow \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$
 $E = \{x_i x_{i+1} / 1 \leq i \leq n-1\} \rightarrow \{x_1 x_2, x_2 x_3, x_3 x_4, x_4 x_5, x_5 x_6\}$
 $|V| = n = 6$
 $|E| = n-1 = 5$

3) 

4) 

P_3	1
P_4	2
P_5	2
P_6	2
P_7	3
P_8	3
P_9	3

$x_1 = \{1, 1, 0\}$ $x_4 = \{2, 1, 5\}$ $x_7 = \{5, 2, 2\}$
 $x_2 = \{0, 3, 7\}$ $x_5 = \{0, 3, 4\}$ $x_8 = \{6, 3, 1\}$
 $x_3 = \{1, 2, 6\}$ $x_6 = \{1, 1, 3\}$ $x_9 = \{7, 1, 0\}$

Gambar 4. 36 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 5

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O5 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O5 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai.

Berikut hasil wawancara dengan mahasiswa 5:

Peneliti : Apa yang Anda pahami setelah membaca permasalahan ini?

Mahasiswa 5 : Menentukan *resolving domination number* dari graf, Pada awalnya saya kurang memahami, tapi akhirnya saya bisa bu.

Peneliti : Apakah kamu menemukannya?

Mahasiswa 5 : Ya bu, saya bisa menemukannya

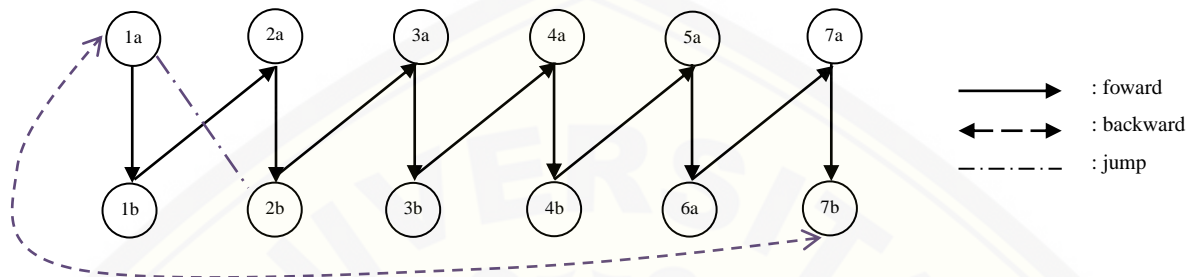
Peneliti : Apakah langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

- Mahasiswa 5 : Langkah pertama, saya coba untuk meletakkan titik yang mendominasi pada graf sesuai dengan definisi dari *resolving domination number* . Kemudian saya mencari *resolving domination number* dari graf yang sudah diekspan. Untuk mengecek apakah pekerjaan yang saya lakukan sudah benar atau belum, saya menggambar lagi graf lintasan dengan sembarang n . Setelah saya pastikan benar, baru saya salin dikertas jawaban saya bu.
- Peneliti : Bagaimana cara Anda meletakkan semua angka itu?
- Mahasiswa 5 : Saya sesuaikan dengan definisi yang ada di LKM bu.
- Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?
- Mahasiswa 5 : Sedikit
- Peneliti : Kesulitan apa yang Anda alami?
- Mahasiswa 5 : Saya kebingungan menentukan fungsinya tapi saya bisa selesaikan walaupun agak lama.

Wawancara digunakan untuk mengeksplor langkah pemikiran O5 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai. Mahasiswa 5 berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. O5 mampu menggambar graf, memberikan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number* , mengekspan graf hingga menentukan fungsi umum bilangan kromatik *resolving domination number* dari graf tersebut. Selain itu O5 juga bisa menyebutkan bahwa masalah yang dicari adalah *resolving domination number* . M5 membuat berbagai kemungkinan untuk memastikan bahwa titik yang telah ditemukannya sudah minimal dan membuat tabel untuk menguji syarat *resolving domination number* telah dipenuhi atau belum.

Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.24 menunjukkan bahwa O5 mengerjakan masalah *resolving domination number* tidak memulainya dari sub indikator menggambar namun ia mulai dari memperkirakan sisi oleh sebab itu O5 melakukan loncatan dari sub indikator 1a ke 2b. Kemudian O5 menyelesaikan masalah

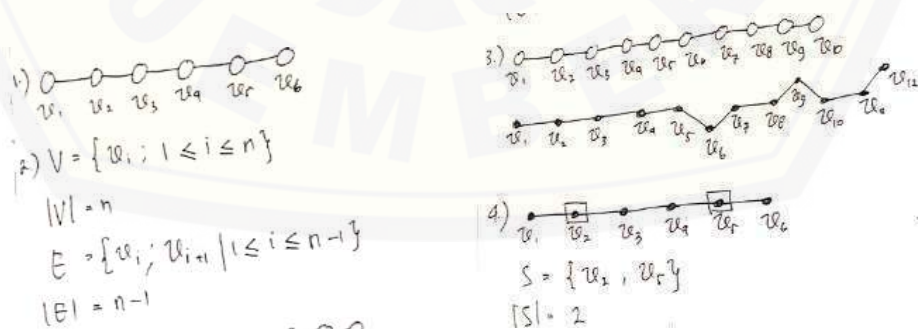
dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang ada. Namun di sub indikator 7b pada saat membenarkan mahasiswa kembali menggambar graf untuk memudahkannya untuk mengecek fungsi yang telah ia temukan. Oleh sebab itu O5 dari sub indikator 7b kembali ke sub indikator 1a untuk menggambar graf dan menentukan kardinalitasnya.



Gambar 4. 37 Potret fase O5

f) Mahasiswa 6 (O6) dengan keterampilan *conjecturing*

Hasil pekerjaan keenam yaitu pekerjaan mahasiswa 6 (O6) dengan keterampilan *conjecturing* (sedang). O6 dapat menggambar graf, menentukan kardinalitasnya, menemukan warna minimum yang digunakan untuk mewarnai titik pada graf dan semua definisi *resolving domination number* terpenuhi serta dapat mengekspan graf namun tidak dapat menemukan fungsi umum dari bilangan kromatik *resolving domination number* -nya. Hasil pekerjaan O6 tersaji pada gambar 4.25.



Gambar 4. 38 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 6

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O6 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase

untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O6 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai.

Berikut hasil wawancara dengan mahasiswa 2 :

Peneliti : Setelah membaca permasalahan ini, apa yang kamu pahami?

Mahasiswa 6 : Mencari *resolving domination number*

Peneliti : Apakah kamu menemukannya?

Mahasiswa 6 : Kalau *resolving domination number* saya bisa menemukan bu, tapi saya tidak bisa menemukan fungsinya

Peneliti : Apakah langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 6 : Ya saya tentukan kardinalitasnya terus memberi label pewarnaan sisi graf ya sampai bobot titiknya minimal. Supaya saya bisa mengekspan grafnya dan menemukan titik seminimal mungkin jadi saya gambar berulang kali grafnya. Saya juga menemukan bilangan kromatik *resolving domination number* dari semua hasil ekspannya.

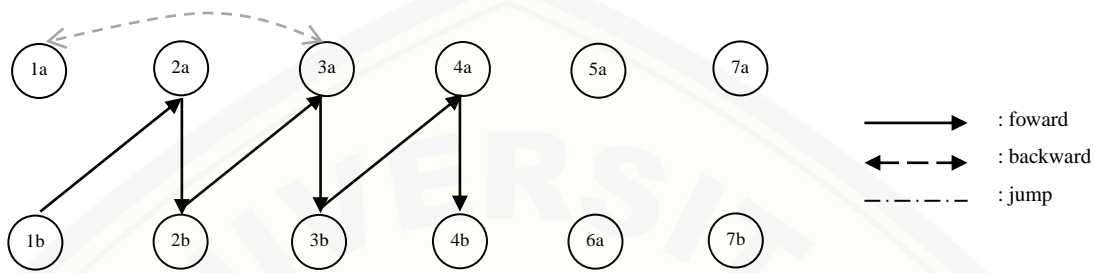
Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 6 : Saya tidak tau bagaimana cara membuat fungsinya, agak bingung saya bu.

Mahasiswa 6 (M6) berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. M6 mampu menggambar graf, memberikan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number* , mengekspan graf namun O6 tidak bisa menentukan bentuk umum *resolving domination number* dari graf tersebut. Selain itu O6 juga bisa menyebutkan bahwa masalah yang dicari adalah *resolving domination number*.

Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.26 menunjukkan bahwa O6 mengerjakan masalah *resolving domination number* dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang

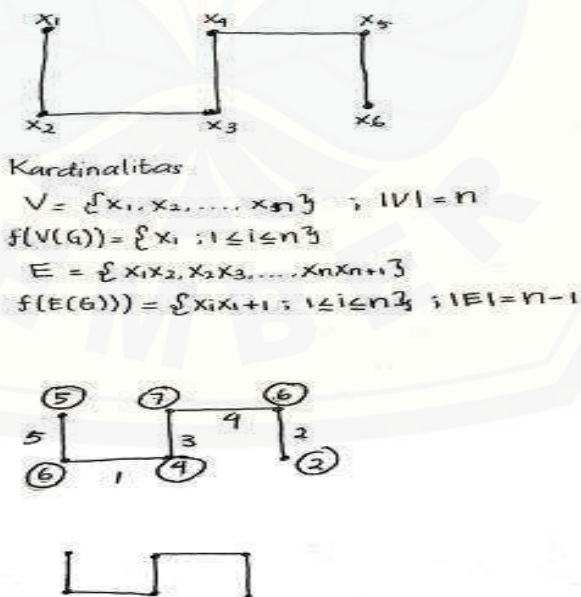
ada. Namun O6 menyampaikan bahwa ia berulang kali menggambar graf untuk menemukan warna yang minimum. Pengulangan sub indikator itu dilakukan setelah ia berhasil menemukan *resolving domination number* dari suatu graf. Oleh sebab itu O3 melakukan pengulangan sub indikator 1a setelah melakukan sub indikator 3a.



Gambar 4. 39 Potret fase O6

g) Mahasiswa 7 (O7) dengan keterampilan cukup *conjecturing*

Hasil pekerjaan yang ketiga yaitu pekerjaan mahasiswa 7 (O7) dengan keterampilan cukup *conjecturing*. O7 dapat menemukan titik minimum yang mendominasi pada graf dan semua definisi *resolving domination number* terpenuhi serta O7 dapat menyelesaikan *post-test* yang diberikan. Gambar hasil pekerjaan O7 tersaji pada gambar 4.26.



Gambar 4. 40 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 7

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O7 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O7 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai.

Berikut hasil pekerjaan dan petikan hasil wawancara dengan O7:

Peneliti : Apa yang Anda pahami setelah membaca permasalahan ini?

Mahasiswa 7 : Mencari titik yang mendominasi ya bu

Peneliti : Apakah Anda menemukannya?

Mahasiswa 7 : Saya sudah menemukannya bu

Peneliti : Apakah langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 7 : Saya menggambar grafnya terus saya mencari label sisi dan bobot titik grafnya. Terus saya menamai graf tersebut dan mencari kardinalitasnya.

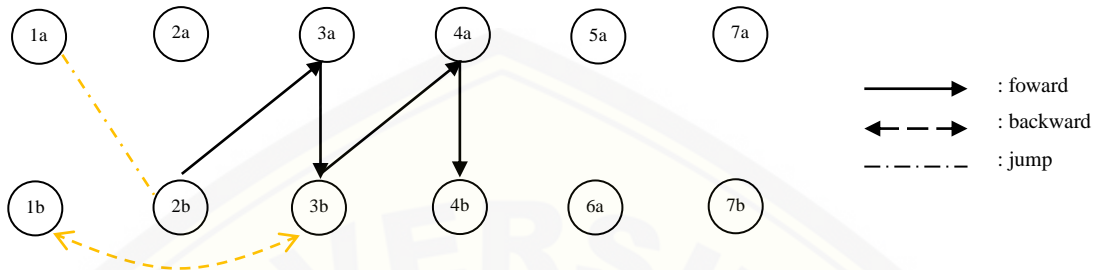
Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 7 : Saya tidak bisa menentukan *resolving domination number* kalau grafnya diekspan.

Dari hasil wawancara terlihat bahwa 7 O berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. O7 mampu menggambar graf, memberikan kardinalitasnya, menentukan *resolving domination number* namun tidak bisa mengekspan graf dan menentukan bentuk umum *resolving domination number* dari graf tersebut. Mahasiswa kesulitan dalam mengekspan graf karena menurut O7 tidak bisa menentukan *resolving domination number* jika grafnya diekspan.

Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.28 menunjukkan bahwa O7 menggambar grafnya dan langsung mencari label sisi dan bobot titik grafnya. Oleh sebab itu O7 melakukan loncatan dari sub indikator 1a ke 2b. Kemudian pada saat O7 telah menemukan *resolving domination number* dari graf, ia baru mencari

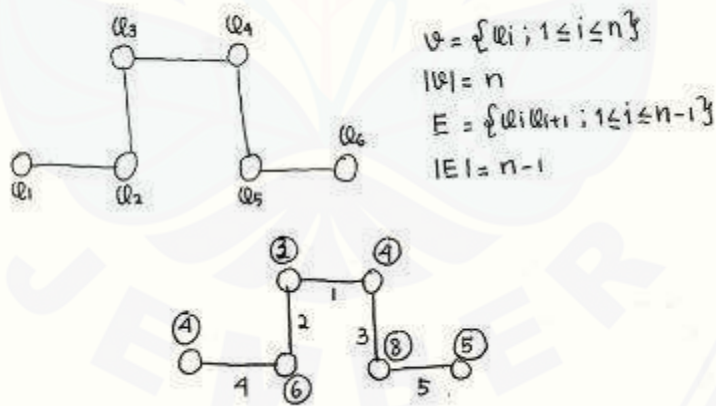
kardinalitasnya. Maka O7 kembali ke sub indikator 1b setelah sampai disub indikator 3b.



Gambar 4. 41 Potret fase O7

h) Mahasiswa 8 (O8) dengan keterampilan kurang *conjecturing*

Hasil pekerjaan kedelapan yaitu pekerjaan mahasiswa 8 (O8) dengan keterampilan kurang *conjecturing*. O8 dapat menggambar graf dan menentukan kardinalitasnya namun tidak dapat titik minimum yang mendominasi dengan jarak yang berbeda dan sesuai dengan definisi *resolving domination number*.



Gambar 4. 42 Hasil Pekerjaan Mahasiswa 8

Untuk mengetahui proses aktivitas *conjecturing* yang dilakukan O8 selama menyelesaikan *post-test*. Hasil wawancara ini akan dibuat potret fase untuk menggambarkan proses berpikir keterampilan *conjecturing* O8 dari awal mengerjakan hingga pekerjaan tersebut selesai. Berikut hasil pekerjaan dan petikan hasil wawancara dengan M8 :

Berikut hasil wawancara dengan mahasiswa 8 :

Peneliti : Apa yang Anda pahami setelah membaca permasalahan ini?

Mahasiswa 8 : *Resolving domination number*

Peneliti : Apakah Anda menemukannya?

Mahasiswa 8 : Tidak

Peneliti : Apakah langkah pertama yang Anda lakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini?

Mahasiswa 8 : Gambar grafnya, memberi label titik, menamai grafnya dan mencari kardinalitasnya.

Peneliti : Bagaimana cara Anda memberi label pewarnaan sisi pada graf?

Mahasiswa 8 : Saya letakkan secara acak.

Peneliti : Apakah kamu mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan ini?

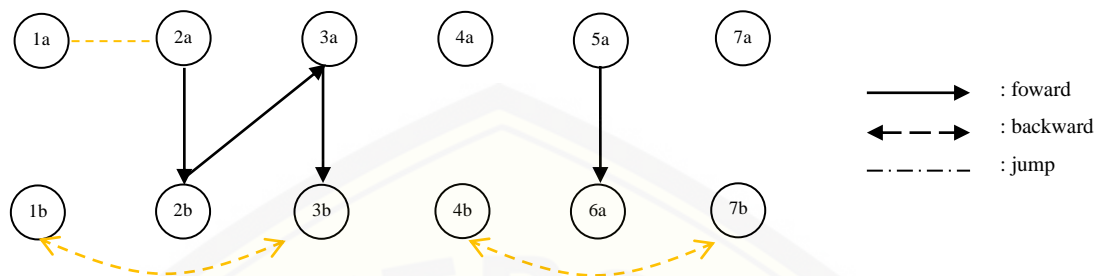
Mahasiswa 8 : Ya bu

Peneliti : Kesulitan apa yang Anda alami?

Mahasiswa 8 : Saya bingung cara untuk menyelesaikannya jadi saya kehabisan waktu dan pekerjaan saya tidak selesai.

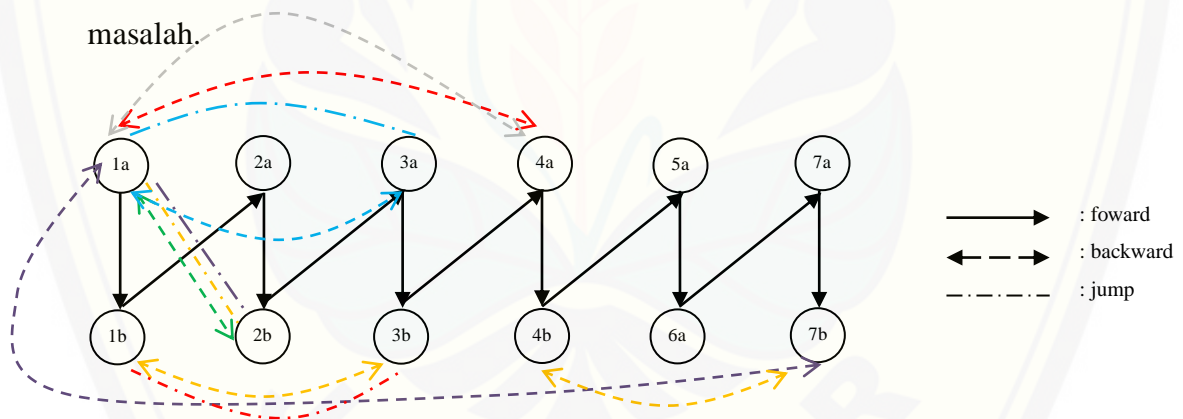
Dari hasil wawancara dengan O8, terlihat O8 tidak berhasil menyelesaikan masalah yang diberikan. O8 mampu menggambar graf dan memberikan kardinalitasnya saja, namun O8 tidak dapat menemukan titik yang mendominasi minimal yang mempunyai jarak yang berbeda, hal tersebut disebabkan karna O8 tidak memahami definisi *resolving domination number* . Berdasarkan hasil pekerjaan dan hasil wawancara dengan O8, ia meletakkan titik yang mendominasi titik secara acak.

Peneliti menggambar garis langsung untuk menggambar potret fase. Pada Gambar 4.30 menunjukkan bahwa O8 mengerjakan masalah *resolving domination number* mulainya dari sub indikator menggambar, menamai grafnya dan menentukan kardinalitasnya artinya O8 menyelesaikan masalah dengan runtut sesuai dengan urutan sub indikator yang ada.



Gambar 4. 43 Potret fase M8

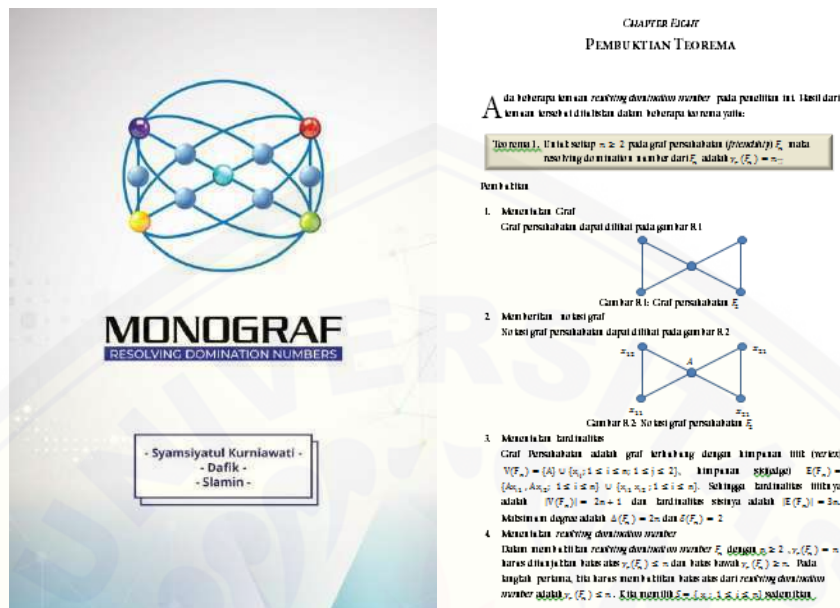
Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa 1 hingga mahasiswa 8 maka diperoleh kombinasi potret fase dari mahasiswa 1, mahasiswa 2 dan mahasiswa 3, mahasiswa 4 hingga mahasiswa 8. Kombinasi potret fase keterampilan *conjecturing* tersebut merupakan alur berpikir mahasiswa secara global, mahasiswa memiliki cara masing-masing dalam memecahkan suatu masalah.



Gambar 4. 44 Kombinasi Potret fase mahasiswa 1-8

4.5 Monograf

Secara keseluruhan monograf berisi penjelasan konsep *resolving domination number*. Monograf terbagi menjadi beberapa bagian yaitu konsep dasar graf, *resolving domination number*, penemuan terdahulu dan temuan baru yang ditemukan oleh peneliti dan mahasiswa yang menjadi subjek penelitian pembelajaran *discovery learning*. Berikut gambar cover dan isi dari penelitian terdahulu.



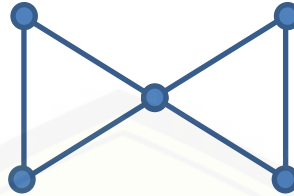
Gambar 4. 45 Monograf

Materi yang digunakan dalam pengembangan perangkat ini yaitu *resolving domination number* untuk menganalisis keterampilan *conjecturing* mahasiswa. Graf temuan yang ditemukan oleh mahasiswa dan peneliti akan dirangkum dalam sebuah monograf. Terdapat lima langkah yang perlu mahasiswa lakukan untuk menemukan *resolving domination number* antara lain: (1) menentukan objek penelitian (graf); (2) menentukan notasi graf; (3) menentukan kardinalitas graf, (4) menentukan *resolving domination number* dari graf.

Untuk langkah-langkah penelitian dalam menentukan *resolving domination number* pada graf persahabatan (*friendship graph*) adalah sebagai berikut:

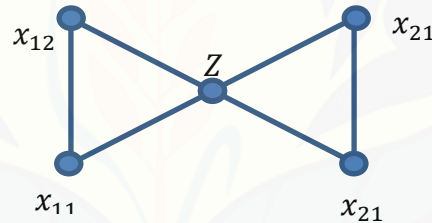
1) Menentukan Graf

Langkah awal yang harus dilakukan dalam penelitian adalah menentukan graf yang akan dijadikan objek penelitian. Graf yang digunakan dapat berupa graf khusus ataupun graf hasil operasi. Pada tahap aktivitas riset yang dilakukan adalah pengumpulan data. Berikut graf persahabatan yang akan digunakan dalam penelitian ini dan dapat dilihat pada gambar 4.46.

Gambar 4. 46 Graf persahabatan (*friendship graph*) F_2

2) Menentukan notasi graf

Pada langkah kedua yang harus dilakukan adalah menentukan notasi graf persahabatan F_2 . Notasi yang dimaksud adalah simbol yang berupa huruf pada titik. Pemberian notasi harus tepat serta harus memperhatikan pola agar teratur. Notasi yang harus dilengkapi adalah notasi setiap titik pada graf friendship.

Gambar 4. 47 Notasi pada graf persahabatan F_2

3) Menentukan kardinalitas graf

Langkah ketiga yang harus dilakukan adalah menentukan kardinalitas. Kardinalitas yang harus ditentukan meliputi himpunan titik dan sisi, banyak titik dan sisi. Berdasarkan gambar 4... graf Persahabatan merupakan graf terhubung dengan himpunan titik (*vertex*) $(F_n) = \{Z\} \cup \{x_{ij}; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq 2\}$, himpunan sisi (*edge*) $E(F_n) = \{Zx_{i1}, Ax_{i2}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{i1} x_{i2}; 1 \leq i \leq n\}$. Sehingga kardinalitas titiknya adalah $|V(F_n)| = 2n + 1$ dan kardinalitas sisinya adalah $|E(F_n)| = 3n$. Maksimum degree adalah $\Delta(F_n) = 2n$ dan $\delta(F_n) = 2$.

4) Menentukan *resolving domination number* dari graf

Dalam membuktikan *resolving domination number* F_n dengan $n \geq 2$, $\gamma_r(F_n) = n$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(F_n) \leq n$ dan batas bawah $\gamma_r(F_n) \geq n$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(F_n) \leq n$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ sedemikian hingga representasi titik di F_n adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.1. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(F_n) \leq n$.

Tabel 4. 14 Representation of $v \in V(F_n)$ respect to S

v	r(v S)	condition
x_{11}	$(0, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{12}	$(1, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{21}	$(2, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{22}	$(2, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
Z	$(0, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$

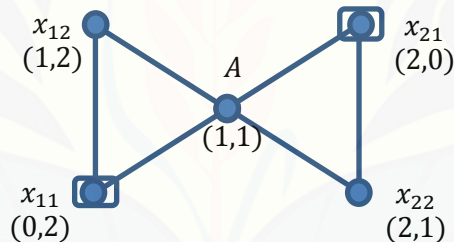
Langkah selanjtnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number*. Sehingga F_n adalah $\gamma_r(F_n) \geq n$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(F_n) < n$. Jika $|S| = n - 1$ maka F_n akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah $n - 1$ pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada F_n , yaitu:

- a) Jika kita menempatkan $n - 1$ titik dalam *subdivided* dari F_n , kita akan mendapatkan satu titik dalam *subdivided* yang tidak didominasi oleh $n - 1$

titik di S . Ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga, dan kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.

- b) Jika kita menempatkan $n-2$ titik di F_n dan 1 simpul di simpul pusat, kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* graf yang memiliki representasi yang sama. Hal ini disebabkan oleh 2 titik dalam grafik yang dibagi lagi akan memiliki jarak yang sama ke beberapa titik dalam F_n . Ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) diatas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan diatas kontradiksi dengan $\gamma_r(F_n) < n$, sehingga $\gamma_r(F_n) \geq n$. Setelah pembuktiaan $\gamma_r(F_n) \leq n$ dan $\gamma_r(F_n) \geq n$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(F_n) = n$. Sebagai contoh *resolving domination number* dari graf persahabatan F_n dapat dilihat pada gambar 4.48



Gambar 4. 48 Resolving domination pada line graf persahabatan $\gamma_r(F_2) = 2$

Ada beberapa temuan dalam penelitian yang berupa teorema, antara lain yaitu:

- Teorema 1.** Untuk setiap $n \geq 2$ pada graf persahabatan (*friendship*) F_n maka resolving domination number dari F_n adalah $\gamma_r(F_n) = n$
- Teorema 2.** Untuk setiap $n \geq 4$, $n \equiv 0 \pmod{2}$ pada *line* graf persahabatan (*line friendship graph*) $L(F_n)$ maka resolving domination number dari $L(F_n)$ adalah $\gamma_r(L(F_n)) = n$
- Teorema 3.** Untuk setiap $n \geq 2$ pada *middle* graf persahabatan (*middle friendship graph*) $M(F_n)$ maka resolving domination number dari $M(F_n)$ adalah $\gamma_r(M(F_n)) = n$
- Teorema 4.** Untuk setiap $n \geq 2$ pada *total* graf persahabatan (*total friendship graph*) $T(F_n)$ maka *resolving domination number* dari $T(F_n)$ adalah $\gamma_r(T(F_n)) = n$

Teorema 5. Untuk setiap $n \geq 2$ pada *central* graf persahabatan (*central friendship graph*) $C(F_n)$ maka *resolving domination number* dari $C(F_n)$ adalah $\gamma_r(C(F_n)) = n + 1$

4.6 Pembahasan

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis implementasi *discovery learning* pada keterampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah *resolving domination number*. Penelitian ini dilakukan untuk menganalisis. Temuan penelitian ini menunjukkan bahwa pelaksanaan pembelajaran berbasis penelitian memiliki pengaruh yang signifikan terhadap keterampilan *conjecturing* mahasiswa di kelas eksperimen.

4.6.1. Pembahasan Proses dan Hasil Pengembangan

Langkah awal dalam penelitian adalah dengan mengembangkan perangkat berupa: tahap investigasi awal, desain, realisasi/kontuksi, tahap tes, evaluasi dan revisi, dan tahap implementasi. Pada tahap investigasi awal menghasilkan bahwa model pembelajaran yang digunakan pada kelas kontrol adalah menggunakan model konvensional di mana mahasiswa hanya mendengarkan Dosen sehingga mahasiswa menjadi pasif. Terdapat salah satu kajian dari teori graf yaitu *resolving domination number* yang memiliki konsep *dominating set* dan *metric dimension*. Spesifikasi tujuan dalam penelitian ini adalah mahasiswa dapat menentukan *kardinalitas* dan *pelabelan graf* berdasarkan *resolving domination number* dan membuktikannya. Kemudian, perangkat pembelajaran yang dikembangkan dalam penelitian ini antara lain adalah RPP, LKM, soal tes (pre test dan post test), lembar observasi, angket, serta pedoman wawancara.

Seluruh perangkat pembelajaran yang dikembangkan didasarkan pada *model discovery learning* dan indikator keterampilan *conjecturing* serta disesuaikan dengan materi *resolving domination number*. Perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan divalidasi oleh dosen pendidikan matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember yang bertindak sebagai validator. Hasil validasi kemudian dianalisis dengan menghitung nilai dari setiap perangkat yang dikembangkan. Hasil analisis menunjukkan bahwa nilai perhitungan pada

perangkat yang dikembangkan yaitu RPP, LKM, soal tes (*pre test* dan *post test*), lembar observasi, angket dan pedoman wawancara berada di antara $3,50 \leq V_a \leq 4,00$, sehingga seluruh perangkat yang dikembangkan adalah valid dapat digunakan dalam penelitian ini.

4.6.2. Pembahasan Tahap pelaksanaan dan Analisis Hasil

Hasil penelitian menunjukkan bahwa peningkatan hasil belajar dan keterampilan *conjecturing* mahasiswa terlihat pada *post-test*. Nilai kelas eksperimen secara signifikan lebih baik karena didukung oleh pembelajaran *discovery learning* untuk meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa. Adapun hasil penelitian yang diperoleh pada kelas eksperimen 1 yaitu hasil sebesar 12% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 24% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 35% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 29% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*. Sedangkan pada kelas eksperimen 2 memperoleh hasil 11% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 21% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 37% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 31% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*. Sedangkan pada kelas kontrol sebagai berikut 22% berada pada kategori kurang *conjecturing*, 35% berada pada kategori cukup *conjecturing*, 30% berada pada kategori *conjecturing* dan 15% berada pada kategori sangat *conjecturing*. Hasil uji independen diperoleh varians nilai sig. (2-tailed) $7.32 \times 10^{-12} < 0.05$. Dapat disimpulkan bahwa hasil *post-test* antara kelas kontrol dan kelas eksperimen ada perbedaan yang signifikan setelah diterapkan *discovery learning* di dalam pembelajarannya.

