ANALISIS HUBUNGAN JARAK ANTAR PENGHALANG GANDA DENGAN KOEFISIEN TRANSMISI DAN KOEFISIEN REFLEKSI

SKRIPSI

Oleh

Nyuciati Rizky
NIM. 160210102052

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020

ANALISIS HUBUNGAN JARAK ANTAR PENGHALANG GANDA DENGAN KOEFISIEN TRANSMISI DAN KOEFISIEN REFLEKSI

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Fisika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Nyuciati Rizky
NIM. 160210102052

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Sriyusniyanti dan Ayahanda Nur Salim;
2. Guru-guru saya sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

Barang siapa yang menghendaki kehidupan dunia maka wajib baginya memiliki ilmu, barang siapa yang menghendaki kehidupan akhirat maka wajib baginya memiliki ilmu, dan barang siapa yang menghendaki keduanya maka wajib baginya memiliki ilmu.
(HR. Tirmidzi)*)

---

*) Eka Kartini Gaffar. 2017. Menebar Kebaikan Itu Indah. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.

PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Nyuciati Rizky

NIM : 160210102052

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Analisis Hubungan Jarak Antar Penghalang Ganda dengan Koefsisin Transmisi dan Koefisien Refleksi" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institut mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2020

Yang menyatakan,

Nyuciati Rizky

NIM 1602010102052

SKRIPSI

ANALISIS HUBUNGAN JARAK ANTAR PENGHALANG GANDA DENGAN KOEFISIEN TRANSMISI DAN KOEFISIEN REFLEKSI

Oleh

Nyuciati Rizky

NIM 160210102052

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama	: Drs. Bambang Supriadi M,Sc.
Dosen Pembimbing Anggota	: Dr. Yushardi, S.Si, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Analisis Hubungan Jarak Antar Penghalang Ganda dengan Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi" karya Nyuciati Rizky telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pengetahuan Universitas Jember.

Tim Penguji;

Ketua,	Anggota 1,
Drs. Bambang Supriadi M,Sc NIP 196807101993021001	Dr. Yushardi, S.Si, M.Si NIP 196504201995121001
Anggota II,	Anggota III,
Dr. Supeno, S.Pd, M.Si NIP 197412071999031002	Drs. Alex Harijanto, M.Si NIP 196411171991031001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc,. Ph.D
NIP 196808021993031004

RINGKASAN

Analisis Hubungan Jarak Antar Penghalang Ganda dengan Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi; Nyuciati Rizky, 160210102052; 2020: 28 halaman; Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Efek terobosan merupakan fenomena elektron dengan energi kecil dapat menembus potensial penghalang. Probabilitas elektron menembus penghalang disebut koefisien transmisi dan probabilitas elektron terpantul disebut koefisien refleksi. Efek terobosan dipengaruhi oleh penggunaan bahan semikonduktor dan energi yang dimiliki oleh elektron dengan jarak antar penghalang konstan. Oleh sebab itu, peneliti melakukan penelitian ini untuk menganalisis hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien transmisi dan koefsien refleksi.

Metode yang digunakan untuk mendapatkan nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi adalah metode propagansi matriks berbantuan program komputer Matlab. Metode propagansi matriks merupakan metode yang mudah digunakan baik untuk dua potensial penghalang atau lebih. Hal ini dikarenakan pada batas berapapun dengan metode propagansi matriks tinjauannya tetap kembali pada keadaan awal yakni batas $x=0$. Program komputer Matlab digunakan untuk mempermudah analisa hubungan jarak antar penghalang dengan koefisien transmisi dan koefisien refleksi.

Semakin besar jarak antar penghalang mengakibatkan nilai koefisien transmisi mengalami peningkatan hingga mencapai nilai maksimum pada jarak antar penghalang 1 nm yakni 0,9997, setelah jarak antar penghalang 1 nm koefisien transmisi mengalami penurunan hingga nilai minimum yakni 0,3817 pada jarak antar penghalang 2 nm. Hal ini berkebalikan dengan nilai koefisien refleksi, semakin besar jarak antar penghalang koefisien refleksi semakin menurun hingga nilai minimum pada jarak antar penghalang 1 nm yakni 0,0003, setelah jarak antar penghalang 1 nm koefisien refleksi mengalami kenaikan hingga nilai maksimum yakni 0,6183 pada

jarak antar penghalang. Perubahan jarak antar penghalang memiliki konstribusi terhadap nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi yang diperolah dapat dikatakan bahwa pada titik tertentu, nilainya akan mencapai maksimum kemudian turun hingga minimum. Penurunan ataupun kenaikan yang terjadi pada koefisien transmisi dan koefisien refleksi dapat diasumsikan bahwa nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi bersifat periodik.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT. Atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Hubungan Jarak Antar Penghalang Ganda dengan Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada program studi Pendidikan Fisika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih pada:

1. Prof. Dr. Dafik, M.Sc. Ph.D., selaku Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Dr. Dwi Wahyuni, M. Kes., selaku Ketua Jurusan Pendidikan MIPA;
3. Drs. Bambang Supriadi, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Fisika, Dosen Pembimbing Akademik dan Dosen Pembimbing Utama;
4. Dr. Yushardi, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota;
5. Dr. Supeno, S.Pd, M.Si., selaku Dosen Penguji Utama;
6. Drs. Alex Harijanto, M.Si., selaku Kepala Laboratorium Program Studi Pendidikan Fisika dan Dosen Penguji Anggota;
7. Bapak Nur Salim, Ibu Sriyusniyanti, dan Suami saya Revinda Dwi Kurniawan yang telah memberikan dorongan dan doanya demi terselesainya skripsi ini;
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan teknologi saat ini cukup pesat seperti alat elektronik (smartphone, komputer, dan ipad) tambah tahun semakin praktis dan memiliki fitur-fitur canggih. Alat elektronik ini tersusun dari komponen-komponen elektronika. Pembuatan komponen elektronika bergantung pada material semikonduktor yang digunakan. Pita energi, tinggi, dan lebar potensial penghalang pada setiap bahan semikonduktor berbeda satu dengan yang lain. Penelitian mengenai bahan-bahan semikonduktor banyak dilakukan oleh peneliti untuk menemukan hal baru dalam peningkatkan kualitas dari prangkat elektronik tersebut. Terciptanya perangkat elektronik karena adanya mekanika kuantum dan persamaan Schrodinger yang memberikan gambaran mengenai perilaku elektron dalam segala kondisi (Sugiyono, 2016: 307).

Mekanika kuantum merupakan cabang dari ilmu fisika yang dapat menjawab persoalan mengenai inti atom, atom, molekul, dan materi dalam zat padat yang tidak dapat diselesaikan dengan mekanika klasik (Beiser, 1999:167). Mekanika klasik menyatakan bahwa partikel yang memiliki energi E lebih kecil dari energi potensial penghalang V tidak dapat menembus penghalang, tetapi dalam mekanika kuantum partikel dengan $E<V$ masih memiliki probabilitas untuk menembus penghalang. Mekanika kuantum tidak memiliki sifat kepastian oleh sebab itu perhitungan dalam mekanika kuantum hanya berkaitan tentang probabilitas, rata-rata pengukuran, dan perilaku statistik dari keadaan partikel.

Sistem mekanika kuantum dapat dipelajari dengan perumusan matematis persamaan differensial orde dua yang dikenal dengan persamaan Schrodinger. Syarat yang harus ditaati oleh persamaan Schrodinger ada tiga yakni tidak boleh melanggar hukum ketetapan energi, taat asas hipotesis de Broglie, dan persamaan yang dihasilkan harus berperilaku baik dalam pengertian matematika, kontinu, bernilai tunggal dan linear (Krane, 1992:172-173). Solusi persamaan Schrodinger adalah fungsi gelombang ψ yang dapat berbentuk trigonometri ataupun eksponensial. Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan persamaan Schrodinger yaitu efek terowongan atau efek terobosan.

Efek terobosan menjelaskan perilaku partikel yang memiliki energi E lebih kecil dari energi potensial penghalang V mempunyai peluang atau probabilitas untuk menerobos. Penelitian ini membahas tentang efek terobosan karena prinsip efek terobosan dapat diaplikasikan pada komponen-komponen elektronika. Salah satu komponen elektronika adalah diode yang dapat menghantarkan arus satu arah sehingga dikatakan sebagai penyearah. Efek terobosan didalamnya terdapat koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Koefisien transmisi merupakan peluang partikel yang menembus penghalang, sedangkan koefisien refleksi merupakan peluang partikel yang terpantul. Persamaan koefisien transmisi dan koefisien refleksi dapat diselesaikan dengan beberapa metode seperti Schrodinger, propagansi matriks, algoritma numerov, dan WKB. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah propagansi matriks, hal ini dikarenakan metode propagansi matriks dapat digunakan pada penghalang tunggal, ganda ataupun banyak dan pada batas x berapapun tinjauannya kembali pada tinjauan awal yakni $x=0$. Ada beberapa langkah yang harus dilakukan dalam menggunakan metode propagasi matriks. Pertama, menghitung propagasi matriks $\hat{p}_{step}$ untuk transmisi dari fungsi gelombang sebuah partikel berenergi E yang bergerak menuju penghalang potensial tunggal. Kedua, menghitung propagasi matriks $\hat{p}_{free}$untuk fungsi gelombang diantara potensial step. Ketiga, menghitung propagasi total yang dimiliki oleh penghalang dengan cara mengalikan tiap propagasi yang dimilliki setiap potensial (Levi, 2003: 168).

Penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan penelitian ini yakni penelitian yang dilakukan oleh Prastowo dkk. (2018), Huda dkk. (2018), dan Supriadi dkk. (2019). Tinjauan untuk seluruh penelitian dapat dikatakan bahwa penggunaan bahan semikonduktor yang berbeda ternyata mempengaruhi nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Tinjauan untuk satu penelitian adalah penelitian tersebut menggunakan energi sebagai variabel bebas dan jarak antar penghalang sebagai variabel kontrol, didapatkan bahwa perubahan energi mempengaruhi nilai koefisen transmisi dan koefisien refleksi. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah energi sebagai variabel kontrol dan jarak antar penghalang sebagai variabel bebas. Peneliti ingin mengetahui faktor jarak antar penghalang juga mempengaruhi nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi atau tidak. Oleh sebab itu, tugas akhir ini berjudul "Analisis Hubungan Jarak Antar Penghalang Ganda dengan Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka dapat dirumuskan permasalahan, antara lain:

a. Bagaimana hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien transmisi ?
b. Bagaimana hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien refleksi?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

a. Menganalisis hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien transmisi.
b. Menganalisis hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien refleksi.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan-batasan dalam penelitian ini yaitu:

a. Persamaan Schrodinger yang digunakan adalah persamaan Schrodinger tidak bergantung waktu pada koordinat kartesian.
b. Fungsi gelombang memenuhi syarat normalisasi.
c. Fungsi gelombang yang digunakan adalah fungsi gelombang partikel bebas.
d. Penghalang ganda yang digunakan adalah GaAs dan GaAs.
e. Pendekatan yang digunakan adalah metode propagansi matriks

f. Penggunaan energi elektron 1 eV karena 1 eV lebih kecil dari potensial penghalang GaAs.
g. Efek terobosan murni yaitu penelitian ini murni menggunakan kasus $E<V$ pada penghalang 1 dan penghalang 2.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

a. Bagi lembaga, dapat digunakan sebagai referensi dalam kegiatan belajar mengajar di perkuliahan mengenai pengaruh jarak antar penghalang terhadap transmisi dan refleksi pada mata kuliah fisika kuantum.
b. Bagi pembaca, dapat digunakan sebagai referensi dalam mempelajari pengembangan teori tentang pengaruh jarak antar penghalang terhadap transmisi dan refleksi pada mata kuliah fisika kuantum.
c. Bagi peneliti, digunakan untuk menambah wawasan dan pengalaman, dan digunakan sebagai sumber informasi dalam mempelajari efek terobosan.
d. Bagi pengembang teknologi semikonduktor, dapat dijadikan sebagai pengetahuan dalam mengembangkan teknologi semikonduktor sebagai bahan yang penting dalam rangkaian elektronika.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Dualisme Gelombang-Materi

Penghujung abad 19 teori elektromagnetik Maxwell berhasil mengungkapkan bahwa cahaya sebagai gelombang. Bukti-bukti eksperimental yang mendukung adanya sifat gelombang cahaya yakni percobaan interferensi dua celah oleh Young dan gejala difraksi. Namun tahun 1905 Einsten menolak teori tersebut berlandasan pada fenomena efek fotolistrik. Efek fotolistrik merupakan fenomena yang terjadi jika permukaan logam disoroti cahaya berfrekuensi $f \geq W/h$ dengan W adalah fungsi kerja logam maka elektron dari dalam logam akan terlepas Cahaya dalam fenomena efek fotolistrik dianggap sebagai kuanta yang disebut foton, hal ini dikenal dengan teori kuantum Einsten sehingga diperoleh persamaan:

$$E = hf \tag{2.1}$$

Keterkaitan antara energi dan momentum suatu partikel dalam teori relativitas yakni:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \tag{2.2}$$

dengan λ adalah panjang gelombang cahaya dan munculnya momentum inilah yang menandakan cahaya memiliki sifat partikel.

Teori kuantum Einstein didukung dengan adanya fenomena efek Compton yang menyatakan bahwa panjang gelombang sinar-X sebelum dan sesudah terhambur berbeda, dengan sudut hamburan mempengaruhi perubahan panjang gelombangnya, sehingga diperoleh persamaan:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - cos\theta) \tag{2.3}$$

Persamaan di atas hanya dapat ditemukan saat memandang sinar-X sebagai foton (partikel) yang memiliki momentum selain energi (Siregar, 2018: 4-5).

Berdasarkan fenomena-fenomena tersebut Louise de Broglie berpendapat bahwa cahaya dapat berperilaku sebagai gelombang dan juga dapat berperilaku sebagai partikel, dengan kata lain de Broglie beranggapan bahwa panjang gelombang (λ) akan dimiliki oleh semua partikel yang bergerak dengan momentum (p). Kaitan antara momentum dan panjang gelombang dituliskan dalam persamaan:

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv} \qquad (2.4)$$

Dengan λ adalah panjang gelombang de Broglie dan h adalah konstanta Planck sebesar $6{,}626x10^{-34}\ Js$ (Krane,1992:126).

2.2 Persamaan Schrodinger

Persamaan Schrodinger merupakan persamaan matematis diferensial orde dua yang taat pada 3 ketentuan yakni:

a. Hukum Ketetapan Energi

$$K + V = E$$

K merupakan energi kinetik, V merupakan energi potensial ,dan E energi mekanik, dimana seluruhnya memiliki satuan eV. Dengan $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ maka total energi E adalah

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \qquad (2.5)$$

b. Hipotesa de Broglie

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}\frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

Energi kinetik (K) dari gelombang de Broglie partikel bebas yaitu:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \qquad (2.6)$$

c. Berperilaku baik (kontinu, bernilai tunggal, dan linear)

Kontinu artinya gelombang saling berkesinambungan atau tidak terputus. Fungsi gelombang bernilai tunggal maknanya tidak ada dua probabilitas dalam menemukan partikel di satu titik yang sama dan linear bertujuan agar gelombangnya memiliki sikap superposisi.

Persamaan Schrodinger kasus potensial bergantung waktu dapat diturunkan dari persamaan (2.5) yakni:

$$\frac{p^2}{2m}\psi(x,t) + V(x,t)\psi(x,t) = E\psi(x,t)$$

$$\frac{(-i\hbar)^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) + V(x,t)\psi(x,t) = E\,\psi(x,t) \qquad (2.7)$$

Untuk mencari operator E menggunakan fungsi gelombang:

$$\frac{d}{dt}e^{i(kx-\omega t)} = -i\omega\, e^{i(kx-\omega t)}$$

$$\frac{d}{dt} = -i\omega$$

$$\frac{d}{dt} = -i2\pi f$$

dengan menggunakan persamaan (2.1) maka:

$$\frac{d}{dt} = -i2\pi\frac{E}{h}$$

$$\frac{d}{dt} = -i\frac{E}{\hbar}$$

$$E = \frac{\hbar}{-i}\frac{d}{dt}\frac{i}{i}$$

Sehingga diperoleh operator E adalah

$$E = i\hbar\frac{d}{dt} \qquad (2.8)$$

Substitusi persamaan (2.8) ke dalam persamaan (2.7) maka diperoleh persamaan Schrodinger bergantung waktu yakni:

$$\frac{(-i\hbar)^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) + V(x,t)\psi(x,t) = i\hbar\frac{d}{dt}\,\psi(x,t) \qquad (2.9)$$

Persamaan Schrodinger dengan kasus jika fungsi potensialnya tidak bergantung waktu dapat diturunkan dari persamaan (2.9) dengan cara separasi variabel yakni:

$$\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) + V(x,t)\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t)$$

$$\psi(x,t) = \psi(x)\,\varphi(t)$$

$$\varphi(t)\left[\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)\right]=\psi(x)\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t)\right]$$

atau

$$\frac{1}{\psi(x)}\left[\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)\right]=\frac{1}{\varphi(t)}\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t)\right]$$

dari persamaan di atas ruas kiri hanya mengandung variabel x dan ruas kanan hanya mengandung variabel t. Persamaan itu berlaku untuk semua harga x maupun t sehingga ruas kiri dan ruas kanan harus memiliki nilai yang tetap, misalkan sama dengan Q.

$$\frac{1}{\psi(x)}\left[\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)\right]=\frac{1}{\varphi(t)}\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t)\right]=Q$$

Oleh sebab itu diperoleh dua persamaan yakni:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)\right]=Q\,\psi(x)$$

dan

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t)\right]=Q\,\varphi(t)$$

dengan $Q = E$ yang merupakan energi total partikel yang dipresentasikan oleh fungsi gelombang $\psi(x,t)$. Nilai E tersebut sesuai dengan persamaan Schrodinger yaitu:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)\right]=\hat{H}\psi(x)=E\psi(x) \tag{2.10}$$

Jadi nilai Q sama besarnya dengan energi total partikel. Solusi persamaan Schrodinger untuk kasus partikel dengan fungsi potensial tidak bergantung waktu yakni:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)\right]=E\psi(x) \tag{2.11}$$

Persamaan (2.10) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{H}\psi(x,t)=E\psi(x,t) \tag{2.12}$$

yang dinamakan persamaan harga eigen. Seluruh kasus persamaan Schrodinger bebas waktu tidak memiliki bilangan imajiner (i), sehingga solusi $\psi(x)$ harus merupakan fungsi kompleks. Fungsi $\psi(x)$ adalah fungsi eigen, yang harus dibedakan dengan fungsi gelombang $\psi(x,t)$ yang merupakan fungsi total dari persamaan Schrodinger (Sani dan Kadri, 2017: 128-129).