Hasil penelitian tersebut sejalan dengan teori yang disampaikan oleh Fatimah (2018) bahwa *discovery learning* sangat membantu mahasiswa untuk lulus dari target nilai yang telah ditentukan. Hasil ini yang dicapai oleh kelas eksperimen menunjukkan bahwa tujuan pembelajaran berperan penting dalam pemecahan masalah siswa. Kemampuan akhir yang diharapkan bahwa mahasiswa mencapai nilai sesuai dengan standar, meningkatkan keterampilan baru,

meningkatkan atau mengembangkan kompetensi, mencoba memecahkan sesuatu yang menantang dan mencoba untuk mendapatkan pemahaman dan pengetahuan (Azizah, 2018). Hal yang sejalan juga disampaikan oleh (Trawikhi 2019) penelitian tersebut menemukan bahwa ada pengaruh yang signifikan dari implementasi *discovery learning* penelitian terhadap prestasi mahasiswa. *Discovery learning* sebaiknya diterapkan di banyak jurusan untuk memperluas penelitian dalam studi di semua institusi, dan untuk menerapkan penelitian dalam pendidikan, hubungan antara penelitian dan pengajaran (Anggraini 2019).

4.6.3. Pembahasan Potret Fase mahasiswa

Potret fase mahasiswa pada penelitian ini berdasarkan pada keterampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan kajian *resolving domination number* pada graf. Potret fase diperoleh dari hasil wawancara yang dilakukan oleh peneliti kepada mahasiswa. Peneliti memilih masing-masing 2 mahasiswa dalam setiap tingkatan pada keterampilan metakognisi. Mahasiswa yang terpilih ini merupakan mahasiswa dari kelas kontrol dan kelas eksperimen. Pada penelitian ini, terpilih 8 mahasiswa yang berasal dari kelas eksperimen dan diperoleh: 2 mahasiswa yang mempunyai kemampuan sangat *conjecturing*, 2 mahasiswa yang memiliki kemampuan cukup *conjecturing*, 2 mahasiswa dengan kategori *conjecturing*, dan 2 mahasiswa sangat *conjecturing*. Wawancara ini dilakukan berdasarkan *post test* yang telah dikerjakan oleh mahasiswa terpilih.

Hasil dari wawancara yang telah dilakukan, terdapat beberapa perbedaan jumlah sub indikator yang berhasil dicapai oleh mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* yang berbeda. Dari jumlah total 12 sub indikator keterampilan *conjecturing* mahasiswa dikelompokkan sebagai berikut: mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing* mengerjakan 12 sub indikator dari 12 sub indikator yang ada; untuk mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* dapat mengerjakan 8-10 sub indikator dari 12 sub indikator yang ada; mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing* dapat mengerjakan 5-7 sub indikator dari 12 sub indikator yang ada; dan mahasiswa dengan

keterampilan kurang *conjecturing* dapat mengerjakan kurang dari 5 sub indikator dari 12 sub indikator yang ada.

4.6.4. Pembahasan Penelitian terdahulu

Setiap penelitian memiliki ciri khas dan keunikan masing-masing atau kebaruan yang membedakan dengan penelitian-penelitian terdahulu. Hal tersebut dapat dilihat dari dalam segi metode, indikator atau hasil penelitian yang diukur maupun perbedaan dalam segi kebaruan.

a) *Discovery Learning*

Perlu diketahui bahwa pembelajaran dengan model konvensional dipandang cukup efektif atau mempunyai keunggulan, terutama: berbagai informasi yang tidak mudah ditemukan di tempat lain; menyampaikan informasi dengan cepat; membangkitkan minat akan informasi; mengajari peserta didik yang cara belajar terbaiknya dengan mendengarkan; mudah digunakan dalam proses belajar mengajar (Djamarah, 1996), namun hal tersebut dirasa kurang efektif jika diterapkan dikelas dengan jumlah peserta didik yang cukup besar. Sehingga diperlukan model pembelajaran yang lebih sesuai dengan keadaan kelas tersebut.

Pada penelitian ini menggunakan *Discovery learning* untuk menganalisis keterampilan *conjecturing* mahasiswa melalui post tes, selain melalui post tes dengan menggunakan model *discovery learning* tersebut mahasiswa mampu menemukan, mengkontruksi atau mengembangkan sendiri materi baru yang belum pernah diteliti sebelumnya, dan dalam penelitian ini materi yang digunakan adalah kajian *resolving domination number* pada graf. Kegiatan dan hasil tersebut menjadi kebaruan dalam penelitian *discovery learning* jika dibandingkan dengan penelitian-penelitian *discovery learning* sebelumnya, yang akan dijelaskan sebagai berikut:

- 1) Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Trawikhi ,Hobri, Prihandoko dan Utomo yaitu: “*Development of mathematical learning tools through discovery learning based on lesson study for learning community and their influence with students’ problem solving*”. Berdasarkan hasil penelitian Di

kelas eksperimen, ada peningkatan yang signifikan dari kemampuan pemecahan masalah siswa yang cukup tinggi mencapai 9%, tinggi 9% dan sangat tinggi 82%. Serta terungkap bahwa: (a) menghasilkan media pembelajaran yang dikategorikan valid, praktis dan efektif. (b) Pembelajaran berbasis *discovery learning* memiliki pengaruh signifikan terhadap kemampuan pemecahan masalah siswa dalam menyelesaikan masalah.

- 2) Penelitian yang dilakukan oleh Anggraini, Dafik and Slamini yaitu "*The analysis of implementation of discovery learning to improve student's creative thinking skill in local super antimagic total face coloring problem*". Hasil penelitian menunjukkan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara nilai post-test kontrol kelas dan kelas eksperimen. Sementara keterampilan berpikir kreatif siswa menunjukkan bahwa 39% dikategorikan sebagai berpikir kreatif tingkat sangat tinggi, 43% dikategorikan berpikir kreatif, 16% dikategorikan berpikir kreatif, dan 2% dikategorikan berpikir kreatif rendah. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa model *discovery learning* dapat meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa.
- 3) Penelitian yang dilakukan oleh Azizah, Dafik, Susanto yaitu "*The Effectiveness of Discovery Based Learning Implementation through Improving Students' Innovative thinking Skills in solving Open Ended Task of Pattern Generalization*". Penelitian ini dapat meningkatkan keterampilan berpikir inovatif mahasiswa dengan penerapan *discovery based learning* sangat mempengaruhi keaktifan mahasiswa dalam menyelesaikan dan menemukan sesuatu yang baru dalam menyelesaikan soal yang diberikan. Berdasarkan temuan-temuan yang diperoleh beberapa yaitu adanya peningkatan pada mahasiswa dalam menunjukkan minat belajar dan pada tahap pre tes kelas kontrol terdapat 7 mahasiswa berada pada tahap sedang dan 13 mahasiswa tahap tinggi, sedangkan kelas eksperimen terdapat 9 mahasiswa pada tahap sedang dan 18 Mahasiswa tahap tinggi.
- 4) Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Sabrila yaitu Efektifitas Model Pembelajaran *Discovery Based Learning* untuk Meningkatkan Keterampilan Berfikir Kreatif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah

Pemodelan Matematika Bilangan 2-Koneksi Pelangi Berdasarkan Metakognisi. Pada saat post tes mean pada kelas eksperimen adalah 65,10 dan kelas kontrol adalah 53,85 ini mengindikasikan adanya peningkatan keterampilan berfikir kreatif yang disebabkan oleh model pembelajaran discovery based learning. Berdasarkan data hasil kuantitatif pada nilai post test mahasiswa, model pembelajaran discovery based learning meningkatkan keterampilan berfikir kreatif pada kelas eksperimen.

b) Keterampilan *conjecturing*

- 1) Sutarto S, Nusantara T, Subanji, Hastuti I S and Dafik yaitu “Global Conjecturing Process in Pattern Generalization Problem”. Hasil studi mengungkapkan bahwa proses onjecturing global terjadi pada fase tindakan di mana subjek membangun dugaan dengan mengamati dan menghitung jumlah kuadrat sepenuhnya tanpa membedakan antara kuadrat hitam atau putih, akhirnya pada fase proses, objek dan skema dilakukan dengan sempurna.
- 2) Penelitian yang dilakukan oleh sutarto dan Intan dwi Hastuti yaitu” *Conjecturing Dalam Pemecahan Masalah Generalisasi Pola*”. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat diperoleh kesimpulan bahwa: tidak semua tahapan proses conjecturing dilakukan, proses conjecturing terjadi secara linear dan zigzag dan memahami masalah merupakan titik awal untuk pemecahan masalah generalisasi pola.
- 3) Penelitian yang dilakukan oleh Wardani P L, Dafik and Tirta I M “*The analysis of research based learning implementation in improving students conjecturing skills in solving local antimagic vertex dynamic coloring*”. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat diperoleh kesimpulan bahwa: Berdasarkan hasil analisis keterampilan *conjecturing* mahasiswa melalui post tes diperoleh data keseluruhan tingkat keterampilan *conjecturing* mahasiswa di kelas kontrol sebanyak 25 mahasiswa memperoleh nilai diatas 70 dan 80 memperoleh nilai dibawah 18. Hal ini berarti 55% mahasiswa dikelas kontrol telah memenuhi kriteria ketuntasan belajar. Sedangkan dikelas eksperimen terdapat 31 mahasiswa

memperoleh nilai diatas 70 dan 13 memperoleh nilai dibawah 80. Maka 72 % mahasiswa dikelas kontrol telah memenuhi kriteria ketuntasan belajar.

4.6.5. Pembahasan Monograf

Pada penelitian ini menghasilkan monograf berupa buku yang berisi materi *resolving domination number*. Buku tersebut berisi definisi dan teorema yang ditemukan oleh peneliti beserta pembuktiannya yang berkaitan dengan *resolving domination number*. Selain itu, terdapat juga hasil penelitian dari peneliti sebelumnya.

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, dari hasil penelitian kualitatif maupun kuantitatif, dapat disimpulkan bahwa penggunaan model pembelajaran *discovery learning* sangat efektif untuk meningkatkan keterampilan *conjecturing* mahasiswa pada kajian *resolving domination number*.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan proses dan hasil pengembangan perangkat pembelajaran *discovery learning* dan pengaruhnya terhadap ketrampilan berpikir *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah *resolving domination number* dapat disimpulkan sebagai berikut. Dalam penelitian pengembangan perangkat ini adalah menggunakan teori pengembangan perangkat pembelajaran Thiagarajan yang dikenal dengan *Four - D Model* atau model 4-D. Tahap-tahap yang dilakukan meliputi: a) Tahap pendefinisian yaitu kegiatan analisis awal-akhir meliputi, analisis mahasiswa untuk mengetahui karakteristik mahasiswa, analisis konsep materi, analisis tugas, dan analisis tujuan pembelajaran yang ingin dicapai; b) Tahap perancangan yaitu merancang perangkat pembelajaran yang akan dikembangkan, meliputi penyusunan rencana pembelajaran, LKM dan *post-test* dengan menggunakan indikator *conjecturing* di dalamnya dan materi yang dibahas adalah *resolving domination number* Pada tahap ini diperoleh perangkat pembelajaran yaitu *Draft 1*; c) Tahap pengembangan. Pada tahap ini perangkat pembelajaran akan divalidasi oleh validator untuk uji kevalidan dari proses yang didapat yaitu *draft 2*. Selanjutnya akan dilakukan uji keterbacaan yang menghasilkan *draft 3* dan perangkat pembelajaran *draft 3* ini selanjutnya dilakukan uji coba lapangan. Hasil uji coba lapangan dianalisis dan dilakukan revisi sehingga menghasilkan perangkat final; serta d) Tahap penyebaran, dalam penelitian ini tahap penyebaran dilakukan pada S1 Pendidikan Matematika Universitas Jember.

Hasil pengembangan perangkat pembelajaran yang diperoleh dalam penelitian ini adalah perangkat pembelajaran dengan model *discovery learning* untuk mengukur keterampilan *conjecturing* mahasiswa pada kajian *resolving domination number*, meliputi rencana pembelajaran, LKM, dan *post-test*. Perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif. Kriteria tersebut dijabarkan sebagai berikut. Perangkat yang

dikembangkan memenuhi kategori valid ditunjukkan dengan koefisien validitas rencana pembelajaran 3,645; LKM sebesar 3,583 dan *post-test* sebesar 3,67 dengan demikian perangkat dikatakan valid. Perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kategori praktis berdasarkan penilaian pengamatan aktivitas dosen, aktivitas dosen pada pertemuan pertama 3,55 dengan persentase 88,75% baik dan pada pertemuan kedua mencapai 3,82 dengan persentase 95,5% dengan kategori baik. Hal ini menunjukkan perangkat pembelajaran dapat dikatakan praktis karena persentase aktivitas dosen mencapai $\geq 80\%$.

Perangkat pembelajaran yang dikembangkan memenuhi kategori efektif berdasarkan persentase aktivitas mahasiswa, hasil penilaian pos-tes, dan hasil respon mahasiswa menunjukkan kategori baik, seperti uraian berikut ini. Persentase aktivitas mahasiswa pada pertemuan pertama mencapai 3,37 dengan persentase 84,25% dengan kategori baik dan pada pertemuan kedua mencapai 3,6 dengan persentase 90% dengan kategori baik. Dalam hal ini menunjukkan mahasiswa aktif mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model *discovery learning*. Hasil *post-test* pada kelas eksperimen yang telah diterapkan pembelajaran model *discovery learning* pada kelas eksperimen 1 memperoleh hasil 12% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 24% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 35% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 29% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*. Sedangkan pada kelas eksperimen 2 memperoleh hasil 11% mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, 21% mahasiswa dengan keterampilan cukup *conjecturing*, 37% mahasiswa dengan keterampilan *conjecturing* (sedang), dan 31% mahasiswa dengan keterampilan sangat *conjecturing*.

Potret fase keterampilan *conjecturing* yang dihasilkan pada penelitian ini yaitu potret fase mahasiswa dengan keterampilan kurang *conjecturing*, cukup, sedang dan tinggi serta kombinasi potret fase dari ke delapan mahasiswa tersebut.

Monograf yang dihasilkan pada penelitian ini berisi rangkuman hasil temuan peneliti berupa *resolving domination number* dari graf persahabatan dan operasinya.

5.2 Saran

Terkait dengan penelitian pengembangan perangkat pembelajaran, terdapat beberapa saran atau masukan sebagai berikut.

- 1) Perangkat pembelajaran dengan menggunakan model *discovery learning* pada kajian *resolving domination number* , sebaiknya dikembangkan lebih lanjut untuk materi lain selain untuk membantu pemahaman konsep juga sebagai syarat memperkenalkan teknik penelitian pada tugas akhir nanti.
- 2) Untuk mengetahui lebih lanjut baik atau tidaknya perangkat yang telah dikembangkan ini, maka disarankan pada peneliti untuk menguji cobakan perangkat pada mahasiswa tingkat berbeda atau pada universitas yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Anggraini D D, Dafik and Slamin. 2019. "The Analysis of Implementation of Discovery Learning to Improve Student's Creative Thinking Skill in L Super Antimagic Total Face Coloring Problem." *Journal of Physics: Conference Series* 1211 (012087).
- Arikunto. 2006. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Azizah S N, Dafik and Susanto. 2018. "The Effectiveness of Discovery Based Learning Implementation through Improving Students' Innovative Thinking Skills in Solving Open-Ended Task of Pattern Generalization." *International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)* 5: 74–82.
- Budiyono. 2003. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Surakarta: Sebelas Maret University Press.
- Cahyanti, Anggraeny Endah. 2016. *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Pendekatan Saintifik Model Problem Based Learning Dan High Order Thinking Materi Barisan Dan Deret SMK Kelas X*. Jember: Universitas Jember.
- Canada, M.C., & Martinez, E, C. 2005. "A Proposal of Categorisation for Analysing Inductive Reasoning Solving." *Proceedings of the CERME 4 International Conference*, (pp. 41-409).
- Cañadas, M.C., Deulofeu, J. Figueiras, L. Reid, D., & Yevdokimov. 2007. "The Dugaan Process: Perspectives in Theory and Implications in Practice." *Journal Of Teaching And Learning* VOL. 5, NO.
- Dafik. 2015. *Teori Graph, Aplikasi Dan Tumbuhnya Ketrampilan Berfikir Tingkat Tinggi*. Jember: CGANT Research Group Universitas Jember.
- Depdiknas. 2006. *Mengenal LKS Dan Modul Pembelajaran*. Jakarta: Depdiknas.
- Djamarah, Syaiful Bahri. 1996. *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta : PT Rineka Cipta
- Foucaud, F. 2016. "Locating- Dominating Sets in Twin-Free Graph." *Journal of Dircrete Applied Mathematics* 200: 52–58.
- Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan (Aplikasi Pada Penelitian Pendidikan Matematika)*. Jember: Pena Salsabila.
- Hosnan, M. 2014. *Pendekatan Saintifik Dan Kontekstual Dalam Pembelajaran Abad 21*. Bogor: PT.Ghalia Indonesia.
- Kelly, A. V. 2006. *The Curriculum Theory and Practice*. London: Sage Production.

- Kemendikbud. 2003. "Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2003 Tentang Sistem Pendidikan Nasional"
- Khaerudin. 2015. "Kualitas Instrumen Tes Hasil Belajar." *Madaniyah* 2.
- Klauer, K. J., & Phye, G. D. 2008. "Inductive Reasoning: A Training Approach." *Review of Educational Research*, 78, 85 – 123.
- Kumorotomo, Wahyudi. 2017. "Penelitian, Publikasi Dan Pembuatan Monografi." In *Lokakarya Monografi LPPM Uiversitas Jendral Soedirman*.
- Kurniasih, I, and B Sani. 2015. *Ragam Pengembangan Model Pembelajaran Untuk Peningkatan Profesionalisme Guru*. Yogyakarta: Kata Pena.
- Marzano. 1992. *Design A New Taxonomy of Education Objectives*.
- Miles, M.B., and Michael Huberman. 2007. *Analisis Data Kualitatif, Buku Sumber Tentang Metode-Metode Baru*. Jakarta: Universitas Indonesia Press.
- Nasional Council of Teacher of Mathematics. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ni'mah, K. et al. 2017. Conjecturing and Generalization Process on the Structural Development. *International Conference on Mathematics: Education, Theory and Application*.
- Persada, A. R. 2016. Pengaruh Model Pembelajaran Penemuan (Discovery Learning) Terhadap Kemampuan Koneksi Matematika Siswa. *EduMa* 5(2): 23–33.
- Prastowo. 2012. *Panduan Kreatif Membuat Bahan Ajar Inovatif*. Yogyakarta: Diva Press.
- Prince, J. M dan Richard. M. 2006. "Inductive Teaching and Learning Methods: Definitions, Comparisons and Research Bases." *J. Engr. Education*. 95 (02): 123–38.
- Purwanto. 2009. *Evaluasi Hasil Belajar*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Rahmadi, D. Kusmayadi, T.A. 2014. "Dimensi Metrik Pada Graf Barbel." *Prosiding*, 1.
- Riensuciati. 2013. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Roifah, M. 2018. Kajian Himpunan Dominasi Pada Graf Khusus Dan Operasinya. *Proceeding*.
- Sabrila, A. 2018. Efektifitas Model Pembelajaran Discovery Based Learning Untuk Meningkatkan Keterampilan Berfikir Kreatif Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Pemodelan Matematika Bilangan 2-Koneksi Pelangi Berdasarkan Metakognisi. UNEJ.

- Santoso, B. et al. 2015. Bilangan Dominasi Dan Bilangan Kebebasan Graf Bipartit Kubik. *Jurnal Metamatika* 15 No.1: 12.
- Slamin. 2019. Teori Graf dan Aplikasinya. CV. Dream Litera Buana, Malang, Indonesia, 1 edition.
- Slavin. 1994. *Educational Psychology. Theory and Practice. Fifth Edition.* 5th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Soejadi, R. 1999. Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia.” In *Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Bangsa*, 5. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.
- Stacey, Burton, & Mason. 2010. *Thinking Mathematically Second Edition.* Pearson Education Limited.
- Sugiyono. 2017. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, Dan R&D.* Bandung: Alfabeta, CV.
- Sutarto. 2016. “*Conjecturing* Dalam Pemecahan Masalah Generalisasi Pola.” universitas malang.
- Sutarto, dkk. 2014. Identifikasi Kesulitan Siswa Dalam Membangun *Conjecturing* Pada Pemecahan Masalah Matematika. *Preceding Seminar Nasional Pendidikan UTY 978-979-1334- 33-4.*
- Sutarto, Intan Dwi Hastuti. 2015. *Conjecturing* Dalam Pemecahan Masalah Generalisasi Pola.” *Jurnal Ilmiah Mandala Education* 1 No.2.
- Sutikno. 2017. Monograf Dari Hasil Penelitian. *Lembaga Penelitian Dan Pengabdian Masyarakat Universitas Negeri Semarang.*
- Syah, M. 2004. *Psikologi Pendidikan Suatu Pendekatan Baru.* PT Remaja Rosdakarya. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Trawikhi, A. 2019. Pengembangan Perangkat Pembelajaran Dengan Discovery Learning Berbasis Lesson Study for Learning Community Dan Pengaruhnya Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa. UNEJ.
- Wardani, D.A.R, et al. 2017. Bilangan-Bilangan Dominasi Dari Graf-Graf Khusus. *Proceeding.*
- Wardani, P.L., Dafik, dan Tirta, I.M. 2019. The Analysis of Research Based Learning Implementation in Improving Students *Conjecturing* Skills in Solving Local Antimagic Vertex Dynamic Coloring. *Journal of Physics: Conference Series* 1211.

LAMPIRAN A.1

MATRIK PENELITIAN

Judul Penelitian	Perumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
<p>Pengembangan Perangkat Pembelajaran <i>Discovery Learning</i> dan Pengaruhnya Terhadap Ketrampilan Berpikir Conjecturing Mahasiswa Menyelesaikan dalam Masalah <i>Resolving domination number</i></p>	<p>1. bagaimana proses pengembangan perangkat pembelajaran dengan <i>discovery learning</i> dalam menyelesaikan masalah <i>resolving domination number</i> diperoleh perangkat pembelajaran yang valid, praktis dan efektif? 2. bagaimanakah hasil pengembangan perangkat pembelajaran dengan <i>discovery learning</i> dalam menyelesaikan masalah <i>resolving domination number</i> diperoleh perangkat pembelajaran yang valid, praktis dan efektif? 3. Adakah pengaruh perangkat pembelajaran dengan <i>discovery learning</i> terhadap ketrampilan</p>	<p>1. Pembelajaran <i>Discovery Learning</i></p>	<p>1. <i>Stimulation</i> (pemberian stimulus) 2. <i>Problem statement</i> (pernyataan/ identifikasi masalah) 3. <i>Data collection</i> (pengumpulan data) 4. <i>Data processing</i> (pengolahan data) 5. <i>Verification</i> (memverifikasi) 6. <i>Generalization</i> (penarikan kesimpulan/ generalisasi)</p>	<p>1. Dosen pengampu mata kuliah matematika Diskrit 2. Validator ahli 3. Data lembar observasi berfikir conjecturing 4. Data respon mahasiswa</p>	<p>1. Metode penelitian yaitu <i>mixed methods</i> atau metode kombinasi (menggabungkan penelitian pengembangan dan penelitian eksperimen), sedangkan model metode kombinasi adalah <i>Sequential Exploratory Design</i> 2. Tempat uji coba: Program studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Jember 3. Prosedur penelitian: <i>Four – D</i> model terdiri dai tahap pendefinisian, tahap perancangan, tahap pengembangan 4. Metode pengumpulan data: a. Validasi ahli</p>

Judul Penelitian	Perumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
	<p><i>conjecturing</i> dalam menyelesaikan masalah <i>resolving domination number</i> ?</p>				<p>b. Observasi</p> <p>c. Tes hasil belajar</p> <p>d. Pengisian angket</p> <p>e. Wawancara</p> <p>5. Analisis data:</p> <p>a. Kevalidan perangkat pembelajaran</p> $V_r = \frac{\sum_{i=1}^n K_i}{n}$ <p>Keterangan: Vr : nilai rata-rata keseluruhan untuk semua aspek K_i : rata-rata aspek ke-i n : banyaknya aspek</p> <p>b. Data kepraktisan perangkat pembelajaran</p> $SR = \frac{ST}{SM} \times 100\%$ <p>SR : Skor rata-rata hasil observasi ST : Skor total dari observer</p>

Judul Penelitian	Perumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
					<p>SM : Skor maksimal yang dapat diperoleh dari hasil observasi</p> <p>c. Data keefektifan</p> <p>(i) analisis data hasil observasi kegiatan siswa</p> $Pa = \frac{As}{N} \times 100\%$ <p>Keterangan :</p> <p>Pa = presentase aktivitas siswa</p> <p>As = jumlah skor yang diperoleh siswa</p> <p>N = jumlah skor total</p> <p>(ii) analisis data hasil tes belajar</p> $TPS = \frac{\sum n_i}{\sum n} \times 100\%$ <p>TPS : Ketuntasan belajar klasikal</p> <p>Σn_i : jumlah siswa yang tuntas</p> <p>Σn : jumlah total siswa</p> <p>(iii) Analisis data respon siswa</p> $\gamma = \frac{n}{N} \times 100\%$ <p>γ = presentase respon</p> <p>n = banyak siswa yang</p>

Judul Penelitian	Perumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
					memberikan respon positif minimal 75% dalam angket N = banyak siswa seluruhnya. (iv) Kemampuan pemecahan masalah $C_s = \frac{C}{N} \times 100\%$ C_s = presentase kemampuan pemecahan masalah siswa C = jumlah skor yang diperoleh siswa N = jumlah skor total
		2. ketrampilan <i>conjecturing</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Observing the case (Mengamati kasus) 2. Organizing the case (Mengorganisir kasus) 3. Searching for and predicting the pattern (Mencari dan memprediksi pola) 4. Formulating the conjecture (Merumuskan conjecture) 5. Validating the conjecture (Memvalidasi conjecture) 6. Generalizing the conjecture (Generalisasi conjecture) 7. Justifying the generalization (Membenarkan Generalisasi) 		
		3. <i>resolving domination number</i>			


LAMPIRAN A.2

KISI-KISI PERANGKAT PEMBELAJARAN

No	Indikator	Perangkat Pembelajaran				Pendekatan saintifik	Discovery Learning	Berfikir conjecturing
		Silabus	RPS	LKM	Monograf			
1	Menentukan graf	Ditunjukkan pada capaian mata kuliah	Ditunjukkan pada capaian pembelajaran	Mengamati gambar pada riset 1	Mengamati hasil karya mahasiswa	Mengamati	<i>Stimulation, Problem statement</i> (identifikasi masalah)	Mengamati kasus
2	Menentukan kardinalitas dari suatu graf	Ditunjukkan pada capaian mata kuliah	Ditunjukkan pada capaian pembelajaran	Ayo bertanya ditunjukkan pada kolom komentar	Menanya dengan cara lisan	Menanya	pengumpulan data	Mengorganisir kasus
3	Menentukan <i>resolving domination number</i> hingga berpola	Ditunjukkan pada capaian mata kuliah	Ditunjukkan pada capaian pembelajaran	Dilakukan pada saat mengerjakan soal-soal yang ada	-	Menalar	pengolahan data	Mencari dan memprediksi pola


No	Indikator	Perangkat Pembelajaran				Pendekatan saintifik	Discovery Learning	Berfikir conjecturing
		Silabus	RPS	LKM	Monograf			
4	Menentukan <i>resolving domination number</i>	Ditunjukkan pada capaian mata kuliah	Ditunjukkan pada capaian pembelajaran	Mencoba mengerjakan pada tes akhir, dari awal hingga akhir	-	Mencoba	Verifikasi	Merumuskan conjecture, Memvalidasi conjecture
5	Menarik kesimpulan hingga membentuk suatu rumus	Ditunjukkan pada capaian mata kuliah	Ditunjukkan pada capaian pembelajaran	Mempresentasikan hasil kelompok	-	Mengkomunikasikan	<i>Generalization</i> (Penarikan Kesimpulan)	<i>Generalisasi conjecture</i> , Membenarkan Generalisasi

LAMPIRAN A.3

 UNIVERSITAS JEMBER FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN JURUSAN PENDIDIKAN MIPA PROGRAM STUDI S1 PENDIDIKAN MATEMATIKA	
SILABUS	
Nama Mata Kuliah	: Kombinatorika
Kode Mata Kuliah	: KPM1313
Semester	: 3
SKS	: 2
Dosen Pengampu Mata Kuliah	: Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. [A]
Tim Pengajar	: Randi Pratama Murtikusuma, S.Pd., M.Pd. [B] Saddam Hussien, S.Pd., M.Pd. [C]
Deskripsi Mata Kuliah	: Mata kuliah ini secara umum membahas tentang teknik menghitung, permutasi, kombinasi, ekspansi binomial, peluang, peluang bersyarat, peluang saling asing, prinsip rekursi, dan inklusi-eksklusi.
Capaian Pembelajaran Mata Kuliah	: <p>Sikap: S1 Bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa dengan menjunjung tinggi nilai kemanusiaan dalam menjalankan tugas dan memiliki karakter sebagai wujud pengamalan butir-butir Pancasila</p> <p>Pengetahuan: PP2 Menguasai objek matematika untuk pemecahan masalah, dan melaksanakan pembelajarannya</p> <p>Ketrampilan Umum: KU1 Mampu menerapkan pemikiran logis, kritis, sistematis, dan inovatif, dengan menunjukkan kinerja mandiri, bermutu, dan terukur dalam konteks pengembangan atau implementasi IPTEKS</p> <p>Ketrampilan Khusus: Mampu merencanakan, mengimplementasikan, dan mengevaluasi pembelajaran matematika dengan menggunakan teknologi informasi dan komunikasi yang berorientasi kecakapan hidup (<i>thinking skill, social skill, academic skill, vocational skill</i>)</p> <p>CP Mata Kuliah</p> <p>(1) Mampu menerapkan dan menganalisis konsep-konsep dalam bidang kajian kombinatorik, serta menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan materi</p> <ol style="list-style-type: none"> prinsip dasar perhitungan (aturan penambahan dan perkalian) kombinasi dan menyelesaikan permasalahan yang terkait permutasi dan menyelesaikan permasalahan yang terkait ekspansi binomial dan menyelesaikan permasalahan yang terkait peluang dan menyelesaikan permasalahan yang terkait <p>(2) Mampu menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan konsep bidang kajian kombinatorik</p> <ol style="list-style-type: none"> Memformulasikan barisan dan deret secara eksplisit maupun implisit Menotasikan kembali formula barisan dan deret dalam

	<p>bentuk notasi rekursif</p> <p>c) Menggunakan induksi matematika dalam pembuktian pernyataan-pernyataan matematika</p> <p>d) Menggunakan teorema-teorema dalam teknik menghitung tingkat dasar maupun tingkat lanjut dalam penyelesaian masalah</p> <p>e) Memodelkan permasalahan matematika dalam bentuk persamaan relasi rekurensi</p>
Bahan Kajian	<p>:</p> <p>Materi perkuliahan dibagi menjadi dua pokok bahasan yaitu:</p> <p>(1) Teknik menghitung meliputi: teknik menghitung tingkat dasar, prinsip sarang merpati, permutasi dan kombinasi, koefisien binomial, dan generalisasi permutasi dan kombinasi</p> <p>(2) Menghitung tingkat lanjut meliputi: definisi relasi rekurensi, memodelkan permasalahan menggunakan relasi rekurensi, solusi relasi rekurensi homogen, solusi relasi rekurensi non homogen, fungsi pembangkit, prinsip inklusi-eksklusi dan penerapannya.</p>
Referensi	<p>:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Gallier, Jean. 2011. Discrete Mathematics. New York: Springer. 2. Goodaire, Edgar G & Parmenter, Michael M. 2002. Discrete Mathematics with Graph Theory Second Edition. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 3. Lovaz, Pelikan & Vesztergombi. 2003. Discrete Mathematics: Elementary and Beyond. New York : Spinger-verlag. 4. Lipschutz dan Lipson. 2007. Schaum' series: Discrete mathematics third editions. New york: McGraw-Hill 5. Rao, G. Shanker. 2009. Discrete Mathematical Structures, Second Edition. New Delhi: New Age International Limited Publishers 6. Rosen, Kenneth H. 2003. Discrete Mathematics and Its Applications. New York : McGraw-Hill.

LAMPIRAN A.4

 UNIVERSITAS JEMBER FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN JURUSAN PENDIDIKAN MIPA PROGRAM STUDI S1 PENDIDIKAN MATEMATIKA					
RENCANA PEMBELAJARAN SEMESTER (RPS)					
MATA KULIAH	KODE	Rumpun MK	BOBOT (sks)	SEMESTER	Tgl Penyusunan
Kombinatorika	KPM1313	Mata Kuliah Pilihan	2	3	25 Februari 2019
OTORISASI	Dosen Pengembang RPS	Koordinator Matakuliah	Ketua Program Studi	Dekan	
	Saddam Hussen, S.Pd., M.Pd.	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	
Capaian Pembelajaran (CP)	CPL – Prodi Sikap: S1 Bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa dengan menjunjung tinggi nilai kemanusiaan dalam menjalankan tugas dan memiliki karakter sebagai wujud pengamalan butir-butir Pancasila Pengetahuan: PP2 Menguasai objek matematika untuk pemecahan masalah, dan melaksanakan pembelajarannya Ketrampilan Umum: KU1 Mampu menerapkan pemikiran logis, kritis, sistematis, dan inovatif, dengan menunjukkan kinerja mandiri, bermutu, dan terukur dalam konteks pengembangan atau implementasi IPTEKS Ketrampilan Khusus: Mampu merencanakan, mengimplementasikan, dan mengevaluasi pembelajaran matematika dengan menggunakan teknologi informasi dan komunikasi yang berorientasi kecakapan hidup (<i>thinking skill, social skill, academic skill, vocational skill</i>)				
CP-MK	(1) Mampu menerapkan dan menganalisis konsep-konsep dalam bidang kajian kombinatorik, serta menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan materi a) prinsip dasar perhitungan (aturan penambahan dan perkalian) b) kombinasi dan menyelesaikan permasalahan yang terkait c) permutasi dan menyelesaikan permasalahan yang terkait d) ekspansi binomial dan menyelesaikan permasalahan yang terkait e) peluang dan menyelesaikan permasalahan yang terkait (2) Mampu menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan konsep bidang kajian kombinatorik a) Memformulasikan barisan dan deret secara eksplisit maupun implisit b) Menotasikan kembali formula barisan dan deret dalam bentuk notasi rekursif c) Menggunakan induksi matematika dalam pembuktian pernyataan-pernyataan matematika				

	d) Menggunakan teorema-teorema dalam teknik menghitung tingkat dasar maupun tingkat lanjut dalam penyelesaian masalah e) Memodelkan permasalahan matematika dalam bentuk persamaan relasi rekurensi					
Deskripsi Singkat Mata Kuliah	Mata kuliah ini secara umum membahas tentang teknik menghitung, permutasi, kombinasi, ekspansi binomial, peluang, peluang bersyarat, peluang saling asing, prinsip rekursi, dan inklusi-eksklusi.					
Materi Pembelajaran/ Pokok Bahasan	Materi perkuliahan dibagi menjadi dua pokok bahasan yaitu: (1) Teknik menghitung meliputi: teknik menghitung tingkat dasar, prinsip sarang merpati, permutasi dan kombinasi, koefisien binomial, dan generalisasi permutasi dan kombinasi (2) Menghitung tingkat lanjut meliputi: definisi relasi rekurensi, memodelkan permasalahan menggunakan relasi rekurensi, solusi relasi rekurensi homogen, solusi relasi rekurensi non homogen, fungsi pembangkit, prinsip inklusi-eksklusi dan penerapannya.					
Daftar Pustaka/ Referensi	1. Gallier, Jean. 2011. Discrete Mathematics. New York: Springer. 2. Goodaire, Edgar G & Parmenter, Michael M. 2002. Discrete Mathematics with Graph Theory Second Edition. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 3. Lovaz, Pelikan & Vesztergombi. 2003. Discrete Mathematics: Elementary and Beyond. New York : Spinger-verlag. 4. Lipschutz dan Lipson. 2007. Scaum' series: Discrete mathematics third editions. New york: McGraw-Hill 5. Rao, G. Shanker. 2009. Discrete Mathematical Structures, Second Edition. New Delhi: New Age International Limited Publishers 6. Rosen, Kenneth H. 2003. Discrete Mathematics and Its Applications. New York : McGraw-Hill.					
Media Pembelajaran	<i>Software</i>			<i>Hardware</i>		
	1. MS Power Point/Pdf Viewer 2. LaTeX 3. Browser: E-learning UNEJ			1. Proyektor/LCD 2. Pointer 3. Laptop / Komputer		
Team Teaching	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. Randi Pratama Murtikusuma, S.Pd., M.Pd					
Matakuliah Prasarat	-					
Pert. ke-	Kemampuan Akhir yang diharapkan	Indikator	Kriteria dan Bentuk Penilaian	Metode Pembelajaran [Estimasi Waktu]	Materi Pembelajaran [Pustaka]	Bobot Penilaian (%)
1-5	<ul style="list-style-type: none"> Memahami isi Kontrak Kuliah, dan Dokumen Pembelajaran Memahami teknis dasar perhitungan serta mampu menerapkannya dalam pemecahan masalah yang terkait Menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan konsep permutasi serta mampu menerapkan konsep dalam pemecahan masalah yang terkait Menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan konsep kombinasi serta mampu menerapkannya dalam pemecahan 	✓ Kemampuan mahasiswa dalam, memformulasikan, atau menganalisis konsep prinsip dasar perhitungan, kombinasi dan ekspansi binomial	Kriteria: ✓ Ketepatan penjelasan ✓ Komunikasi (tertulis dan lisan/verbal) ✓ Keterampilan pembuktian ✓ Keterampilan pembuktian ✓ Ketajaman analisis permutasi, kombinasi dan kebenaran konsep Metode:	Model: <i>direct learning</i> Metode: diskusi, ekspositori, dan <i>cooperative learning</i> [TM : 5(2*50 menit)]	<ul style="list-style-type: none"> Membahas kontrak kuliah Membahas objek kajian kombinatorik dan aplikasinya Aturan Dasar Perhitungan Permutasi Kombinasi Ekspansi Binomial 	Kognitif 8%

	<p>masalah yang terkait</p> <ul style="list-style-type: none"> Menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan konsep ekspansi binomial 		<ul style="list-style-type: none"> Non Tes (Dokumen) Lembar Observasi <p>Penilaian sikap 1 (S1) - sikap 9 (S9)</p>			
6-7	<ul style="list-style-type: none"> Menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan konsep peluang serta mampu menerapkannya dalam pemecahan masalah yang terkait Menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan konsep peluang bersyarat dan peluang saling lepas serta mampu menerapkannya dalam pemecahan masalah yang terkait 	<ul style="list-style-type: none"> Kemampuan mahasiswa dalam menjelaskan, mendeskripsikan, memformulasikan, atau menganalisis konsep peluang 	<p>Kriteria:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ketepatan penjelasan Komunikasi (tertulis dan lisan/verbal) Keterampilan pembuktian Keterampilan pembuktian Ketajaman analisis pemahaman dan kebenaran konsep <p>Metode:</p> <ul style="list-style-type: none"> Non Tes (Dokumen) Lembar Observasi <p>Penilaian sikap 1 (S1) - sikap 9 (S9)</p>	<p>Model: <i>direct learning</i></p> <p>Metode: <i>small group discussion, Cooperatif learning, problem-based learning/inquiry.</i></p> <p>TM : 2*(2*50 menit) TS : 2*(2*60 menit)</p>	<ul style="list-style-type: none"> Peluang Peluang Saling Lepas Peluang Bersyarat 	Kognitif 7%
8	UJIAN TENGAH SEMESTER	Kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan/memecahkan permasalahan	<p>Kriteria:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ketepatan penjelasan Komunikasi (tertulis dan lisan/verbal) Keterampilan pembuktian Keterampilan pembuktian Ketajaman analisis pemahaman dan kebenaran konsep <p>Metode:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tes (Dokumen) 	<p>TM : 1*(2*50 menit) TD : 1*(2*60 menit)</p>	<ul style="list-style-type: none"> Aturan Dasar Perhitungan Permutasi Kombinasi Ekspansi Binomial Peluang Peluang Saling Lepas Peluang Bersyarat 	Kognitif 35 %
9-15	<ul style="list-style-type: none"> Menganalisis permasalahan-permasalahan yang dapat diselesaikan dengan konsep teknik menghitung tingkat lanjut Menggunakan dan menganalisis teorema- 	<ul style="list-style-type: none"> Kemampuan mahasiswa dalam memformulas 	<p>Kriteria:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ketepatan penjelasan Komunikasi (tertulis dan lisan/verbal) 	<p>Model: <i>direct learning</i></p> <p>Metode:</p>	<ul style="list-style-type: none"> Definisi relasi rekurensi Pemodelan dengan relasi rekurensi Solusi relasi rekurensi linier 	Kognitif 15%

	<p>teorema dalam teknik menghitung tingkat lanjut dalam penyelesaian masalah</p> <ul style="list-style-type: none"> Memodelkan permasalahan matematika dalam bentuk persamaan relasi rekurensi 	<p>ikan, atau menganalisis konsep tentang teknik menghitung tingkat lanjut serta kemampuan dalam penyelesaian masalah</p>	<ul style="list-style-type: none"> Keterampilan pembuktian Keterampilan pembuktian Ketajaman analisis pemahaman dan kebenaran konsep <p>Metode:</p> <ul style="list-style-type: none"> Non Tes (Dokumen) Lembar Observasi Penilaian sikap 1 (S1) - sikap 9 (S9) 	<p><i>small group discussion, Kooperatif learning, problem-based learning/inquiry.</i></p> <p>TM : 6*(2*50 menit) TS : 6*(2*60 menit)</p>	<p>homogen</p> <ul style="list-style-type: none"> Solusi relasi rekurensi linier nonhomogen Fungsi pembangkit Prinsip inklusi-eksklusi Penerapan prinsip inklusi-eksklusi 	
16	UJIAN AKHIR SEMESTER	<ul style="list-style-type: none"> Kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan/memecahkan permasalahan 	<p>Kriteria:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ketepatan penjelasan Komunikasi (tertulis dan lisan/verbal) Keterampilan pembuktian Keterampilan pembuktian Ketajaman analisis pemahaman dan kebenaran konsep <p>Metode:</p> <p>Tes (Dokumen)</p>	<p>TM : 1*(2*50 menit) TD : 1*(2*60 menit)</p>	<ul style="list-style-type: none"> Solusi relasi rekurensi linier homogen Solusi relasi rekurensi linier nonhomogen Fungsi pembangkit Prinsip inklusi-eksklusi Penerapan prinsip inklusi-eksklusi 	Kognitif 35%

LAMPIRAN A.5

SATUAN ACARA PERKULIAHAN (SAP)

Fakultas	: Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Prodi	: Pendidikan Matematika
Mata Kuliah	: Pemodelan
Semester	: Ganjil
Dosen Pengampu	: Prof. Drs. Dfik, M. Sc., Ph.D
Bahan Kajian	: <i>Resolving Domination Number</i>
Kemampuan Akhir	: Memahami dan mengembangkan <i>resolving domination number</i> dari suatu graf
Sub Bahan Kajian	: Kardinalitas, <i>dominating set</i> , <i>metric dimension</i> , <i>resolving domination number</i>
Sumber Pembelajaran	: Buku dan Jurnal Penelitian terkait
Media Pembelajaran	: LKM
Pendekatan/metode	: <i>Discovery Learning</i>
Skenario Pembelajaran	:
	➤ Pertemuan ke- 1 : 1 (2 x 50)

No	Kegiatan	Estimasi Waktu
1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahan pembelajaran, LKM	5'
2	Kegiatan Pendahuluan (1) Membuka dengan salam dan doa (2) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan yaitu mengetahui konsep dasar graf (kardinalitas) (3) Memberikan motivasi kepada mahasiswa dengan memberikan contoh-contoh penerapan graf dalam kehidupan	15'
3	Kegiatan Inti	

No	Kegiatan	Estimasi Waktu
	<p>Stimulation</p> <p>(1) Mahasiswa mencari informasi sebanyak-banyaknya menggunakan media yang ada (smartphone, laptop/ buku) mengenai kardinalitas pada graf sederhana, <i>Domination number</i> dan <i>metric dimension</i></p> <p>(2) Mahasiswa menjelaskan temuan, dan dosen membantu untuk menyimpulkan penjelasan.</p> <p>(3) Dosen menjelaskan secara singkat mengenai <i>Resolving domination number</i></p> <p>(4) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan</p>	15'
	<p>(4) Mahasiswa diberi Lembar Kerja Mahasiswa</p> <p>(5) Mengarahkan mahasiswa agar mengamati dan mengidentifikasi masalah-masalah yang diberikan pada LKM</p>	<i>Problem Statement</i>
	<p>(6) Membimbing mahasiswa untuk melakukan eksplorasi dalam menemukan berbagai alternative solusi permasalahan pada LKM</p>	<i>Data Collection</i>
	<p>(7) Melakukan pemantauan untuk memastikan proses pengerjakan menyelesaikan permasalahan sesuai dengan petunjuk di LKM</p>	<i>Data processing</i>
	<p>(8) Meminta setiap mahasiswa memeriksa hasil pengerjakan dan memeriksa rumus umum mengenai generalisasi pola yang diperoleh</p>	<i>Verification</i>
	<p>(9) Meminta mahasiswa untuk menuliskan rumus tiap <i>Resolving domination number</i>.</p>	<i>Generalization</i>
4	<p>Penutup</p> <p>(1) Memberi penguatan akhir tentang materi yang dibahas</p> <p>(2) Menginformasikan materi pada pertemuan selanjutnya</p>	5

No	Kegiatan	Estimasi Waktu

Pertemuan ke- : 2 (2 x 50)

No	Kegiatan	Estimasi Waktu
1	Pra Pembelajaran Dosen dan mahasiswa menyiapkan buku & bahanbahan pembelajaran, LKM	5
2	Kegiatan Pendahuluan (5) Melakukan apersepsi, yaitu menyampaikan tujuan perkuliahan, (6) Memberikan motivasi kepada mahasiswa	15
3	Kegiatan Inti (7) Menjelaskan secara singkat mengenai <i>Resolving domination number</i> (8) Mahasiswa mendengarkan penjelasan singkat dari praktikan	<i>Stimulation</i>
	(9) Mahasiswa diberi Lembar Kerja Mahasiswa (10) Mengarahkan mahasiswa agar mengamati dan mengidentifikasi masalah-masalah yang diberikan pada LKM	<i>Problem Statement</i>
	(11) Membimbing mahasiswa untuk melakukan eksplorasi dalam menemukan berbagai alternative solusi permasalahan pada LKM	<i>Data Collection</i>
	(12) Melakukan pemantauan untuk memastikan proses pengerjakan menyelesaikan permasalahan sesuai dengan petunjuk di LKM	<i>Data processing</i>
	(13) Meminta setiap mahasiswa memeriksa hasil pengerjakan dan memeriksa rumus umum mengenai	<i>Verification</i>

No	Kegiatan	Estimasi Waktu
	generalisasi pola yang diperoleh	
	(14) Meminta mahasiswa untuk menuliskan rumus tiap Resolving domination number.	<i>Generalization</i>
4	Penutup (1) Memberi penguatan akhir tentang materi yang dibahas (2) Menginformasikan materi pada pertemuan selanjutnya	5

Penilaian Hasil Belajar

Penilaian Proses : Aktivitas Mahasiswa

Jember,

2019

Syamsiyatul Kurniawati
NIM 180220101027

LAMPIRAN A.6

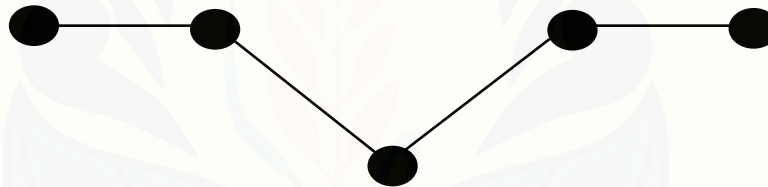
PRE TES**RESOLVING DOMINATION NUMBER**

Nama :

NIM :

**PETUNJUK TES!**

1. Berdoalah sebelum mengerjakan.
2. Tulislah nama beserta NIM di tempat yang telah di tentukan.
3. Bacalah setiap permasalahan dengan cermat dan teliti.
4. Jawablah permasalahan pada tempat yang telah tersedia.
5. Kerjakan secara individu dan tanyakan kepada dosen apabila terdapat pertanyaan yang kurang dipahami.

**SELAMAT
MENERJAKAN****SOAL**

[1] Tentukan Expand dan kardinalitas dari graf tersebut!

Amatilah gambar diatas!

Mengamati kasus**Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 1 pada kolom ini**

Mengorganisir Kasus

Apakah Anda memberikan label pada setiap titik dan sisinya ! Berikan komentar Anda

Mencari dan memprediksi pola

Apakah Anda memprediksi pola dari graf tersebut! Berilah komentar Anda !

[2] Tentukan *resolving domination number* dari graf tersebut!

Merumuskan konjektur

Apakah Anda dapat menduga ada berapa titik yang mendominasi minimal dengan representasi dari setiap titik berbeda? Berilah komentar anda !

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 2 pada kolom ini

Memvalidasi konjektur

Apakah Anda meyakini langkah penyelesaian dalam pemecahan soal tersebut benar? Berilh komentar Anda!

Menggeneralisasi Konjekture

Apakah Anda meyakini bahwa dugaan yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum? Berilah komentar Anda!

Membenarkan Generalisasi

Apakah Anda meyakini bahwa metode yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum adalah **benar** ? Berilh komentar Anda!

SOAL PRE-TEST

[3] Buatlah graf (selain graf diatas dan harus berbeda dengan teman disebelahmu), kemudian tentukan expand dan kardinaliutusnya

Mengamati kasus

Amatilah gambar yang sudah Anda buat!

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 3 pada kolom ini

Mengorganisir Kasus

Apakah Anda memberikan label pada setiap titik dan sisinya ! Berikan komentar Anda

Apakah Anda memprediksi pola d

Mencari dan memprediksi pola

[4] Tentukan *resolving domination number* dari graf tersebut!

Merumuskan konjektur

Apakah Anda dapat menduga ada berapa titik yang mendominasi minimal dengan representasi dari setiap titik berbeda? Berilah komentar anda !

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 2 pada kolom ini

Memvalidasi konjektur

Apakah Anda meyakini langkah penyelesaian dalam pemecahan soal tersebut benar? Berilh komentar Anda!

Menggeneralisasi Konjekture

Apakah Anda meyakini bahwa dugaan yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum? Berilh komentar Anda!

Membenarkan Generalisasi

Apakah Anda meyakini bahwa metode yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum adalah **benar** ? Berilh komentar Anda!

LAMPIRAN A.7

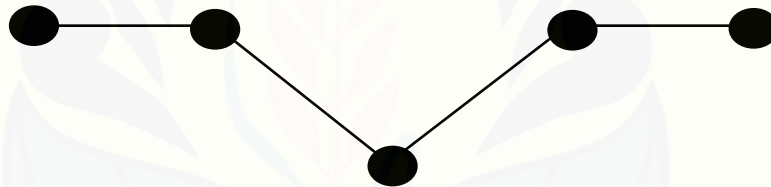
POST- TEST***RESOLVING DOMINATION NUMBER***

Nama :

NIM :

**SELAMAT
MENERJAKAN****PETUNJUK TES!**

1. Berdoalah sebelum mengerjakan.
2. Tulislah nama beserta NIM di tempat yang telah di tentukan.
3. Bacalah setiap permasalahan dengan cermat dan teliti.
4. Jawablah permasalahan pada tempat yang telah tersedia.
5. Kerjakan secara individu dan tanyakan kepada dosen apabila terdapat pertanyaan yang kurang dipahami.

SOAL

[1] Tentukan Expand dan kardinalitas dari graf tersebut!

Amatilah gambar diatas!

Mengamati kasus**Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 1 pada kolom ini**

Mengorganisir Kasus

Apakah Anda memberikan label pada setiap titik dan sisinya ! Berikan komentar Anda

Mencari dan memprediksi pola

Apakah Anda memprediksi pola dari graf tersebut! Berilah komentar Anda !

[2] Tentukan *resolving domination number*

Merumuskan konjektur

Apakah Anda dapat menduga ada berapa titik yang mendominasi minimal dengan representasi dari setiap titik berbeda? Berilah komentar anda !

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 2 pada kolom ini

Memvalidasi konjektur

Apakah Anda meyakini langkah penyelesaian dalam pemecahan soal tersebut benar? Berilh komentar Anda!

Menggeneralisasi Konjekture

Apakah Anda meyakini bahwa dugaan yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum? Berilh komentar Anda!

Membenarkan Generalisasi

Apakah Anda meyakini bahwa metode yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum adalah **benar** ? Berilh komentar Anda!

SOAL POST-TEST

[3] Buatlah graf (selain graf diatas dan harus berbeda dengan teman disebelahmu), kemudian tentukan expand dan kardinaliutusnya

Mengamati kasus

Amatilah gambar yang sudah Anda buat!

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 3 pada kolom ini

Mengorganisir Kasus

Apakah Anda memberikan label pada setiap titik dan sisinya ! Berikan komentar Anda

Apakah Anda memprediksi pola dari

Mencari dan memprediksi pola

[5] Tentukan *resolving domination number* dari graf tersebut!

Merumuskan konjektur

Apakah Anda dapat menduga ada berapa titik yang mendominasi minimal dengan representasi dari setiap titik berbeda? Berilah komentar anda !

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 2 pada kolom ini

Memvalidasi konjektur

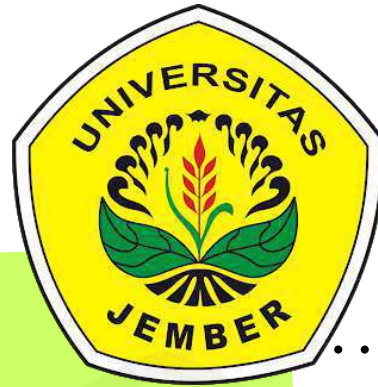
Apakah Anda meyakini langkah penyelesaian dalam pemecahan soal tersebut benar? Berilh komentar Anda!

Menggeneralisasi Konjekture

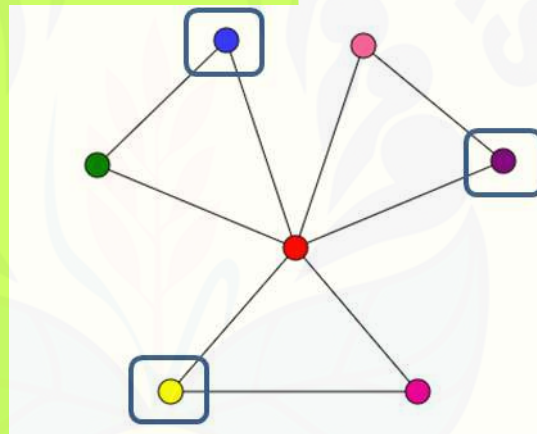
Apakah Anda meyakini bahwa dugaan yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum? Berilh komentar Anda!

Membenarkan Generalisasi

Apakah Anda meyakini bahwa metode yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum adalah **benar** ? Berilh komentar Anda!



LEMBAR KERJA MAHASISWA



Resolving Domination Number

MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU PENDIDIKAN DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS JEMBER

2019

LEMBAR KERJA MAHASISWA

RESOLVING DOMINATION NUMBER

Setelah pembelajaran ini diharapkan mahasiswa mampu:



Mengembangkan *Resolving Domination Number*



Menentukan *Resolving Domination Number*

Indikator

Mahasiswa dapat menentukan *Resolving Domination Number* suatu graf

Petunjuk LKM

- Berdoalah sebelum mengerjakan.
- Perhatikan penjelasan dosen tentang proses pembelajaran yang akan dilakukan.
- Bualah kelompok dengan anggota 3-4 orang..
- Tulislah nama anggota pada kolom yang disediakan.
- Bacalah LKM ini dengan cermat dan teliti.
- Jawablah pertanyaan pada kotak yang disediakan.

NAMA ANGGOTA KELOMPOK

1. NIM.....

2. NIM.....

3. NIM.....

4. NIM.....

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Stimulation

Obseving the Case

Carilah informasi sebanyak-banyaknya tentang:

Dominating Set

Metric Dimension

Resolving dominating Number

Kalian dapat mencari materi tersebut di buku pendukung ataupun fasilitas lain yang tersedia (perangkat teknologi)

Tuliskan jawaban kalian pada tempat yang tersedia berikut:

Dominating set

Metric dimension

Resolving dominating number

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Salah satu topik menarik dalam teori graf adalah *Dominating set* (himpunan yang mendominasi) dan *Metric dimension* (Himpunan pembeda dengan kardinalitas terkecil). Pada LKM ini kita akan membahas cara menentukan himpunan yang mendominasi dengan pembeda serta kardinalitas terkecil pada suatu graph atau yang dapat kita sebut *Dominating Metric Dimension* ($Dom_{dim}(G)$). Jika dapat didefinisikan sebagai berikut:

DEFINISI 1

Dominating set adalah suatu konsep penentuan suatu titik seminimal mungkin pada graf dengan ketentuan titik sebagai *dominating set* bisa mengcover atau menjangkau titik yang ada di sekitarnya. *Dominating number* merupakan kardinalitas minimum dari *dominating set* yang disimbolkan dengan $\gamma(G)$

DEFINISI 2

Metric Dimention adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda. Himpunan pembeda W sebagai himpunan dari vertex - vertex pada suatu graf G sedemikian hingga untuk setiap vertex di G menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap vertex di W .

DEFINISI 3

Domination Metric Dimention Number adalah *Kardinalitas minimum dari Resolving Dominating Set* dengan memiliki kondisi *dominating number* dan *dimensi metrik* (*Resolving Domination Number*), $\gamma_r(G)$.

Keterangan

V = Himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *nodes*), atau dapat ditulis

$$V = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$$

E = Himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul, atau dapat ditulis

$$E = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-1}, X_n\}$$

S = Himpunan *Resolving domination*

$|V|$ = Jumlah titik suatu graf (*order*)

$|E|$ = Jumlah sisi suatu graf (*size*)

$|S|$ = Jumlah *Resolving domination*

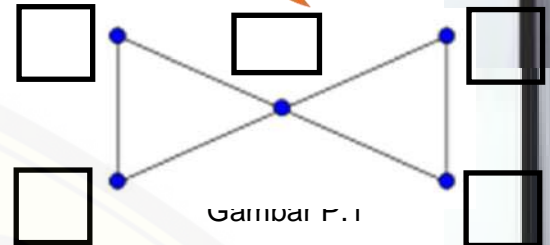
LEMBAR KERJA MAHASISWA

Identifikasi masalah

mengorganisir kasus

RISET 1

Berilah label pada gambar P.1



- Gambar P.1 adalah graf fienship F_2
- Pelabelan titik dan sisi pada graf tersebut:

 $V = \dots$ $E = \dots$

- Maka fungsi label titik dan sisi pada graf tersebut :

 $V = \dots$ sehingga $|V| = \dots$ $E = \dots$ sehingga $|E| = \dots$

Untuk menentukan *resolving domination number*, perhatikan gambar P.1. Cobalah untuk menduga titik-titik yang mendominasi titik yang bertetangga yang paling minimal namun mempunyai representasi yang berbeda.

Hard work will pay off.



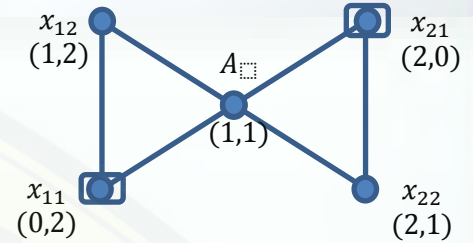
LEMBAR KERJA MAHASISWA

Identifikasi Masalah

Mengamati Kasus

RISET 1

Gambarkan dugaan kalian titik yang menjadi dominator pada gambar p.2 dengan cara melingkari titik tersebut.



Gambar P.1

- Perhatikan representasi setiap titik.
- Pastikan bahwa setiap titik mempunyai representasi yang berbeda.

$$x_{11}(0,2); x_{12}(1,2); x_{21}(2,0); x_{22}(2,1); A(1,1).$$

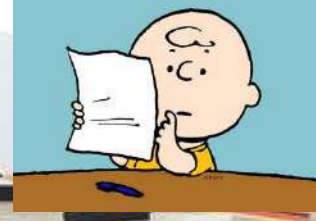
C
E
K

Kemudian kita dapat menentukan *resolving domination number* F_2 .

$$S(F_2) = \{x_{11}, x_{21}\}$$

$$|S(F_2)| = 2$$

Hard work will pay off.

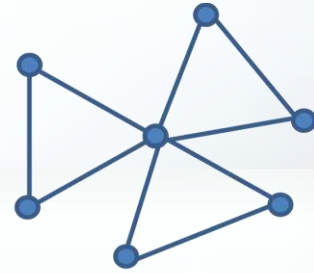


LEMBAR KERJA MAHASISWA

Pengumpulan Data

Mencari dan
pemprediksi pola

RISET 2

Berilah label pada
gambar P.1

Gambar P.3

- Gambar P.3 adalah graf
- Pelabelan titik dan sisi pada graf tersebut:
 $V = \dots$
 $E = \dots$
- Maka fungsi label titik dan sisi pada graf tersebut :
 $V = \dots$
 sehingga $|V| = \dots$
 $E = \dots$
 sehingga $|E| = \dots$

Untuk menentukan *resolving domination number*, perhatikan gambar P.3. Cobalah untuk menduga titik-titik yang mendominasi titik yang bertetangga yang paling minimal namun mempunyai representasi yang berbeda.