2.3 Fungsi Gelombang

Fungsi gelombang (ψ) merupakan solusi dari persamaan gelombang yang dibangun dalam mendeskripsikan perilaku gelombang dari sebuah partikel yang bergerak. Oleh sebab itu fungsi gelombang (ψ) menjadi nilai fundamental dalam mekanika kuantum. Fungsi gelombang $\psi(\vec{r},t)$ tidak memiliki artifisis, hal ini dinyatakan oleh Max Born tahun 1926, akan tetapi fungsi gelombangnya:

$$\psi^*(\vec{r},t)\psi(\vec{r},t) = |\psi(\vec{r},t)|^2 = P(\vec{r},t)$$

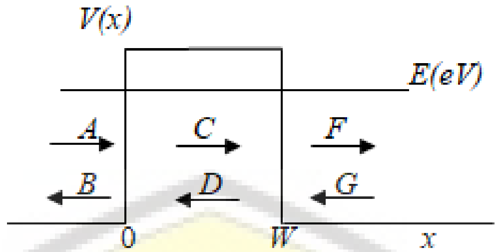
Menafsirkan tentang rapat probabilitas. Apabila partikel ada dalam suatu ruang V tafsiran tersebut menjadi:

$$\int P(\vec{r},t)\, dv = 1$$

Fungsi gelombang yang sesuai dengan tafsiran diatas disebut fungsi gelombang ternormalisasi (Purwanto, 2016: 53).

2.4 Efek Terobosan

Efek terobosan merupakan fenomena dimana partikel dengan energi lebih kecil dari energi potensial penghalang memiliki peluang atau probabilitas menembus potensial penghalang tersebut. Hal ini dapat dipahami karena partikel memiliki sifat dualisme gelombang dan materi. Analisis dalam efek terobosan menggunakan pendekatan gelombang karena partikel dalam efek terobosan berprilaku sebagai gelombang. Partikel yang digunakan adalah elektron, karena elektron merupakan partikel yang dapat bergerak bebas. Gambaran dari efek trobosan dapat diamati pada Gambar 2.1 sebagai berikut:



Gambar 2.1 Model potensial penghalang kasus $E<V$

Fungsi gelombang Ψ_1 terdapat pada daerah $x<0$ dengan A merepresentasikan partikel yang akan memasuki penghalang dan B merepresentasikan partikel yang terpantul dari penghalang tersebut. Fungsi gelombang Ψ_2 berada pada daerah $0 \leq x \leq W$ dengan C merepresentasikan partikel yang akan menerobos keluar penghalang dan D merepresentasikan partikel yang terpantul. Fungsi gelombang Ψ_3 berada pada daerah $x>W$ dengan F merepresentasikan partikel yang berhasil menerobos penghalang dan G merepresentasikan partikel yang terpantul, akan tetapi tidak ada penghalang lagi setelah batas $x=W$ maka nilai G adalah 0 menyatakan bahwa tidak ada partikel yang terpantul.

Efek terobosan terjadi saat partikel datang dari daerah $x < 0$ memiliki momentum $\sqrt{2m(E)}$ dengan bilangan gelombang k_1. Partikel yang memasuki daerah $0 \leq x \leq W$ mengalami penurunan momentum menjadi $\sqrt{2m(V-E)}$ dengan bilangan gelombang k_2. Sifat partikel berubah menjadi sifat gelombang ketika masuk dalam penghalang atau masuk pada daerah $0 \leq x \leq W$, tetapi setelah partikel berhasil masuk pada daerah $x > W$ momentum dan bilangan gelombangnya kembali seperti semula.

Dalam efek terobosan terdapat koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Koefisien transmisi menyatakan probabilitas partikel yang menerobos penghalang dan koefisien refleksi menyatakan probabilitas partikel yang terpantul. Nilai koefisien transmisi pada efek terobosan dapat diketahui dengan persamaan yaitu:

$$T = |t|^2 = \left|\frac{F}{A}\right|^2$$

Persamaan koefisien refleksi dapat dituliskan dengan:

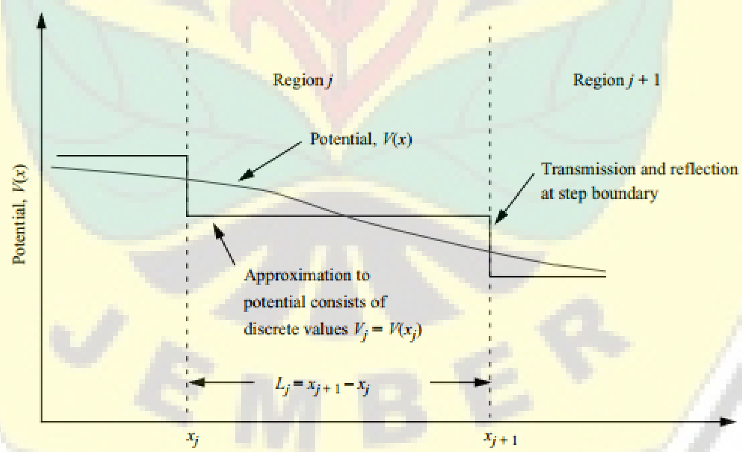
$$R = |r|^2 = \left|\frac{B}{A}\right|^2$$

Hubungan antara koefisien transmisi dengan koefisien refleksi ditulis dengan persamaan:

$$T + R = 1 \qquad \text{(Zettili, 2009:227).}$$

2.5 Metode Propagansi Matriks

Metode propagasi matriks merupakan metode penyelesaian dalam menemukan koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Werner Heisenberg memperkenalkan formulasi mekanika matriks, akan tetapi Paul Dirac memadukan mekanika matriks dengan persamaan Schrodinger menjadi satu formula tunggal yang juga dapat mempelajari sistem mekanika kuantum. Proses dalam metode propagansi matriks terbagi menjadi 4 segmen (Levi, 2003:168). Segmen-segmen terseubt dapat diamati pada Gambar 2.2 sebagai berikut:



Gambar 2.2 Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi V(x) secara halus oleh sebuah deret potensial tangga (Levi, 2003:169).

a. Segmen pertama menghitung propagasi matriks $\hat{p}_{step}$ untuk transmisi dan refleksi dari fungsi gelombang yang merepresentasikan sebuah partikel berenergi E memasuki sebuah potensial tangga (x_{j+1}).

b. Segmen kedua menghitung propagasi matriks $\hat{p}_{free}$ untuk propagasi fungsi gelombang diantara dua potensial tangga (posisi$x_j$dan x_{j+1}).

c. Segmen ketiga menghitung propagasi matriks pada daerah j dengan mengalikan propagasi $\hat{p}_{step}$ dan $\hat{p}_{free}$ untuk mendapatkan propagasi $\hat{p}_j$.

d. Segmen keempat menghitung propagasi total matriks $\hat{p}_{total}$ dengan mengalikan semua propagasi tiap daerah potensial.

Berdasarkan Gambar 2.1 sebuah partikel dengan fungsi gelombang Ψ_1 menerobos penghalang potensial dari sebelah kiri. Pada posisi $x = 0$, besar potensial penghalangnya adalah V_0 sepanjang W dan mengalami penurunan pada $x = W$. Bilangan gelombang dari partikel tersebut akan berubah dari k_1 pada bagian luar penghalang menjadi k_2 di dalam penghalang pada daerah $0 < x < W$. Solusi fungsi gelombang pada setiap daerah dinyatakan sebagai berikut:

$$\Psi_1 = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \tag{2.13}$$

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} \tag{2.14}$$

$$\Psi_3 = \frac{F}{\sqrt{k_2}} e^{ik_2x} + \frac{G}{\sqrt{k_2}} e^{-ik_2x} \tag{2.15}$$

dengan $k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ dan $k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$, dalam persamaan k_1 dan k_2 simbol m merupakan massa elektron, V energi potensial, E energi kinetik dan ħ memiliki nilai 1,0545715x10^{-34}. Tahap pertama dalam metode propagansi matriks mencari nilai dari $\hat{p}_{step}$, $\hat{p}_{step}$ ada dua yakni $\hat{p}_{step\ up}$ dan $\hat{p}_{step\ down}$. Untuk mengetahui nilai $\hat{p}_{step\ up}$ pada daerah $x < 0$ menggunakan persamaan (2.13) dan (2.14). Fungsi gelombang Ψ_1 dan Ψ_2 saling berhubungan sehingga fungsi gelombangnya harus memenuhi syarat kontinuitas pada batas $x = 0$

$$\Psi_1|_{step} = \Psi_2|_{step}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \tag{2.16}$$

dan turunan pertama dari Ψ_1 dan Ψ_2 pada batas $x = 0$

$$\frac{d\Psi_1}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_2}{dx}|_{step}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} - \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_2}{ik_1}\frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{k_2}{ik_1}\frac{D}{\sqrt{k_2}} \tag{2.17}$$