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Pengumpulan Data

Mencari dan
pemprediksi pola

RISET 2

Gambarkan dugaan kalian titik yang menjadi dominator pada gambar p.2 dengan cara melingkari titik tersebut.



Gambar P.3

- Perhatikan representasi setiap titik.
- Pastikan bahwa setiap titik mempunyai representasi yang berbeda.

C
E
K

$x_{11} (\dots, \dots, \dots); x_{12} (\dots, \dots, \dots); x_{21} (\dots, \dots, \dots); x_{22} (\dots, \dots, \dots); x_{31} (\dots, \dots, \dots); x_{32} (\dots, \dots, \dots); z (\dots, \dots, \dots)$.

Kemudian kita dapat menentukan *resolving domination number* F_3 .

$S(F_3) = \{ \dots, \dots \}$

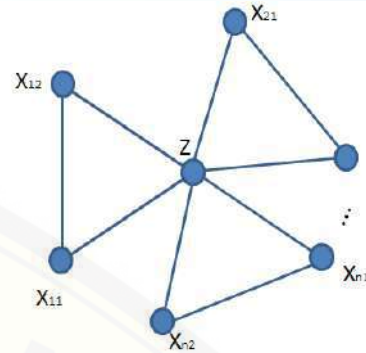
$|S(F_3)| = \dots$

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Pengolahan Data

Merumuskan Konjektur

Daftarlah *resolving domination number* dari graf Friendship $\gamma_r(F_n)$ sebanyak banyaknya dari graff friendship untuk $n \geq 2$, kemudian tuliskan pada tabel berikut!



Tabel 1. *resolving domination number* dari graf Friendship

F_n untuk $n = \dots$	$\gamma_r(F_n)$	F_n untuk $n = \dots$	$\gamma_r(F_n)$
F_2	2	F_{11}	...
F_3	...	F_{12}	...
F_4	...	F_{13}	...
F_5	...	F_{14}	...
F_6	6	F_{15}	15
F_7	7	F_{16}	...
F_8	...	F_{17}	17
F_9	...	F_{18}	...
F_{10}	...	F_{19}	...

Dengan memperhatikan tabel 1. Cobalah untuk menduga *resolving domination number* dari graf Friendship $\gamma_r(F_n)$ untuk $n \geq 2$.

$$\gamma_r(F_n) = \dots$$

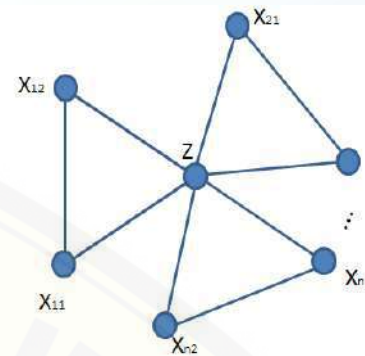


LEMBAR KERJA MAHASISWA

Pembuktian

Memvalidasi konjektur

Buatlah representasi titik $A, x \in V(F_n)$ untuk memeriksa dan memastikan kembali tidak ada titik yang mempunyai representasi sama.



Tabel 2. Representasi titik

v	$r(v S)$	condition
x_{11}	$(0, \underbrace{\dots}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{12}	$(1, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{21}	$(2, 0, 2, \underbrace{\dots}_{n-1}, 2)$	$n \geq 2$
x_{22}	$(2, 1, \underbrace{\dots, 2}_{n-1}, \dots)$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(2, \dots, 2, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
Z	$(0, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$



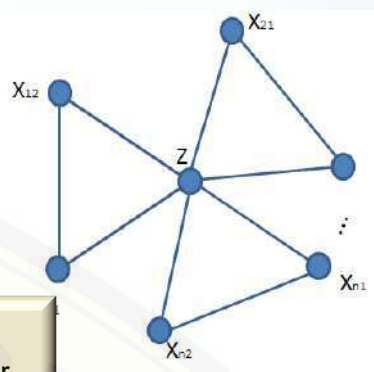
LEMBAR KERJA MAHASISWA

Generalisasi

Menggeneralisasi konjektur

Dari Tabel 2 terlihat bahwa setiap titik mempunyai representasi yang berbeda sehingga berlaku

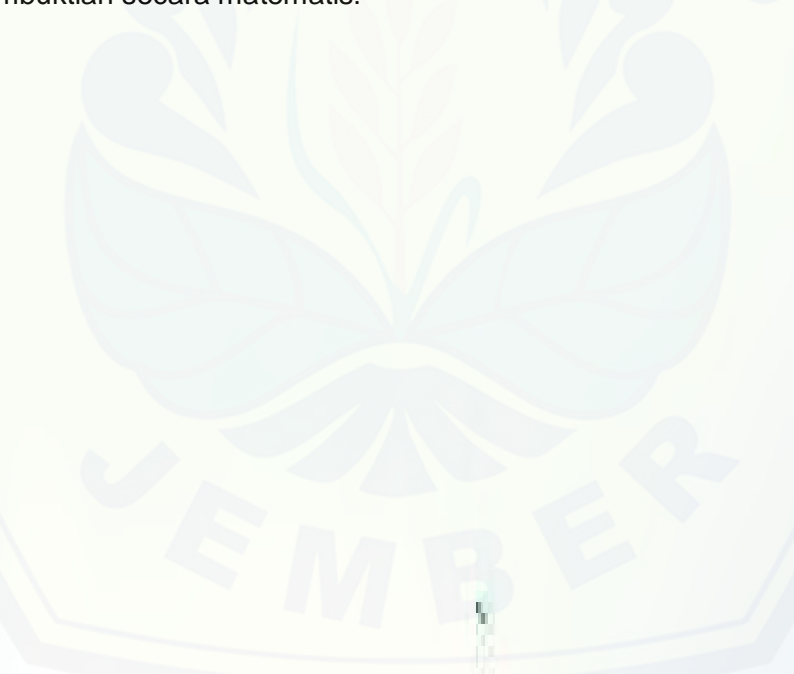
Untuk setiap $n \geq 2$ pada graf persahabatan (*friendship*) F_n maka resolving domination number dari F_n adalah $\gamma_r(F_n) = n$.



Generalisasi

Membenarkan konjektur

Apakah dugaan kalian benar?
Lakukan pembuktian secara matematis!



LEMBAR KERJA MAHASISWA



Ayo mencoba!

Carilah satu graph selain graf persahabatan,



Petunjuk Pengerjaan



1. Gambarlah sebuah graf dan berilah nama dari graf tersebut



2. Berilah label pada graf tersebut dan tentukan kardinalitasnya



3. Cobalah untuk menduga titik-titik yang mendominasi titik yang bertetangga yang paling minimal namun mempunyai representasi yang berbeda.



4. Daftarkan resolving domination number dari order terkecil sebanyak-banyaknya dari graff dalam bentuk tabel agar terlihat pola!



5. Cobalah untuk menduga *resolving domination number* dari graf tersebut



6. Buatlah representasi titik untuk memeriksa dan memastikan kembali tidak ada



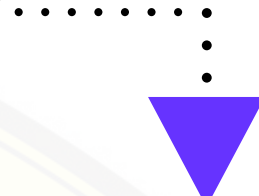
7. Apakah dugaan kalian benar?

Penyelesaian:

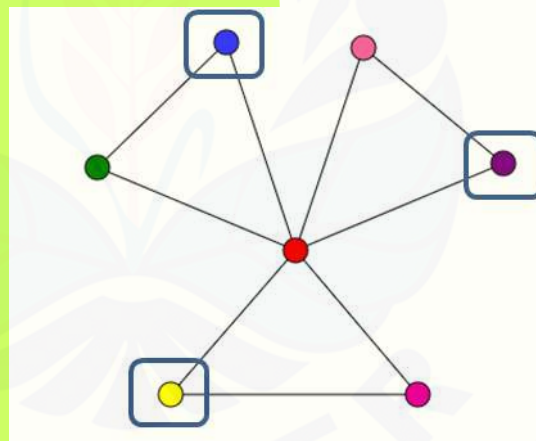
LEMBAR KERJA MAHASISWA

Penyelesaian:





KUNCI JAWABAN LEMBAR KERJA MAHASISWA



Resolving Domination Number

MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU PENDIDIKAN DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS JEMBER

2019

LEMBAR KERJA MAHASISWA

RESOLVING DOMINATION NUMBER

Setelah pembelajaran ini diharapkan mahasiswa mampu:



Mengembangkan *Resolving Domination Number*



Menentukan *Resolving Domination Number*

Indikator

Mahasiswa dapat menentukan *Resolving Domination Number* suatu graf

Petunjuk LKM

- Berdoalah sebelum mengerjakan.
- Perhatikan penjelasan dosen tentang proses pembelajaran yang akan dilakukan.
- Bualah kelompok dengan anggota 3-4 orang..
- Tulislah nama anggota pada kolom yang disediakan.
- Bacalah LKM ini dengan cermat dan teliti.
- Jawablah pertanyaan pada kotak yang disediakan.

NAMA ANGGOTA KELOMPOK

1. NIM.....

2. NIM.....

3. NIM.....

4. NIM.....

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Pemberian Rangsang

Mengamati kasus

Carilah informasi sebanyak-banyaknya tentang:

Dominating Set

Metric Dimension

Resolving dominating Number

Kalian dapat mencari materi tersebut di buku pendukung ataupun fasilitas lain yang tersedia (perangkat teknologi)

Tuliskan jawaban kalian pada tempat yang tersedia berikut:

Dominating set

Dominating set adalah suatu konsep penentuan suatu titik seminimal mungkin pada graf dengan ketentuan titik sebagai *dominating set* bisa mengcover atau menjangkau titik yang ada di sekitarnya. *Dominating number* merupakan kardinalitas minimum dari *dominating set* yang disimbolkan dengan $\gamma(G)$

Metric dimension

Metric Dimension adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda. Himpunan pembeda W sebagai himpunan dari vertex - vertex pada suatu graf G sedemikian hingga untuk setiap vertex di G menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap vertex di W .

Resolving dominating number

Resolving Domination Number adalah *Kardinalitas minimum dari Resolving Dominating Set* dengan memiliki kondisi *dominating number* dan *dimensi metrik (Domination Metric*

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Salah satu topik menarik dalam teori graf adalah *Dominating set* (himpunan yang mendominasi) dan *Metric dimension* (Himpunan pembeda dengan kardinalitas terkecil). Pada LKM ini kita akan membahas cara menentukan himpunan yang mendominasi dengan pembeda serta kardinalitas terkecil pada suatu graph atau yang dapat kita sebut *Resolving domination number*. Jika dapat didefinisikan sebagai berikut:

DEFINISI 1

Dominating set adalah suatu konsep penentuan suatu titik seminimal mungkin pada graf dengan ketentuan titik sebagai *dominating set* bisa mengcover atau menjangkau titik yang ada di sekitarnya. *Dominating number* merupakan kardinalitas minimum dari *dominating set* yang disimbolkan dengan $\gamma(G)$

DEFINISI 2

Metric Dimention adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda. Himpunan pembeda W sebagai himpunan dari vertex - vertex pada suatu graf G sedemikian hingga untuk setiap vertex di G menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap vertex di W .

DEFINISI 3

Resolving Domination Number adalah *Kardinalitas minimum dari Resolving Dominating Set* dengan memiliki kondisi *dominating number* dan *dimensi metrik* (*Resolving Domination Number*), $\gamma_r(G)$

Keterangan

V = Himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *nodes*), atau dapat ditulis

$$V = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$$

E = Himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul, atau dapat ditulis

$$E = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-1}, X_n\}$$

S = Himpunan *Resolving domination*

$|V|$ = Jumlah titik suatu graf (*order*)

$|E|$ = Jumlah sisi suatu graf (*size*)

$|S|$ = Jumlah *Resolving domination*

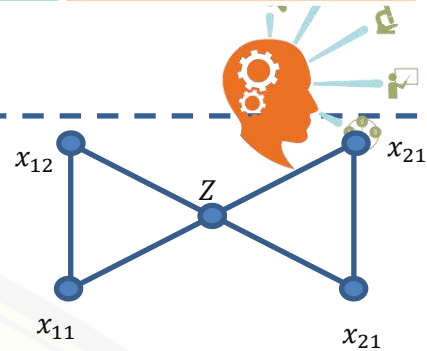
LEMBAR KERJA MAHASISWA

Identifikasi masalah

mengorganisir kasus

RISET 1

Berilah label pada gambar P.1



Gambar P.1

- Gambar P.1 adalah graf fienship F_2
- Pelabelan titik dan sisi pada graf tersebut:
 $V(F_n) = \{Z\} \cup \{x_{ij}; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq 2\}$

$$E(F_n) = \{Zx_{i1}, Zx_{i2}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{i1} x_{i2}; 1 \leq i \leq n\}.$$

$$\text{sehingga } |V(F_n)| = 2n + 1$$

$$\text{sehingga } |E(F_n)| = 3n$$

Untuk menentukan *resolving domination number*, perhatikan gambar P.1. Cobalah untuk menduga titik-titik yang mendominasi titik yang bertetangga yang paling minimal namun mempunyai representasi yang berbeda.

Hard work will pay off.



LEMBAR KERJA MAHASISWA

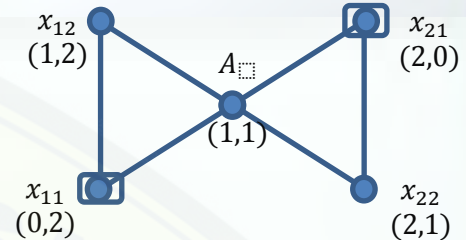
Problem Statement

Mengamati Kasus

RISET 1



Gambarkan dugaan kalian titik yang menjadi dominator pada gambar p.2 dengan cara melingkari titik tersebut.



Gambar P.1

- Perhatikan representasi setiap titik.
- Pastikan bahwa setiap titik mempunyai representasi yang berbeda.

$x_{11}(0,2); x_{12}(1,2); x_{21}(2,0); x_{22}(2,1); A(1,1)$.

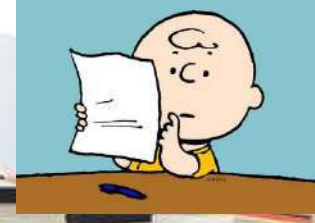
Kemudian kita dapat menentukan *resolving domination number* F_2 .

$$S(F_2) = \{x_{11}, x_{21}\}$$

$$|S(F_2)| = 2$$

C
E
K

Hard work will pay off.

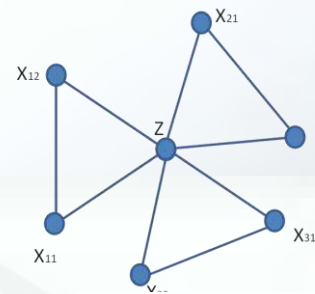


LEMBAR KERJA MAHASISWA

Problem Statement

Mencari dan
pemprediksi pola

RISET 2

Berilah label pada
gambar P.1

Gambar P.3

- Gambar P.3 adalah graf persahabatan
- Pelabelan titik dan sisi pada graf tersebut:
 $V = \dots$
 $E = \dots$
- Maka fungsi label titik dan sisi pada graf tersebut :
 $V = \dots$
 sehingga $|V| = \dots$
 $E = \dots$
 sehingga $|E| = \dots$

Untuk menentukan *resolving domination number*, perhatikan gambar P.3. Cobalah untuk menduga titik-titik yang mendominasi titik yang bertetangga yang paling minimal namun mempunyai representasi yang berbeda.

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Problem Statement

Mencari dan
pemprediksi pola

RISET 2

Gambarkan dugaan kalian titik yang menjadi dominator pada gambar p.2 dengan cara melingkari titik tersebut.



Gambar P.3

- Perhatikan representasi setiap titik.
- Pastikan bahwa setiap titik mempunyai representasi yang berbeda.

C
E
K

$$x_{11}(0,2,2); x_{12}(1,2,2); x_{21}(2,0,2); x_{22}(2,1,2);$$

$$x_{31}(2,2,0); x_{32}(2,2,1) A(1,1)$$

Kemudian kita dapat menentukan *resolving domination number* F_3 .

$$S(F_3) = \{ x_{11}x_{21}, x_{11} \}$$

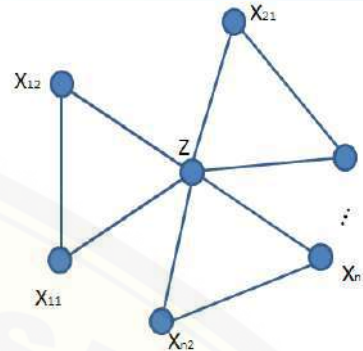
$$|S(F_3)| = 3$$

LEMBAR KERJA MAHASISWA

Data Collection

Merumuskan
Konjektur

Daftarlah *resolving domination number* dari graf Friendship $\gamma_r(F_n)$ sebanyak banyaknya dari graff friendship untuk $n \geq 2$, kemudian tuliskan pada tabel berikut!



Tabel 1. *resolving domination number* dari graf Friendship

F_n untuk $n = \dots$	$\gamma_r(F_n)$	F_n untuk $n = \dots$	$\gamma_r(F_n)$
F_2	2	F_{11}	11
F_3	3	F_{12}	12
F_4	4	F_{13}	13
F_5	5	F_{14}	14
F_6	6	F_{15}	15
F_7	7	F_{16}	16
F_8	8	F_{17}	17
F_9	9	F_{18}	18
F_{10}	10	F_{19}	19

Dengan memperhatikan tabel 1. Cobalah untuk menduga *resolving domination number* dari graf Friendship $\gamma_r(F_n)$ untuk $n \geq 2$.

$$\gamma_r(F_n) = n$$

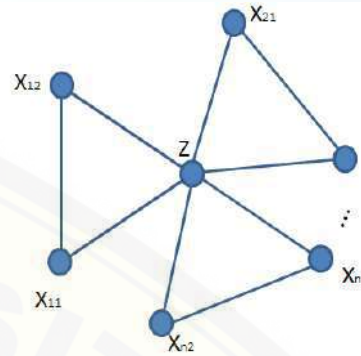


LEMBAR KERJA MAHASISWA

Pembuktian

Memvalidasi konjektur

Buatlah representasi titik $A, x \in V(F_n)$ untuk memeriksa dan memastikan kembali tidak ada titik yang mempunyai representasi sama.



Tabel 2. Representasi titik

v	$r(v S)$	condition
x_{11}	$(0, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{12}	$(1, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{21}	$(2, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{22}	$(2, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
x_{i2}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 2, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
Z	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{n-1})$	$n \geq 2$



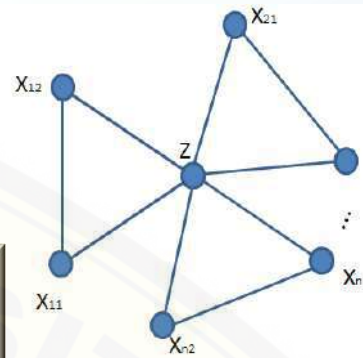
LEMBAR KERJA MAHASISWA

Generalisasi

Menggeneralisasi
konjektur

Dari Tabel 2 terlihat bahwa setiap titik mempunyai representasi yang berbeda sehingga berlaku

Untuk setiap $n \geq 2$ pada graf persahabatan (*friendship*) F_n maka resolving domination number dari F_n adalah $\gamma_r(F_n) = n$.



Generalisasi

Membenarkan
konjektur

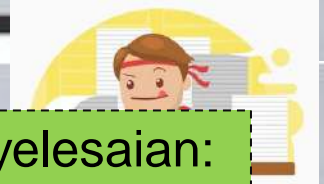
Dalam membuktikan *resolving domination number* F_n dengan $n \geq 2$, $\gamma_r(F_n) = n$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(F_n) \leq n$ dan batas bawah $\gamma_r(F_n) \geq n$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(F_n) \leq n$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ sedemikian hingga representasi titik di F_n adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.1. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(F_n) \leq n$.

Langkahselanjtnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number*. Sehingga F_n adalah $\gamma_r(F_n) \geq n$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(F_n) < n$. Jika $|S| = n - 1$ maka F_n akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah $n - 1$ pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada F_n , yaitu:

- Jika kita menempatkan $n - 1$ titik dalam *subdivided* dari F_n , kita akan mendapatkan satu titik dalam *subdivided* yang tidak didominasi oleh $n - 1$ titik di S . Ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga, dan kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.
- Jika kita menempatkan $n - 2$ titik di F_n dan 1 simpul di simpul pusat, kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* graf yang memiliki representasi yang sama. Hal ini disebabkan oleh 2 titik dalam grafik yang dibagi lagi akan memiliki jarak yang sama ke beberapa titik dalam F_n . Ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) diatas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan diatas kontradiksi dengan $\gamma_r(F_n) < n$, sehingga $\gamma_r(F_n) \geq n$. Setelah pembuktian $\gamma_r(F_n) \leq n$ dan $\gamma_r(F_n) \geq n$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(F_n) = n$.

LEMBAR KERJA MAHASISWA



LEMBAR KERJA MAHASISWA

Penyelesaian:

Carilah satu graph selain graf persahabatan,



Petunjuk Pengerjaan



Gambarlah sebuah graf dan berilah nama dari graf tersebut



Berilah label pada graf tersebut dan tentukan kardinalitasnya



Cobalah untuk menduga titik-titik yang mendominasi titik yang bertetangga yang paling minimal namun mempunyai representasi yang berbeda.



Daftarlah resolving domination number sebanyak banyaknya dari graf dalam bentuk tabel !



Cobalah untuk menduga *resolving domination number* dari graf tersebut



Buatlah representasi titik untuk memeriksa dan memastikan kembali tidak ada titik yang mempunyai representasi sama.



Pastikan dugaan kalian benar dengan cara Jika diperlukan, orang bisa membuat bukti matematis

Penyelesaian:

LAMPIRAN A.9**LEMBAR OBSERVASI AKTIVITAS MAHASISWA**

Hari / tanggal observasi :
 Mata Kuliah : Matematika Diskrit
 Pokok Bahasan : *Resolving domination number*
 Pertemuan ke- :

A. Petunjuk

- Berilah tandacentang (\surd) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda!
- Kriteria skor penilaian terdapat pada lembar pedoman aktivitas pendidik.
- Pengamatan dilakukan sejak dosen memulai pelajaran!

No	ASPEK YANG DINILAI	SIKAP PENILAIAN			
		1	2	3	4
I. PENDAHULUAN					
1.	Mahasiswa mempunyai perhatian dan rasa motivasi terhadap penyajian tujuan pembelajaran				
2.	Mahasiswa mendengarkan penjelasan dosen terkait bahan kajian yang akan di pelajari				
II. KEGIATAN INTI					
<i>Exposure Stage</i>					
1.	Mahasiswa membentuk kelompok				
2.	Mahasiswa mempunyai perhatian dan motivasi terhadap penyajian referensi berupa jurnal penelitian				
<i>Experience Stage</i>					
3.	Mahasiswa mengumpulkan data melalui diskusi				
4.	Mahasiswa menyajikan data yang diperoleh pada LKM				
5.	Mahasiswa menganalisis data yang diperoleh pada LKM				
<i>Capstone Stage</i>					
6.	Mahasiswa mempresentasikan hasil diskusi				
III. PENUTUP					
1.	Mahasiswa dapat membuat kesimpulan				

Jember,2019

Observer / Pengamat

(.....)

LAMPIRAN A.10**LEMBAR OBSERVASI KEMAMPUAN PENDIDIK DALAM
MENGELOLA PEMBELAJARAN**

Hari / tanggal observasi :
 Mata Kuliah : Matematika Diskrit
 Pokok Bahasan : *Resolving domination number*
 Pertemuan ke- :

Petunjuk:

- Berilah tanda centang (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda!
- Kriteria skor penilaian terdapat pada lembar pedoman aktivitas pendidik.
- Pengamatan dilakukan sejak dosen memulai pelajaran!

No	ASPEK YANG DINILAI	SKALA PENILAIAN			
		1	2	3	4
I. PENDAHULUAN					
1.	Membuka dengan salam dan doa				
2.	Menyampaikan tujuan pembelajaran				
3.	Memotivasi mahasiswa				
4.	Menyampaikan bahan kajian yang akan dipelajari				
II. KEGIATAN INTI					
<i>Exposure Stage</i>					
1.	Mengorganisasi mahasiswa dalam kelompok belajar yang heterogen				
2.	Menyajikan referensi jurnal penelitian terkait materi yang dipelajari				
<i>Experience Stage</i>					
3.	Mengobservasi mahasiswa saat mengumpulkan data melalui diskusi				
4.	Mengobservasi mahasiswa saat menyajikan data yang diperoleh pada LKM				
5.	Mengobservasi mahasiswa saat menganalisis data yang diperoleh pada LKM				
<i>Capstone Stage</i>					
6.	Memotivasi kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi				
7.	Memberikan evaluasi				
III. PENUTUP					
1.	Membimbing mahasiswa untuk menyusun kesimpulan				
2.	Menyampaikan materi yang akan dipelajari pada pertemuan selanjutnya				

No	ASPEK YANG DINILAI	SKALA PENILAIAN			
		1	2	3	4
3.	Menutup dengan salam dan doa				

Saran :

.....

.....

.....

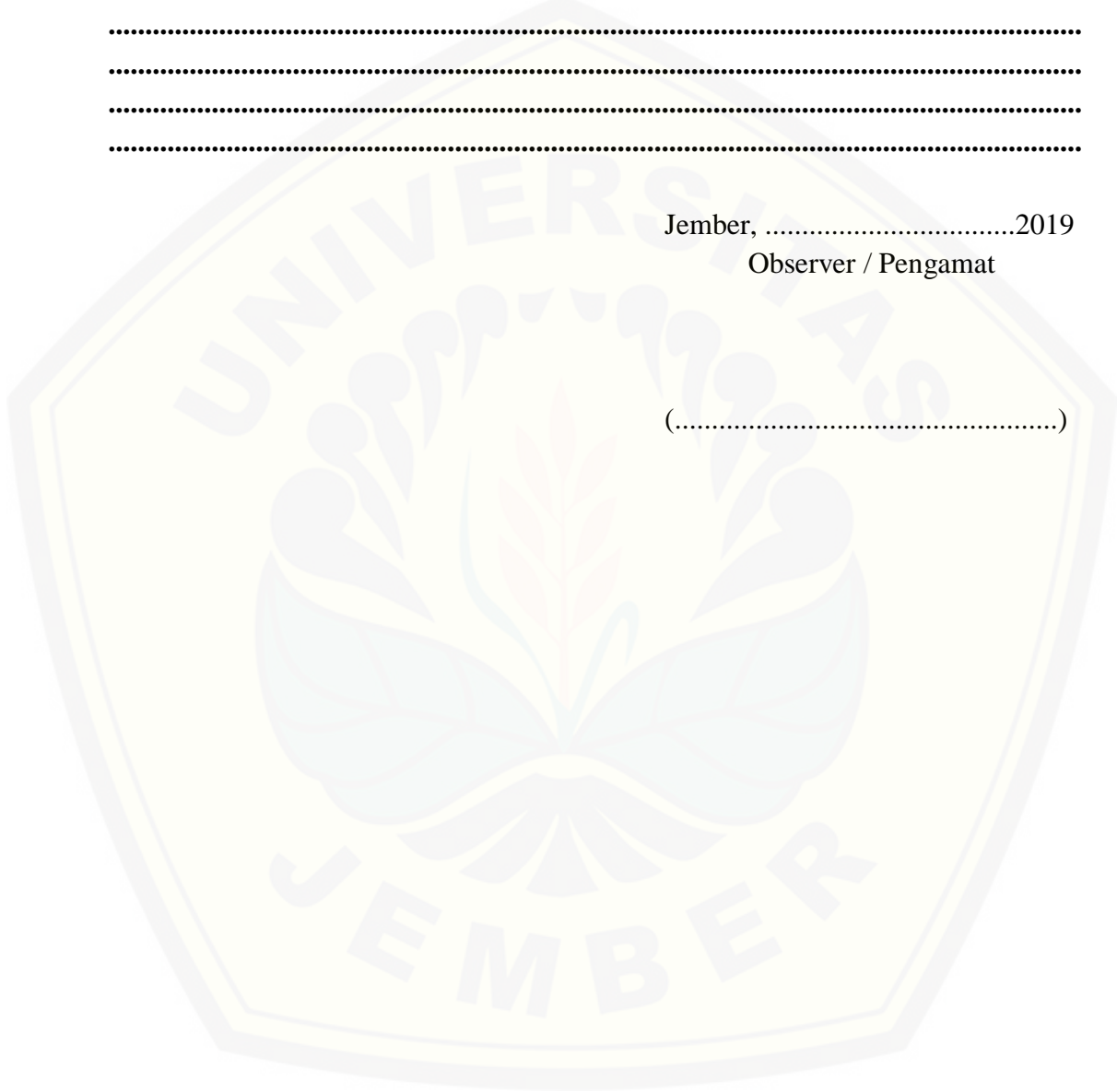
.....

.....

Jember,2019

Observer / Pengamat

(.....)



LAMPIRAN A.11

**ANGKET RESPON MAHASISWA TERHADAP
KEGIATAN PEMBELAJARAN**

Dalam rangka pengembangan perangkat pembelajaran matematika berbasis riset di kelas, kami mohon tanggapan saudara/saudari mahasiswa terhadap proses pembelajaran menggunakan model *discovery learning* sub pokok *Resolving domination number* yang telah dilakukan. Jawaban saudara/saudari mahasiswa akan kami rahasiakan. Oleh karena itu, jawablah dengan sejujurnya karena hal ini tidak akan berpengaruh terhadap nilai mata kuliah ini.

Petunjuk Pengisian Angket :

1. Pada angket ini terdapat pertanyaan. Berilah jawaban yang benar-benar cocok dengan pilihanmu.
2. Berilah tandacentang (\surd) pada kolom yang sesuai dengan pendapatmu untuk setiap pertanyaan yang diberikan.
3. Berilah alasanmu dengan mengisi di kolom alasan.

NO	ASPEK YANG DIRESPON	PENILAIAN		ALASAN
		YA	TIDAK	
1.	Apakah Anda merasa senang terhadap komponen pembelajaran berikut ini?			
	Materi Pembelajaran			
	Lembar Kerja Mahasiswa			
	Suasana Pembelajaran			
2.	Cara Dosen Mengajar			
	Apakah komponen pembelajaran berikut baru?			
	Materi Pembelajaran			
	Lembar Kerja Mahasiswa			
3.	Suasana Pembelajaran			
	Cara Dosen Mengajar			
	Apakah Anda berminat mengikuti pembelajaran ini?			
4.	Apakah Anda dapat memahami dengan jelas bahasa yang digunakan pada :			
	Lembar Kerja Mahasiswa			
	Lembar soal tes akhir riset			
5.	Apakah Anda dapat mengerti maksud setiap soal/masalah yang disajikan pada :			
	Lembar Kerja Mahasiswa			
	Lembar soal tes akhir riset			

NO	ASPEK YANG DIRESPON	PENILAIAN		ALASAN
		YA	TIDAK	
6.	Apakah Anda tertarik dengan penampilan (tulisan, gambar, dan letak gambar) pada :			
	Lembar Kerja Mahasiswa			
	Lembar soal tes akhir riset			
7.	Apakah Anda senang berdiskusi dengan anggota kelompok untuk menyelesaikan masalah dengan saling bertukar hasil jawaban?			
Jumlah Penilaian				
Presentase respon siswa				

Jember,2019

Mahasiswa,

(.....)

LAMPIRAN A.12

PEDOMAN WAWANCARA

A. Petunjuk Wawancara

1. Wawancara dilakukan setelah mahasiswa mengerjakan tes hasil belajar (Post-test)
2. Wawancara yang dilakukan dengan peserta didik mengacu pada pedoman wawancara.
3. Wawancara tidak harus berjalan sesuai urutan pertanyaan pada pedoman wawancara dan pertanyaan yang diberikan lanjutan sesuai dengan jawaban responden.
4. Pedoman wawancara hanya digunakan sebagai garis besar saja, dan peneliti diperbolehkan untuk mengembangkan pembicaraan (diskusi) ketika wawancara berlangsung karena wawancara ini tergolong wawancara yang bebas terpimpin.
5. Pada proses wawancara peserta didik kemampuan *conjecturing* yang dilakukan setelah mengerjakan tes hasil belajar (Post-tes)

B. Pedoman wawancara

Tahapan Proses Keterampilan <i>Conjecturing</i>	Pertanyaan
Merencanakan 1) Membaca dan menguraikan masalahnya 2) Mampu memprediksi rencana penyelesaian 3) Mampu menentukan langkah penyelesaian yang digunakan untuk memperbaiki masalah	Tahapan apa yang Anda lakukan pada saat mendapatkan permasalahan tersebut?
Memonitor 1) Mampu melibatkan pengetahuan sebelumnya dalam memecahkan masalah	Tahapan apa yang Anda lakukan pada saat mendapatkan permasalahan tersebut?

Tahapan Proses Keterampilan <i>Conjecturing</i>	Pertanyaan
2) Mampu memecahkan masalah dengan berbagai cara 3) Melakukan langkah kerja yang benar 4) Memeriksa kebenaran langkah 5) Mampu mengatur hasilnya	
Mengevaluasi 1) Memeriksa kembali kurangnya pengerjaan 2) Dapat menentukan cara yang berbeda 3) Mampu menerapkan metode ini untuk masalah tersebut 4) Perhatikan cara kerja diri kita	Tahapan apa yang Anda lakukan pada saat mendapatkan permasalahan tersebut?

Jember,2019

Observer

(.....)

LAMPIRAN B.1

LEMBAR VALIDASI

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Mata Kuliah : Matematika Diskrit
 Materi : *Resolving domination number*
 Kelas/Semester :
 Nama Validator :

A. Tujuan

Tujuan penggunaan instrumen ini digunakan untuk mengukur kevalidan RPP dalam pelaksanaan pembelajaran matematika yang implementasinya menggunakan pendekatan pembelajaran *discovery learning* untuk meningkatkan ketrampilan *conjecturing* peserta didik.

B. Petunjuk

Mohon kesedian Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (√) pada kolom penilaian yang sesuai pendapat Anda!

Keterangan skala penilaian:

- 1 : berarti “tidak baik”
- 2 : berarti “cukup baik”
- 3 : berarti “baik”
- 4 : berarti “Sangat baik”

C. Penilaian ditinjau dari beberap aspek

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I. Perumusan tujuan pembelajaran					
1.	Kejelasan kompetensi inti dan kompetensi dasar				
2.	Kesesuaian kompetensi inti dan kompetensi dasar dengan tujuan pembelajaran				
3.	Ketepatan penjabaran kompetensi dasar kedalam indikator				
4.	Kesesuaian indikator dengan tujuan pembelajaran				

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
5.	Kesesuaian indikator dengan tingkat perkembangan peserta didik				
II. Isi SAP					
1.	Sistematika penyusunan SAP				
2.	Kesesuaian urutan kegiatan pembelajaran dengan model <i>discovery learning</i>				
3.	Kejelasan tahap-tahap kegiatan pembelajaran dari pendahuluan, inti dan penutup				
III. Bahasa dan tulisan					
1.	Menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa yang baku (EYD)				
2.	Bahasa yang digunakan bersifat komunikatif dan mudah dipahami				
IV. Waktu					
1.	Kesesuaian alokasi waktu yang digunakan				
2.	Rincian waktu untuk setiap tahap pembelajaran				

D. Penilaian umum

Kesimpulan penilaian secara umum**):

- a. Satuan Acara Perkuliahan ini:
 - 1 : berarti “tidak baik”
 - 2 : berarti “cukup baik”
 - 3 : berarti “baik”
 - 4 : berarti “Sangat baik”
- b. Satuan Acara Perkuliahan ini:
 - 1: belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi
 - 2: dapat digunakan dengan banyak revisi
 - 3: dapat digunakan dengan sedikit revisi
 - 4: dapat digunakan tanpa revisi

***) Lingkarilah nomor atau angka sesuai dengan pilihan Anda

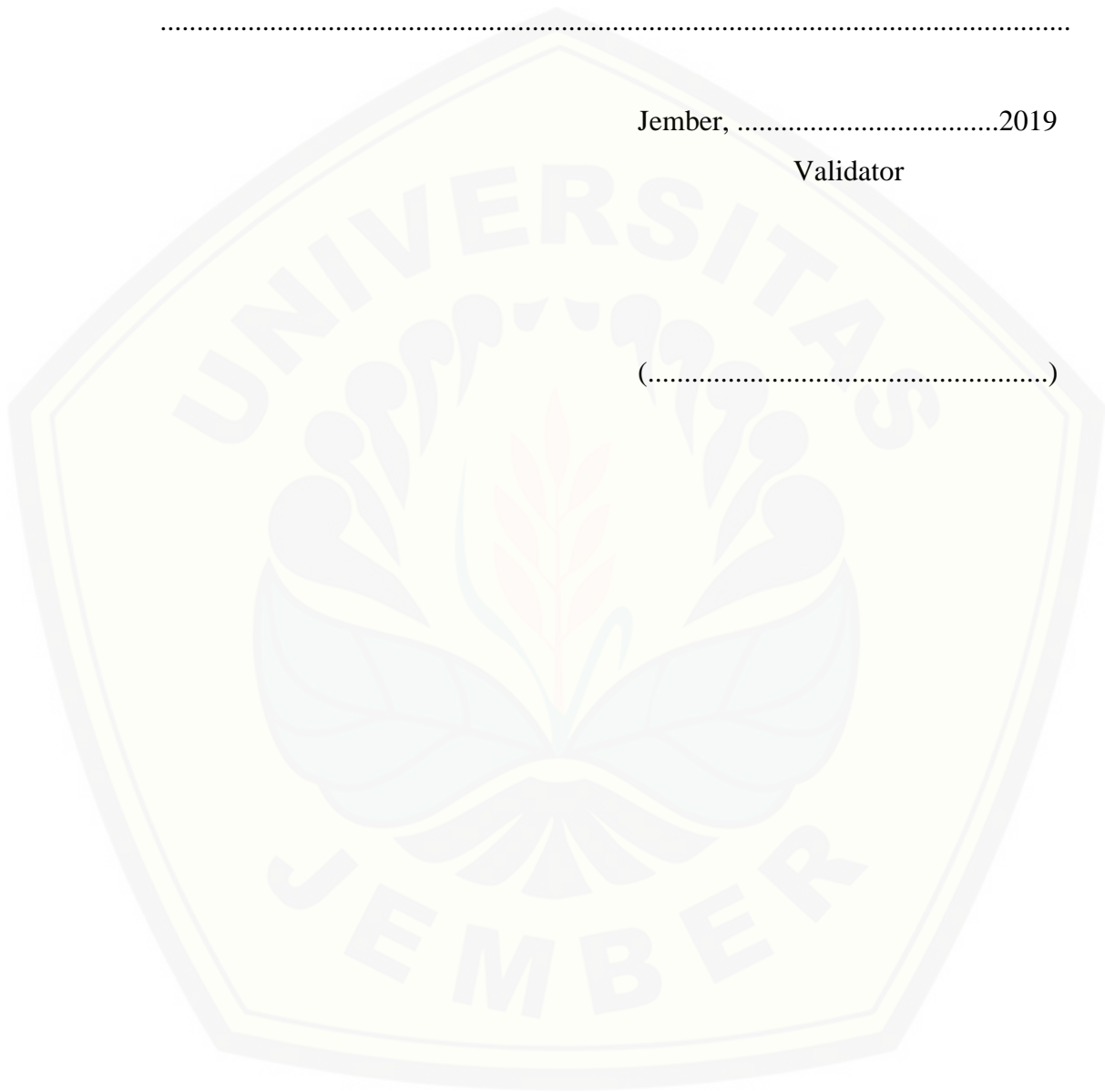
E. Komentor dan saran perbaikan

.....
.....
.....
.....

Jember,2019

Validator

(.....)



LAMPIRAN B.2

LEMBAR VALIDASI
PRE-TES DAN POST-TES

B. Pedoman Validasi

- a. Mohon agar Baik/Ibu memberikan penilaian terhadap tes keterampilan *conjecturing* ditinjau dari beberapa aspek, penilaian umum dan saran-saran untuk merevisi tes keterampilan *conjecturing* yang disusun.
- b. Instrumen ini bertujuan sebagai tes untuk mengetahui kemampuan *conjecturing* mahasiswa

C. Petunjuk Pengisian Validasi

- a. Mohon Bapak/Ibu untuk memberikan skor dengan cara mencentang pada kolom yang telah disediakan sesuai kriteria.
- b. Jika Bapak/Ibu menganggap perlu ada revisi, maka dimohon Bapak/bu memberikan butir revisi pada bagian saran dan kritik pada lembar yang telah disediakan.

No	Aspek	Skor				
		1	2	3	4	5
1	Kesesuaian isi					
2	Kesesuaian dengan indikator <i>conjecturing</i>					
3	Kejelasan petunjuk cara mengerjakan tes					
4	Kejelasan butir pertanyaan pada tes keterampilan <i>conjecturing</i>					
5	Butir pertanyaan pada tes keterampilan <i>conjecturing</i> menggunakan Bahasa Indonesia yang baik dan benar					
Jumlah						
Skor total						
Rata-rata skor (\bar{x})						

D. Penilaian

Skor tes kemampuan *conjecturing*:

$1 \leq \bar{x} \leq 2$: tidak valid (belum dapat digunakan)

$2 \leq \bar{x} \leq 3$: kurang valid (dapat digunakan dengan banyak revisi)

$3 \leq \bar{x} \leq 4$: valid (dapat digunakan dengan sedikit revisi)

$4 \leq \bar{x} \leq 5$: sangat valid (dapat digunakan tanpa revisi)

E. Komentar dan saran perbaikan

.....
.....
.....
.....

Jember,2019

Validator

(.....)

LAMPIRAN B.3

LEMBAR VALIDASI
LEMBAR KERJA MAHASISWA (LKM)

A. Tujuan

Tujuan penggunaan instrumen ini digunakan untuk mengukur kevalidan LKM dalam pelaksanaan pembelajaran matematika yang implementasinya menggunakan pendekatan pembelajaran *discovery learning* untuk meningkatkan kemampuan *conjecturing* peserta didik.

B. Petunjuk

Mohon kesediaan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (√) pada kolom penilaian yang sesuai pendapat Anda!

Keterangan skala penilaian:

- 1 : berarti “tidak baik”
- 2 : berarti “cukup baik”
- 3 : berarti “baik”
- 4 : berarti “Sangat baik”

C. Penilaian ditinjau dari beberap aspek

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I. Format					
1.	LKM Memiliki petunjuk pengerjaan yang jelas				
II. Isi LKM					
1.	LKM disajikan secara sistematis				
2.	Kebenaran konsep dan materi				
3.	Masalah yang diangkat sesuai kognisi peserta didik				
4.	Setiap kegiatan mempunyai tujuan yang jelas				
5.	Kegiatan yang disajikan menumbuhkan kemampuan <i>conjecturing</i> peserta didik				
6.	Penyajian LKM Menarik				
III. Bahasa dan tulisan					
1.	Soal dirumuskan dengan bahasa yang sederhana				

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
	dan tidak menimbulkan makna ganda atau ambigu				
2.	Menggunakan istilah-istilah yang sudah dipahami				
3.	Dirumuskan dengan mengikuti kaidah bahasa Indonesia yang baku (EYD)				
4.	Bahasa yang digunakan komunikatif				

D. Penilaian umum

Kesimpulan penilaian secara umum**):

a. LKM Pembelajaran ini:

- 1 : berarti “tidak baik”
- 2 : berarti “cukup baik”
- 3 : berarti “baik”
- 4 : berarti “Sangat baik”

b. LKM Pembelajaran ini:

- 1: belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi
- 2: dapat digunakan dengan banyak revisi
- 3: dapat digunakan dengan sedikit revisi
- 4: dapat digunakan tanpa revisi

***) *Lingkarilah nomor atau angka sesuai dengan pilihan Anda*

E. Komentar dan saran perbaikan

.....

.....

.....

Jember,2019

Validator

(.....)

LAMPIRAN B.4

**LEMBAR VALIDASI
PEDOMAN WAWANCARA**

A. Tujuan

Lembar validasi pedoman wawancara ini adalah mengukur kevalidan pedoman wawancara dalam mendapatkan informasi tentang keterampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah *resolving domination number*.

B. Petunjuk

1. Bapak/Ibu dapat memberikan penilaian dengan memberikan tanda cek (√) pada kolom yang ada.
2. Arti point validitas adalah 1 (tidak baik), 2 (kurang baik), 3 (cukup baik) dan 4 (baik)

C. Penilaian

No	Aspek yang dinilai	Skala penelitian			
		1	2	3	4
1	Pertanyaan yang diajukan dapat menggali Indikator keterampilan <i>conjecturing</i>				
2	Pertanyaan yang di ajukan mencerminkan penggunaan bahasa yang baik dan benar				
3	Kalimat pertanyaan tidak mengandung arti ganda				
4	Pertanyaan yang diajukan menggunakan bahasa yang sederhana dan mudah di pahami				

Berdasarkan hal di atas, lembar validasi pedoman wawancara ini:

1. Belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi
2. Dapat digunakan dengan banyak revisi
3. Dapat digunakan dengan sedikit revisi
4. Dapat digunakan tanpa revisi

D. Komentar dan Saran Perbaikan

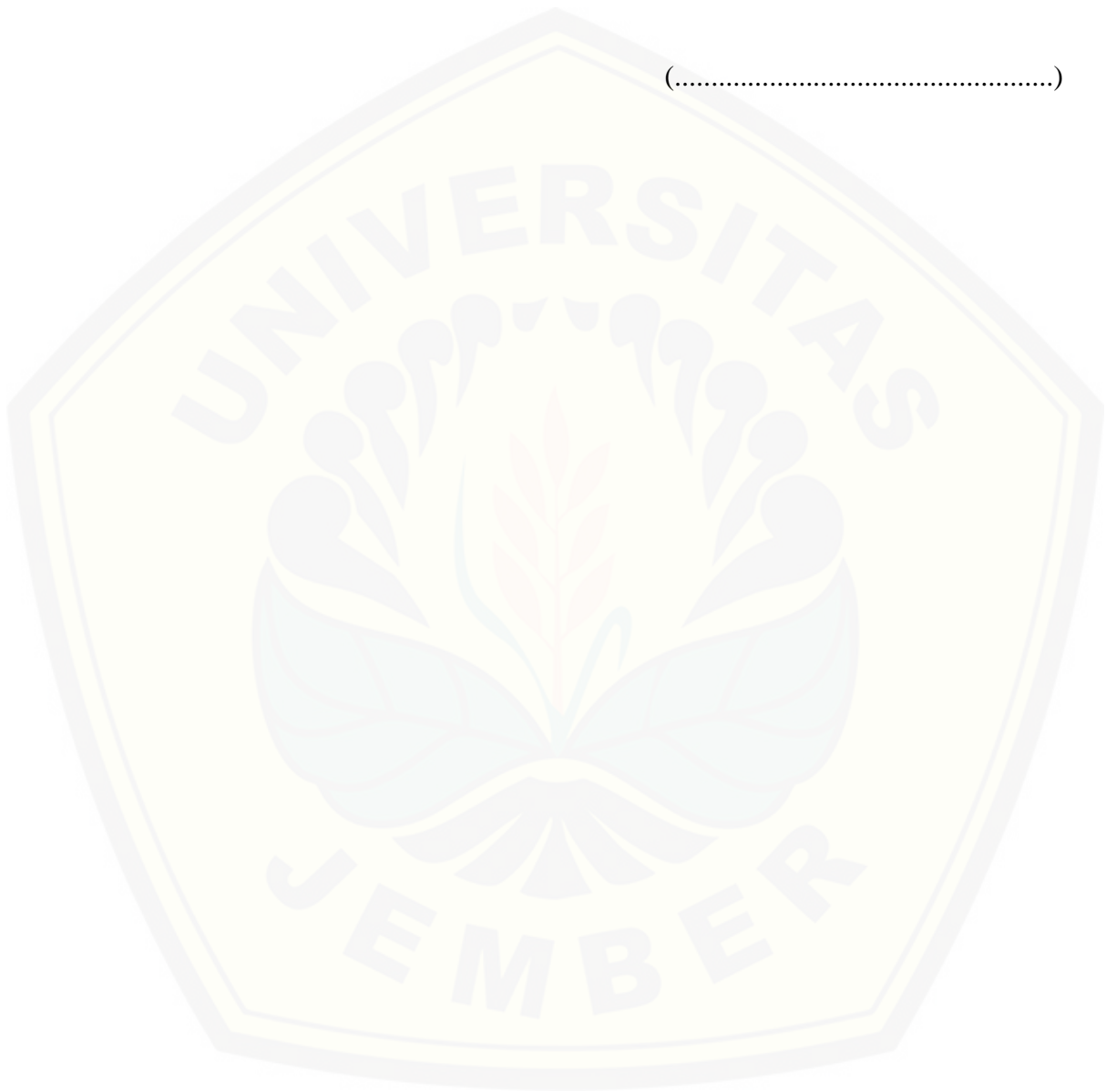
.....

.....
.....

Jember,2019

Validator

(.....)



LAMPIRAN C.1

HASIL VALIDASI RENCANA PELAKSANAAN PERKULIAHAN

Mata Kuliah : Matematika Diskrit
 Materi : *Resolving domination Number*
 Kelas/Semester :
 Nama Validator : Ridho Alfansi, S.Pd.M.Si

A. Tujuan

Tujuan penggunaan instrumen ini digunakan untuk mengukur kevalidan RPP dalam pelaksanaan pembelajaran matematika yang implementasinya menggunakan pendekatan pembelajaran *discovery learning* untuk meningkatkan ketrampilan *conjecturing* peserta didik.

B. Petunjuk

Mohon kesediaan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (✓) pada kolom penilaian yang sesuai pendapat Anda!
 Keterangan skala penilaian:

- 1 : berarti "tidak baik"
- 2 : berarti "cukup baik"
- 3 : berarti "baik"
- 4 : berarti "Sangat baik"

C. Penilaian ditinjau dari beberap aspek

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I. Perumusan tujuan pembelajaran					
1.	Kejelasan kompetensi inti dan kompetensi dasar			✓	
2.	Kesesuaian kompetensi inti dan kompetensi dasar dengan tujuan pembelajaran			✓	✓
3.	Ketepatan penjabaran kompetensi dasar kedalam indikator			✓	
4.	Kesesuaian indikator dengan tujuan pembelajaran			✓	
5.	Kesesuaian indikator dengan tingkat				✓

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
	perkembangan peserta didik				
II. Isi SAP					
1.	Sistematika penyusunan SAP			✓	
2.	Kesesuaian urutan kegiatan pembelajaran dengan model <i>discovery learning</i>				✓
3.	Kejelasan tahap-tahap kegiatan pembelajaran dari pendahuluan, inti dan penutup			✓	
III. Bahasa dan tulisan					
1.	Menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa yang baku (EYD)				✓
2.	Bahasa yang digunakan bersifat komunikatif dan mudah dipahami				✓
IV. Waktu					
1.	Kesesuaian alokasi waktu yang digunakan				✓
2.	Rincian waktu untuk setiap tahap pembelajaran				✓

D. Penilaian umum

Kesimpulan penilaian secara umum**):

a. Satuan Acara Perkuliahan ini:

- 1 : berarti "tidak baik"
- 2 : berarti "cukup baik"
- 3 : berarti "baik"
- 4 : berarti "Sangat baik"

b. Satuan Acara Perkuliahan ini:

- 1: belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi
- 2: dapat digunakan dengan banyak revisi
- 3: dapat digunakan dengan sedikit revisi
- 4: dapat digunakan tanpa revisi

***) *Lingkarilah nomor atau angka sesuai dengan pilihan Anda*

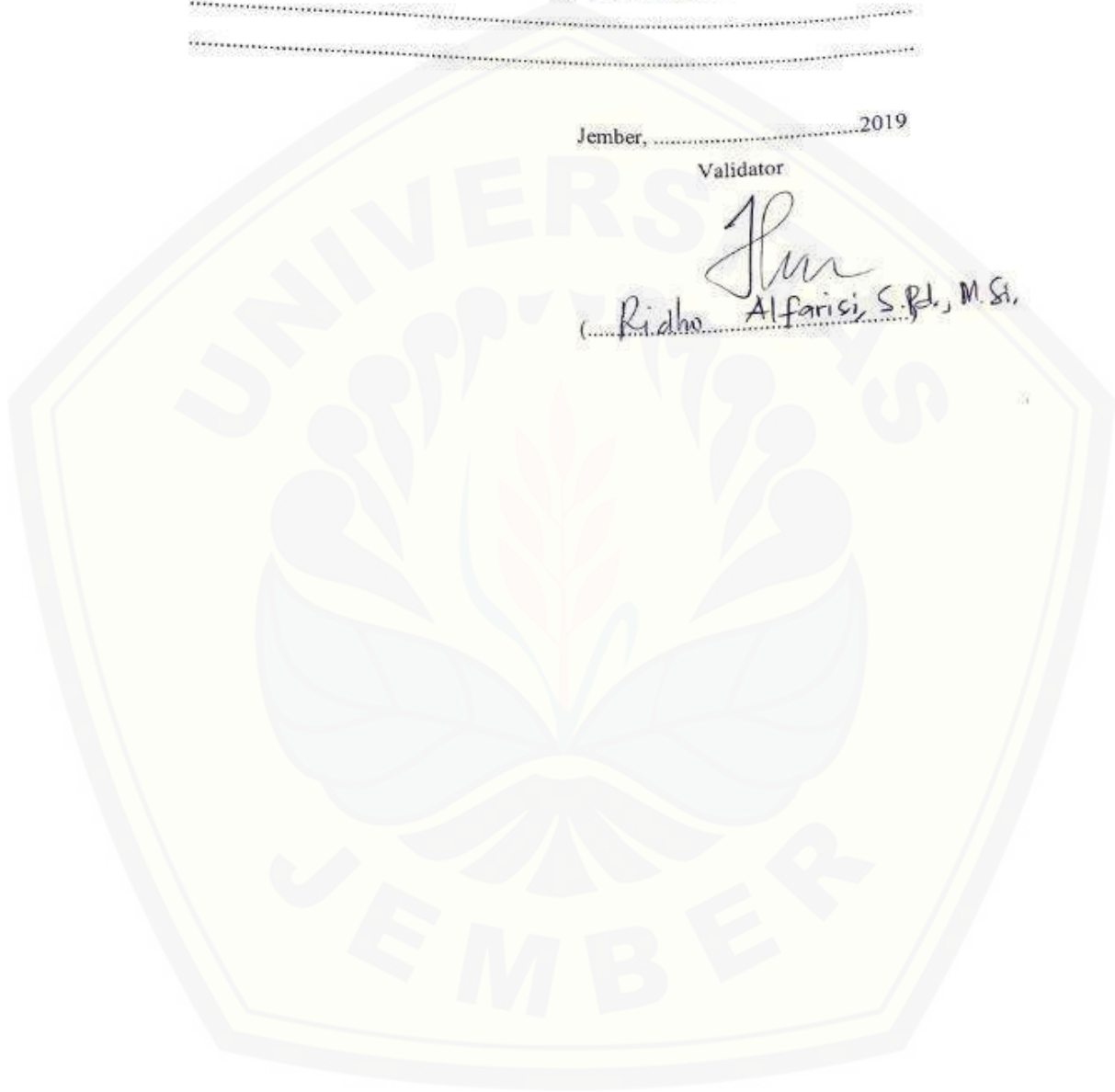
E. Komentor dan saran perbaikan

Gunakan Tata Tulis yang benar

Jember, 2019

Validator


..... Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si.



LEMBAR VALIDASI

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Mata Kuliah : Matematika Diskrit
 Materi : *Resolving domination Number*
 Kelas/Semester :
 Nama Validator : *Robari Adawiyah, S.Pd. M.si*

A. Tujuan

Tujuan penggunaan instrumen ini digunakan untuk mengukur kevalidan RPP dalam pelaksanaan pembelajaran matematika yang implementasinya menggunakan pendekatan pembelajaran *discovery learning* untuk meningkatkan ketrampilan *conjecturing* peserta didik.

B. Petunjuk

Mohon kesedian Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (✓) pada kolom penilaian yang sesuai pendapat Anda!

Keterangan skala penilaian:

- 1 : berarti "tidak baik"
- 2 : berarti "cukup baik"
- 3 : berarti "baik"
- 4 : berarti "Sangat baik"

C. Penilaian ditinjau dari beberap aspek

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I. Perumusan tujuan pembelajaran					
1.	Kejelasan kompetensi inti dan kompetensi dasar				✓
2.	Kesesuaian kompetensi inti dan kompetensi dasar dengan tujuan pembelajaran			✓	
3.	Ketepatan penjabaran kompetensi dasar kedalam indikator				✓
4.	Kesesuaian indikator dengan tujuan pembelajaran			✓	
5.	Kesesuaian indikator dengan tingkat				✓

E. Komentor dan saran perbaikan

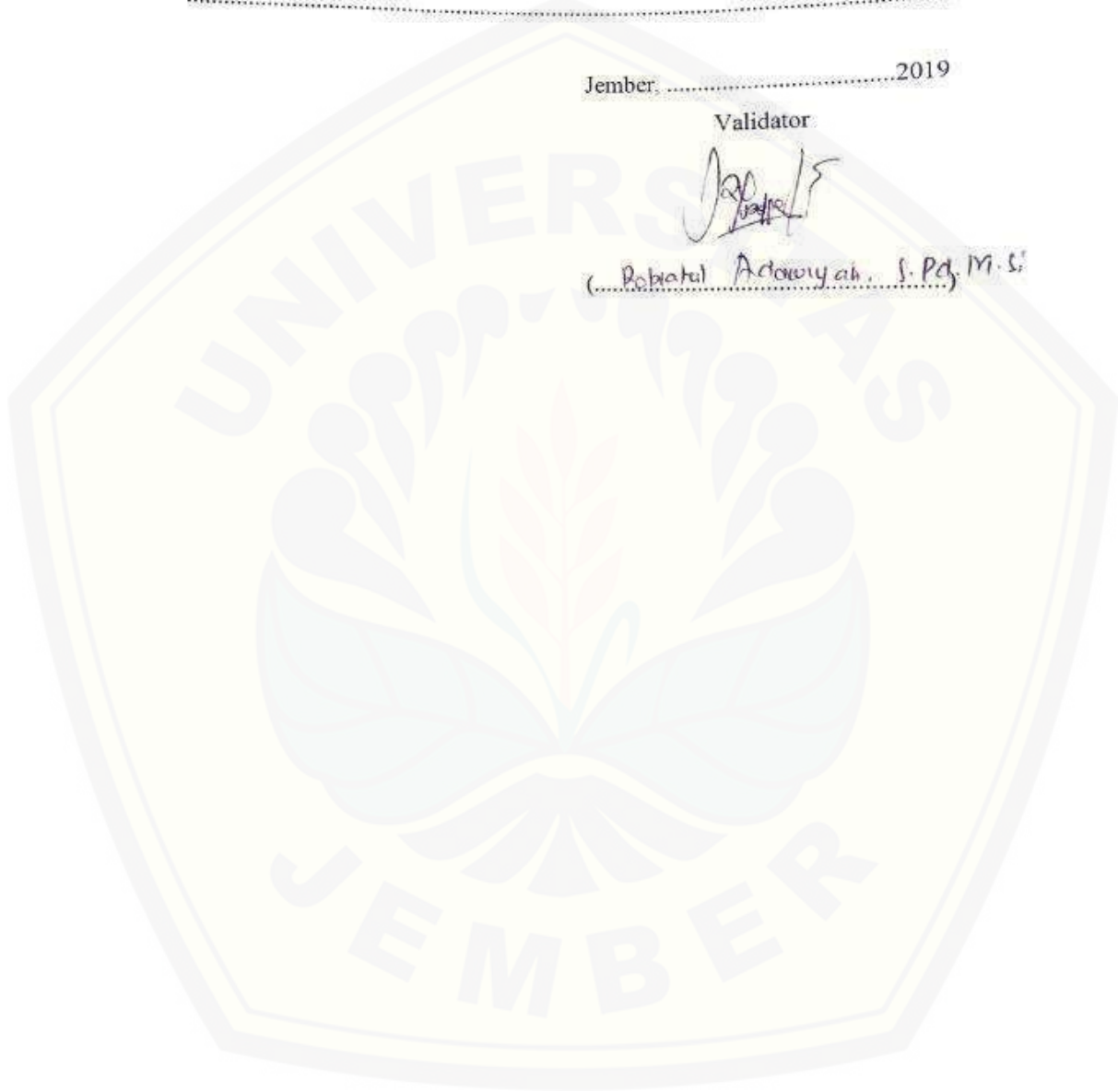
.....
.....
Penyampaian Materi Harus tepat
.....
.....

Jember, 2019

Validator:



(.....) Robiatul Adawiyah, S.Pd, M.Si



LAMPIRAN C.2

HASIL VALIDASI PRE TES DAN POST TES

B. Pedoman Validasi

- Mohon agar Bapak/Ibu memberikan penilaian terhadap tes keterampilan *conjecturing* ditinjau dari beberapa aspek, penilaian umum dan saran-saran untuk merevisi tes keterampilan *conjecturing* yang disusun.
- Instrumen ini bertujuan sebagai tes untuk mengetahui kemampuan *conjecturing* mahasiswa

C. Petunjuk Pengisian Validasi

- Mohon Bapak/Ibu untuk memberikan skor dengan cara mencentang pada kolom yang telah disediakan sesuai kriteria.
- Jika Bapak/Ibu menganggap perlu ada revisi, maka dimohon Bapak/bu memberikan butir revisi pada bagian saran dan kritik pada lembar yang telah disediakan.