Persamaan (2.13) dan (2.14) dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

Sesuai aturan invers matriks yakni:

$$U \; x \; W = Z$$

$$W = U^{-1} \; x \; Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks *U*. Nilai *U* dari persamaan (2.15) yakni:

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

Invers matriks *U* ordo 2x2 yaitu:

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_1}} \; x \; \frac{1}{\sqrt{k_1}} - \frac{1}{\sqrt{k_1}} \; x \; \frac{1}{\sqrt{k_1}}}\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_1}}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

sehingga persamaan (2.18) menjadi:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

dari persamaan (2.20) diketahui propagasi untuk potensial step up adalah

$$\hat{p}_{step} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Setelah mengetahui nilai dari $\hat{p}_{step\ up}$, selanjutnya mencari nilai $\hat{p}_{step\ down}$ dengan persamaan Schrodinger (2.14) dan (2.15), dengan cara yang sama seperti mencari nilai dari $\hat{p}_{step\ up}$ didapatkan nilai $\hat{p}_{step\ down}$ yakni:

$$\hat{p}_{step\ down} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Tahap kedua menghitung probabilitas pada daerah $0 < x < W$ atau dikenal dengan $\hat{p}_{free}$ dengan persamaan:

$$Ce^{k_2 W} = F \tag{2.23}$$

$$De^{-k_2 W} = G \tag{2.24}$$

Persamaan (2.23) dan (2.24) dapat ditulis dalam bentuk matrik menjadi:

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Dengan menggunakan aturan invers matriks maka:

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 W} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^{-k_2 W}\ x\ e^{k_2 W} - 0} \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^0} \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Dari persamaan (2.25) diperoleh $\hat{p}_{free}$ yakni:

$$\hat{p}_{free} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Propagansi total dari penghalang potensial kotak tersebut adalah

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up} \hat{p}_{free} \hat{p}_{step\ down}$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4k_1 k_2} \begin{bmatrix} (ik_1 + k_2)e^{-k_2 L} & (ik_1 - k_2)e^{k_2 W} \\ (ik_1 - k_2)e^{-k_2 L} & (ik_1 + k_2)e^{k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \qquad (2.27)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (2.25) dapat disederhanakan dengan metode propagansi matriks sebagai berikut:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \qquad (2.28)$$

Koefisien transmisi pada metode propagasi matriks dinyatakan dengan:

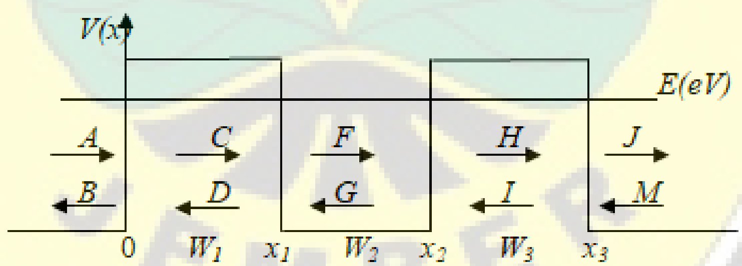
$$T = \frac{1}{|p_{11}|^2} \qquad (2.29)$$

$$T = \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2}\right)^2 \sinh^2(k_2 W)\right)^{-1} \qquad \text{(Zettili, 2009:227)}$$

Tahap keempat apabila jumlah potensial penghalang lebih dari satu maka untuk mendapatkan propagansi total ditulis dalam persamaan:

$$\hat{P} = \widehat{p_1}\,\widehat{p_2} \ldots \widehat{p_J} \ldots \widehat{p_N} = \prod_{J=1}^{J=N} \widehat{p_J}$$

Untuk model potensial penghalang ganda dapat diamati pada Gambar 2.3 sebagai berikut:



Gambar 2.3 Model potensial penghalang ganda kasus $E<V$

Berdasarkan Gambar 2.3 memiliki lima solusi fungsi gelombang, yang mana solusi fungsi gelombang 1 sampai 3 sama dengan persamaan (2.13), (2.14) dan (2.15). Solusi fungsi gelombang keadaan 4 dan 5 yakni:

$$\Psi_4 = \frac{A}{\sqrt{k_3}} e^{k_3 x} + \frac{B}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3 x} \qquad (2.30)$$

$$\Psi_5 = \frac{C}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{D}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \qquad (2.31)$$

dengan $k_3 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$. Fungsi gelombang pertama merepresentasikan keadaan elektron sebelum menerobos penghalang, fungsi gelombang kedua merepresentasikan keadaan elektron berada dalam potensial penghalang pertama, fungsi gelombang ketiga merepresentasikan keadaan elektron berhasil menerobos penghalang pertama dan akan menerobos penghalang kedua, fungsi gelombang keempat merepresentasikan keadaan elektron berada dalam potensial penghalang kedua dan fungsi gelombang kelima merepresentasika keadaan elektron berhasil menembus potensial penghalang kedua. Proses mencari propagansi total pada potensial penghalang ganda sama seperti halnya mencari propagansi total pada potensial penghalang tunggal. Propagansi total pada potensial penghalang ganda dengan metode propagansi matriks yakni:

$$\hat{P} = \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}}\begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e^{-k_2W_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2W_1} \end{bmatrix}\frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}}\begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} e^{-k_2W_2} & 0 \\ 0 & e^{k_2W_2} \end{bmatrix}\frac{1}{2\sqrt{k_1k_3}}\begin{bmatrix} k_1 - ik_3 & k_1 + ik_3 \\ k_1 + ik_3 & k_1 - ik_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e^{-k_3W_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3W_3} \end{bmatrix}\frac{1}{2\sqrt{k_1k_3}}$$
$$\begin{bmatrix} k_3 + ik_1 & k_3 - ik_1 \\ k_3 - ik_1 & k_3 + ik_1 \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Persamaan (2.33) disederhanakan seperti persamaan (2.28), maka didapatkan koefisien transmisi pada potensial penghalang ganda sesuai persamaan (2.29) adalah

$$T = \left|\frac{t_1t_2}{1-(r_1r_2)e^{-2ik_1W_2}}\right|^2 \tag{2.33}$$

Persamaan (2.30) terdapat variabel W_2 yang mempengaruhi koefisien transmisi dimana $W_2 = L$ yaitu jarak antar penghalang (Levi, 2003:182).

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian studi literatur. Penelitian ini dilakukan pada bulan Oktober hingga November tahun 2019. Tempat penelitian di Laboratorium Fisika Lanjut, Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

3.2 Definisi Operasional

Defenisi operasional dalam penelitian ini ditujukan agar tidak terjadi kesalahan dalam mengartikan istilah-istilah dalam penelitian yang digunakan. Variabel-variabel dalam penelitian ini yaitu:

a. Jarak antar penghalang ganda

   Jarak antar penghalang ganda yakni GaAs dan GaAs adalah 0,25 *nm*, 0,50 *nm*, 0,75 *nm*, 1 *nm*, 1,25 *nm*, 1,50 *nm*, 1,75 *nm* dan 2 *nm*, dimana ukuran umum lapisan semikonduktor ~20 nm.

b. Penghalang

   Penghalang merupakan area energi potensial yang menghambat gerak partikel saat mencoba menerobos. Tinggi dan lebar potensial penghalang sesuai bahan semikonduktor yang digunakan yaitu Galium Arsenide (GaAs) dengan tinggi potensial sebesar 1.424 *eV* dan lebar potensial 0.565 *nm*.

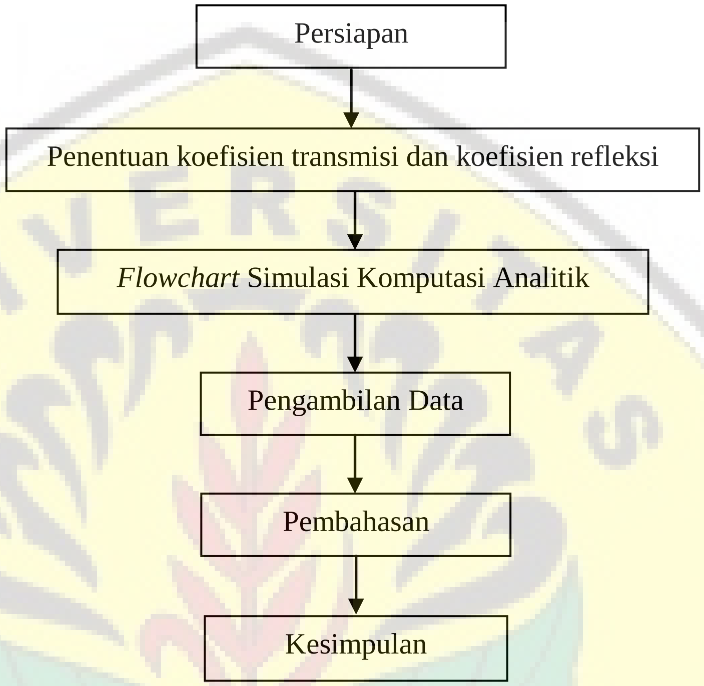
c. Energi elektron yang digunakan adalah 1 *eV* karena 1 *eV* merupakan energi yang dimiliki elektron dalam 1 volt. Energi elektron 1 *eV* dipilih juga berdasarkan efek terobosan murni dimana energi elektron lebih kecil dibandingkan energi penghalang.

d. Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi

   Koefisien transmisi merupakan probabilitas partikel yang dapat menembus penghalang. Koefisien refleksi merupakan probabilitas partikel yang terpantul.