No	Aspek	Skor				
		1	2	3	4	5
1	Kesesuaian isi				✓	
2	Kesesuaian dengan indikator <i>conjecturing</i>			✓		
3	Kejelasan petunjuk cara mengerjakan tes				✓	
4	Kejelasan butir pertanyaan pada tes keterampilan <i>conjecturing</i>				✓	
5	Butir pertanyaan pada tes keterampilan <i>conjecturing</i> menggunakan Bahasa Indonesia yang baik dan benar			✓		
Jumlah						
Skor total						
Rata-rata skor (\bar{x})						

D. Penilaian

Skor tes kemampuan *conjecturing*:

1 $\leq x \leq 2$: tidak valid (belum dapat digunakan)

2 $\leq x \leq 3$: kurang valid (dapat digunakan dengan banyak revisi)

3 $\leq x \leq 4$: valid (dapat digunakan dengan sedikit revisi)

4 $\leq x \leq 5$: sangat valid (dapat digunakan tanpa revisi)

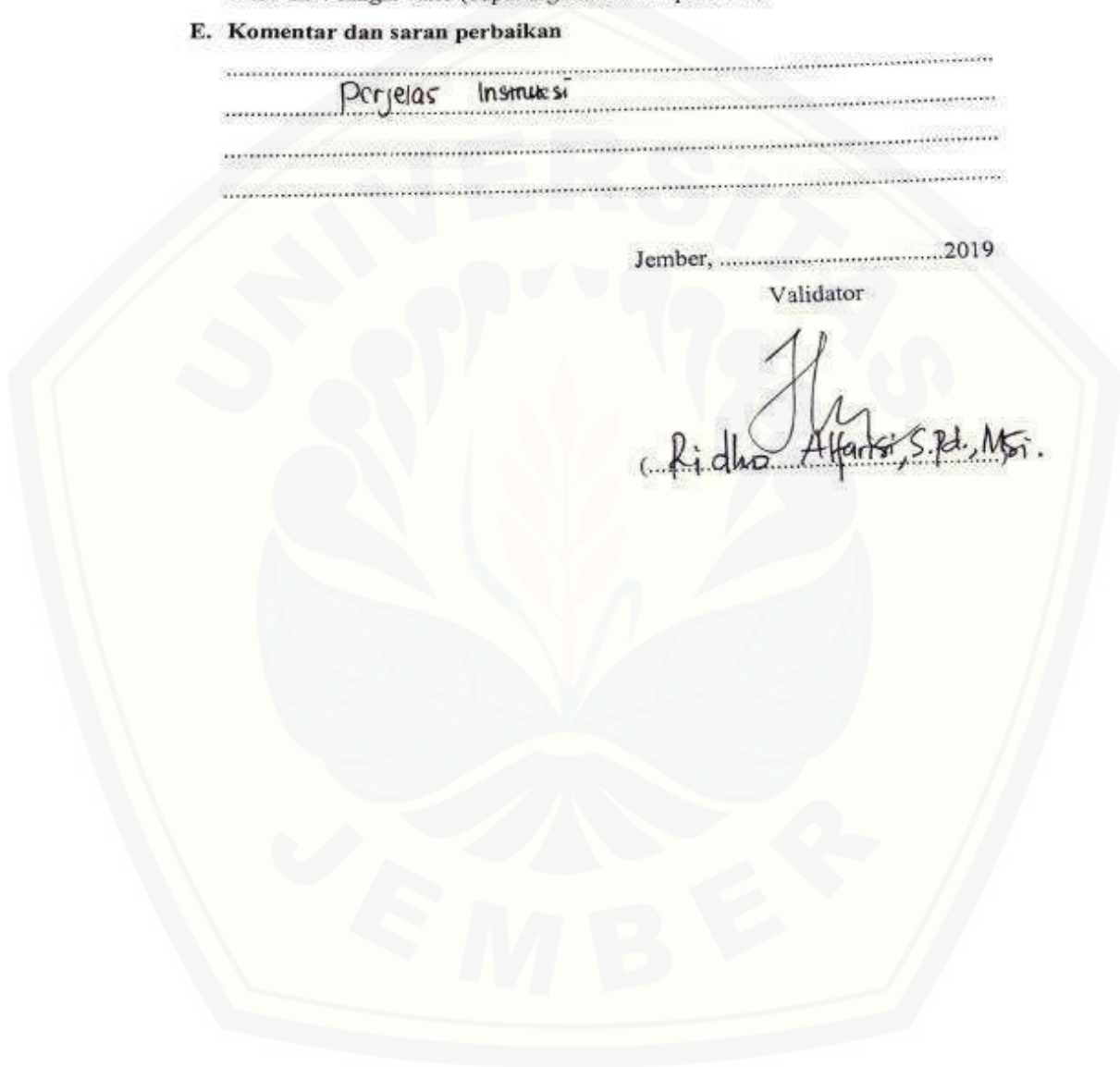
E. Komentar dan saran perbaikan

.....
Perjelas Instruksi
.....
.....
.....

Jember,2019

Validator


Ridho Alfarsi, S.Pd., M.Pi.



LAMPIRAN C.3

HASIL VALIDASI LEMBAR KERJA MAHASISWA (LKM)

A. Tujuan

Tujuan penggunaan instrumen ini digunakan untuk mengukur kevalidan LKM dalam pelaksanaan pembelajaran matematika yang implementasinya menggunakan pendekatan pembelajaran *discovery learning* untuk meningkatkan kemampuan *conjecturing* peserta didik.

B. Petunjuk

Mohon kesedian Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian dengan memberi tanda centang (✓) pada kolom penilaian yang sesuai pendapat Anda!

Keterangan skala penilaian:

1 : berarti "tidak baik"

2 : berarti "cukup baik"

3 : berarti "baik"

4 : berarti "Sangat baik"

C. Penilaian ditinjau dari beberap aspek

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
I. Format					
1.	LKM Memiliki petunjuk pengerjaan yang jelas				✓
II. Isi LKM					
1.	LKM disajikan secara sistematis			✓	✓
2.	Kebenaran konsep dan materi			✓	✓
3.	Masalah yang diangkat sesuai kognisi peserta didik			✓	✓
4.	Setiap kegiatan mempunyai tujuan yang jelas				✓
5.	Kegiatan yang disajikan menumbuhkan kemampuan <i>conjecturing</i> peserta didik				✓
6.	Penyajian LKM Menarik			✓	
III. Bahasa dan tulisan					
1.	Soal dirumuskan dengan bahasa yang sederhana dan tidak menimbulkan makna ganda atau ambigu			✓	

No	Aspek yang dinilai	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
2.	Menggunakan istilah-istilah yang sudah dipahami				✓
3.	Dirumuskan dengan mengikuti kaidah bahasa Indonesia yang baku (EYD)				✓
4.	Bahasa yang digunakan komunikatif				✓

D. Penilaian umum

Kesimpulan penilaian secara umum**):

a. LKM Pembelajaran ini:

- 1 : berarti "tidak baik"
- 2 : berarti "cukup baik"
- 3 : berarti "baik"
- 4 : berarti "Sangat baik"

b. LKM Pembelajaran ini:

- 1: belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi
- 2: dapat digunakan dengan banyak revisi
- 3: dapat digunakan dengan sedikit revisi
- 4: dapat digunakan tanpa revisi

**)*Lingkarilah nomor atau angka sesuai dengan pilihan Anda*

E. Komentar dan saran perbaikan

.....

.....

.....

Jember,2019

Validator

(.....*Rebiatul Adawiyah, S.Pd, M.Pd*.....)

LAMPIRAN C.4

HASIL VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

LEMBAR VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

A. Tujuan

Lembar validasi pedoman wawancara ini adalah mengukur kevalidan pedoman wawancara dalam mendapatkan informasi tentang keterampilan *conjecturing* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah *resolving domination number*.

B. Petunjuk

1. Bapak/Ibu dapat memberikan penilaian dengan memberikan tanda cek (√) pada kolom yang ada.
2. Arti point validitas adalah 1 (tidak baik), 2 (kurang baik), 3 (cukup baik) dan 4 (baik)

C. Penilaian

No	Aspek yang dinilai	Skala penelitian			
		1	2	3	4
1	Pertanyaan yang diajukan dapat menggali Indikator keterampilan <i>conjecturing</i>			✓	
2	Pertanyaan yang di ajukan mencerminkan penggunaan bahasa yang baik dan benar				✓
3	Kalimat pertanyaan tidak mengandung arti ganda				✓
4	Pertanyaan yang diajukan menggunakan bahasa yang sederhana dan mudah di pahami				✓

Berdasarkan hal di atas, lembar validasi pedoman wawancara ini:

1. Belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi
2. Dapat digunakan dengan banyak revisi
3. Dapat digunakan dengan sedikit revisi
4. Dapat digunakan tanpa revisi

D. Komentar dan Saran Perbaikan

Gunakan pertanyaan yang tepat

Jember,2019

Validator

(*Ridho Alfiansi, S.Pd, M.Pd.*)

LAMPIRAN D.1

HASIL Pengerjaan Mahasiswa

LAMPIRAN A.7

POST- TES

RESOLVING DOMINATION NUMBER

Nama :

NIM :

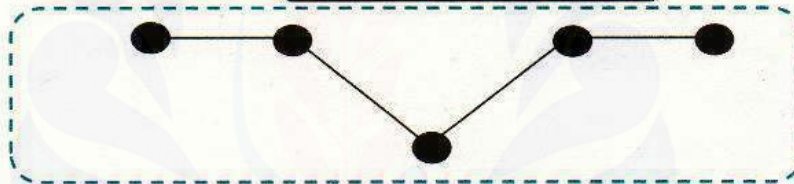


**SELAMAT
MENERJAKAN**

PETUNJUK TES!

1. Berdoalah sebelum mengerjakan.
2. Tulislah nama beserta NIM di tempat yang telah di tentukan.
3. Bacalah setiap permasalahan dengan cermat dan teliti.
4. Jawablah permasalahan pada tempat yang telah tersedia.
5. Kerjakan secara individu dan tanyakan kepada dosen apabila terdapat pertanyaan yang kurang dipahami

SOAL POST- TES



[3] Tentukan Expand dan kardinalitas dari graf tersebut!

Amatilah gambar diatas!

Mengamati kasus

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 1 pada kolom ini



$$V(P_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$$

$$|V(P_n)| = n$$

$$E(P_n) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\}$$

$$|E(P_n)| = n-1$$

Mengorganisir Kasus

Apakah Anda memberikan label pada setiap titik dan sisinya! Berikan komentar Anda

iya, saya memberikan label pada setiap titik dengan variabel x.

Mencari dan memprediksi pola

Apakah Anda memprediksi pola dari graf tersebut! Berilah komentar Anda!

iya, saya dapat memprediksi pola pada graf tersebut

[2] Tentukan resolving domination number dari graf tersebut!

Merumuskan konjektur

Apakah Anda dapat menduga ada berapa titik yang mendominasi minimal dengan representasi dari setiap titik berbeda? Berilah komentar anda!

iya, saya dapat menduga bahwa untuk graf tersebut membutuhkan $\lceil \frac{n}{3} \rceil$ titik yang mendominasi setiap juga representasinya berbeda.

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 2 pada kolom ini



$S = \{x_2, x_5, x_8\}$ dan $V = \{x_i; 1 \leq i \leq 9\}$

representasi titik

- $r(x_1|S) = (1, 4, 7)$
- $r(x_2|S) = (0, 3, 6)$
- $r(x_3|S) = (1, 2, 5)$
- $r(x_4|S) = (2, 1, 4)$
- $r(x_5|S) = (3, 0, 3)$
- $r(x_6|S) = (4, 1, 2)$
- $r(x_7|S) = (5, 2, 1)$

- $r(x_8|S) = (6, 3, 0)$
- $r(x_9|S) = (7, 4, 1)$

$S = \{x_i; 1 \leq i \leq \lceil \frac{n}{3} \rceil\}$
 $|S| = \lceil \frac{n}{3} \rceil$
 $f_r = \lceil \frac{n}{3} \rceil$

Memvalidasi konjektur

Apakah Anda meyakini langkah penyelesaian dalam pemecahan soal tersebut benar? Berilah komentar Anda!

Iya, saya yakin karena langkah-langkah penyelesaiannya sudah dijelaskan dalam LKd

Menggeneralisasi Konjektur

Apakah Anda meyakini bahwa dugaan yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum? Berilah komentar Anda!

Iya, saya meyakini bahwa dugaan yg saya gunakan dalam penyelesaian masalah tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain sesuai konteks masalah tersebut.

Membenarkan Generalisasi

Apakah Anda meyakini bahwa metode yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum adalah benar? Berilah komentar Anda!

Ya, saya meyakini metode yang saya gunakan dapat diterapkan pada permasalahan lain sesuai dengan konteks permasalahan.

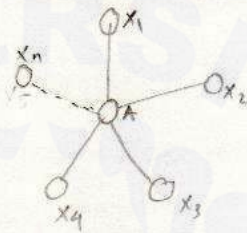
SOAL POST- TES

- [3] Buatlah graf (selain graf diatas dan harus berbeda dengan teman disebelahmu), kemudian tentukan expand dan kardinaliutusnya

Mengamati kasus

Amatilah gambar yang sudah Anda buat!

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 3 pada kolom ini



$$V(S_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{A\}$$

$$|V(S_n)| = n+1$$

$$E(S_n) = \{Ax_i; 1 \leq i \leq n\}$$

$$|E(S_n)| = n$$

Mengorganisir Kasus

Apakah Anda memberikan label pada setiap titik dan sisinya ! Berikan komentar Anda

iya, saya memberikan label pada setiap titik dengan x_i dan A sebagai titik pusat, sedangkan sisi dengan label Ax_i .

Apakah Anda memprediksi pola dari graf

Mencari dan memprediksi pola

iya, saya dapat memprediksi pola pada graf tersebut

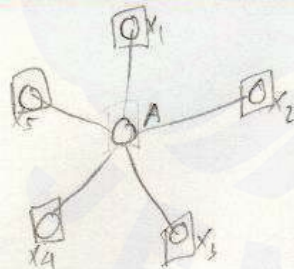
[3] Tentukan resolving domination number dari graf tersebut!

Merumuskan konjektur

Apakah Anda dapat menduga ada berapa titik yang mendominasi minimal dengan representasi dari setiap titik berbeda? Berilah komentar anda!

ya, saya menduga ada n titik yang mendominasi tetapi juga representasi titik berbeda.

Tuliskan jawaban Anda untuk soal nomor 2 pada kolom ini



$$\begin{aligned} r(v|S) &= (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\ r(A|S) &= (1, 1, 1, 1, 1) \\ r(x_1|S) &= (0, 2, 2, 2, 2) \\ r(x_2|S) &= (2, 0, 2, 2, 2) \\ r(x_3|S) &= (2, 2, 0, 2, 2) \\ r(x_4|S) &= (2, 2, 2, 0, 2) \\ r(x_5|S) &= (2, 2, 2, 2, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \\ |S| &= n \\ f_r(S_n) &= n \end{aligned}$$

Memvalidasi konjektur

Apakah Anda meyakini langkah penyelesaian dalam pemecahan soal tersebut benar? Berilah komentar Anda!

Ya, saya yakin karena sudah menggerak representasi titiknya berbeda dan dominasinya paling minimum

Menggeneralisasi Konjektur

Apakah Anda meyakini bahwa dugaan yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum? Berilah komentar Anda!

Ya, saya yakin

Membenarkan Generalisasi

Apakah Anda meyakini bahwa metode yang Anda gunakan dalam penyelesaian soal tersebut dapat diterapkan pada permasalahan lain secara umum adalah benar? Berilah komentar Anda!

Ya, dapat digunakan sesuai konteks permasalahan pada grafik tersebut

LAMPIRAN D.2**HASIL BELAJAR MAHASISWA
KELAS KONTROL**

No	NAMA	PRE-TEST	POST-TEST
1	Afnindya A Pratiwi	70	89
2	Ahmad Aji	62	76
3	Al Furqonud D B	59	68
4	Aldi Maulana Putra	63	77
5	Ammar Dzaky	64	78
6	Angelica Ona E	63	74
7	Anggi L Ifarda	64	67
8	Ayustika R Sannah	65	79
9	Berliana W Annisaa	63	70
10	Deddy Setyawan	54	84
11	Dela Wardani	51	68
12	Dinda A Furoida	56	68
13	Dinda Putri K	56	65
14	Dinda Rizkina M	61	69
15	Earlene Luke S	56	65
16	Eka Nia P	70	81
17	Enggita Rahmawati	74	82
18	Fenyka Guritno W	63	80
19	Firman	58	62
20	Fitri W Khoir	67	78
21	Gusti Sarifuddin M	62	74
22	Hilman Hanif P.P	45	58
23	Iga Regina A	71	78
24	Irbah Nurjannah	62	81
25	Khofifatul Ummah	70	73
26	Lia M Rohmah	70	68
27	Lita Octavia A	53	80
28	Luvki Dwi I P	50	67
29	M Abdullah Faiq	45	68
30	M Iyanul Arsyi	68	81
31	Mega Putri P	73	78
32	Moetiara S Agustias	60	79
33	Moh Nafih	60	79
34	Putri Intan D	54	77
35	Rftiani Dwi W	54	75
36	Risma Hadi K	51	76
37	Sufirman	60	85
38	Tri Ajeng K	65	83
39	Viga Dwi Oktavia	56	75
40	Lia M Rohmah	45	67
41	Bima Andi	61	80

LAMPIRAN D.3**HASIL BELAJAR MAHASISWA
KELAS EKSPERIMEN 1**

No	NAMA	PRE-TEST	POST-TEST
1	Rudox Sitompul	73	80
2	Yuliarni Rosyiida	67	82
3	Rosidatul Masburoh	59	79
4	Fiyoni Octavia C.	65	87
5	Nadiyah Wafrina	58	78
6	Putri Dzikriya	64	91
7	Siti Khoirunnisa	61	78
8	Ilil Hanimro	64	75
9	Ariel Bachtiar R.	71	82
10	Laura Widya P.	53	75
11	Annisa Nurul P.	55	82
12	Lina Anggraini	56	83
13	Indah Riski H.	62	84
14	Vindi Dwi T.D.	54	78
15	Nofiatul Zekieh	70	84
16	Siti Adira N.	73	89
17	Ocfiana	72	86
18	Aldafia Maharani P.	56	77
19	Vira Auli D.I. Nisa	65	82
20	Lilianawati	62	75
21	Ismi Nurafdila P.	73	87
22	Shinta Afrilya F.	52	76
23	Ajany Irawan	64	80
24	Afifatul Khoirunnisa'	59	86
25	Muhammad Fahmy A.	54	74
26	Bayu Kurniya S.	67	78
27	Saptaningtias F.	56	75
28	Khusnul Khotimah	57	75
29	Dinda Novinda R.	46	79
30	Salsabila Puspa R.	63	86
31	Annisa Istiqomah	56	80
32	Adinda Beauty A.	68	75
33	Quthrotul Aini F.	60	79
34	Rofiqotul Afia	54	79
35	Silvia Vera L.	75	93
36	Nafisa Afwa S.	53	80
37	M. Burhan Nurdin R.	75	85
38	Mohamad Rismi H.A.	70	87
39	Derma Titah R.	56	83
40	M. Daenasty Caesar Z.	52	76
41	Firdaus Kuswinarko	62	82

LAMPIRAN D.4**HASIL BELAJAR MAHASISWA
KELAS EKSPERIMEN 2**

No	NAMA	PRE-TEST	POST-TEST
1	Bima Andi	57	85
2	Orel R Sackhi	65	89
3	M Nur Setyawan	60	80
4	Guvinta Rahayu	65	88
5	Ahmad K Budiarto	54	79
6	Nur L Mukarromah	30	90
7	Vido Puput A	61	82
8	Excelsa S W Jannah	65	79
9	Anisa Meilinda W	70	89
10	Ervina Agustiningrum	56	78
11	Anzori	65	83
12	Nuwaila Izzatul M	53	81
13	Rizki A Akbar	62	90
14	Syaidatina F	40	85
15	Lutvia Ainu N	68	80
16	Lutfi Andriana	73	89
17	Evi T Wulandari	65	86
18	Ahmad M Hukamuddin	63	84
19	Laili M Khumairiyah	59	79
20	Nyimas M Nisa	68	78
21	Putri Wulandari	70	86
22	Ervina Agustiningrum	60	80
23	Siti Aisyah	56	81
24	Ary Febiyansyah	59	82
25	Uways Alqorni	54	74
26	Riniatul N Wahidah	64	79
27	Tommi S Putra	55	76
28	Rizky Maulidiyah	59	78
29	Liski R Dinia	50	80
30	Sabrina Gystabiel S	62	84
31	Maulidina Risqiyah	55	85
32	Inayat Sholeha	67	91
33	MH Ilham Nurfaizi	61	82
34	Nabilatul Hafidhoh	55	79
35	Fitria Wahyu	74	92
36	Sani Nur I	54	82
37	M Maulana Ishaq	76	89
38	M Faidullah Naras S	69	87
39	Melyani Handyta	55	83
40	Siti Komaria	51	80
41	Pandhu Dinar R B	63	82
42	MH Ilham Nurfaizi	62	81
43	Nabilatul Hafidhoh	54	79

LAMPIRAN E.1

DOKUMENTASI PENELITIAN



Foto 1. Mahasiswa mengerjakan LKM (kelas Pengembangan)



Foto 2. Mahasiswa menggali informasi berakitan dengan materi (kelas eksperimen 1)



Foto 3. Peneliti sedang memeriksa hasil pekerjaan Mahasiswa (kelas Eksperimen2)

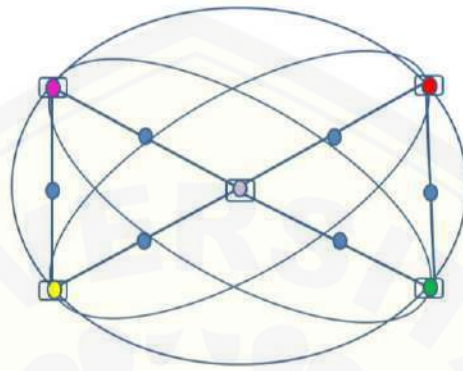


Foto 3. Pembelajaran konvensional (kelas kontrol)

LAMPIRAN E.2

MONOGRAF





MONOGRAF

Bilangan Dominasi Pembeda

Syamsiyatul Kurniawati

Dafik

Slamin

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	iii
Bagian 1	1
PENDAHULUAN	1
BAB 1	2
SEJARAH PERKEMBANGAN GRAF	2
BAB 2	5
Konsep teori graf.....	5
BAB 3	9
Jenis-Jenis Graf.....	9
Graf Persahabatan (Friendship Graf).....	10
Bagian 2	11
Dominasi Pembeda Pada Graf	11
BAB 4	12
Himpunan dominasi.....	12
Himpunan Dominasi dalam Graf.....	12
BAB 5	14
dimensi metrik.....	14
Dimensi Metrik pada Graf.....	14
BAB 6	16
Bilangan Dominasi Pembeda.....	16
Bagian 3	18
Hasil Penelitian	18
BAB 7	19
Prosedur Penelitian.....	19
BAB 8	21
Pembuktian Teorema.....	21
Daftar Pustaka	33



Kata Pengantar

“The man who removes a mountain begins by carrying away small stones.”

—*Chinese Proverb.*

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena Monograf *Resolving Domination Number* ini selesai disusun. Pembahasan buku ini didasarkan pada hasil-hasil penelitian *Resolving Domination Number* baik yang sudah ditemukan oleh beberapa peneliti terdahulu maupun hasil penemuan penulis sendiri.

Penulis menyadari apabila dalam penyusunan buku ini terdapat kekurangan, tetapi penulis meyakini sepenuhnya bahwa sekecil apapun buku ini tetap memberikan manfaat.

Akhir kata guna penyempurnaan buku ini kritik dan saran dari pembaca sangat penulis nantikan.

Jember, Januari 2020

Penulis

BAGIAN 1

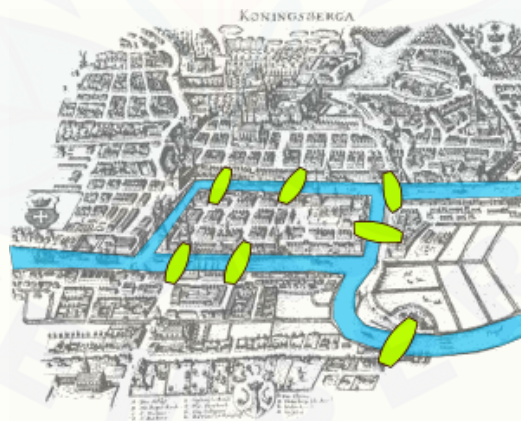
PENDAHULUAN



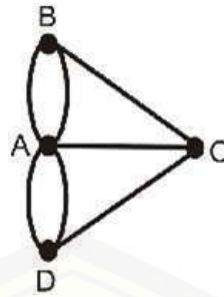


BAB 1 SEJARAH PERKEMBANGAN GRAF

Konsep dasar teori graf berawal pada tahun 1736 ketika Leonhard Euler mempublikasikan bukunya mengenai pemecahan masalah jembatan Königsberg yang berjudul *Solutio Problematis Ad Geometriam Situs Pertinentis*. Pada tahun 1836, Leonhard Euler membuktikan bahwa perjalanan di kota Königsberg dengan syarat melalui setiap jembatan tepat satu kali, tidak dapat dilaksanakan. Dia mencoba untuk memecahkan teka-teki tersebut dan lebih dikenal dengan masalah Jembatan Königsberg. Terdapat 7 (tujuh) buah jembatan yang dapat menghubungkan 2 (dua) pulau dan juga sebuah sungai yang ditunjukkan pada Gambar 1.1 dan direpresentasikan menggunakan graf pada gambar 1.2. Titik-titik yang diberi label A, B, C, dan D pada Gambar 1.2 itulah yang disebut verteks dan dengan garis saling menghubungkan antar titik itulah yang disebut dengan edge.



Gambar 1.1 Tujuh jembatan dan sungai Pregel di Königsberg
(sumber: https://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_Königsberg)



Gambar 1.2 Representasi masalah tujuh jembatan di konigsberg dengan graf
(sumber: slamin, 2019)

Pada semua multigraph euler telah membuat sebuah aturan yang dapat dipakai dalam mencari solusi pada jembatan Konigsberg, sehingga aturan ini disebut dengan sebutan Eulerian path, yang berbunyi:

” Andai kita mempunyai sebuah multigraph untuk beberapa pasang verteks sehingga akan terdapat sebuah path (lintasan) diantara verteks-verteks tersebut. Multigraph tersebut memiliki eulerian path dan jika terdapat 0 datau 2 verteks tersebut maka banyak edge yang meninggalkan verteks tersebut akan berjumlah ganjil”

Berkat pekerjaan Euler yang diilhami melalui persoalan jembatan Konigsberg itu, maka muncullah suatu cabang Matematika yang cukup penting, yang dikenal dengan nama Teori Graph (Graph Theory).

Teory Graph sudah banyak berkembang dan memiliki segi terapan di banyak bidang ilmu, misalnya di bidang Fisika, Kimia, Ilmu Komunikasi, Rekayasa listrik, Genetika, dan lain-lain. Teori Graph juga erat kaitannya dengan beberapa cabang Matematika, antara lain ; teory Matriks, Analisa Numerik, Teori Kemungkinan, Topologi dan Kombinatorial.

Pada Teka-Teki Tujuh Jembatan Konigsberg menghasilkan solusi permasalahan dengan dapat diperolehnya melalui dianalogikannya setiap jembatan sebagai sisi dan setiap daratan yang diperoleh sebagai simpul pada graph sehingga dapat terbentuknya graph yang lengkap. Dengan memperhitungkan derajat dalam graph dari setiap

simpulnya maka dengan menggunakan metode seperti yang telah diungkapkan dalam pembuktian di atas, kita akan dapat mengetahui apakah graph tersebut merupakan suatu lintasan di mana setiap sisi dilalui hanya satu kali saja.





BAB 2

KONSEP TEORI GRAF

Graph sering digunakan untuk merepresntasikan sebuah objek dan hubungannya dengan objek lain. Seperti pada sejarah teori graph bermula saat ahli matematika Swiss Leonhard Euler memecahkan masalah jembatan Königsberg . Masalah jembatan Königsberg adalah teka-teki lama mengenai kemungkinan menemukan jalan setapak di tujuh jembatan yang membentang di sepanjang sebuah sungai bercabang yang melewati sebuah pulau tapi dengan tanpa melewati jembatan dua kali. Euler berpendapat bahwa tidak ada jalan semacam itu. Buktinya hanya mengacu pada susunan fisik jembatan, namun intinya dia membuktikan teorema pertama dalam teori graph.

Seperti yang digunakan dalam teori grafik, grafik istilah tidak mengacu pada grafik data, seperti grafik garis atau grafik batang. Sebaliknya, ini mengacu pada sekumpulan simpul (yaitu titik atau simpul) dan tepi (atau garis) yang menghubungkan simpul. Bila dua simpul digabungkan lebih dari satu tepi, grafiknya disebut multi graph. Grafik tanpa loop dan paling banyak satu tepi antara dua simpul disebut grafik sederhana. Kecuali dinyatakan lain, grafik diasumsikan mengacu pada grafik sederhana. Bila setiap simpul dihubungkan oleh ujung ke setiap titik lainnya, grafik disebut grafik lengkap. Bila sesuai, arah dapat diberikan ke masing-masing ujung untuk menghasilkan apa yang dikenal sebagai grafik terarah, atau digraf.

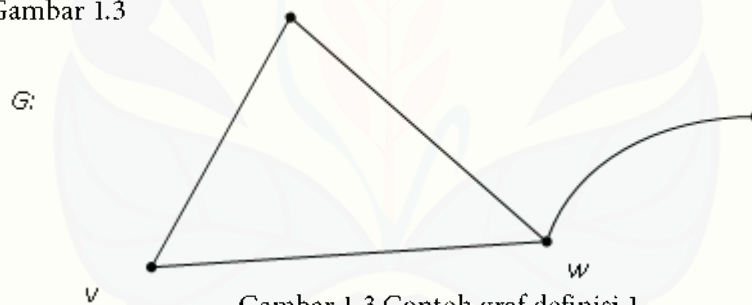
Graph pada dasarnya mempunyai komponen berupa simpul dan sisi dan pada graph tersebut sehingga membentuk graph terbuka dan graph tertutup sehingga membentuk sejumlah lintasan dan sirkuit. Sehingga pada teorema graph telah dapat menyelesaikan tanda tanya dalam penyelesaian teka-teki jembatan *Konigsberg* dan dengan solusi masalah yang sama

Konsep Dasar Graf

Definisi graf dan unsur-unsur dari graf akan disusun dengan menggunakan bahasa himpunan. Karena itu sebelum sampai pada definisi akan dijelaskan syarat dari suatu himpunan. Dalam pengertian himpunan disyaratkan bahwa setiap elemennya hanya muncul satu kali saja.