3.3 Langkah Penelitian

Bagan langkah-langkah penelitian dapat diamati pada Gambar 3.1 sebagai berikut:



Gambar 3.1 Bagan langkah-langkah penelitian

a. Tahap Persiapan

Tahap persiapan digunakan peneliti untuk mencari sumber-sumber yang relevan baik jurnal ataupun buku yang berkaitan dengan partikel bebas dan efek trobosan pada potensial penghalang.

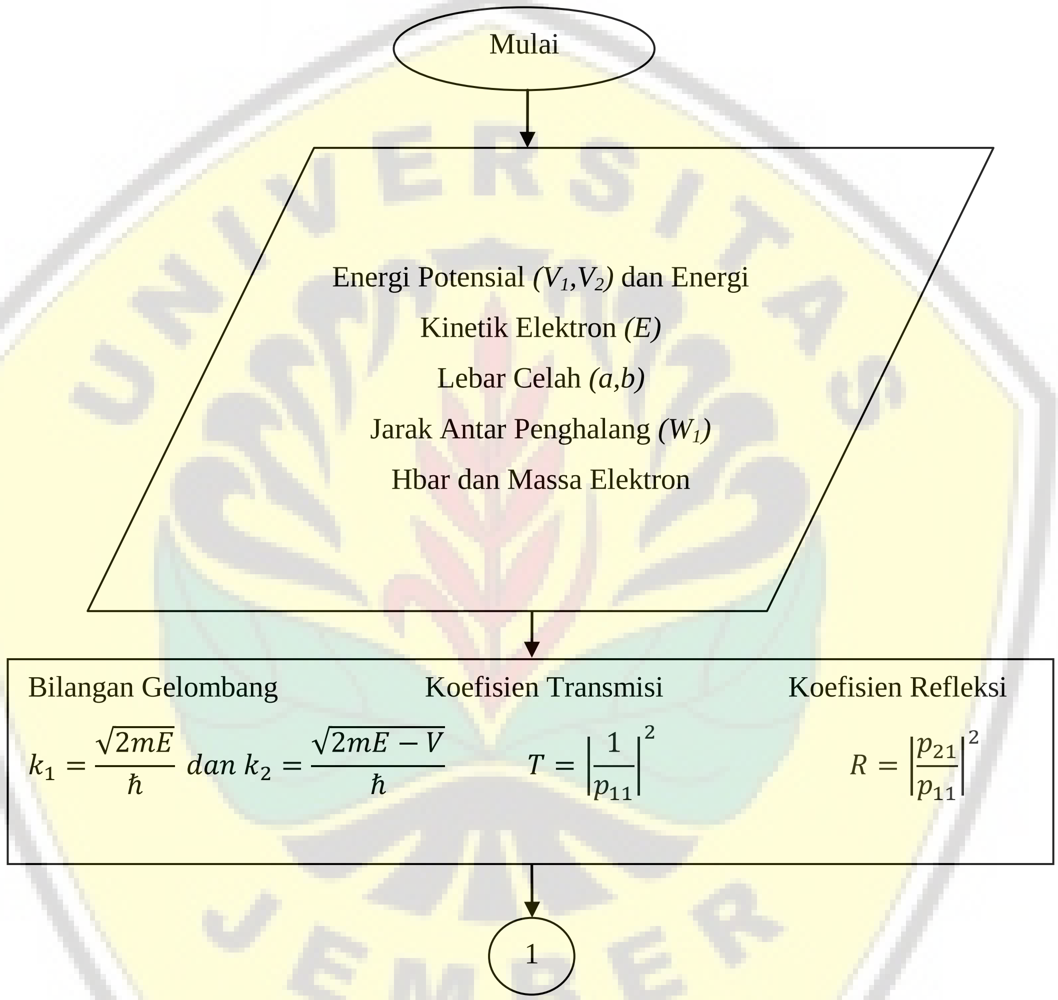
b. Penentuan koefisien transmisi dan koefisien refleksi

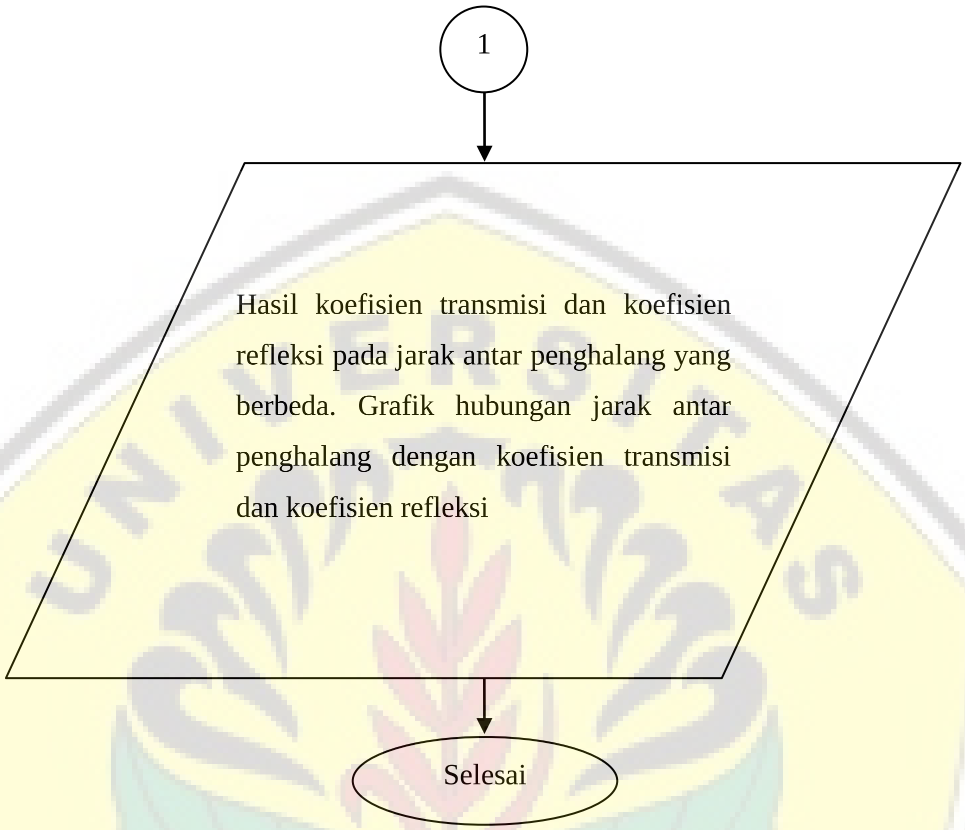
Tahap ini peneliti menemukan persamaan koefisien transmisi dan koefisien refleksi secara numerik. Persamaan propagansi total potensial penghalang ganda kasus $E<V$ dapat dilihat pada persamaan (2.29). Berdasarkan persamaan (2.29) dengan metode propagansi matriks didapat koefisien transmisi sesuai persamaan (2.33) dan koefisien refleksi sebagai berikut:

$$R = \left|\frac{p_{21}}{p_{11}}\right|^2 \qquad \text{atau} \qquad R = 1 - T$$

c. *Flowchart* Simulasi Komputasi Analitik

Simulasi komputasi analitik dapat diamati pada Gambar 3.2 sebagai berikut:





Gambar 3.2 *Flowchart* simulasi komputasi analitik

d. Pengambilan Data

Tahap pengambilan data merupakan tahap memperoleh nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi pada jarak antar penghalang yang berbeda dengan menggunakan program Matlab 2013. Data penelitian akan dimasukkan dalam Tabel 3.1 sebagai berikut:

Tabel 3.1 Koefisien transmisi dan koefisien refleksi pada efek terobosan potensial penghalang ganda

Jarak Antar Potensial Penghalang Ganda (*nm*)	Koefisien Transmisi	Koefisien Refleksi

e. Pembahasan

Data yang diperoleh akan dijelaskan secara rinci mengenai pengaruh jarak antar penghalang terhadap koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Data penelitian akan dianalisis apakah semakin besar jarak antar penghalang mempengaruhi nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi atau tidak. Apabila jarak antar penghalang memiliki konstribusi terhadap koefisien transmisi dan koefisien refleksi maka data yang diperoleh semakin meningkat atau menurun atau periodik seperti penelitian sebelumnya terkait pengaruh energi terhadap nilai koefisien transmisi dan koefisien refleksi.

f. Kesimpulan

Hasil dari pembahasan akan disimpulkan untuk menjawab rumusan masalah dalam penelitian.

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

a. Semakin besar jarak antar penghalang mengakibatkan nilai koefisien transmisi semakin meningkat hingga nilai maksimum dan pada jarak antar penghalang tertentu nilai koefisien transmisi mengalami penurunan hingga nilai minimum. Koefisien transmisi terbesar pada jarak antar penghalang 1 *nm* sebesar 0,9997 dan koefisien transmisi terkecil pada jarak antar penghalang 2 *nm* sebesar 0,3817.

b. Semakin besar jarak antar penghalang mengakibatkan nilai koefisien refleksi semakin menurun hingga nilai minimum dan pada jarak antar penghalang tertentu nilai koefisien refleksi mengalami peningkatan hingga nilai maksimum. Koefisien refleksi terkecil pada jarak antar penghalang 1 *nm* sebesar 0,0003 dan koefisien refleksi terbesar pada jarak antar penghalang 2 *nm* sebesar 0,6183.

5.2 Saran

Penelitian ini menggunakan perubahan jarak antar penghalang 0,25 *nm*. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah menggunakan perubahan jarak antar penghalang yang lebih kecil atau halus.

DAFTAR PUSTAKA

Beiser, A. 1990. *Fisika Modern*. Jakarta: Erlangga.

Huda, M. K., S. H. B. Prastowo., dan Z. R. Ridlo. 2018. Analisis efek terobosan empat perintang pada grephen. *Seminar Nasional Pendidikan Fisika*. 3 (2). 25 November 2018. *University of Jember*: 153-158.

Krane, K. 1992. *Fisika Modern*. Jakarta: Universitas Indonesia Press.

Levi, A. 2003. *Applied Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Muda, I. 2013. *Elektronika Dasar*. Malang: Penerbit Gunung Samudera.

Prastowo, S. H. B., B. Supriadi, Z. R. Ridlo, dan T. Prihandono. 2018. Tunneling effect on double potential barriers GaAs and PbS. *Journal of Physics: Conferens Series.* 1008 (12): 1-7.

Purwanto, A. 2016. *Fisika Kuantum*. Yogyakarta: Gava Media.

Sani, R. A. dan M. Kadri. 2017. *Fisika Kuantum*. Jakarta: PT Bumi Aksara.

Siregar, R. E. 2018. *Fisika Kuantum*. Jatinagor: Departemen Fisika.

Sugiyono, V. 2016. *Mekanika kuantum*. Yogyakarta: CAPS.

Supriadi, B., Z. R. Ridlo, Yushardi, C. I. W. Nugroho, J. Arsanti, dan S. Septiana. 2019. Tunnelling effect on triple potential barriers GaN, SiC and GaAs. *Journal of Physics: Conference Series.* 1211 (34): 1-8.

Sutikno. 2010. *Pengantar Fisika Dan Teknologi Semikonduktor*. Yogyakarta: Deepublish.

Zettili, N. 2009. *Quantum mechanics concepts and applications: Second Edition*. United Kingdom: John Wiley and Sons Ltd.

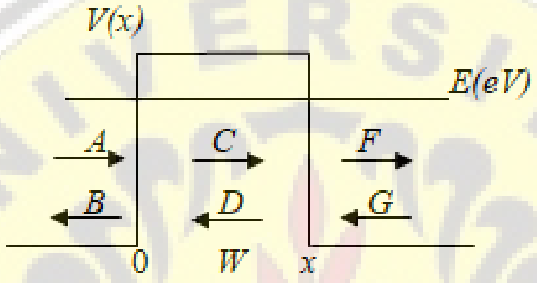
LAMPIRAN I MATRIK PENELITIAN

Nama : Nyuciati Rizky

NIM : 160210102052

JUDUL	TUJUAN	VARIABEL	DATA DAN TEKNIK PENGAMBILAN DATA	METODE PENELITIAN
ANALISIS HUBUNGAN JARAK ANTAR PENGHALANG GANDA DENGAN KOEFISIEN TRANSMISI DAN KOEFISIEN REFLEKSI	1. Menganalisis hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien transmisi. 2. Menganalisis hubungan jarak antar penghalang ganda dengan koefisien refleksi.	1. Variabel bebas Jarak Antar penghalang Ganda 2. Variabel Kontrol Energi lebar dan tinggi potensial penghalang GaAs. 3. Variabel terikat Koefisien transmisi Koefisien refleksi.	Propagansi Matriks dan Matlab	Penelitian studi literatur

LAMPIRAN II METODE PROPAGANSI MATRIKS



Gambar 2.1 Model Potensial Penghalang Kasus *E<V*

Fungsi gelombang disetiap keadaan adalah

$$\Psi_1 = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}$$

$$\Psi_3 = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

Syarat kontinuitas pada daerah *x=0*

$$\Psi_1|_{step} = \Psi_2|_{step}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 0}+\frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 0}=\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2 0}+\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2 0}$$

Dengan $e^0 = 1$ maka diperoleh

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}}+\frac{B}{\sqrt{k_1}}=\frac{C}{\sqrt{k_2}}+\frac{D}{\sqrt{k_2}} \qquad (1)$$

Syarat kontinuitas pada daerah $x=0$

$$\frac{d\Psi_1}{dx}|_{step}=\frac{d\Psi_2}{dx}|_{step}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 x}+\frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 x}=\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2 x}+\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2 x}$$

$$ik_1\frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 x}-ik_1\frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 x}=k_2\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2 x}-k_2\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2 x}$$

$$ik_1\frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 0}-ik_1\frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 0}=k_2\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2 0}-k_2\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2 0}$$

$$ik_1\frac{A}{\sqrt{k_1}}-ik_1\frac{B}{\sqrt{k_1}}=k_2\frac{C}{\sqrt{k_2}}-k_2\frac{D}{\sqrt{k_2}} \qquad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) ditulis dalam bentuk matriks menjadi

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A\\ B\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{k_2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C\\ D\end{bmatrix} \qquad (3)$$

Sesuai aturan invers matrik yaitu

$$U \; x \; W = Z$$

$$W = U^{-1} \; x \; Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks U. Invers matrik U ordo 2x2 adalah

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_1}} \; x \; \frac{1}{\sqrt{k_1}} - \frac{1}{\sqrt{k_1}} \; x \; \frac{1}{\sqrt{k_1}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_1}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

sehingga persamaan (3) menjadi

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{step} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Setelah mengetahui nilai dari $\hat{p}_{step\ up}$, selanjutnya mencari nilai $\hat{p}_{step\ down}$ dengan persamaan Schrodinger

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}$$

$$\Psi_3 = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

Syarat Kontinuitas pada batas $x=W$

$$\Psi_2|_{step} = \Psi_3|_{step}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0}$$

Dengan $e^0 = 1$ maka diperoleh

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}}+\frac{D}{\sqrt{k_2}}=\frac{F}{\sqrt{k_1}}+\frac{G}{\sqrt{k_1}} \tag{5}$$

Syarat Kontinuitas pada batas $x=W$

$$\frac{d\Psi_1}{dx}|_{step}=\frac{d\Psi_2}{dx}|_{step}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2x}+\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2x}=\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1x}+\frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1x}$$

$$k_2\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2x}-k_2\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2x}=ik_1\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1x}-ik_1\frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1x}$$

$$k_2\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_20}-k_2\frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_20}=ik_1\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_10}-ik_1\frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_10}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}}-\frac{D}{\sqrt{k_2}}=\frac{ik_1}{k_2}\left(\frac{F}{\sqrt{k_1}}-\frac{G}{\sqrt{k_1}}\right) \tag{6}$$

Persamaan (5) dan (6) ditulis dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C\\ D\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ \frac{ik_1}{k_2} & -\frac{ik_1}{k_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F\\ G\end{bmatrix} \tag{7}$$

Sesuai aturan invers matrik yaitu

$$U\ x\ W=Z$$

$$W=U^{-1}\ x\ Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks U. Invers matrik U ordo 2x2 adalah

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_2}}\ x\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} - \frac{1}{\sqrt{k_2}}\ x\ \frac{1}{\sqrt{k_2}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_2}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk

$$U^{-1} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan (7) menjadi

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{step} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Probabilitas pada daerah $x = 0\ sampai\ x = W$

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 W} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^{-k_2 W}\ x\ e^{k_2 W} -\ 0} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^0} \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{free} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Propaganis total dari penghalang potensial kotak tersebut adalah

$$\hat{p} = \hat{p}_{step\ up}\hat{p}_{free}\hat{p}_{step\ down}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}}\begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e^{-k_2 W} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W} \end{bmatrix}\frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}}\begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4k_1 k_2}\begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2 W} & (k_1 + ik_2)e^{k_2 W} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2 W} & (k_1 - ik_2)e^{k_2 W} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari nilai koefisien transmisi menggunakan persamaan

$$Transmisi = \left|\frac{1}{p_{11}}\right|^2$$

$$Transmisi = \left|\frac{1}{\frac{1}{4k_1 k_2}[(k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2 W} + (k_2 - ik_1)(k_1 + ik_2)e^{k_2 W}]}\right|^2$$

$$Transmisi = \left|\frac{1}{\frac{1}{4k_1 k_2}[(2k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2)(coshk_2 W - sinhk_2 W) + (2k_1 k_2 - ik_1^2 + ik_2^2)(coshk_2 W + sinhk_2 W)]}\right|^2$$