Definisi 1

Graf G adalah pasangan $(V(G), X(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga, yang elemen-elemennya disebut titik (vertex), dan $X(G)$ adalah himpunan pasangan-pasangan tak berurut dari elemen-elemen $V(G)$ yang berbeda, yang disebut sisi (edge). Berdasarkan definisi ini, $V(G)$ disebut himpunan titik dan $X(G)$ disebut himpunan sisi. Untuk lebih memahami Definisi 1 diberikan contoh seperti berikut. Misalkan diberikan $V(G) = \{u, v, w, z\}$ dan $X(G)$ terdiri dari pasangan-pasangan (u, v) , (v, w) , (u, w) , dan (w, z) , atau $X(G) = \{(u, v), (v, w), (u, w), (w, z)\}$. Maka gambar graf dari G seperti pada Gambar 1.3



Gambar 1.3 Contoh graf definisi 1

Telah di definisikan bahwa graf terdiri dari himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $X(G)$. Masing-masing pasangan $X = (u, v)$ dalam $X(G)$ adalah rusuk dari G . Banyaknya titik simpul dari G dinyatakan dengan p , dan banyaknya rusuk dari G dinyatakan dengan q .

Suatu graf G dengan p titik simpul, disebut graf berlabel orde p , bilamana masing-masing titiknya mempunyai nama yang berlainan, katakanlah atau diberi satu bilangan bulat positif yang berbeda dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, p\}$. Untuk memperlancar uraian tentang graf, hubungan antara dua titik, antara dua sisi, dan antara titik dan simpul diberi nama tertentu. Hubungan-hubungan itu didefinisikan sebagai berikut. Definisi yang lebih lengkap dapat lihat [9]

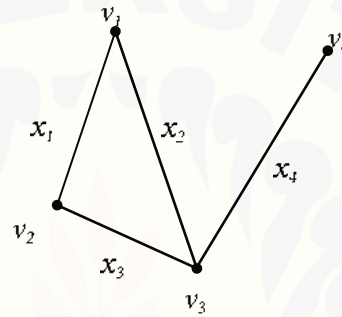
Definisi 2

Misalkan G adalah suatu graf. Titik $v_i, v_j \in V(G)$ dan sisi $x \in X(G)$.

Jika $x = v_i v_j$, maka dikatakan bahwa :

1. Titik v_i bertetangga (*adjacent*) dengan titik v_j .
2. sisi x terkait (*incident*) dengan titik v_i . Demikian pula untuk titik v_j .

Misalkan x_1, x_2 , dan x_3 adalah rusuk dari suatu graf G dan v adalah titik simpulnya. Jika x_1, x_2 , dan x_3 terkait dengan simpul v , maka rusuk x_1, x_2 , dan x_3 dikatakan bertetangga.

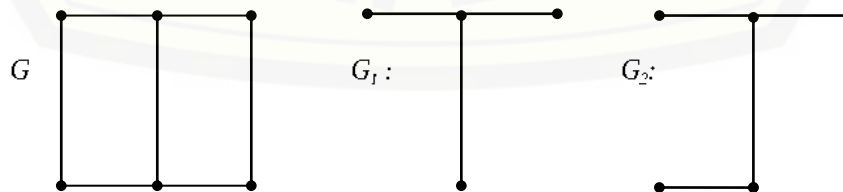


Gambar 1.4

Simpul v_1, v_2 , dan v_3 adalah simpul yang bertetangga. Sedangkan v_1 dan v_4 adalah simpul yang tidak bertetangga. Rusuk-rusuk yang bertetangga adalah rusuk x_3, x_2 , dan x_4 , dan terkait dengan simpul v_3 .

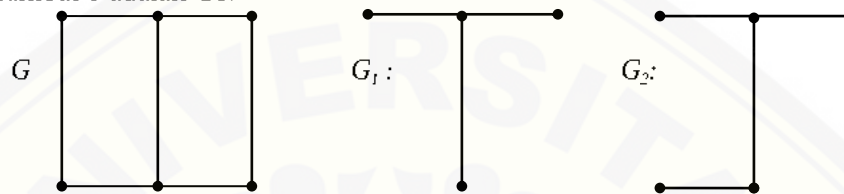
Definisi 3

Dua graf $H = (V(H), X(H))$ dan $G = (V(G), X(G))$. Graf H disebut subgraf dari G , jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $X(H) \subseteq X(G)$. Jika $V(H) = V(G)$, maka H dikatakan subgraf perentang dari G . Untuk lebih memahami definisi 3 diberikan Gambar 3. Graf G_1 dan G_2 adalah subgraf dari G .



Gambar 3

Subgraf maksimal H dari graf G adalah subgraf yang memenuhi untuk setiap sisi $e \in E(H)$ dan $v \in V(H)$ berlaku e terkait dengan v di H jika dan hanya jika e terkait dengan v di G . Subgraf $G-e$ adalah subgraf maksimal dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)-\{e\}$. Sedangkan subgraf $G-v$ adalah subgraf maksimal dari G dengan himpunan titik $V(G)-\{v\}$ dan himpunan sisi $E(G)-\{vu: u \in V(G)\}$. Untuk sembarang himpunan titik simpul $S, S \subseteq V(G)$, subgraf terinduksi $G[S]$ adalah subgraf maksimal dari G dengan himpunan titik S . Karena itu dua titik bertetangga pada G jika dan hanya jika kedua titik tersebut bertetangga di G . Contoh subgraf terinduksi dari G pada Gambar 3 adalah G_1 .



Gambar 4

Jalan (walk) pada suatu graf adalah barisan titik simpul dan rusuk: $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_{n-1}, v_n$ yang dimulai dengan suatu titik simpul dan diakhiri oleh suatu titik simpul pula dengan setiap rusuk terkait dengan titik yang ada di kiri dan kanannya.

Derajat

Dalam suatu graf terdapat banyak parameter yang berhubungan dengan sebuah graf G . Mengetahui nilai-nilai dari parameter-parameter tersebut dapat memberikan informasi mengenai graf G

Definisi 4.

Derajat suatu simpul v_i dalam graf G , dilambangkan " $d(v_i)$ ", adalah banyaknya rusuk $x \in X(G)$ yang terkait dengan simpul v_i .

Simpul suatu graf yang berderajat nol disebut simpul terasing dan graf yang hanya terdiri dari satu simpul disebut graf trivial. Sedangkan simpul yang derajatnya satu disebut simpul terminal. Graf pada Gambar 1.3, memiliki satu simpul yang berderajat satu yaitu simpul z , dan satu simpul yang berderajat tiga yaitu simpul w , serta dua simpul berderajat dua yaitu simpul u dan v .

Graf pada Gambar 1, memiliki satu simpul yang berderajat satu yaitu simpul z , dan satu simpul yang berderajat tiga yaitu simpul w , serta dua simpul berderajat dua yaitu simpul u dan v .



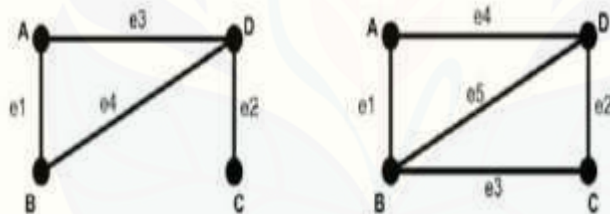
BAB 3

JENIS-JENIS GRAF

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Pengelompokan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi kalang, berdasarkan jumlah simpul, atau berdasarkan orientasi arah pada sisi. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis. Yaitu graf sederhana dan Graf tak-sederhana

1. Graf sederhana (simple graph).

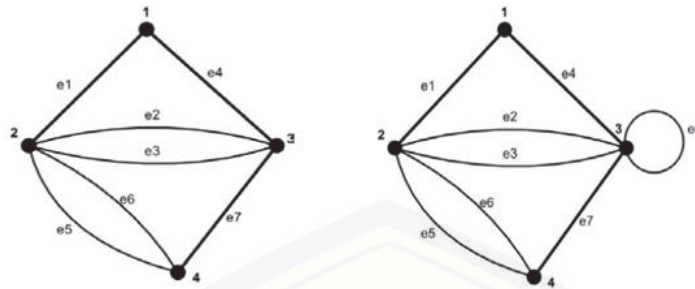
Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda dinamakan graf sederhana. Pada graf sederhana, rusuk adalah pasangan tak terurut (unordered pairs) (Harju:2012). Jadi rusuk (u, v) sama dengan (v, u) . Menurut Munir (2005) graf sederhana juga dapat didefinisikan sebagai $G = (V, E)$, terdiri dari V , himpunan tidak kosong simpul-simpul dan E , himpunan pasangan tak terurut yang berbeda yang disebut rusuk. Berikut adalah contoh graf sederhana.



Gambar 5. Contoh Graf Sederhana

2. Graf tak-sederhana (unsimple-graph).

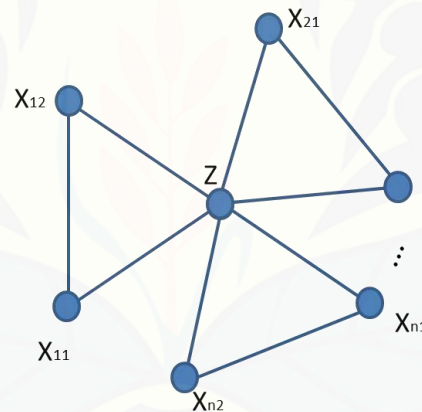
Graf yang mengandung rusuk ganda atau gelang dinamakan graf tak sederhana (unsimple graph) (Harju:2012). Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu graf ganda (multigraph) atau graf semu (pseudograph). Graf ganda adalah graf yang mengandung rusuk ganda. Graf semu adalah graf yang mengandung gelang (loop). Selain berdasarkan ada tidaknya rusuk ganda dan jumlah simpul pada suatu graf, graf juga dapat dikelompokkan berdasarkan orientasi arah pada rusuknya.



Gambar 5. Contoh Graf Sederhana

Graf Persahabatan (Friendship Graf)

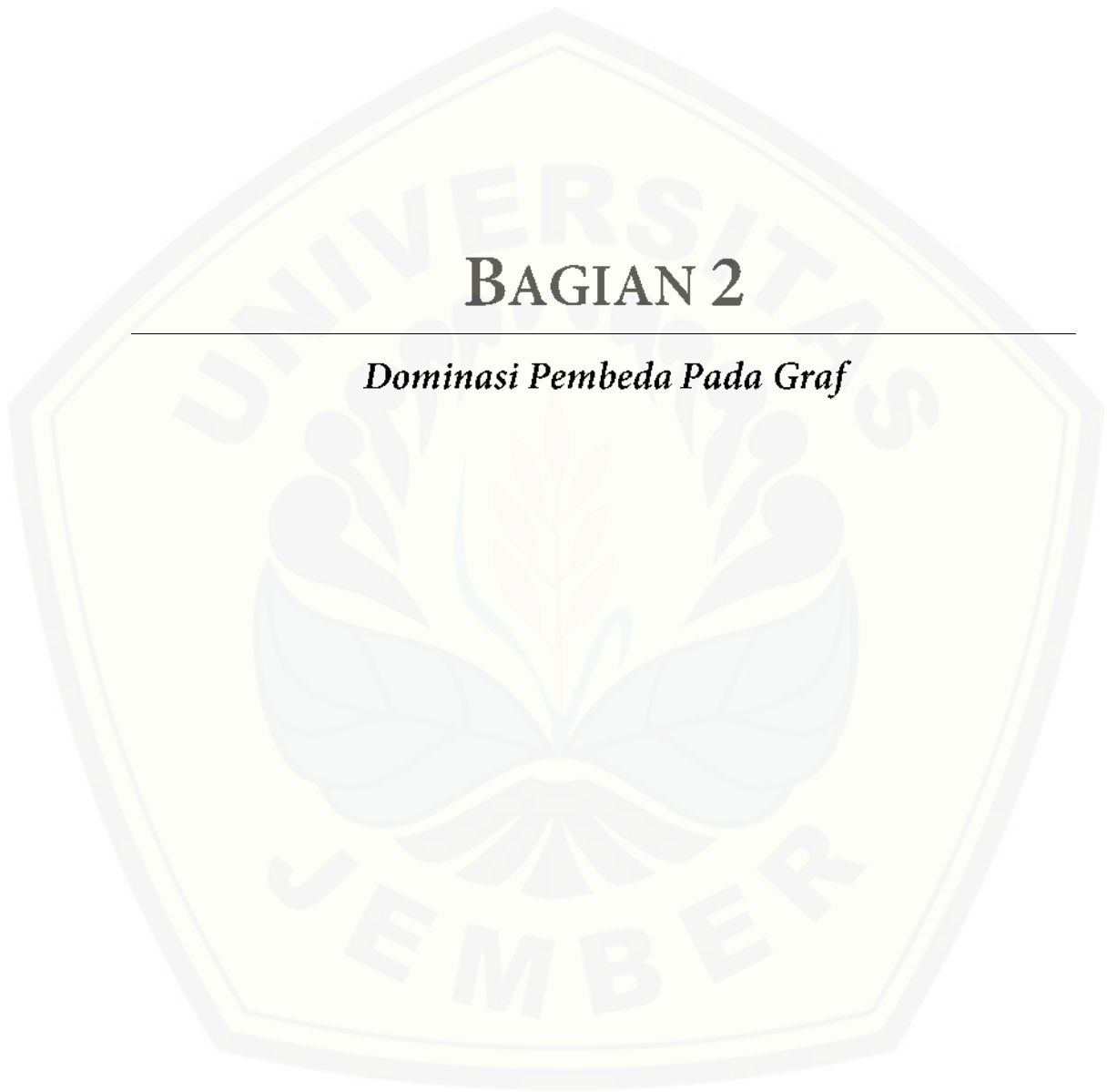
Grafik persahabatan F_n dapat dibangun dengan menggabungkan n salinan grafik siklus C_3 dengan simpul umum. Graf persahabatan F_n adalah graf yang mempunyai n buah pasang titik yang masing-masing disimbolkan dengan $x_{i1}x_{i2}$ dengan $1 \leq i \leq n$.



Gambar 5. Contoh Graf Persahabatan

BAGIAN 2

Dominasi Pembeda Pada Graf





BAB 4

HIMPUNAN DOMINASI

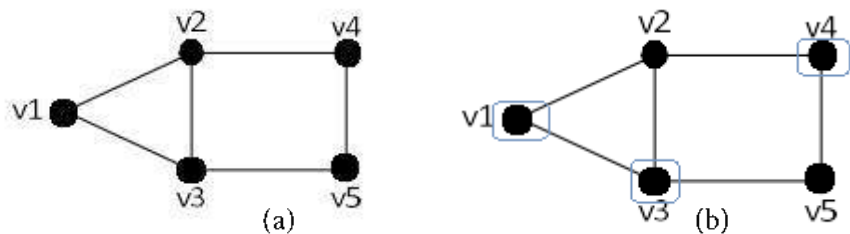
Himpunan dominasi (dominating set) merupakan salah satu topic dalam teori graf yang diperkenalkan pertama kali oleh Berge pada tahun 1958[1]. Dalam Himpunan dominasi dalam graf mempunyai beragam aplikasi, diantaranya adalah jaringan komunikasi computer, jaringan social, penempatan Kamera CCTV, penentuan lokasi survey, penempatan bus antar jemput, dan lain sebagainya. Dalam bagian ini menyajikan konsep himpunan dominasi dan hasil pengembangannya untuk jarak lebih dari satu yaitu himpunan dominasi jarak.

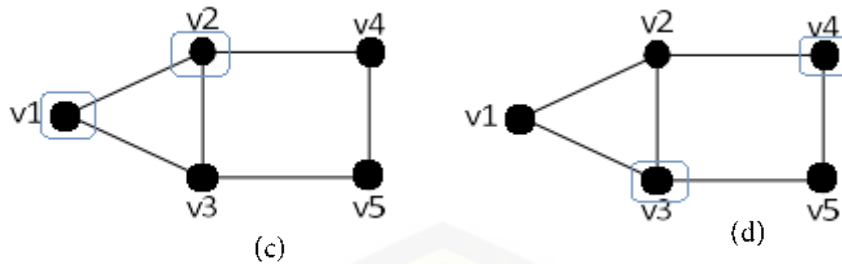
First called dominating set by Oystein Ore in 1962. Increased interest in 1970s and 1980s

Selanjutnya studi matematika himpunan dominasi dimulai pada tahun 1960an, dan sejak saat itu, himpunan dominasi digunakan untuk banyak aplikasi yang berbeda, diantaranya untuk memodelkan keterkaitan pada jaringan komunikasi komputer, teori jejaring sosial, dan masalah serupa lainnya. Penelitian terkait himpunan dominasi berkembang cukup pesat. Lebih detail lihat [7], [8].

Himpunan Dominasi dalam Graf

Himpunan dominasi pada sebuah graf didefinisikan sebagai berikut. Suatu titik v dalam sebuah graf G dikatakan mendominasi titik itu sendiri dan setiap titik yang bertetangga dengan titik v . Himpunan $S \subseteq V(G)$ disebut himpunan dominasi (dominating set) dari G jika setiap titik dari G disebut bilangan dominasi (domination number) dari G dinotasikan dengan $\gamma(G)$. Himpunan dominasi dengan kardinalitas $\gamma(G)$ disebut himpunan dominasi minimum [1, 10, 11].





Gambar 4.1 ilustrasi himpunan dominasi pada sebuah graf

Untuk mempermudah pemahaman, sebagai ilustrasi gambar 4.1 (a) menyajikan graf G . Dengan 5 titik yaitu $\{v1, v2, v3, v4, v5\}$; (b) menunjukkan $\{v1, v3, v4\}$ yang merupakan himpunan dominasi dengan kardinalitas 3; (c) menunjukkan $\{v1, v2\}$ bukan merupakan himpunan dominasi karena sembarang anggota himpunan tersebut tidak dapat mendominasi titik $v5$; (d) menggambarkan $\{v3, v4\}$ yang merupakan himpunan dominasi dengan kardinalitas 2. Karena himpunan dominasi dengan kardinalitas 2 adalah minimum, maka graf pada gambar 4.1 tersebut memiliki bilangan dominasi sama dengan 2 atau $\gamma(G)$.

Dalam perkembangannya himpunan dominasi dari beberapa keluarga graf khusus sudah ditemukan [2], antara lain:

- a. Graf sikel C_n dengan $n \geq 3$ titik, yaitu $\gamma(C_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil$;
- b. Graf lintasa P_n dengan n titik, yaitu $\gamma(P_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil$;
- c. Graf lengkap K_n dengan n titik, yaitu $\gamma(K_n) = 1$; [2]

Para peneliti terus mengembangkan himpunan dominasi dengan menentukan batas atas dan batas bawah bilangan dominasi dari graf serta bilangan dominasi dari graf terhubung G dengan n titik dan derajat terbesar Δ yang diberikan oleh Haynes, Hedetniemi dan Slater [3], yaitu:

$$\lceil \frac{n}{1 + \Delta} \rceil \leq \gamma(G) \leq n - \Delta$$

Sedangkan batas atas dan batas bawah yang tergantung pada radius r diberikan oleh Henning dan Mukwembi [4] sebagai berikut:

$$\frac{2}{3} r \leq \gamma(G) \leq n \frac{2}{3} (2r - 1) \leq$$



BAB 5

DIMENSI METRIK

Salah satu topik dalam teori graf adalah dimensi metrik pada graf. Dimensi metrik pada graf diperkenalkan pertama kali secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975 dan oleh Harary dan Melter pada tahun 1976. Basis dalam graf merupakan himpunan titik dengan kardinalitas paling sedikit yang membuat setiap titik pada graf tersebut memiliki representasi yang berbeda terhadap basis tersebut. Representasi titik tersebut menggunakan konsep jarak (metric) antar titik dalam graf, sehingga diperoleh dimensi metric yang merupakan kardinalitas basis dalam graf.

It may be regarded as a generalization of the concept of trilateration in the two-dimensional real plane, the idea underpinning the Global Positioning System (GPS).

Dimensi metric menjadi menarik untuk dibahas karena konsep himpunan pemisah yang mempunyai kardinalitas minimum telah terbukti sangat berguna dan atau terpakai untuk pembahasan pada bidang lain seperti kimia [4], navigasi robot dan pencarian serta optimasi kombinasi [5]

Dimensi Metrik pada Graf

Dimensi metrik pada G , yang dinotasikan dengan $\dim(G)$, adalah kardinalitas inimum dari semua himpunan pemisah pada G . Misalkan u dan v adalah titik-titik dalam graf terhubung G yang berordo n , maka jarak $d(u, v)$ adalah panjang lintasan terpendek antara u dan v pada G . Untuk himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subseteq V$ adalah himpunan terurut dan v adalah titik pada graf. Representasi v terhadap W adalah k -vektor (pasangan k -tuple), dari $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$ dimana $d(v, w)$ adalah jarak antara titik

v dan titik w . Himpunan W disebut himpunan pembeda dari G jika setiap titik di G memiliki representasi yang berbeda terhadap W . Himpunan pembeda yang mempunyai kardinalitas minimum disebut basis. Banyaknya titik pada basis graf G disebut dimensi dan dinotasikan dengan $\dim(G)$ [12].

Dalam paper yang sama Chartrand, Eroh, Johnson dan Oellerman menemukan hasil yang fundamental tentang dimensi metric dari beberapa graf yaitu jika G adalah graf terhubung berordo $n \geq 2$ maka berlaku:

- $\dim(G) = 1$ jika dan hanya jika G adalah graf lintasan P_n ;
- $\dim(G) = n - 1$ jika dan hanya jika G adalah graf lengkap K_n ; dan
- $\dim(G) = n - 2$ jika dan hanya jika G adalah dua partisi lengkap $K_{r,s}$; ($r; s \geq 1$), $G = K_r + K_s$, ($r \geq 1; s \geq 2$); atau $G = K_r + (K_1 \cup K_s)$, ($r; s \geq 1$)

Selain itu beberapa penelitian terdahulu yang berkaitan dengan metric dimensi tersaji dalam tabel 5.1.

Tabel 5.1 Penelitian Terdahulu terkait Dimensi Metric

Nama Graf	Hasil	Keterangan
Graf Tangga (L_n)	$\dim(L_n) = 2$, untuk $n \geq 2$	[5]
Graf Tangga Tiga (TCL_n)	$\dim(SL_n) = 2$, untuk $n \geq 2$	[5]
Graf Bintang (S_n)	$\dim(L_n) = n-1$, untuk $n \geq 2$	[6]
Graf Kipas	$\dim(S_n) = \begin{cases} 2; \text{ untuk } 2 \leq n \leq 7 \\ \frac{n}{2}; \text{ untuk } n \geq 6, \text{ genap} \\ \frac{n-1}{2}; \text{ untuk } n \geq 7, \text{ ganjil} \end{cases}$	[6]
Graf Roda	$\dim(S_n) = \begin{cases} 2; \text{ untuk } 4 \leq n \leq 5 \\ 3; \text{ untuk } 6 \leq n \leq 8 \\ \frac{n-1}{2}; \text{ untuk } n \geq 9, \text{ ganjil} \\ \frac{n-2}{2}; \text{ untuk } n \geq 10, \text{ genap} \end{cases}$	[6]
Graf Anti Prisma (H_n)	$\dim(H_n) = 3$, untuk $n \geq 3$	[9]
Graf Prisma ($H_{5,n}$)	$\dim(H_{5,n}) = 3$, untuk $n \geq 2$	[9]

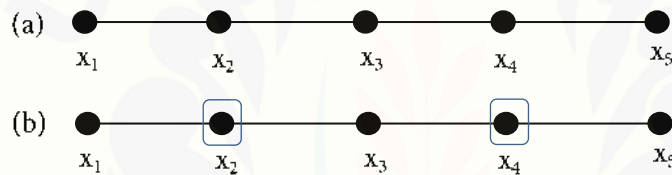


BAB 6

BILANGAN DOMINASI PEMBEDA

Resolving dominaton dikenalkan pertama kali pada tahun 2003 oleh Brigham, Chartrand, Dutton, dan Zhang dengan artikel yang berjudul Resolving Domination in Graphs. Himpunan titik dari graf G yang memiliki kondisi dimensi metrik dan mendominasi adalah Himpunan penyelesaian yang mendominasi (resolving dominating set). Kardinalitas minimum dari *resolving dominatig set* disebut dengan bilangan dominasi pembeda (*resolving domination number*) atau dinotasikan dengan $\gamma_r(G)$ [1].

Untuk mempermudah pemahaman tentang *resolving domination number*, coba perhatikan gambar 6.1



Gambar 6.1 Ilustrasi *resolving domination number* pada graf lintasan P_5

Sebagai ilustrasi, Gambar 6.1 (a) menyajikan graf lintasan dengan 5 titik yaitu $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$; (b) menunjukkan $\{x_2, x_4\}$ yang merupakan *resolving domination set* dengan kardinalitas 2. Titik x_2 mendominasi titik x_1 dan x_3 , titik x_4 mendominasi titik x_5 . Untuk melihat apakah $\{x_2, x_4\}$ merupakan *resolving domination set* dari P_5 maka harus dipastikan representasi titik pada graf lintasan P_5 mempunyai jarak yang berbeda. Representasi titik pada graf lintasan dapat dilihat pada tabel 6.1, yang telah menunjukkan representasi yang berbeda di setiap titiknya. Sehingga benar pada graf lintasan $P\gamma_r(P_5) = 2_5$,

Tabel 6.1: Representasi titik pada graf lintasan P_5

v	$r(v S)$
x_1	(1,3)
x_2	(0,2)
x_3	(1,1)
x_4	(2,0)
x_5	(3,1)

Sejak resolving domination dalam graf diperkenalkan, resolving domination dari beberapa keluarga graf khusus sudah ditemukan[1] antara lain:

- Graf Lintasan (P_n), $\gamma_r(P_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil$, untuk $n \geq 4$
- Graf Komplit (K_n), $\gamma_r(K_n) = n - 1$, untuk $n \geq 2$
- Graf Komplit ($K_{1,n-1}$), $\gamma_r(K_{1,n-1}) = n - 1$, untuk $n \geq 2$
- Graf Lingkaran (C_n), $\gamma_r(C_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil$, untuk $n \geq 3$

BAGIAN 3

Hasil Penelitian



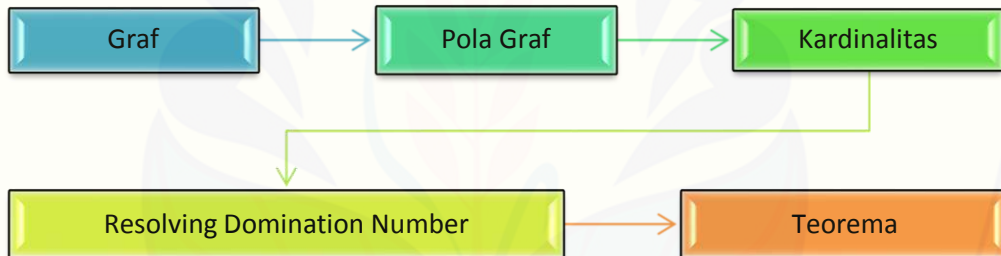


BAB 7

PROSEDUR PENELITIAN

Dalam monograf ini, kita akan mempelajari *resolving domination number* dari graf persahabatan F_n serta pengembangan dari graf tersebut dalam bentuk graf *line* persahabatan ($L(F_n)$) ; graf *middle* persahabatan ($M(F_n)$) , graf *total* persahabatan ($T(F_n)$) serta graf *cental* persahabatan ($C(F_n)$)

Terdapat lima langkah yang perlu mahasiswa lakukan untuk menemukan *resolving domination number* antara lain: (1)menentukan objek penelitian (graf); (2)menentukan pola graf; (3) menentukan kardinalitas graf, (4) menentukan titik dominator dan representasi titik dan (5) menentukan *resolving domination number* dari graf. Langkah-langkah penelitian tersebut dapat dilihat seperti pada gambar 7.1



Gambar 7.1 Alur penelitian resolving domination number

Untuk lebih memahani konsep *resolving domination number*, dapat kita lihat pada penentuan *resolving domination number* graf lintasan.

(1) Menentukan Graf

Langkah awal yang harus dilakukan dalam penelitian adalah menentukan graf yang akan dijadikan objek penelitian. Graf yang digunakan dapat berupa graf khusus ataupun graf hasil operasi. Pada tahapan ini dilakukan pengumpulan data. Graf lintasan tersaji pada gambar 6.4.



Gambar 6.3 Graf Lintasan P_5

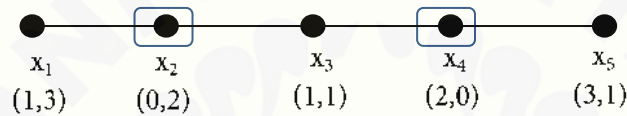
(2) Menentukan notasi graf

Pada langkah kedua yang harus dilakukan adalah menentukan notasi graf Lintasan. Notasi yang dimaksud adalah simbol yang berupa huruf pada titik. Pemberian notasi harus tepat serta harus memperhatikan pola agar teratur. Notasi yang harus dilengkapai adalah notasi setiap titik pada graf lintasan.

(3) Menentukan kardinalitas graf

Langkah ketiga yang harus dilakukan adalah menentukan kardinalitas. Kardinalitas yang harus ditentukan meliputi himpunan titik dan sisi, banyak titik dan sisi. Berdasarkan gambar 6.3 graf Persahabatan merupakan graf terhubung dengan himpunan titik (vertex) $V(P_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$, himpunan sisi(edge) $E(P_n) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\}$. Sehingga kardinalitas titiknya adalah $|V(P_n)| = n$ dan kardinalitas sisinya adalah $|E(P_n)| = n - 1$

(4) Menentukan resolving domination number dari graf



Titik x_2 mendominasi titik x_1 dan x_3 , titik x_4 mendominasi titik x_5 . Untuk melihat apakah $\{x_2, x_4\}$ merupakan *resolving domination set* dari P_5 maka harus dipastikan representasi titik pada graf lintasan P_5 mempunyai jarak yang berbeda. Representasi titik pada graf lintasan dapat dilihat pada tabel 6.4, yang telah menunjukkan representasi yang berbeda di setiap titiknya. Sehingga benar pada graf lintasan $\gamma_r(P_5) = 2$,

Tabel 6.4: Representasi titik pada graf lintasan P_5

v	$r(v S)$
x_1	(1,3)
x_2	(0,2)
x_3	(1,1)
x_4	(2,0)
x_5	(3,1)



BAB 8

PEMBUKTIAN TEOREMA

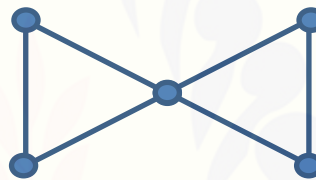
Ada beberapa temuan *resolving domination number* pada penelitian ini. Hasil dari temuan tersebut dituliskan dalam beberapa teorema yaitu:

Teorema 1. Untuk setiap $n \geq 2$ pada graf persahabatan (*friendship*) F_n maka *resolving domination number* dari F_n adalah $\gamma_r(F_n) = n$ □

Pembuktian

1. Menentukan Graf

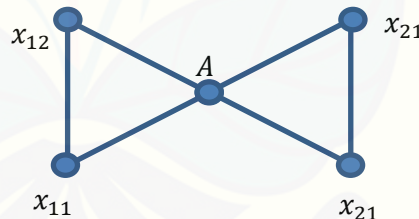
Graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.1



Gambar 8.1: Graf persahabatan F_2

2. Memberikan notasi graf

Notasi graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.2



Gambar 8.2: Notasi graf persahabatan F_2

3. Menentukan kardinalitas

Graf Persahabatan adalah graf terhubung dengan himpunan titik (*vertex*) $V(F_n) = \{A\} \cup \{x_{ij}; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq 2\}$, himpunan sisi (*edge*) $E(F_n) = \{Ax_{i1}, Ax_{i2}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{i1} x_{i2}; 1 \leq i \leq n\}$. Sehingga kardinalitas titiknya adalah $|V(F_n)| = 2n + 1$ dan kardinalitas sisinya adalah $|E(F_n)| = 3n$. Maksimum degree adalah $\Delta(F_n) = 2n$ dan $\delta(F_n) = 2$

4. Menentukan *resolving domination number*

Dalam membuktikan *resolving domination number* F_n dengan $n \geq 2$, $\gamma_r(F_n) = n$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(F_n) \leq n$ dan batas bawah $\gamma_r(F_n) \geq n$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(F_n) \leq n$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ sedemikian

hingga representasi titik di F_n adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.1. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(F_n) \leq n$.