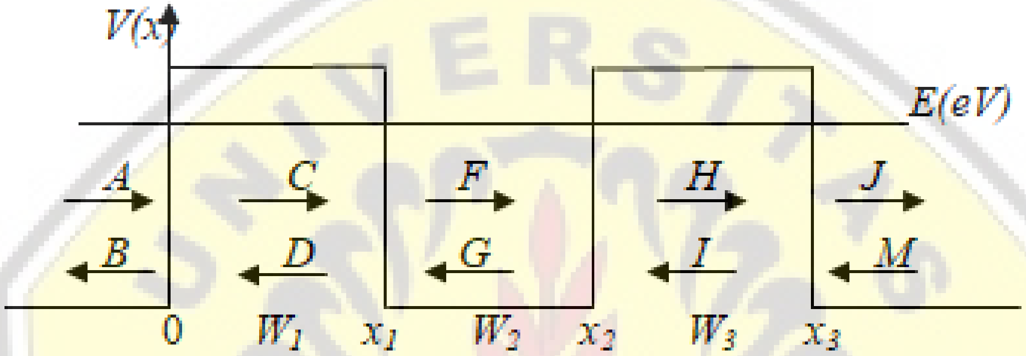
$$Transmisi = \left|\frac{1}{\frac{1}{2k_1 k_2}[coshk_2 W\ 2k_1 k_2 - sinhk_2 W\ ik_1^2 + sinhk_2 W\ ik_2^2\ ]}\right|^2$$

$$Transmisi = \left[coshk_2W + \frac{sinhk_2W\ (ik_2^2 - ik_1^2)}{2k_1k_2}\right]^{-1} x \left[coshk_2W - \frac{sinhk_2W\ (ik_2^2 - ik_1^2)}{2k_1k_2}\right]^{-1}$$

$$Transmisi = \left[cosh^2k_2W - \frac{sinh^2k_2W\ (ik_2^2 - ik_1^2)^2}{4{k_1}^2{k_2}^2}\right]^{-1}$$

$$Transmisi = \left[1 + sinh^2k_2W - \frac{sinh^2k_2W\ (ik_2^2 - ik_1^2)^2}{4{k_1}^2{k_2}^2}\right]^{-1}$$

$$Transmisi = \left[1 + \frac{sinh^2k_2W\left(k_1^2 + k_2^2\right)^2}{4{k_1}^2{k_2}^2}\right]^{-1}$$



Gambar 2.3 Model potensial penghalang ganda kasus *E*<*V*

Fungsi gelombang disetiap keadaan adalah

$$\Psi_1 = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}$$

$$\Psi_3 = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$\Psi_4 = \frac{H}{\sqrt{k_2}} e^{k_3 x} + \frac{I}{\sqrt{k_2}} e^{-k_3 x}$$

$$\Psi_5 = \frac{J}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{M}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}$$

Syarat Kontinuitas pada daerah *x=0*

$$\Psi_1|_{step} = \Psi_2|_{step}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_10} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_10} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_20} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_20}$$

Dengan $e^0 = 1$ maka diperoleh

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \tag{13}$$

Syarat Kontinuitas pada daerah *x=0*

$$\frac{d\Psi_1}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_2}{dx}|_{step}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x}$$

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x}$$

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_10} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_10} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_20} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_20}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} - \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_2}{ik_1}\left(\frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{D}{\sqrt{k_2}}\right) \tag{14}$$

Persamaan (13) dan (14) ditulis dalam bentuk matriks menjadi

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \tag{15}$$

Sesuai aturan invers matrik yaitu

$$U\ x\ W = Z$$

$$W = U^{-1}\ x\ Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks U. Invers matrik U ordo 2x2 adalah

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_1}}\ x\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} - \frac{1}{\sqrt{k_1}}\ x\ \frac{1}{\sqrt{k_1}}}\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_1}}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}}\end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}}\end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix}1 & 1 \\ 1 & -1\end{bmatrix}$$

sehingga persamaan (15) menjadi

$$\begin{bmatrix}A \\ B\end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}}\begin{bmatrix}k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C \\ D\end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial step up penghalang pertama adalah

$$\hat{p}_{step\ up\ 1} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}}\begin{bmatrix}k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2\end{bmatrix} \tag{16}$$

Setelah mengetahui nilai dari $\hat{p}_{step\ up}$, selanjutnya mencari nilai $\hat{p}_{step\ down}$ dengan persamaan Schrodinger

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2 x}$$

$$\Psi_3 = \frac{F}{\sqrt{k_2}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_2}} e^{-ik_1 x}$$

Syarat Kontinuitas pada daerah $x=x_1$

$$\Psi_2|_{step} = \Psi_3|_{step}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} \tag{17}$$

Syarat Kontinuitas pada daerah $x=x_1$

$$\frac{d\Psi_1}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_2}{dx}|_{step}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} = ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} = ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{D}{\sqrt{k_2}} = \frac{ik_1}{k_2}\left(\frac{F}{\sqrt{k_1}} - \frac{G}{\sqrt{k_1}}\right) \tag{18}$$

Persamaan (17) dan (18) ditulis dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{ik_1}{k_2} & -\frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (19)$$

Sesuai aturan invers matrik yaitu

$$U \; x \; W = Z$$

$$W = U^{-1} \; x \; Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks U. Invers matrik U ordo 2x2 adalah

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_2}} \; x \; \frac{1}{\sqrt{k_2}} - \frac{1}{\sqrt{k_2}} \; x \; \frac{1}{\sqrt{k_2}}}\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_2}}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_2}{2}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk

$$U^{-1} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan (19) menjadi

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}}\begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial step down penghalang pertama adalah

$$\hat{p}_{step\ down\ 1} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}}\begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

Probabilitas pada daerah $0 < x < x_1$

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 W_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 W_1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{k_2 W_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 W_1} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^{-k_2 W_1}\ x\ e^{k_2 W_1} - 0}\begin{bmatrix} e^{-k_2 W_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W_1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 W_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial free penghalang pertama adalah

$$\hat{p}_{free\ 1} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 W_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W_1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Probabilitas pada daerah $x_1 < x < x_2$

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1 W_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 W_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{ik_1 W_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 W_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^{-ik_1 W_2}\ x\ e^{k_1 W_2} -\ 0} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 W_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 W_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 W_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 W_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial free antar penghalang adalah

$$\hat{p}_{free} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 W_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 W_2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Syarat Kontinuitas pada daerah $x = x_2$

$$\Psi_3|_{step} = \Psi_4|_{step}$$

$$\frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} = \frac{H}{\sqrt{k_3}} e^{k_3 x} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3 x}$$

$$\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 0} + \frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 0} = \frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_3 0} + \frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_3 0}$$

$$\frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} = \frac{H}{\sqrt{k_3}} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} \tag{23}$$

Syarat Kontinuitas pada daerah $x=x_2$

$$\frac{d\Psi_3}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_4}{dx}|_{step}$$

$$\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 x} = \frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_3 x} + \frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_3 x}$$

$$ik_1\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 x} - ik_1\frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 x} = k_3\frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_3 x} - k_3\frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_3 x}$$

$$ik_1\frac{F}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 0} - ik_1\frac{G}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 0} = k_3\frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_3 0} - k_3\frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_3 0}$$

$$\frac{F}{\sqrt{k_1}} - \frac{G}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_3}{ik_1}\left(\frac{H}{\sqrt{k_3}} - \frac{I}{\sqrt{k_3}}\right) \tag{24}$$

Persamaan (23) dan (24) dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F\\ G\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_3}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ \frac{k_3}{ik_1} & -\frac{k_3}{ik_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}H\\ I\end{bmatrix} \tag{25}$$

Sesuai aturan invers matrik yaitu

$$U\ x\ W = Z$$

$$W = U^{-1}\ x\ Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks U. Invers matrik U ordo 2x2 adalah

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_1}}\, x\, \frac{1}{\sqrt{k_1}} - \frac{1}{\sqrt{k_1}}\, x\, \frac{1}{\sqrt{k_1}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_1}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk

$$U^{-1} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

sehingga persamaan (25) menjadi

$$\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_3 & k_1 + ik_3 \\ k_1 + ik_3 & k_1 - ik_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial step up penghalang kedua adalah

$$\hat{p}_{step\ up\ 2} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_3 & k_1 + ik_3 \\ k_1 + ik_3 & k_1 - ik_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Syarat Kontinuitas pada daerah $x=x_3$

$$\Psi_4|_{step} = \Psi_5|_{step}$$

$$\frac{H}{\sqrt{k_3}} e^{k_3 x} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3 x} = \frac{J}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

$$\frac{H}{\sqrt{k_3}} e^{k_3 0} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3 0} = \frac{J}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0}$$

$$\frac{H}{\sqrt{k_3}} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} = \frac{J}{\sqrt{k_1}} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} \quad (27)$$

Syarat Kontinuitas pada daerah $x=x_3$

$$\frac{d\Psi_3}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_4}{dx}|_{step}$$

$$\frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_3x}+\frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_3x}=\frac{J}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1x}+\frac{L}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1x}$$

$$k_3\frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_3x}-k_3\frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_3x}=ik_1\frac{J}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1x}-ik_1\frac{L}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1x}$$

$$k_3\frac{H}{\sqrt{k_3}}e^{k_30}-k_3\frac{I}{\sqrt{k_3}}e^{-k_30}=ik_1\frac{J}{\sqrt{k_1}}e^{ik_10}-ik_1\frac{L}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_10}$$

$$\frac{H}{\sqrt{k_3}}-\frac{I}{\sqrt{k_3}}=\frac{ik_1}{k_3}\left(\frac{J}{\sqrt{k_1}}-\frac{L}{\sqrt{k_1}}\right) \tag{28}$$

Persamaan (27) dan (28) dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_3}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}H\\ I\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{k_1}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ \frac{ik_1}{k_3} & -\frac{ik_1}{k_3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J\\ M\end{bmatrix} \tag{29}$$

Sesuai aturan invers matrik yaitu

$$U\ x\ W=Z$$

$$W=U^{-1}\ x\ Z$$

dengan U^{-1} merupakan invers dari matriks *U*. Invers matrik *U* ordo 2x2 adalah

$$U=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}}\\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}}\end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{k_3}}\ x\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} - \frac{1}{\sqrt{k_3}}\ x\ \frac{1}{\sqrt{k_3}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = -\frac{1}{-2\frac{1}{k_3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \frac{k_3}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix}$$

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk

$$U^{-1} = \frac{k_3}{2\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan (29) menjadi

$$\begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_3 + ik_1 & k_3 - ik_1 \\ k_3 - ik_1 & k_3 + ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ M \end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial step down penghalang kedua adalah

$$\hat{p}_{step\ down\ 2} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_3 + ik_1 & k_3 - ik_1 \\ k_3 - ik_1 & k_3 + ik_1 \end{bmatrix} \tag{30}$$

Probilitas pada daerah $x_2 < x < x_3$

$$\begin{bmatrix} e^{k_3 W_3} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 W_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{k_3 W_3} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 W_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} J \\ M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{e^{-k_3 W_3}\ x\ e^{k_3 W_3} - 0} \begin{bmatrix} e^{-k_3 W_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 W_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_3 W_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 W_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ M \end{bmatrix}$$

dari persamaan diatas diketahui propagasi untuk potensial free penghalang kedua adalah

$$\hat{p}_{free\ 2} = \begin{bmatrix} e^{-k_3 W_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 W_3} \end{bmatrix} \tag{31}$$

Propagansi total pada setiap daerah yakni:

$$\hat{p}_{total} = \hat{p}_{step\ up\ 1}\ x\ \hat{p}_{free\ 1}\ x\ \hat{p}_{step\ down\ 1}\ x\ \hat{p}_{free}\ x\ \hat{p}_{step\ up\ 2}\ x\ \hat{p}_{free\ 2}\ x\ \hat{p}_{step\ down\ 2}$$

$$\hat{p}_{total} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 W_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 W_1} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 W_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 W_2} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 - ik_3 & k_1 + ik_3 \\ k_1 + ik_3 & k_1 - ik_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_3 W_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 W_3} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_3 + ik_1 & k_3 - ik_1 \\ k_3 - ik_1 & k_3 + ik_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{total} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

$$p_{11} = e^{-ik_1 L}\left(\left(\frac{1}{4k_1 k_2}\left((k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2 W_1} + (k_2 - ik_1)(k_1 + ik_2)e^{k_2 W_1}\right)\right)\left(\frac{1}{4k_1 k_3}\left((k_1 - ik_3)(k_3 + ik_1)e^{-k_3 W_2} + (k_3 - ik_1)(k_1 + ik_3)e^{k_3 W_2}\right)\right)\right)$$

$$+ e^{ik_1 L}\left(\frac{e^{-k_2 W_1}(k_1 - ik_2)(k_2 - ik_1) + e^{k_2 W_1}(k_1 + ik_2)(k_2 + ik_1)}{4k_1 k_2}\right)\left(\frac{e^{-k_3 W_2}(k_1 + ik_3)(k_3 + ik_1) + e^{k_3 W_2}(k_1 - ik_3)(k_3 - ik_1)}{4k_1 k_3}\right)$$

$$p_{11} = e^{-ik_1 L}\frac{1}{t_1}\frac{1}{t_2} + e^{ik_1 L}\left(\frac{e^{-k_2 W_1}(k_1 - ik_2)(k_2 - ik_1) + e^{k_2 W_1}(k_1 + ik_2)(k_2 + ik_1)}{4k_1 k_2}\right)\left(\frac{e^{-k_3 b}(k_1 + ik_3)(k_3 + ik_1) + e^{k_3 b}(k_1 - ik_3)(k_3 - ik_1)}{4k_1 k_3}\right) x\ \frac{t_1 t_2}{t_1 t_2}$$

$$p_{11} = \frac{e^{-ik_1 L}}{t_1 t_2} x\ \frac{e^{ik_1 L}}{e^{ik_1 L}} - e^{ik_1 L}\frac{r_1 r_2}{t_1 t_2}$$

$$p_{11} = \frac{1}{t_1 t_2 e^{ik_1 L}}\left(1 - (r_1 r_2)e^{2ik_1 L}\right)$$

Dengan $t_1 t_2$ merupakan transmisiviti penghalang 1 dan 2, dan $r_1 r_2$ merupakan refleksiviti penghalang 1 dan 2. Persamaan transmisiviti dan refleksiviti dapat dilihat sebagai berikut

$$t_1 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2 W_1} + (k_2 - ik_1)(k_1 + ik_2)e^{k_2 W_1}}$$

$$t_2 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 - ik_3)(k_3 + ik_1)e^{-k_3 W_2} + (k_3 - ik_1)(k_1 + ik_3)e^{k_3 W_2}}$$

$$r_1 = \frac{(k_1 + ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2W_1} + (k_2 - ik_1)(k_1 - ik_2)e^{k_2W_1}}{(k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2W_1} + (k_2 - ik_1)(k_1 + ik_2)e^{k_2W_1}}$$

$$r_1 = \frac{(k_1 + ik_3)(k_3 + ik_1)e^{-k_3W_2} + (k_3 - ik_1)(k_1 - ik_3)e^{k_3W_2}}{(k_1 - ik_3)(k_3 + ik_1)e^{-k_3W_2} + (k_3 - ik_1)(k_1 + ik_3)e^{k_3W_2}}$$

Sehingga diperoleh koefisien transmisi potensial penghalang ganda adalah

$$Transmisi = \left[\frac{1}{p_{11}}\right]^2$$

$$Transmisi = \left[\frac{1}{\frac{1}{t_1t_2e^{ik_1L}}(1 - (r_1r_2)\, e^{2ik_1L}}\right]^2$$

$$Transmisi = \left[\frac{t_1t_2}{(1 - (r_1r_2)\, e^{2ik_1L}}\right]^2$$

LAMPIRAN III LOGARITMA MATLAB

a. Koefisien Transmisi

```
clear
clf;
N=6;
meff=0.07;
V1=1.424;
V2=1.424;
a=0.565;
b=0.565;
L1=1;
L=[1,1,a,L1,b,2]*1e-9;
V=[0,0,V1,0,V2,0];
Emin=pi*1e-5;
Emax=1;
npoints=400;
dE=Emax/npoints;
hbar=1.0545715e-34;
eye=complex(0.,1.);
m0=9.109382e-31;
m=meff*m0;
echarge=1.602176e-19;
for j=1:npoints
   E(j)=dE*j+Emin;
   bigP=[1,0;0,1];
   for i=1:N
      k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar;
   end
   for n=1:(N-1)
      p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
      p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
      p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
      p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
      bigP=bigP*p;
   end
   Trans(j)=(abs(1/bigP(1,1)))^2
end
figure(1);
Vp=[V;V];Vp=Vp(:);
dx=1e-12;
```

```
Lx(1)=1.e-9;
for i=1:N
   for j=2:i
      Lx(i)=L(j)+Lx(j-1);
   end
end
xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-dx,Lx(4),Lx(5)-
dx,Lx(5),Lx(6)]*1e9;
subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,xp(12),0,4]),xlabel('Distance, x
(nm)'),ylabel('Potential energy, V(x) (eV)');
subplot(1,2,2),plot(Transmisi,E),axis([0,1,0,1.4]),xlabel('refleksi'),ylabel('Energy, E
(eV)');
```

b. Koefisien Refleksi

```
clear
clf;
N=6;
meff=0.07;
V1=1.424;
V2=1.424;
a=0.565;
b=0.565;
L1=1;
L=[1,1,a,L1,b,2]*1e-9;
V=[0,0,V1,0,V2,0];
Emin=pi*1e-5;
Emax=1;
npoints=400;
dE=Emax/npoints;
hbar=1.0545715e-34;
eye=complex(0.,1.);
m0=9.109382e-31;
m=meff*m0;
echarge=1.602176e-19;
for j=1:npoints
   E(j)=dE*j+Emin;
   bigP=[1,0;0,1];
   for i=1:N
      k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar;
   end
   for n=1:(N-1)
      p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
```

```
        p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        bigP=bigP*p;
    end
    Refleksi(j)=(abs(bigP(2,1)/bigP(1,1)))^2
end
figure(1);
Vp=[V;V];Vp=Vp(:);
dx=1e-12;
Lx(1)=1.e-9;
for i=1:N
    for j=2:i
        Lx(i)=L(j)+Lx(j-1);
    end
end
xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-dx,Lx(4),Lx(5)-
dx,Lx(5),Lx(6)]*1e9;
subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,xp(12),0,4]),xlabel('Distance, x
(nm)'),ylabel('Potential energy, V(x) (eV)');
subplot(1,2,2),plot(Refleksi,E),axis([0,1,0,1.4]),xlabel('refleksi'),ylabel('Energy, E
(eV)'); (Levi, 2003:182)
```