Table 4: Representasi of $v \in V(F_n)$ ke S

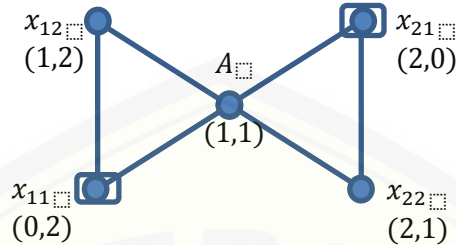
v	$r(v S)$	condition
x_{11}	$(0, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{12}	$(1, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{21}	$(2, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{22}	$(2, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 0, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
x_{i1}	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 1, 2, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i+2})$	$n \geq 2$
Z	$(0, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-1})$	$n \geq 2$

Langkhaselanjtnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number*. Sehingga F_n adalah $\gamma_r(F_n) \geq n$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(F_n) < n$. Jika $|S| = n - 1$ maka F_n akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah $n - 1$ pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada F_n , yaitu:

- Jika kita menempatkan $n - 1$ titik dalam *subdivided* dari F_n , kita akan mendapatkan satu titik dalam *subdivided* yang tidak didominasi oleh $n - 1$ titik di S . Ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga, dan kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.
- Jika kita menempatkan $n - 2$ titik di F_n dan 1 simpul di simpul pusat, kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* graf yang memiliki representasi yang sama. Hal ini disebabkan oleh 2 titik dalam grafik yang dibagi lagi akan memiliki jarak yang sama ke beberapa titik dalam F_n . Ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) diatas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan diatas kontradiksi dengan $\gamma_r(F_n) < n$, sehingga

$\gamma_r(F_n) \geq n$. Setelah pembuktiaan $\gamma_r(F_n) \leq n$ dan $\gamma_r(F_n) \geq n$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(F_n) = n$. Sebagai contoh *resolving domination number* dari graf persahabatan F_n dapat dilihat pada gambar 8.3



Gambar 8.3. Resolving domination pada line graf persahabatan $\gamma_r(F_2) = 2$

Teorema 2. Untuk setiap $n \geq 4$, $n \equiv 0 \pmod{2}$ pada *line graf persahabatan* (*line friendship graph*) $L(F_n)$ maka *resolving domination number* dari $L(F_n)$ adalah $\gamma_r(L(F_n)) = n$.

Pembuktian

1. Menentukan Graf

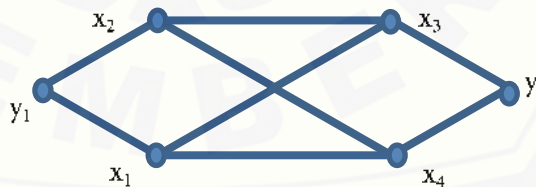
Line graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.4



Gambar 8.1: *Line Graf persahabatan* $L(F_n)$

2. Memberikan notasi graf

Notasi *line graf persahabatan* dapat dilihat pada gambar 8.5



Gambar 8.2: Notasi graf persahabatan $L(F_n)$

3. Menentukan kardinalitas

Graf Persahabatan adalah graf terhubung dengan himpunan titik (*vertex*) $V(L(F_n)) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\}$, himpunan sisi(*edge*) $E(L(F_n)) = \{x_i x_{i+1}\} \cup \{x_n x_1\} \cup \{x_i y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq i \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_{i+1} y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq i \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_i x_i; 1 \leq i \leq n\}$. Sehingga kardinalitas titiknya adalah

$|V(L(F_n))| = \frac{3n}{2}$ dan kardinalitas sisinya adalah $|E(L(F_n))| = \frac{n(n-1)}{2} + n$. Maksimum degree adalah $\Delta(L(F_n)) = n$ dan $\delta(F_n) = 2$

4. Menentukan *resolving domination number*

Dalam membuktikan *resolving domination number* $\gamma_r(L(F_n)) = n$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(L(F_n)) \leq n$ dan batas bawah $\gamma_r(L(F_n)) \geq n$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(L(F_n)) \leq n$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ sedemikian hingga representasi titik di F_n adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.2. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(L(F_n)) \leq n$.

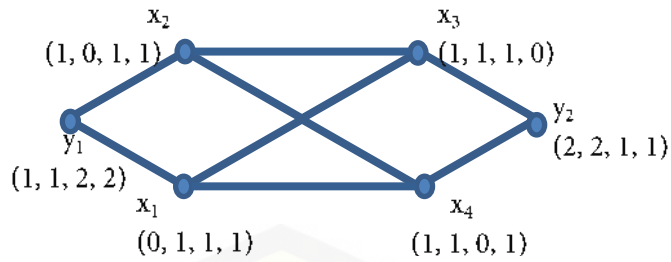
Tabel 8.2: Representasi of $v \in V(L(F_n))$ ke S

v	$r(v S)$	condition
x_i	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1}, 0, \underbrace{1, \dots, 1}_{n-1})$	$n \geq 4, n \equiv 1 \pmod{2}$
y_i	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, \underbrace{1, 1}_{i, i+1}, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i-1})$	$n \geq 4, n \equiv 1 \pmod{2}$

Langkahselanjutnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number*. Sehingga F_n adalah $\gamma_r(L(F_n)) \geq n$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(L(F_n)) < n$. Jika $|S| = n - 1$ maka $L(F_n)$ akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah $n - 1$ pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada $L(F_n)$, yaitu:

- a) Jika kita menempatkan $n - 1$ titik dalam *subdivided* dari $L(F_n)$ kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* yang mempunyai jarak yang sama. Hal ini kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.
- b) Jika kita menempatkan $n - 2$ titik di $L(F_n)$ dan 1 titik yang tidak terdominasi. Hal ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga (adjacent) dan hal ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) diatas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan diatas kontradiksi dengan $\gamma_r(L(F_n)) < n$, sehingga $\gamma_r(L(F_n)) \geq n$. Setelah pembuktiaan $\gamma_r(L(F_n)) \leq n$ dan $\gamma_r(L(F_n)) \geq n$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(L(F_n)) = n$. Sebagai contoh *resolving domination number* dari graf persahabatan F_n dapat dilihat pada gambar 8.6



Gambar 8.6. Resolving domination pada line graf persahabatan $\gamma_r(L(F_n))$

Teorema 3. Untuk setiap $n \geq 2$ pada *middle* graf persahabatan (*middle friendship graph*) $M(F_n)$ maka resolving domination number dari $M(F_n)$ adalah $\gamma_r(M(F_n)) = n$ □

Pembuktian

1. Menentukan Graf

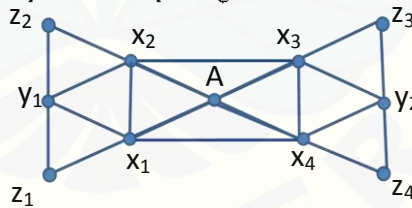
Graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.7



Gambar 8.1: *Middle* graf persahabatan $M(F_n)$

2. Memberikan notasi graf

Notasi graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.2



Gambar 8.8: Notasi *middle* graf persahabatan $M(F_n)$

3. Menentukan kardinalitas

Middle Graf Persahabatan adalah graf terhubung dengan himpunan titik (*vertex*)

$$V(M(F_n)) = \{A\} \cup \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_i; 1 \leq i \leq n\},$$

$$\text{himpunan sisi (edge)} \quad E(M(F_n)) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_n x_1\} \cup \{x_i y_j; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_{i+1} y_j; 1 \leq i \leq n-1; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_i z_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{z_i y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_{i+1} y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\}.$$

Sehingga kardinalitas titiknya adalah $|V(M(F_n))| = 2n + \frac{n}{2} + 1$ dan kardinalitas sisinya

adalah $|E(M(F_n))| = 5n + \frac{n(n-1)}{2}$. Maksimum degree adalah $\Delta(M(F_n)) = 2n$ dan $\delta(M(F_n)) = 2$

4. Menentukan *resolving domination number*

Dalam membuktikan *resolving domination number* $M(F_n)$ dengan $n \geq 2$, $\gamma_r(M(F_n)) = n$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(M(F_n)) \leq n$ dan batas bawah $\gamma_r(M(F_n)) \geq n$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(M(F_n)) \leq n$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ sedemikian hingga representasi titik di F_n adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.3. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(M(F_n)) \leq n$.

Tabel 8.3: Representasi dari $v \in V(M(F_n))$ ke S

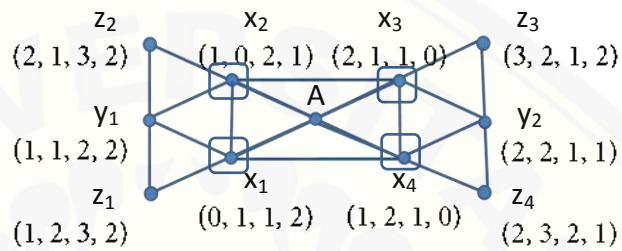
v	r(v S)	condition
x_i	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1}, 0, \underbrace{1, \dots, 1}_{n-i})$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
y_i	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, \underbrace{1, 1}_{i, i+1}, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i-1})$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
z_i	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 1, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i})$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
A	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1})$	$n \geq 2$

Langkah selanjutnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number*. Sehingga $M(F_n)$ adalah $\gamma_r(M(F_n)) \geq n$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(M(F_n)) < n$. Jika $|S| = n - 1$ maka $M(F_n)$ akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah $n - 1$ pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada $M(F_n)$, yaitu:

- a) Jika kita menempatkan $n - 1$ titik dalam *subdivided* dari $M(F_n)$, kita akan mendapatkan satu titik dalam *subdivided* yang tidak didominasi oleh $n - 1$ titik di S . Ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga, dan kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.
- b) Jika kita menempatkan $n - 2$ titik di $M(F_n)$ dan 1 simpul di simpul pusat, kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* graf yang memiliki representasi yang sama. Hal ini disebabkan oleh 2 titik dalam grafik yang dibagi lagi akan

memiliki jarak yang sama ke beberapa titik dalam $M(F_n)$. Ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) di atas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan di atas kontradiksi dengan $\gamma_r(M(F_n)) < n$, sehingga $\gamma_r(M(F_n)) \geq n$. Setelah pembuktian $\gamma_r(M(F_n)) \leq n$ dan $\gamma_r(M(F_n)) \geq n$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(M(F_n)) = n$. Sebagai contoh *resolving domination number* dari graf persahabatan $M(F_n)$ dapat dilihat pada gambar 8.9



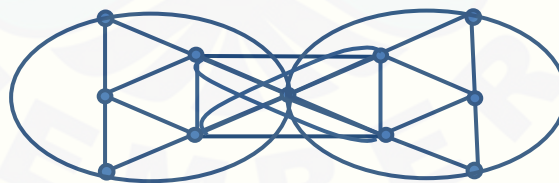
Gambar 8.9. Resolving domination pada line graf persahabatan $\gamma_r(M(F_n))$

Teorema 4. Untuk setiap $n \geq 2$ pada *total graf persahabatan (total friendship graph) $T(F_n)$* maka *resolving domination number* dari $T(F_n)$ adalah $\gamma_r(T(F_n)) = n$ □

Pembuktian

1. Menentukan Graf

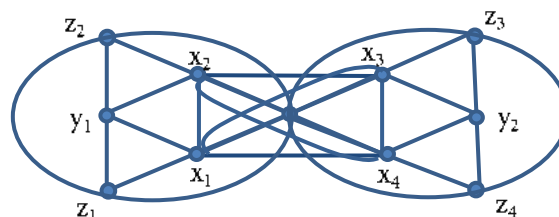
Total Graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.10



Gambar 8.10: *Total graf persahabatan $T(F_n)$*

2. Memberikan notasi graf

Notasi *total graf persahabatan* dapat dilihat pada gambar 8.11



Gambar 8.11: Notasi *total graf persahabatan $T(F_n)$*

3. Menentukan kardinalitas

Total Graf Persahabatan adalah graf terhubung dengan himpunan titik (*vertex*) $V(T(F_n)) = \{A\} \cup \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_i; 1 \leq i \leq n\}$, himpunan sisi (*edge*) $E(T(F_n)) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_n x_1\} \cup \{x_i y_j; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_{i+1} y_j; 1 \leq i \leq n-1; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_i z_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{z_i y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_{i+1} y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_i z_{i+1}; i \equiv 1 \pmod{2}\} \cup \{A z_i; 1 \leq i \leq n\}$. Sehingga kardinalitas titiknya adalah $|V(T(F_n))| = 2n + \frac{n}{2} + 1$ dan kardinalitas sisinya adalah $|E(T(F_n))| = 6n + \frac{n}{2} + \frac{n(n-1)}{2}$. Maksimum degree adalah $\Delta(T(F_n)) = 4n$ dan $\delta(T(F_n)) = 4$

4. Menentukan *resolving domination number*

Dalam membuktikan *resolving domination number* $T(F_n)$ dengan $n \geq 2$, $\gamma_r(T(F_n)) = n$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(T(F_n)) \leq n$ dan batas bawah $\gamma_r(T(F_n)) \geq n$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(T(F_n)) \leq n$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ sedemikian hingga representasi titik di $T(F_n)$ adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.4. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(T(F_n)) \leq n$.

Tabel 8.4:Representation of $v \in V(T(F_n))$ respect to S

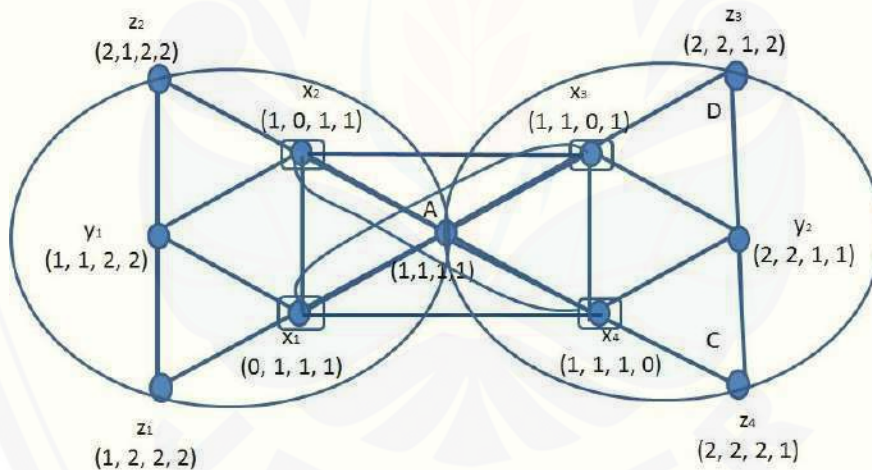
v	$r(v S)$	condition
x_i	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1}, 0, \underbrace{1, \dots, 1}_{n-i})$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
y_j	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, \underbrace{1, 1}_{i, i+1}, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i-1})$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
z_i	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, 1, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i})$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
A	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1})$	$n \geq 2$

Langkah selanjutnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number* $T(F_n)$ adalah $\gamma_r(T(F_n)) \geq n$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(T(F_n)) < n$. Jika $|S| = n - 1$ maka F_n akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah $n - 1$

pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada F_n , yaitu:

- a) Jika kita menempatkan $n - 1$ titik dalam *subdivided* dari $T(F_n)$, kita akan mendapatkan satu titik dalam *subdivided* yang tidak didominasi oleh $n - 1$ titik di S . Ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga, dan kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.
- b) Jika kita menempatkan $n-2$ titik di $T(F_n)$ dan 1 simpul di simpul pusat, kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* graf yang memiliki representasi yang sama. Hal ini disebabkan oleh 2 titik dalam grafik yang dibagi lagi akan memiliki jarak yang sama ke beberapa titik dalam $T(F_n)$. Ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) diatas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan diatas kontradiksi dengan $\gamma_r(T(F_n)) < n$, sehingga $\gamma_r(T(F_n)) \geq n$. Setelah pembuktian $\gamma_r(T(F_n)) \leq n$ dan $\gamma_r(T(F_n)) \geq n$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(T(F_n)) = n$. Sebagai contoh *resolving domination number* dari graf persahabatan $T(F_n)$ dapat dilihat pada gambar



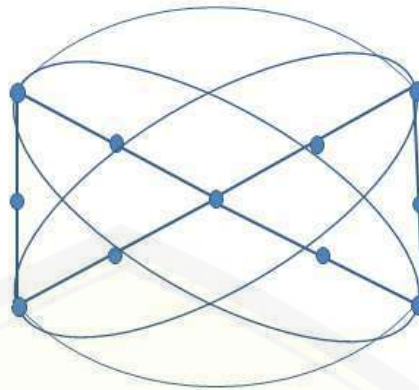
Gambar 8.12. Resolving domination pada line graf persahabatan $\gamma_r(T(F_n))$

Teorema 5. Untuk setiap $n \geq 2$ pada *central* graf persahabatan (*central friendship graph*) $C(F_n)$ maka *resolving domination number* dari $C(F_n)$ adalah $\gamma_r(C(F_n)) = n + 1$ □

Pembuktian

1. Menentukan Graf

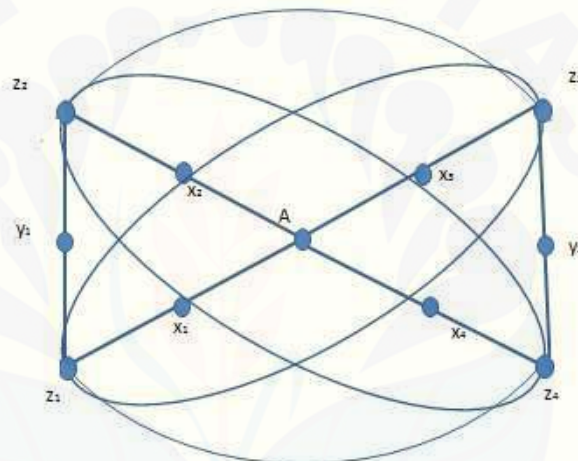
Central graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.1



Gambar 8.13: Graf persahabatan F_2

2. Memberikan notasi graf

Notasi *central* graf persahabatan dapat dilihat pada gambar 8.14



Gambar 8.14: Notasi *central* graf persahabatan $C(F_n)$

3. Menentukan kardinalitas

Central graf persahabatan adalah graf terhubung dengan himpunan titik (*vertex*)

$$V(C(F_n)) = \{A\} \cup \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_i; 1 \leq i \leq n\},$$

himpunan sisi (*edge*) $E(C(F_n)) = \{Ax_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i z_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{z_i y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq i \leq n-1; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{x_i z_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{z_i y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_{i+1} y_j; i \equiv 1 \pmod{2}; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}\} \cup \{z_n z_1\} \cup \{z_i z_{i+1}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{Az_i; 1 \leq i \leq n\}$.

Sehingga kardinalitas titiknya adalah $|V(C(F_n))| = 2n + \frac{n}{2}$ dan kardinalitas sisinya adalah $|E(C(F_n))| = 2n + \frac{n}{2} + \frac{n(n-1)}{2}$

Maksimum degree adalah $\Delta(V(C(F_n))) = n$ dan $\delta(R(F_n)) = 2$

4. Menentukan *resolving domination number*

Dalam membuktikan *resolving domination number* $C(F_n)$ dengan $n \geq 2$,

$\gamma_r(C(F_n)) = n + 1$ harus ditunjukkan batas atas $\gamma_r(C(F_n)) \leq n + 1$ dan batas bawah $\gamma_r(C(F_n)) \geq n + 1$. Pada langkah pertama, kita harus membuktikan batas

atas dari *resolving domination number* adalah $\gamma_r(C(F_n)) \leq n + 1$. Kita memilih $S = \{x_i; 1 \leq i \leq n + 1\}$ sedemikian hingga representasi titik di $C(F_n)$ adalah berbeda. Untuk lebih jelasnya representasi titik dapat dilihat pada tabel 8.5. S juga merupakan *dominating set* karena titik di S mendominasi titik yang bukan S , sehingga S adalah *resolving domination number*. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $\gamma_r(C(F_n)) \leq n + 1$.

Tabel 8.4: Representasi of $v \in V(C(F_n))$ ke S

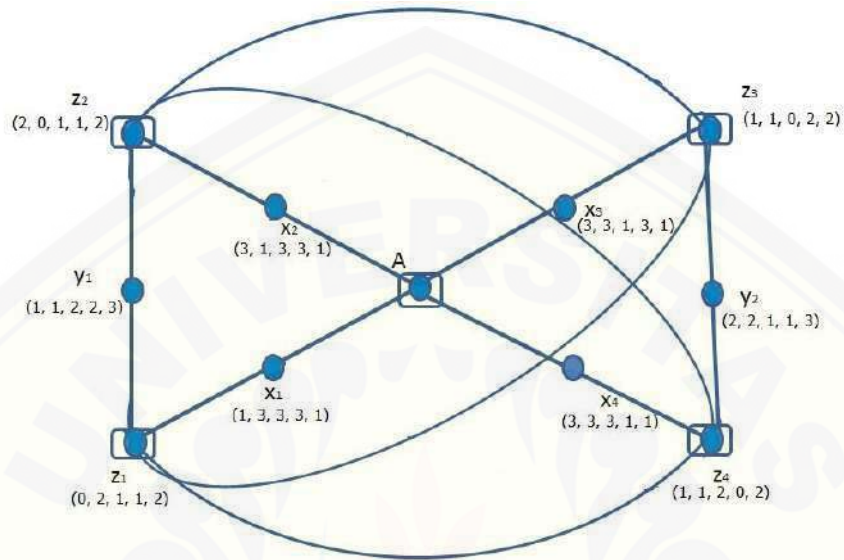
v	$r(v S)$	condition
x_i	$(\underbrace{3, \dots, 3}_{i-1}, \underbrace{1, 3, \dots, 3}_{n-i}, 1)$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
y_j	$(\underbrace{2, \dots, 2}_{i-1}, \underbrace{1, 1}_{i, i+1}, \underbrace{2, \dots, 2}_{n-i-1}, 2)$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
z_i	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1}, \underbrace{0}_i, \underbrace{2}_{i+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{n-i-2}, 2)$	$n \geq 4, n \equiv 1 \pmod{2}$
z_i	$(\underbrace{1, \dots, 1}_{i-1}, \underbrace{2}_i, \underbrace{0}_{i+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{n-i-2}, 2)$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$
A	$(\underbrace{2, \dots, 2}_n, 0)$	$n \geq 4, n \equiv 0 \pmod{2}$

Langkah selanjtnya adalah dengan membuktikan bahwa batas bawah *resolving domination number*. Sehingga $C(F_n)$ adalah $\gamma_r(C(F_n)) \geq n + 1$. Asumsikan *resolving domination number* $\gamma_r(C(F_n)) < n + 1$. Jika $|S| = n$ maka $C(F_n)$ akan mempunyai satu titik mendominasi yang berada di pusat. Karena asumsi awal adalah n pada S , hal tersebut akan mengakibatkan beberapa kondisi peletakan titik pada $C(F_n)$, yaitu:

- a) Jika kita menempatkan n titik dalam *subdivided* dari $C(F_n)$, kita akan mendapatkan satu titik dalam *subdivided* yang tidak didominasi oleh n titik di S . Ini disebabkan oleh titik dalam *subdivided* tidak bertetangga, dan kontradiksi dengan definisi *resolving domination number*.
- b) Jika kita menempatkan $n-1$ titik di $C(F_n)$ dan 1 simpul di simpul pusat, kita akan mendapatkan dua titik dalam *subdivided* graf yang memiliki representasi yang sama. Hal ini disebabkan oleh 2 titik dalam grafik yang dibagi lagi akan memiliki jarak yang sama ke beberapa titik dalam $C(F_n)$. Ini kontradiksi dengan definisi *resolving set*.

Berdasarkan kasus a) dan b) diatas, terlihat bahwa S bukanlah *resolving domination number*. Dengan kata lain pernyataan diatas kontradiksi dengan $\gamma_r(C(F_n)) < n + 1$, sehingga $\gamma_r(C(F_n)) \geq n + 1$. Setelah pembuktiaan $\gamma_r(C(F_n)) \leq n + 1$ dan

$\gamma_r(C(F_n)) \geq n + 1$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $\gamma_r(C(F_n)) = n + 1$. Sebagai contoh *resolving domination number* dari graf persahabatan $C(F_n)$ dapat dilihat pada gambar 8.15



Gambar 8.15. Resolving domination pada *central* graf persahabatan $\gamma_r(C(F_2))$

Daftar Pustaka

- [1] Slamin. Teori Graf dan Aplikasinya. CV. Dream Litera Buana, Malang, Indonesia, 1 edition, Januari 2019..
- [2] G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, Graphs&digraphs, Fifth, chapman&hall/CRC, Florida, 2010.
- [3] Z. Chen, Harray's conjectures on integral sum graph, Discreate Math. 160 (1996) 241-244.
- [4] Chartrand, Garry dan L. Linda. 1986. Graph and Digraphs. Calofornia: Pasific Graw
- [5] I. Saifudin. Dimensi Partisi Dari Graf Khusus dan Operasinya. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, 2015.
- [6] R H. Santi. Analisa Dimensi Metrik Pada Beberapa Graf Khusus. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, 2015..
- [7] Karbasi, Amir H. and Atani, Reza E., Application of Dominating Sets in Wireless Sensor Networks, International Journal of Secutiry and Its Applications, Vol. 7, Guilan University, Iran (2013).
- [8] Kies, A., Maaza, Zoulikha M. and Belbachir, R., A Connected Dominating Set Based on Connectivity and Energy in Mobile Ad Hoc Networks, ActaPolytechnica Hungaria, Vol. 9, University of Sciences and the Technology of Oran, Algeria (2012).
- [9] Bondy J A and Murty U S R 1976 Graph theory with applications 290 (London: Macmillan)
- [10] Adawiyah R, Agustin I H, Dafik, Slamin and Albirri E R 2018 Related Wheel Graphs and Its Locating EdgeDomination Number Journal of Physics: Conf 1022
- [11] Dafik, Agustin I H, Hasan M, Adawiyah R, Alfarisi R and Wardani D A R 2018 On the Locating Edge Domination Number of Comb Product of Graphs *Journal of Physics: Conf. Series* **1022** 012003

- [12] Albirri E R, Dafik, Agustin I H, Adawiyah R, Alfarisi R and Prihandini R M 2019
The local (adjacency) metric dimension of split related complete graph *Journal of
Physics: Conference Series* **1211** 012015







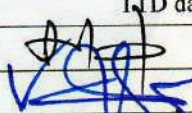
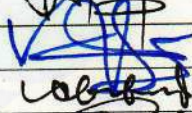
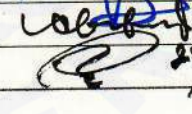
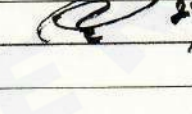

LEMBAR REVISI TESIS

NAMA MAHASISWA : Syamsiyatul Kurniawati
 NIM : 180220101027
 JUDUL TESIS : Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berbasis *Discovery Learning* dan Pengaruhnya terhadap Keterampilan *conjecturing* Mahasiswa dalam Menyelesaian Masalah *Resolving Domination Number*
 TANGGAL UJIAN : 15 Januari 2020
 PEMBIMBING : Prof. Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D.
 Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	iii	Motto
2.	viii-ix	Ringkasan
3.	13-17	Prosedur model <i>discovery learning</i> , penulisan tanda baca, indikator proses <i>conjecturing</i>
4.	136	Pembahasan model pembelajaran konvensional
5.	61, 63, 79, 141, 142	Penggunaan koma pada hasil penelitian yang menggunakan bilangan desimal
6.	144-145	Penulisan halaman
7.	157	Pretes disesuaikan dengan indikator ketrampilan <i>conjecturing</i>
8.	159	Post tes disesuaikan dengan indikator ketrampilan <i>conjecturing</i>
9.	165	Gambar pada LKM
10	220	Monograf

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD dan Tanggal
Ketua	Prof. Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D.	 23/1/20
Sekretaris	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	 23/1/20
Anggota	Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si.	 23/1/20
	Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd.	 23/1/20
	Dr. Susanto, M.Pd.	 23/1/20

Jember, 23 Januari 2020
Mengetahui / menyetujui :

Dosen Pembimbing I,

Prof. Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 196704201992011001

Dosen Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 196808021993031004

Mahasiswa Yang Bersangkutan

Syamsiyatul Kurniawati
NIM. 180220101027

Mengetahui,
Koordinator Program Studi
Magister Pendidikan Matematika

Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd.
NIP. 197305061997021001

LAMPIRAN E.3**AUTOBIOGRAFI****Syamsiyatul Kurniawati**

Lahir di Mojokerto, 3 Agustus 1984. Lahir sebagai anak ke-empat dari pasangan Nur Rochman dan Masrufah serta memiliki dua saudara laki-laki dan dua saudara perempuan. Menyelesaikan pendidikan formal berturut-turut di MI Roudlotun Nasyi'in (1990-1996), MTs Roudlotun Nasyi'in (1996-1999), dan SMA Negeri 1 Gedeg (1999-2002). Pada tahun 2003 melanjutkan studi sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (MIPA) Universitas Jember (UNEJ) dan memperoleh gelar Sarjana Pendidikan pada tahun 2008. Menjadi tenaga pendidik di sekolah Pelita Hati sejak tahun 2014 (sampai dengan saat ini) dan pada tahun 2016-2018 melanjutkan studi di Pendidikan Dasar Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Terbuka Jember. Pada tahun yang sama penulis berkesempatan melanjutkan studi Pascasarjana di Program Studi Magister Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.